

## Chương 6: DÃY SỐ THỜI GIAN

### 6.1. Định nghĩa

Dãy số thời gian là một dãy các giá trị của hiện tượng nghiên cứu được sắp xếp theo thứ tự thời gian.

Một dãy số thời gian tổng quát có dạng

$T$	$t_1$	$t_2$	$\dots$	$t_n$
$Y$	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_n$

trong đó

$t_i$ : thời gian thứ  $i$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ ,

$y_i$ : giá trị tương ứng với thời gian  $i$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ .

**1. Dãy số thời kỳ:** là dãy số biểu hiện sự biến động của hiện tượng nghiên cứu qua từng thời kỳ.

Các mức độ trong dãy số thời kỳ có thể cộng lại với nhau qua thời gian.

#### Ví dụ 91

Năm	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Sản lượng (tấn)	1200	1340	1512	1570	1653	1615

**2. Dãy số thời điểm:** là dãy số biểu hiện sự biến động của hiện tượng nghiên cứu qua các thời điểm nhất định.

Các mức độ trong dãy số thời điểm không thể cộng lại với nhau qua thời gian vì con số này không có ý nghĩa kinh tế.

#### Ví dụ 92

Sản lượng hàng tồn kho (t) của công ty X như sau

Ngày	01/1	01/2	01/3	01/4	01/5	01/6	01/7
SLTK	130	132	136	138	142	152	156

#### Ví dụ 93

Ghi nhận biến động số lao động của công ty X tháng 1 năm 2018 như sau

Ngày	1/1	8/1	13/1	28/1
Số LĐ	300	312	306	310

## 6.2. Các chỉ tiêu mô tả dãy số thời gian

### 6.2.1 Mức độ trung bình theo thời gian

Cho dãy số thời gian:

$T$	$t_1$	$t_2$	$\dots$	$t_n$
$Y$	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_n$

Ký hiệu:  $\bar{y}$  mức độ trung bình của dãy số.

**Dãy số thời kỳ:**  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}$

**Dãy số thời điểm**

Khoảng cách TG đều nhau

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

Khoảng cách TG không đều nhau

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n t'_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n t'_i}$$

trong đó:  $t'_i$  độ dài thời gian có mức độ  $y_i$

#### Ví dụ 94

Tính trung bình trong ví dụ 91.

**Giải**

- Ví dụ 91.

$$\bar{y} = \frac{1200 + 1340 + \dots + 1615}{6} = 1481,6667$$

Sản lượng trung bình hằng năm trong thời kỳ từ năm 1997 đến 2002 là: 1481,6667 tấn.

### Ví dụ 95

Tính giá trị hàng tồn kho bình quân trong ví dụ 92 theo

1. Từng tháng,
2. Từng quý,
3. 6 tháng đầu năm.

**Giải**

1. Từng tháng

$$\bar{y}_{\text{tháng 1}} = \frac{130 + 132}{2} = 131, \quad \bar{y}_{\text{tháng 2}} = \dots$$

2. Từng quý

$$\bar{y}_{\text{quý 1}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 130 + 132 + 136 + \frac{1}{2} \cdot 138}{3} = 134, \quad \bar{y}_{\text{quý 2}} = \dots$$

3. 6 tháng đầu năm

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 130 + 132 + 136 + 138 + 142 + 152 + \frac{1}{2} \cdot 156}{6} = 140,5$$

### Ví dụ 96

Tính số lao động trung bình trong năm 2010 trong ví dụ 93.

**Giải**

Từ - đến	số ngày $t'_i$	số lao động $y_i$
1/1 - 7/1	7	300
8/1 - 12/1	5	312
13/1 - 27/1	15	306
28/1 - 31/1	4	310

$$\bar{y} = \frac{7 \cdot 300 + 5 \cdot 312 + 15 \cdot 306 + 4 \cdot 310}{7 + 5 + 15 + 4} = 306,129$$

Vậy có trung bình ..... người!!!

### Ví dụ 97

Có tài liệu về tình hình sản xuất của một doanh nghiệp trong quý I năm 2004 như sau

Chỉ tiêu	Tháng 1	Tháng 2	Tháng 3	Tháng 4
- Giá trị SX thực tế (tr.đ)	1200	1300	1400	
- Tỷ lệ % thành KH	102	104	106	
Số CN ngày đầu tháng	120	124	124	126

1. Tính giá trị sản xuất thực tế trung bình một tháng trong quý I.
2. Số công nhân trung bình mỗi tháng và cả quý I.
3. Năng suất lao động trung bình của công nhân mỗi tháng.
4. Năng suất lao động trung bình của công nhân một tháng trong quý.

