

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

BỘ MÔN THỐNG KÊ TOÁN HỌC

KHOA TOÁN - TIN HỌC

ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP.HCM

Tháng 2 năm 2016

Outline

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

1 Các khái niệm

2 Các kết quả quan trọng

Outline

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

1 Các khái niệm

2 Các kết quả quan trọng

Mẫu ngẫu nhiên

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

Định nghĩa 1

Các biến ngẫu nhiên X_1, X_2, \dots, X_n là một **mẫu ngẫu nhiên** kích thước n nếu

(i) X_i là các biến ngẫu nhiên độc lập nhau.

(ii) Mọi X_i đều có cùng một phân phối xác suất.

Thống kê

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

Định nghĩa 2

Một **thống kê** (statistic) là một hàm bất kì của các quan sát trong một mẫu ngẫu nhiên.

Ví dụ 3 (Các thống kê thường dùng)

Nếu X_1, X_2, \dots, X_n là một mẫu ngẫu nhiên kích thước n , thì

- Trung bình mẫu: $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
- Phương sai mẫu: $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
- Độ lệch chuẩn mẫu: $S = \sqrt{S^2}$
- Giá trị nhỏ nhất của mẫu: $Y_1 = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- Giá trị lớn nhất của mẫu: $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- $R = Y_n - Y_1$

đều là các thống kê.

Phân phối mẫu

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

Bởi vì một thống kê là một biến ngẫu nhiên, nên nó có phân phối xác suất

Định nghĩa 4

Phân phối xác suất của một thống kê được gọi là một **phân phối mẫu**

Ví dụ 5

Phân phối xác suất của \bar{X} được gọi là **phân phối mẫu của trung bình**

Nhận xét 6

Phân phối mẫu của một thống kê phụ thuộc vào phân phối của tổng thể, kích thước mẫu, và phương pháp chọn mẫu.

Outline

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

1 Các khái niệm

2 Các kết quả quan trọng

Phân phối mẫu của trung bình và phương sai

Trường hợp tổng thể có phân phối chuẩn

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

Định lý 7

Giả sử (X_1, X_2, \dots, X_n) là một mẫu ngẫu nhiên được lấy từ một tổng thể có phân phối chuẩn với trung bình μ và phương sai σ^2 . Khi đó,

- (i) \bar{X} và S^2 độc lập với nhau.
- (ii) $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$.
- (iii) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$.
- (iv) $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T(n-1)$.

Phân phối mẫu của trung bình và phương sai

Trường hợp tổng thể có phân phối xác suất chưa biết

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

Định lý 8

Xét mẫu ngẫu nhiên X_1, X_2, \dots, X_n lấy từ một phân phối có trung bình μ hữu hạn và phương sai dương σ^2 . Ta có biến ngẫu nhiên $Y_n = \sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/\sigma$ và $Z_n = \sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/S$ đều có phân phối xấp xỉ với phân phối chuẩn $N(0; 1)$.

Trong thực hành khi mẫu có kích thước đủ lớn ($n \geq 30$), ta có các phân phối xấp xỉ chuẩn sau:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0, 1)$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \approx N(0, 1)$$

Phân phối mẫu của tỷ lệ

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

Giả sử cần khảo sát đặc trưng \mathcal{A} của tổng thể, khảo sát n phần tử và đặt

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{nếu thỏa } \mathcal{A} \\ 0 & \text{nếu khác} \end{cases}$$

thu được mẫu ngẫu nhiên X_1, \dots, X_n với $X_i \sim B(1, p)$, với p là tỷ lệ phần tử thỏa đặc trưng \mathcal{A} .

Khi đó, $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \equiv \hat{p}$ được gọi là tỷ lệ mẫu. Đây là một ước lượng của tỷ lệ tổng thể p .

Hơn nữa,

$$\mathbb{E}(\bar{X}) = p, \quad \text{Var}(\bar{X}) = \frac{p(1-p)}{n}$$

Phân phối mẫu của tỷ lệ

tt

PHÂN PHỐI MẪU

Nguyễn Văn Thìn

Các khái niệm

Các kết quả quan trọng

Định lý 9

Xét mẫu ngẫu nhiên X_1, X_2, \dots, X_n lấy từ một phân phối Bernoulli $B(1; p)$. Ta có các biến ngẫu nhiên $\frac{(\hat{p}-p)\sqrt{n}}{\sqrt{p(1-p)}}$ và $\frac{(\hat{p}-p)\sqrt{n}}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}$ có phân phối xấp xỉ với phân phối chuẩn $N(0; 1)$.