Chủ □ề 1: Mô Hình Hồi Qui □ơn - Ước Lượng Và Kiểm Định Giả Thiết

Lê Kim Long - Phạm Thành Thái
Khoa Kinh tế - NTU

Khoảng tin cậy cho β_1, β_2 và σ^2.

✓ Khoảng tin cậy cho $\boldsymbol{\beta_2}$.

Ta nhớ lại tính chất:

$$\hat{\beta}_2 \sim N(\beta_2, \sigma^2_{\hat{\beta}_2}) \rightarrow Z = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\sigma_{\hat{\beta}_2}} \sim N(0,1)$$

Trong thực tế ta thường sử dụng phân phối t sau để tìm khoảng tin cậy cho $\boldsymbol{\beta_2}$.

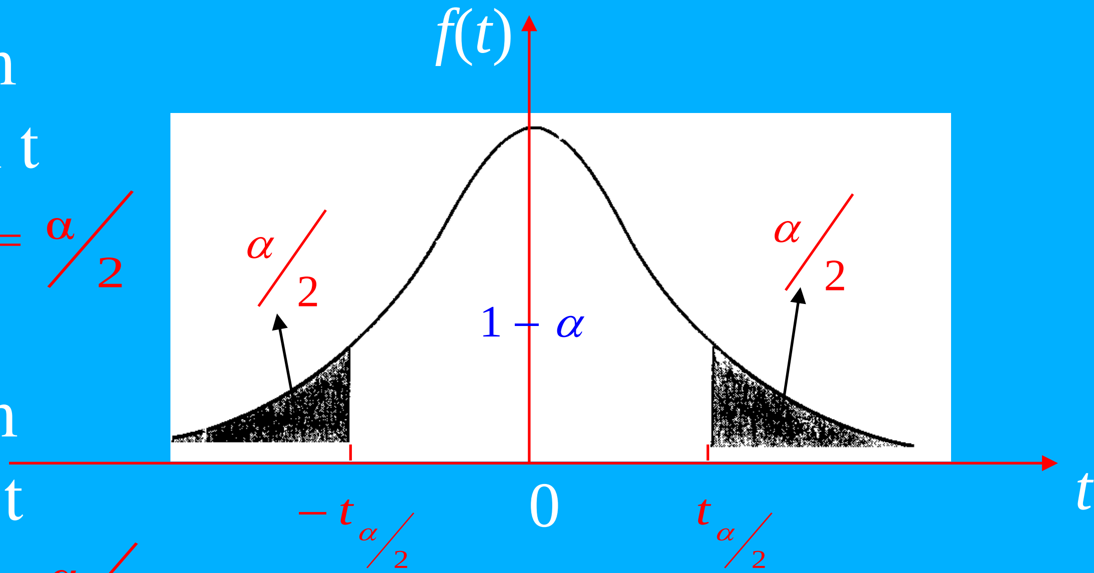
$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\widehat{se}(\hat{\beta}_2)} = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}} \sim t(n-2) \qquad (*)$$

✓ Khoảng tin cậy cho β_2.

Đồ thị hàm mật độ phân phối xác suất của phân phối t như sau:

Gọi $t_{\alpha/2}$ là một điểm nằm trên phân phối t sao cho: $P(t > t_{\alpha/2}) = \alpha/2$

Gọi $-t_{\alpha/2}$ là một điểm nằm trên phân phối t sao cho: $P(t < -t_{\alpha/2}) = \alpha/2$



✓ Khoảng tin cậy cho β_2.

Khi đó, ta có:

$$P\left(-t_{\alpha/2} \le t \le t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha \qquad (**)$$

Với giá trị *t* nằm giữa bất đẳng thức kép này là giá trị *t* tính được từ (*) và với $t_{\alpha/2}$ *là giá trị của biến t thu được từ phân phối t* với mức ý nghĩa $\alpha/2$ và n – *2 bậc tự do; nó thường được gọi là giá trị* ***tới hạn*** *của t* tại mức ý nghĩa $\alpha/2$. *Thay (*) vào (**) ta có:*

$$P\left[-t_{\alpha/2} \le \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\hat{se}(\hat{\beta}_2)} \le t_{\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

✓ Khoảng tin cậy cho β_2.