5. Tỷ lệ % hoàn thành kế hoạch giá trị sản xuất trong quý I.

## 6.3. Lượng tăng giảm tuyệt đối

Cho dãy số thời gian:

$Y$	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_n$
-----	-------	-------	---------	-------

1. **Lượng tăng (giảm) tuyệt đối liên hoàn:** thể hiện lượng tăng (giảm) tuyệt đối giữa 2 thời gian (2 kỳ) đứng liền nhau trong dãy số thời gian.

$$\Delta_i = y_i - y_{i-1}, \quad i = 2, \dots, n.$$

2. **Lượng tăng (giảm) tuyệt đối định gốc:** thể hiện lượng tăng (giảm) tuyệt đối giữa kỳ so sánh với kỳ chọn làm gốc cố định.

$$\Delta'_i = y_i - y_1, \quad i = 2, \dots, n.$$

$$\text{Mối liên hệ: } \sum_{i=2}^n \Delta_i = \Delta'_n.$$

3. **Lượng tăng (giảm) tuyệt đối trung bình:** là số trung bình cộng của các lượng tăng (giảm) tuyệt đối liên hoàn.

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=2}^n \Delta_i}{n-1} = \frac{\Delta'_n}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}.$$

## 6.4. Tốc độ phát triển

**Tốc độ phát triển** là chỉ tiêu biểu hiện sự biến động của hiện tượng xét về mặt tỉ lệ.

1. **Tốc độ phát triển liên hoàn:** biểu hiện sự biến động về mặt tỉ lệ của hiện tượng giữa 2 kỳ liên nhau

$$t_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}, \quad i = 2, \dots, n.$$

2. **Tốc độ phát triển định gốc:** biểu hiện sự biến động về mặt tỉ lệ của hiện tượng giữa kỳ nghiên cứu và kỳ chọn làm gốc.

$$t'_i = \frac{y_i}{y_1}, \quad i = 2, \dots, n.$$

Mối liên hệ:

$$\text{a. } t_2 \cdot t_3 \dots t_n = t'_n. \quad \text{b. } \frac{t'_i}{t'_{i-1}} = t_i$$

GV: Hoàng Đức Thắng (hdthang@sgu.edu.vn) NGUYỄN LÝ THÔNG KÊ KINH TẾ (867001, 45 Tiết)

## 6.5. Tốc độ tăng (giảm)

**Tốc độ tăng (giảm)** là chỉ tiêu phản ánh độ tăng (giảm) tương đối của hiện tượng qua thời gian.

1. **Tốc độ tăng (giảm) liên hoàn**

$$a_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = t_i - 1, \quad i = 2, \dots, n.$$

2. **Tốc độ tăng (giảm) định gốc**

$$a'_i = \frac{y_i - y_1}{y_1} = t'_i - 1, \quad i = 2, \dots, n.$$

3. **Tốc độ tăng (giảm) trung bình**

$$\bar{a} = \bar{t} - 1.$$

GV: Hoàng Đức Thắng (hdthang@sgu.edu.vn) NGUYỄN LÝ THÔNG KÊ KINH TẾ (867001, 45 Tiết)

### Ví dụ 98

Doanh thu (tỷ đồng) của công ty ABC giai đoạn từ năm 2013 - 2018 như sau

Năm	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Doanh thu	125,6	130,8	150,1	163,5	165,4	170,2

Tính

- Lượng tăng(giảm) tuyệt đối liên hoàn, định gốc(2013), trung bình.
- Tốc độ phát triển liên hoàn, định gốc, trung bình.
- Tốc độ tăng(giảm) liên hoàn, định gốc, trung bình.
- Tính giá trị tuyệt đối 1% tăng hoặc giảm

GV: Hoàng Đức Thắng (hdthang@sgu.edu.vn) NGUYỄN LÝ THÔNG KÊ KINH TẾ (867001, 45 Tiết)

3. **Tốc độ phát triển trung bình:** biểu hiện sự biến động về mặt tỉ lệ của hiện tượng trong suốt thời kỳ nghiên cứu

$$\bar{t} = \sqrt[n]{t_2 \cdot t_3 \dots t_n} = \sqrt[n]{t'_n} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}}.$$

GV: Hoàng Đức Thắng (hdthang@sgu.edu.vn) NGUYỄN LÝ THÔNG KÊ KINH TẾ (867001, 45 Tiết)

## 6.6. Giá trị tuyệt đối của 1% tăng (giảm) liên hoàn

**Giá trị tuyệt đối của 1% tăng (giảm) liên hoàn** phản ánh 1% tăng (giảm) của 2 kỳ đứng liền nhau tương ứng với giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu.