Sắp xếp lại (**) ta có:

$$P\left[\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2}\,\hat{se}(\hat{\beta}_2) \le \beta_2 \le \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2}\,\hat{se}(\hat{\beta}_2)\right] = 1 - \alpha$$

Phương trình trên cho biết **khoảng tin cậy** $100(1-\alpha)\%$ của β_2. *Ta có thể viết ngắn gọn như sau:*

Khoảng tin cậy $100(1-\alpha)\%$ của β_2 :

$$\hat{\beta}_2 \pm t_{\alpha/2}\,\hat{se}(\hat{\beta}_2)$$

✓ Khoảng tin cậy cho β_1.

Lập luận một cách tương tự ta có khoảng tin cậy cho β_1:

$$P\left[\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2}\,se(\hat{\beta}_1) \le \beta_1 \le \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2}\,se(\hat{\beta}_1)\right] = 1 - \alpha$$

Hay viết một cách ngắn gọn hơn :

$$\hat{\beta}_1 \pm t_{\alpha/2}\,se(\hat{\beta}_1)$$

✓ Khoảng tin cậy cho σ².

Ta nhớ lại tính chất:

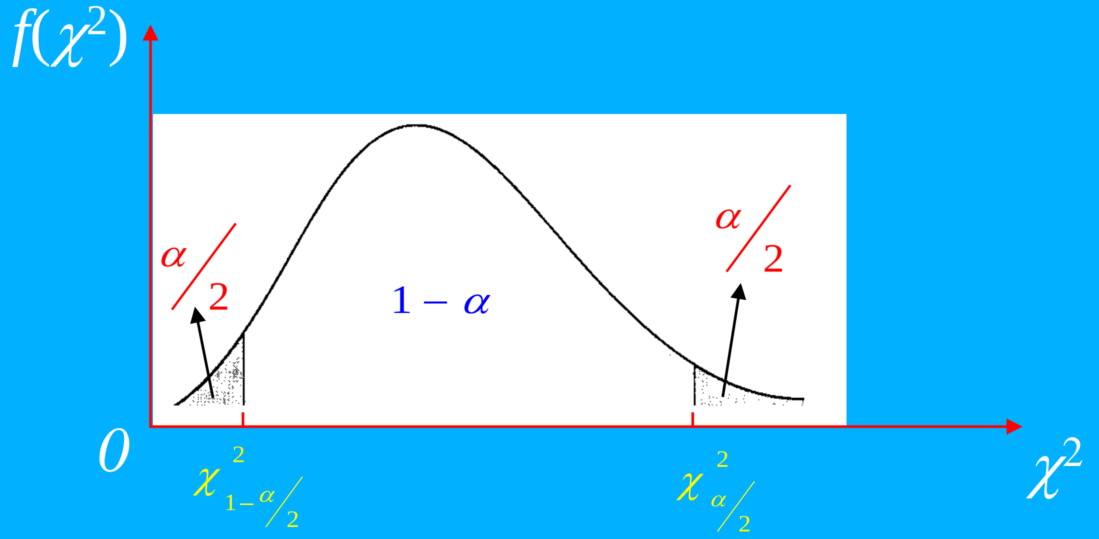
$$\chi^2 = \frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2) \qquad (***)$$

Do vậy, ta có thể sử dụng phân phối *χ^2 để thiết lập khoảng tin cậy cho σ^2* như sau:

$$P\left[\chi^2_{1-\alpha/2} \le \chi^2 \le \chi^2_{\alpha/2}\right] = 1-\alpha \qquad (****)$$

✓ Khoảng tin cậy cho σ².

Với giá trị χ^2 *nằm giữa bất đẳng thức kép này được tính theo (***) và với* $\chi^2_{\alpha/2}$ *và* $\chi^2_{1-\alpha/2}$ *là hai giá trị của* χ^2 *(các giá trị* ***tới hạn*** *của* χ^2*) tính được từ bảng Chi-bình phương với n – 2 bậc tự do sao cho chúng cắt ra 100(*$\alpha/2$) phần trăm diện tích đuôi của phân phối χ^2, *như minh họa trong hình sau:*



✓ Khoảng tin cậy cho σ².

Thay thế χ^2 *từ (***) vào (****) và sắp xếp lại các số hạng, ta có:*

$$P\left[(n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \le \sigma^2 \le (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}\right] = 1-\alpha$$

Biểu thức này cho biết khoảng tin cậy 100(1 – α)% cho σ^2.*Chúng ta có thể viết một cách ngắn gọn sau:*

$$\left((n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \le \sigma^2 \le (n-2)\frac{\hat{\sigma}^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}\right)$$

II. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: CÁC BÌNH LUẬN TỔNG QUÁT

Lý thuyết kiểm định giả thiết là xây dựng các quy tắc hay thủ tục để quyết định bác bỏ hay không bác bỏ *giả thiết không*. Có hai cách *tiếp cận bổ sung lẫn nhau* để xây dựng các quy tắc đó, gọi là **khoảng tin cậy** và **kiểm định ý nghĩa**.

1. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KHOẢNG TIN CẬY

✓ **Kiểm định hai phía hay hai đuôi**

$$H_0 : \beta_j = \beta_j^*$$

$$H_1 : \beta_j \neq \beta_j^*$$

Quy tắc quyết định:

Thiết lập một khoảng tin cậy 100(1 – α) cho β_j. *Nếu β_j theo H_0 nằm trong khoảng tin cậy này, không bác bỏ giả thiết H_0, nhưng nếu β_j nằm ngoài khoảng này, bác bỏ H_0.*

1. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KHOẢNG TIN CẬY

✓ Kiểm định hai phía hay hai đuôi

Các giá trị của β_j nằm trong khoảng này là hợp lý theo H_0 với độ tin cậy 100(1 – α)%. Do vậy, không bác bỏ H_0 nếu β_j nằm trong miền này.

$\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2}\, se(\hat{\beta}_j)$ $\qquad$ $\hat{\beta}_j + t_{\alpha/2}\, se(\hat{\beta}_j)$

Hình 2.1 : Khoảng tin cậy 100(1 – α)% của β_j

2. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KIỂM ĐỊNH Ý NGHĨA

Kiểm định ý nghĩa các hệ số hồi quy : Kiểm định *t*

Để minh họa, nhớ lại rằng với giả thiết về phân phối chuẩn, biến số:

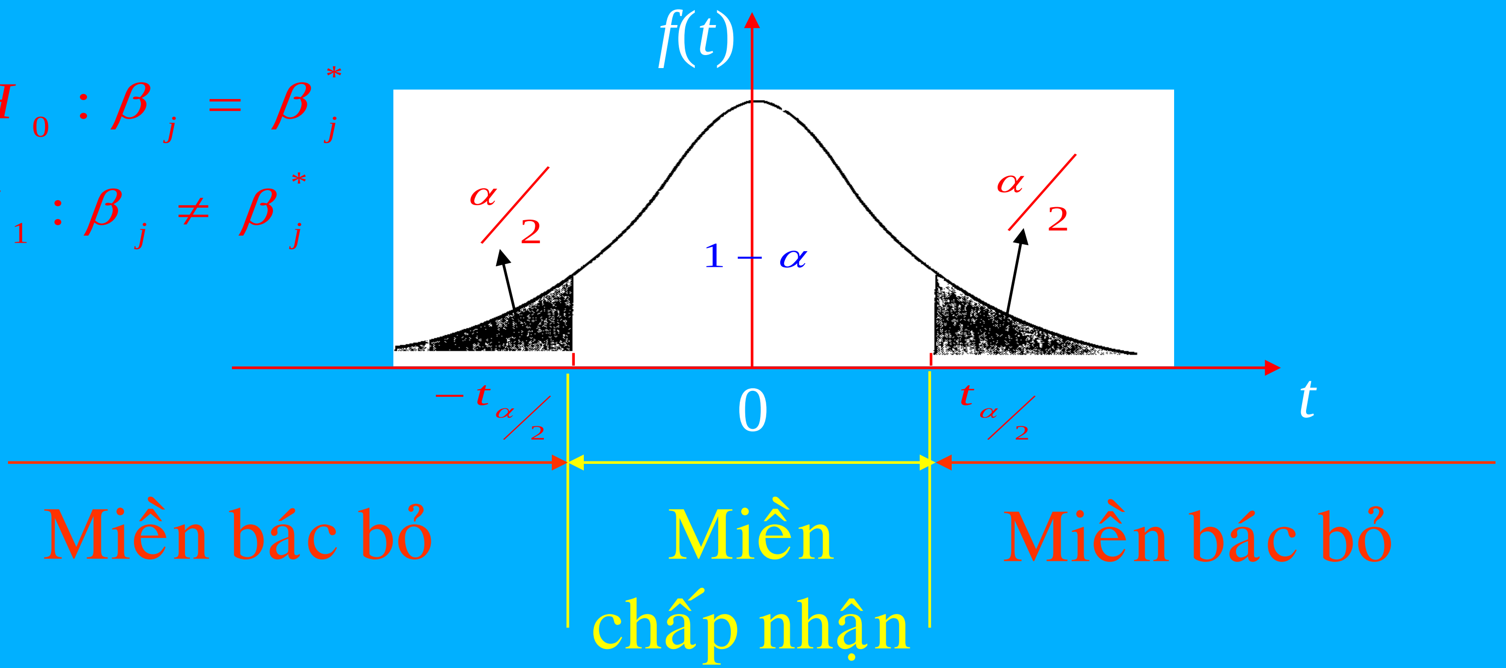
$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{se(\hat{\beta}_2)} = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}} \sim t(n-2) \qquad (*)$$