$$g_i = \frac{\Delta_i}{a_i(\%)} = \frac{y_{i-1}}{100}$$

GV: Hoàng Đức Thắng (hdthang@sgu.edu.vn) NGUYỄN LÝ THÔNG KÊ KINH TẾ (867001, 45 Tiết)

### Ví dụ 99

Có số liệu thống kê về doanh thu của doanh nghiệp A như sau

Năm	D.thu (tỷ.đ)	TĐ phát triển (%)		TĐ tăng giảm (%)		GTĐD của 1% tăng giảm
		Liên hoàn	Định gốc	Liên hoàn	Định gốc	
2011	4	120	130	12,5		0,03
2012						
2013						
2014						
2015						

- Xác định doanh thu từng năm của doanh nghiệp A.
- Viết phương trình hồi quy tuyến tính của doanh thu theo thời gian. Dự báo doanh thu năm 2016.
- Dự báo doanh thu năm 2016 theo phương pháp: lượng tăng giảm trung bình và tốc độ phát triển trung bình.

GV: Hoàng Đức Thắng (hdthang@sgu.edu.vn) NGUYỄN LÝ THÔNG KÊ KINH TẾ (867001, 45 Tiết)

## 6.7. Các phương pháp dự báo

Sai số dự báo

Đặt  $e_i = y_i - \hat{y}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Trong đó:

$y_i$  giá trị thực tế;

$\hat{y}_i$  giá trị dự báo.

1. Sai số tuyệt đối trung bình	
Mean Absolute Error (MAE)	$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n  e_i }{n}$
2. Sai số phần trăm tuyệt đối trung bình	
Mean Absolute Percent Error (MAPE)	$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{ e_i }{y_i} \right)}{n}$
3. Sai số bình phương trung bình	
Mean Square Error (MSE)	$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n}$

### 6.7.1. Dự báo dựa vào lượng tăng giảm tuyệt đối trung bình

Phương pháp này thường được sử dụng khi biến động của hiện tượng có lượng tăng (giảm) tuyệt đối liên hoàn xấp xỉ nhau.

$$\hat{y}_{n+L} = y_n + L \cdot \bar{\Delta} \quad (21)$$

Trong đó

$L$ : tầm xa dự đoán.

$y_n$ : giá trị thực tế tại thời gian  $n$ .

$\bar{\Delta}$ : lượng tăng giảm tuyệt đối trung bình.

$\hat{y}_{n+L}$ : giá trị dự báo tại thời gian  $n + L$

### 6.7.2. Dự đoán dựa vào tốc độ phát triển trung bình

Phương pháp này thường được sử dụng khi biến động của hiện tượng có tốc độ phát triển liên hoàn xấp xỉ nhau.

$$\hat{y}_{n+L} = y_n \times (\bar{t})^L \quad (22)$$

Trong đó

$L$ : tầm xa dự đoán.

$y_n$ : giá trị thực tế tại thời gian  $n$ .

$\bar{t}$ : tốc độ phát triển trung bình.

$\hat{y}_{n+L}$ : giá trị dự báo tại thời gian  $n + L$

### 6.7.3. Dự báo bằng hàm xu hướng (xu thế)

Dựa trên cơ sở chiều hướng biến động của hiện tượng nghiên cứu ta có thể chọn một hàm số thích hợp để mô tả sự biến động của hiện tượng theo thời gian.

Hàm tuyến tính:  $\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot t$

Hàm đa thức:  $\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot t + \dots + b_n \cdot t^n$

Hàm mũ:  $\hat{y} = c \cdot a^t$

...

Công thức dự đoán:  $y_{n+L} = f(n + L)$ .

Chú ý:

1. hàm xu thế  $\equiv$  hồi quy

2. Cần vẽ biểu đồ

### 6.7.4. Phương pháp san bằng mũ đơn giản

Phương pháp san bằng mũ đơn giản được sử dụng trong dự đoán ngắn hạn đối với dãy số thời gian không có xu thế hoặc không có biến động thời vụ rõ rệt.

Công thức tính:

$$\begin{cases} y'_1 = y_1 \\ y'_i = \alpha y'_{i-1} + (1 - \alpha) y_i, \quad i = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (23)$$

Trong đó

-  $y_i$  giá trị thực tế tại thời điểm  $i$ .

-  $y'_i$  giá trị của dãy số đã được san phẳng tại thời điểm  $i$ .

-  $\alpha$  hệ số san phẳng ( $0 < \alpha < 1$ ).

Công thức dự đoán:

$$\hat{y}_{n+L} = y'_n \quad (24)$$

-  $\hat{y}_{n+L}$  giá trị dự báo tại thời điểm  $n + L$ .

#### Ví dụ 100

Trong một nỗ lực nhằm dự báo giá trị tương lai để giảm thiểu rủi ro trong kinh doanh, siêu thị X ghi lại doanh thu của một mặt hàng theo quý trong vòng 4 năm như sau

Năm	Quý	Doanh thu	Năm	Quý	Doanh thu
2015	1	39	2017	1	41
	2	37		2	69
	3	61		3	49
	4	58		4	66
2016	1	18	2018	1	54
	2	56		2	42
	3	82		3	90
	4	27		4	66

Dự báo doanh thu trong 1 quý với  $\alpha = 0,8$  và  $\alpha = 0,3$ .

Năm	Quý	DT( $y_i$ )	$y'_i, \alpha = 0,8$	$y'_i, \alpha = 0,3$	$(y_i - y'_i)^2$	$(y_i - y$
2015	1	39	39	39		
	2	37	38,6	37,6		
	3	61				
	4	58				
2016	1	18				
	2	56				
	3	82				
	4	27				
2017	1	41				
	2	69				
	3	49				
	4	66				
2018	1	54				
	2	42				
	3	90				
	4	66				

### 6.7.5. Phương pháp trung bình trượt

Công thức:

$$\hat{y}_{i+1} = \frac{y_i + y_{i-1} + \dots + y_{i-k+1}}{k} \quad (25)$$

Trong đó

- $y_i$  giá trị thực tế tại thời điểm  $i$ .
- $\hat{y}_{i+1}$  giá trị dự báo tại thời điểm  $i + 1$ .
- $k$  khoảng trượt (mức độ) ( $k = 3, 4, \dots$ )

#### Ví dụ 101

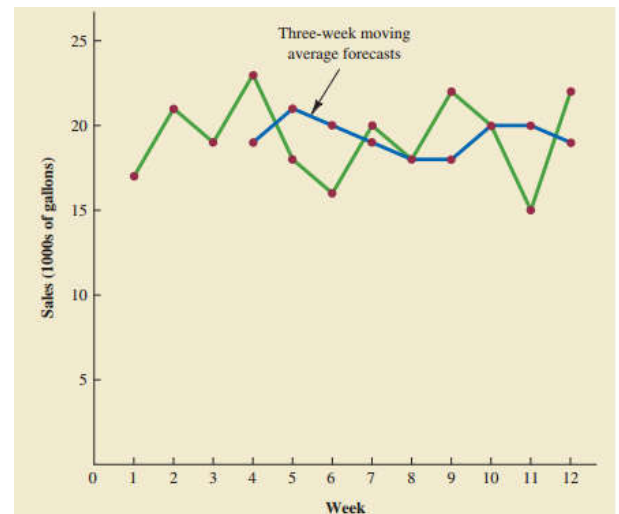
Cho dữ liệu chuỗi thời gian về lượng xăng (Gallon) bán được của nhà phân phối xăng Vermont

Tuần	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số lượng (1000 Gl)	17	21	19	23	18	16	20	18	22	20	15	23

Hãy dự báo bằng các tính trung bình trượt với 3 mức độ

Week	Time Series Value	Moving Average Forecast	Forecast Error	Squared Forecast Error
1	17			
2	21			
3	19			
4	23	19	4	16
5	18	21	-3	9
6	16	20	-4	16
7	20	19	1	1
8	18	18	0	0
9	22	18	4	16
10	20	20	0	0
11	15	20	-5	25
12	22	19	3	9
Totals			0	92

$$\text{Sai số bình phương trung bình} = \frac{92}{9} = 10,22$$



## 6.8. Phân tích tính thời vụ của dãy số thời gian

### 6.8.1. Các yếu tố ảnh hưởng đến biến động của dãy số thời gian

#### 1. Tính xu hướng - Trend component (T) :

Thể hiện chiều hướng biến động, tăng hoặc giảm, của hiện tượng trong một thời gian dài.

Nguyên nhân: lạm phát, tăng dân số, tăng thu nhập, tăng giảm của thị trường,...

#### 2. Tính thời vụ - Seasonal component (S)

Sự tăng cao hoặc giảm thấp của hiện tượng ở một số thời điểm nào đó, được lặp đi lặp lại qua nhiều năm.

Nguyên nhân: khí hậu, tập quán, ...

Ví dụ: Doanh số bán quần áo, giày dép thực phẩm tăng mạnh vào dịp tết. Các mặt hàng xây dựng bán chạy vào mùa khô. vv.