Lê Kim Long - Phạm Thành Thái
Khoa Kinh tế - NTU

2. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KIỂM ĐỊNH Ý NGHĨA

Kiểm định ý nghĩa các hệ số hồi quy : Kiểm định *t*

$$\begin{cases} H_0 : \beta_j = \beta_j^* \\ H_1 : \beta_j \neq \beta_j^* \end{cases}$$

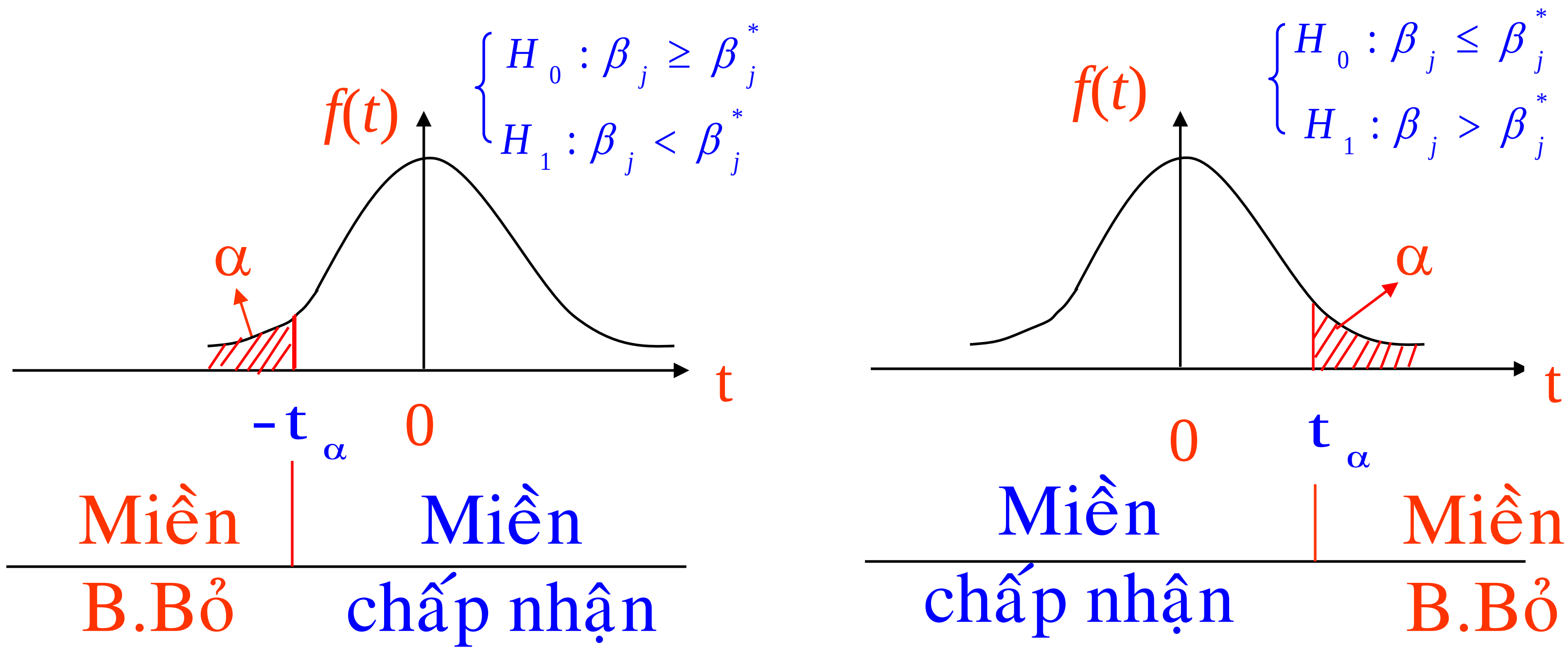


Hình 2.2: Kiểm định hai phía hay hai đuôi

Lê Kim Long - Phạm Thành Thái
Khoa Kinh tế - NTU

2. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KIỂM ĐỊNH Ý NGHĨA

Kiểm định ý nghĩa các hệ số hồi quy : Kiểm định *t*



Hình 2.3: Kiểm định một phía

2. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KIỂM ĐỊNH Ý NGHĨA

Phương pháp kiểm định như sau:

- Bước 1: Lập giả thiết kiểm định

$$+\begin{cases} H_0: \beta_j = \beta_j^* \\ H_1: \beta_j \neq \beta_j^* \end{cases} ; \quad \begin{cases} H_0: \beta_j \geq \beta_j^* \\ H_1: \beta_j < \beta_j^* \end{cases} ; \quad \begin{cases} H_0: \beta_j \leq \beta_j^* \\ H_1: \beta_j > \beta_j^* \end{cases}$$

- Bước 2: Chọn trị thống kê kiểm định

$$t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\widehat{se}(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_j}} \sim t(n-2)$$

2. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KIỂM ĐỊNH Ý NGHĨA

Phương pháp kiểm định như sau:

- Bước 3: Lập miền bác bỏ

$$+ \ W_{\alpha} = \left(-\infty; -t_{\alpha/2}\right) \cup \left(t_{\alpha/2}; +\infty\right)$$

$$+ \ W_{\alpha} = \left(-\infty; -t_{\alpha}\right), \qquad + \ W_{\alpha} = \left(t_{\alpha}; +\infty\right)$$

- Bước 4: Tính trị thống kê kiểm định theo gt H_0

$$t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{\hat{se}(\hat{\beta}_j)} = ?$$

Lê Kim Long - Phạm Thành Thái
Khoa Kinh tế - NTU

2. KIỂM ĐỊNH GIẢ THIẾT: PHƯƠNG PHÁP KIỂM ĐỊNH Ý NGHĨA

Qui tắc quyết định như sau:

- Nếu $t \in W_{\alpha}$: Kết luận: Bác bỏ gt H_0

- Nếu $t \notin W_{\alpha}$: Kết luận: Chưa có cơ sở bác bỏ gt H_0

3. KIỂM ĐỊNH SỰ PHÙ HỢP CỦA HÀM HỒI QUI

Ta nhớ lại:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{se(\hat{\beta}_2)} = \frac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)\sqrt{\sum x_i^2}}{\sigma} \sim N(0,1)$$

- Đặt: $S_1 = Z^2 = \dfrac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)^2 \sum x_i^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(1)$

- Đặt: $S_2 = \chi^2 = \dfrac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2)$

3. KIỂM ĐỊNH SỰ PHÙ HỢP CỦA HÀM HỒI QUI

- Khi đó: F= $\dfrac{S_1/1}{S_2/(n-2)} = \dfrac{(\hat{\beta}_2 - \beta_2)^2 \sum x_i^2}{\hat{\sigma}^2} \sim F(1, n-2)$

Giả sử chúng ta kiểm định giả thiết: $H_0: \beta_2 = 0$

$H_1: \beta_2 \neq 0$

Để kiểm định giả thiết trên chúng ta áp dụng qui tắc kiểm định sau:

-Tính: F= $\dfrac{(\hat{\beta}_2)^2 \sum x_i^2}{\hat{\sigma}^2}$

3. KIỂM ĐỊNH SỰ PHÙ HỢP CỦA HÀM HỒI QUI

-Nếu: $F > F_{\alpha}(1, n-2)$: Bác bỏ giả thiết H_0.

-Nếu: $F < F_{\alpha}(1, n-2)$: Không bác bỏ giả thiết H_0.

-Mặc khác: $$F = \frac{(\hat{\beta}_2)^2 \sum x_i^2}{\hat{\sigma}^2} = \frac{ESS/1}{RSS/(n-2)} = \frac{r^2(n-2)}{1-r^2} \quad (*)$$

Vậy ta cũng có thể tính F theo (*), sau đó so sánh với $F_{\alpha}(1,n-2)$ và cũng kết luận như trên.

4. ĐÁNH GIÁ CÁC KẾT QUẢ CỦA PHÂN TÍCH HỒI QUY

Bây giờ, ta muốn đặt câu hỏi về sự thích hợp của mô hình. Mô hình phù hợp tới đâu? Để trả lời câu hỏi này, ta cần một số tiêu chí sau:

Thứ nhất, dấu của các hệ số ước lượng có phù hợp với các kỳ vọng lý thuyết hay tiên nghiệm không?

Thứ hai, nếu lý thuyết nói rằng mối quan hệ không những chỉ phù hợp mà còn phải có ý nghĩa thống kê thì chúng ta phải xem xét xem nó có đúng không?

Thứ ba, mô hình hồi quy giải thích biến thiên trong biến phụ thuộc tốt đến đâu? Ta có thể dùng r^2 để trả lời câu hỏi này.