Biến động thời vụ được xem xét khi dữ liệu được thu thập theo tháng hoặc quý, tức chu kỳ biến động là 1 năm, nếu chu kỳ biến động lớn hơn một năm, ta gọi là biến động chu kỳ,

#### 3. Tính chu kỳ - Cyclical component (C)

Biến động của hiện tượng được lặp lại với 1 chu kỳ nhất định (thường kéo dài từ 2-10 năm) và trải qua 4 giai đoạn: phục hồi và phát triển, thịnh vượng, suy thoái, đình trệ.

Biến động theo chu kỳ là do tổng hợp của nhiều yếu tố khác nhau.

#### 4. Tính ngẫu nhiên - Irregular component (I)

Là biến động không có quy luật và hầu như không thể dự đoán được.

Loại biến động này thường xảy ra trong thời gian ngắn và hầu như không lặp lại, do ảnh hưởng của biến cố chính trị, thiên tai, chiến tranh, ...

Gọi  $Y_i$  là giá trị của hiện tượng tại thời gian  $i$ , ta có

$$Y_i = T_i \cdot S_i \cdot C_i \cdot I_i$$

6.8.2. Phân tích chỉ số thời vụ

Ví dụ 102

Các dữ liệu sau cho thấy doanh số bán ti vi (1000 bộ) của 1 nhà sản xuất cụ thể trong 4 năm qua

Năm	Quý	Doanh thu	Năm	Quý	Doanh thu
1	1	4,8	3	1	6,0
	2	4,1		2	5,6
	3	6,0		3	7,5
	4	6,5		4	7,8
2	1	5,8	4	1	6,3
	2	5,2		2	5,9
	3	6,8		3	8,0
	4	7,4		4	8,4

Tính xu hướng của dãy số thời gian - T

Xử dụng hàm hồi quy tuyến tính theo thời gian:  $\hat{y} = b_0 + b_1.t$   
Từ ví dụ 102, ta có hàm hồi quy:

$$\hat{y} = 4,8275 + 0,1901.t$$

Tính thời vụ của dãy số thời gian - S

Bước 1:

Nếu dữ liệu cho theo quý, tính số trung bình trượt 4 mức độ.  
Kết quả ghi từ dòng 3.

Nếu dữ liệu cho theo tháng, tính số trung bình trượt 12 mức độ. Kết quả ghi từ dòng 7.

Bước 2:

Tính số trung bình trượt 2 mức độ của bộ dữ liệu vừa tìm được trong bước 1.

Ký hiệu:  $y_i^*$

Kết quả ghi từ dòng 3 hoặc 7.

Bước 3: Tính chỉ số thời vụ SI

$$SI = \frac{TCSI}{TC} = \frac{y_i}{y_i^*}$$

N	Quý	Lượng bán	TB trượt 4 m.độ	TB trượt 2 m.độ	SI
1	1	4,8			
	2	4,1			
	3	6,0	5,350	5,475	1,096
	4	6,5	5,600	5,738	1,133
2	1	5,8			
	2	5,2			
	3	6,8			
	4	7,4			
3	1	6,0			
	2	5,6			
	3	7,5			
	4	7,8			
4	1	6,3			
	2	5,9			
	3	8,0			
	4	8,4			

Bước 4: Tính chỉ số thời vụ điều chỉnh S.

$$SI \times 4$$

Theo quý:  $S = \frac{\text{Tổng chỉ số thời vụ trung bình}}{SI \times 4}$

Theo tháng:  $S = \frac{\text{Tổng chỉ số thời vụ trung bình}}{SI \times 12}$

N	Quý 1	Quý 2	Quý 3	Quý 4	
1			1,096	1,133	
2	0,971	0,840	1,075	1,156	
3	0,918	0,839	1,109	1,141	
4	0,908	0,834			
Tổng	2,797	2,513	3,28	3,43	
Chỉ số thời vụ TB (SI)	0,932	0,838	1,093	1,143	4,006
Chỉ số thời vụ điều chỉnh(S)	0,931	0,837	1,091	1,141	

Bước 5: Tính CTI =  $\frac{y_i}{S_i}$

Bước 6: Dựa vào CTI viết PT hồi quy.

N	Quý	Lượng bán	Chỉ số thời vụ S	CTI
1	1	4,8	0,931	
	2	4,1	0,837	
	3	6,0	1,091	
	4	6,5	1,141	
2	1	5,8	0,931	
	2	5,2	0,837	
	3	6,8	1,091	
	4	7,4	1,141	
3	1	6,0	0,931	
	2	5,6	0,837	
	3	7,5	1,091	
	4	7,8	1,141	
4	1	6,3	0,931	
	2	5,9	0,837	
	3	8,0	1,091	
	4	8,4	1,141	

⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍 ↺