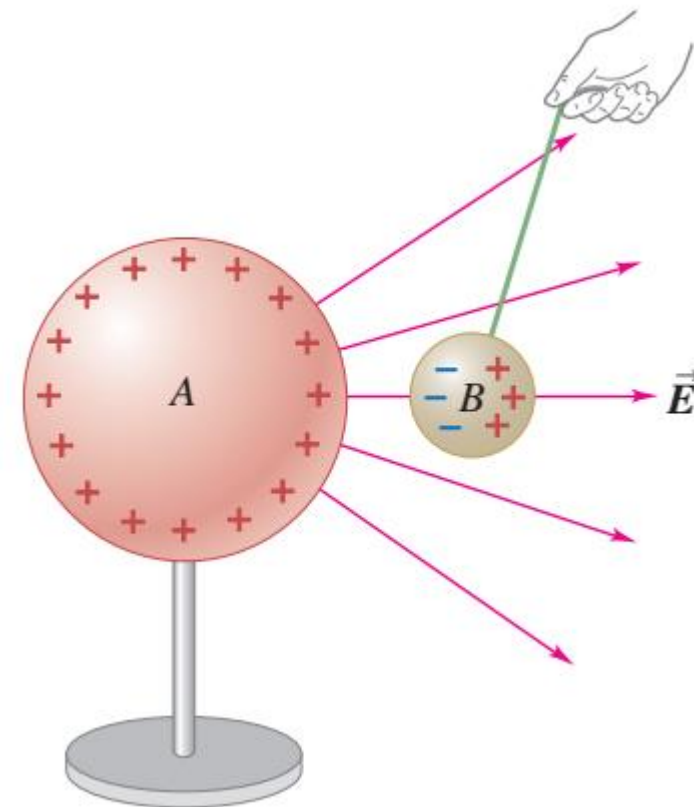
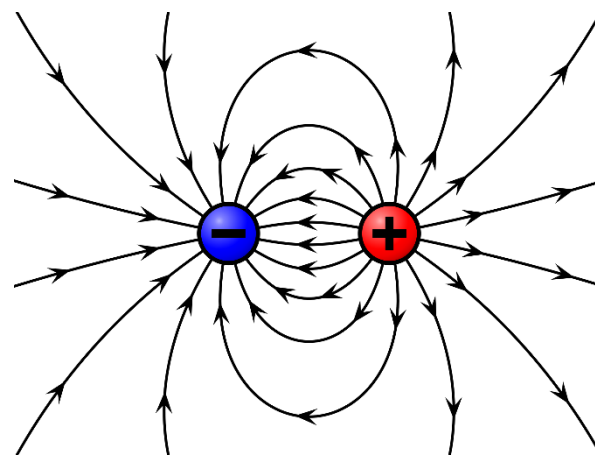
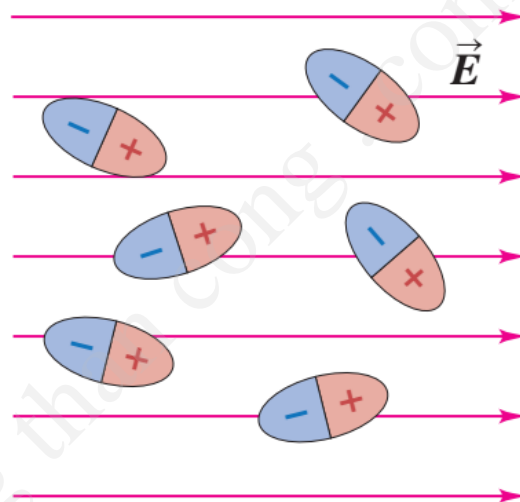
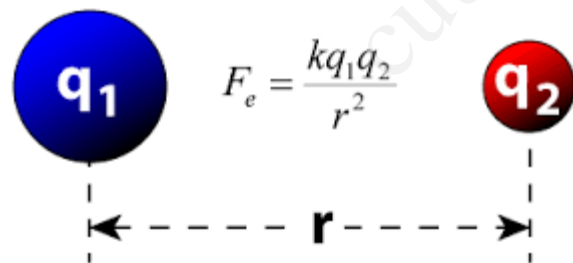


# Chương 1

## Điện trường tĩnh trong chân không

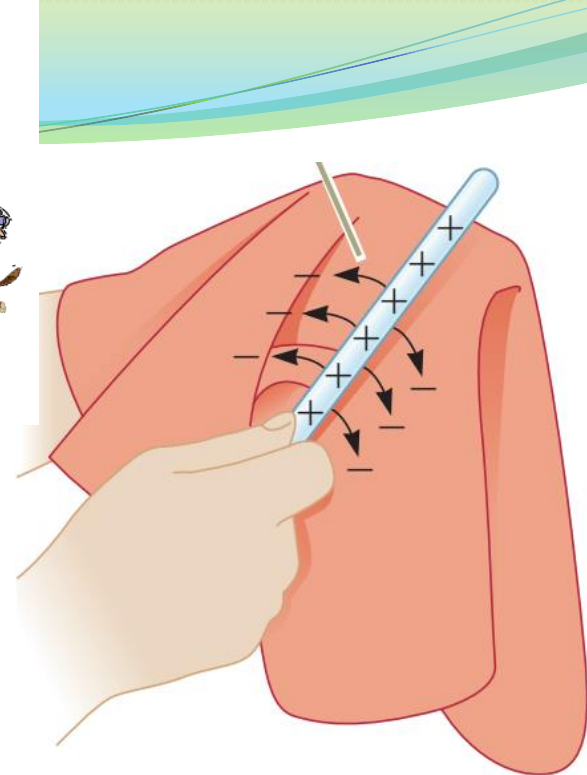


TS. Lê Công Hảo

# 1.1. ĐIỆN TÍCH

## A. Khái niệm điện tích

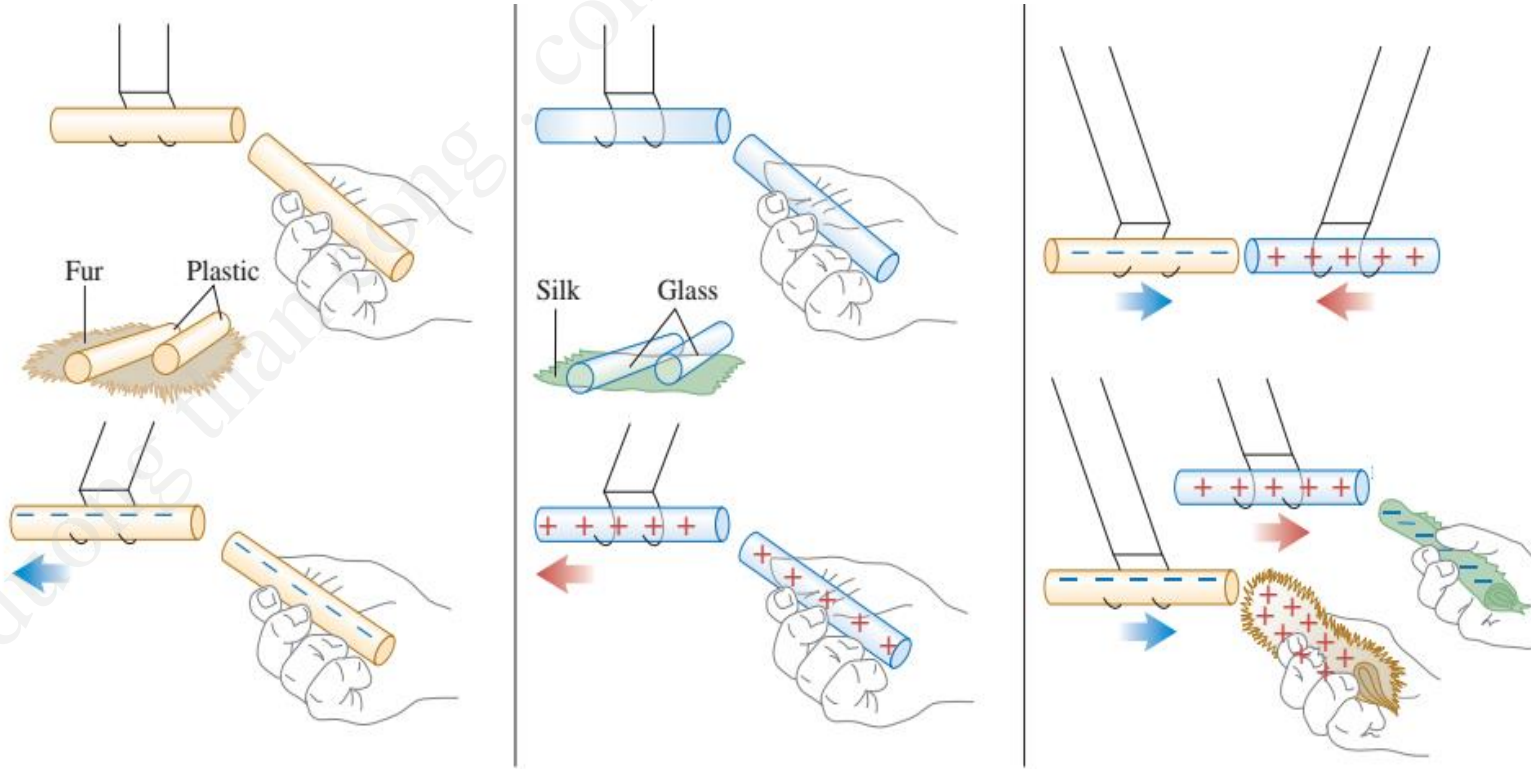
- Đã có từ thời cổ Hy Lạp, khi cọ xát thủy tinh với lụa thì thủy tinh hút được các vật nhẹ khác nên người ta đã nghĩ rằng thủy tinh đã nhiễm điện hay đã mang điện tích.
- Đến năm 1600, William Gibert khảo sát các vật thể và đi đến kết luận rằng: có hai loại chất điện, một loại có tính chất như thủy tinh gọi là *chất cách điện* còn loại thứ hai không có tính chất đó gọi là *chất dẫn điện*.



## A. Khái niệm điện tích

Khoảng năm 1700, Charles Dufay nhận thấy khi cọ xát nhiều vật cách điện với nỉ hay lụa thì chúng có thể đẩy nhau hoặc hút nhau.

- Benjamin Franklin gọi điện tích trên thanh thủy tinh là **dương** và của cao su là **âm**.
- Sự nhiễm điện của một vật khi cọ xát vào vật khác là do các ion hay electron chuyển từ vật này sang vật khác.



Vậy

**Các điện tích không tự sinh ra và cũng không tự mất đi mà chỉ chuyển từ vật này sang vật khác hoặc bên trong vật.**

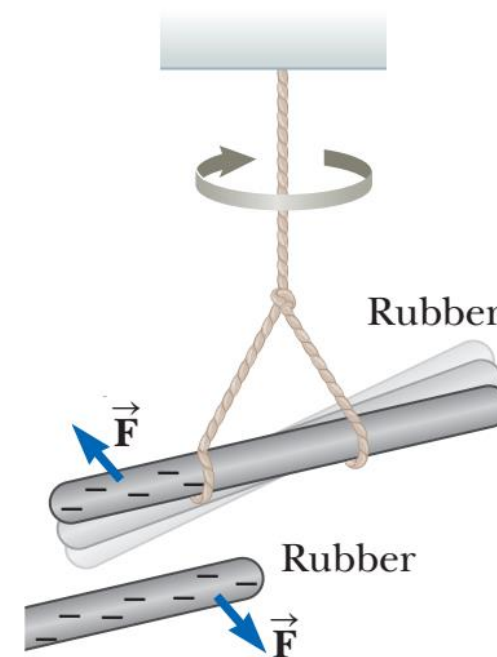
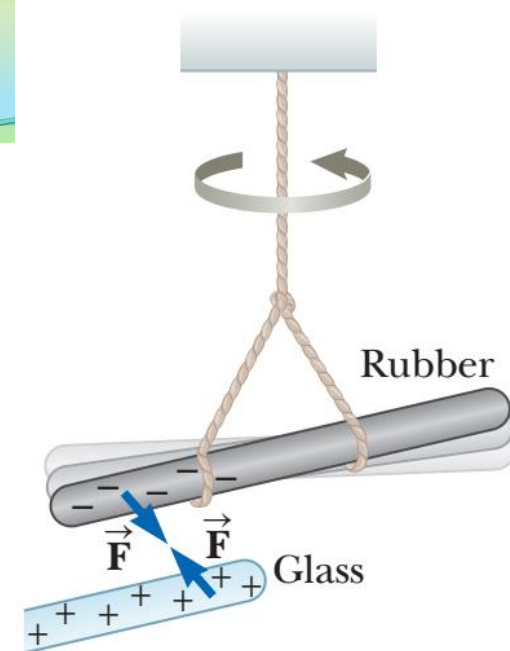
## A. Khái niệm điện tích

- Các điện tích **cùng dấu thì đẩy nhau**, **trái dấu thì hút nhau**. Tương tác giữa các điện tích đứng yên gọi là tương tác tĩnh điện hay tương tác Coulomb.
- Trong tự nhiên tồn tại hai loại điện tích: **điện tích âm** và **điện tích dương**.

$$q = \pm Ne, \text{ (đơn vị là C trong hệ SI)}$$

N là số nguyên

Nếu xét một hệ gồm các điện tích cô lập thì tổng đại số điện tích trên các vật trong hệ không đổi (**định luật bảo toàn điện tích**).





## B. Phân bố điện tích

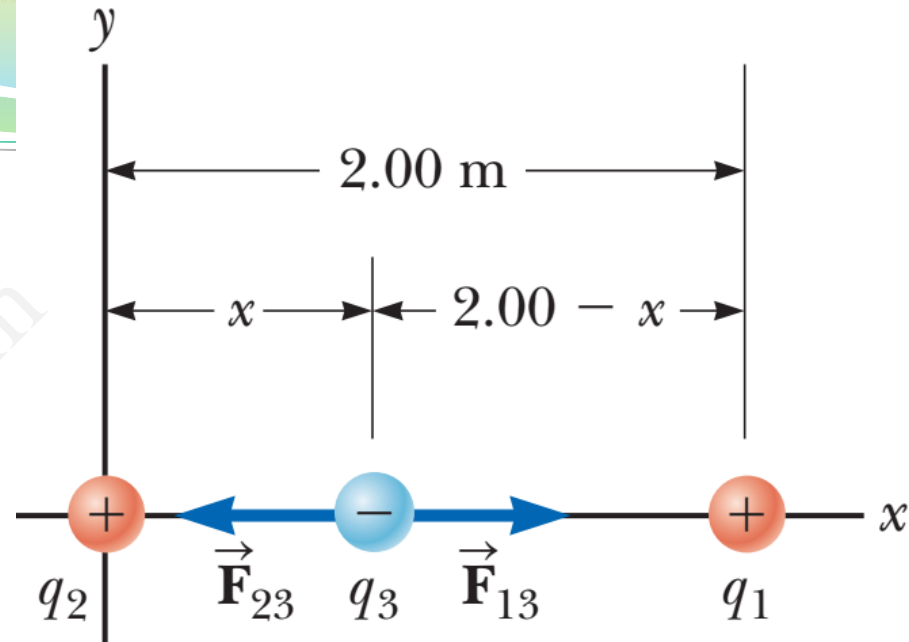
**Điện tích điểm** là điện tích tập trung trong một vùng có kích thước nhỏ so với khoảng cách từ vùng đó đến điểm muốn khảo sát.

### Tổng quát:

Ngược lại ta có một **phân bố điện tích**.

➤ Biết được mật độ điện tích của một phân bố điện tích liên tục

➔ Tính được toàn thể điện tích **Q** của phân bố đó.



$$\lambda = \frac{q}{\ell} \text{ (C/m)}$$

$$\sigma = \frac{q}{A} \text{ (C/m}^2\text{)}$$

$$\rho = \frac{q}{V} \text{ (C/m}^3\text{)}$$

## **B. Phân bố điện tích**

**Tóm lại có 3 loại mật độ điện tích**

❖ **Mật độ điện tích dài:**

$$\Rightarrow Q = \int_{\ell} \lambda d\ell \quad \lambda = \lim_{\Delta \ell \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta \ell} = \frac{dq}{d\ell} \left( \text{C/m} \right)$$

❖ **Mật độ điện mặt:**

$$\Rightarrow Q = \int_S \sigma dS \quad \sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \left( \text{C/m}^2 \right)$$

❖ **Mật độ điện tích khối:**

$$\Rightarrow Q = \int_V \rho dV \quad \rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} \left( \text{C/m}^3 \right)$$

## 1.2. ĐỊNH LUẬT COULOMB

Năm 1785, Coulomb đưa ra định luật tương tác giữa hai điện tích điểm đứng yên.

Xem thêm TN trên [www.youtube.com](http://www.youtube.com)

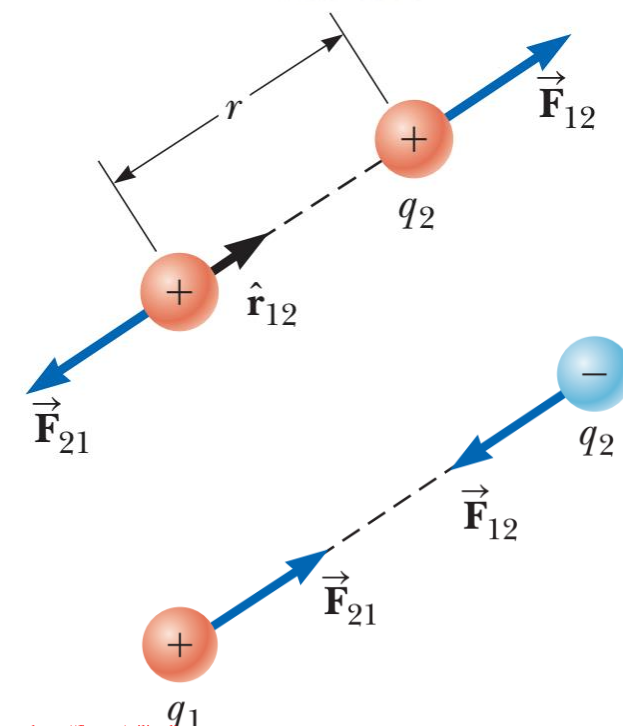
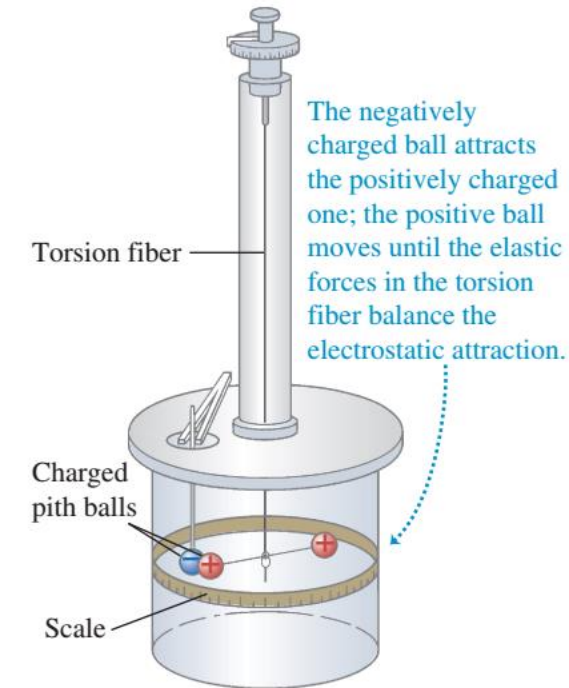
**PHÁT BIỂU**

Từ khóa: Coulomb's Torsion Balance

Phương: là đường nối hai điện tích.

Chiều: là lực đẩy nếu hai điện tích cùng dấu và là lực hút nếu hai điện tích trái dấu.

Cường độ: tỉ lệ thuận với tích số độ lớn của hai điện tích và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa hai điện tích.



## 1.2. ĐỊNH LUẬT COULOMB

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^3} \vec{r}_{12}$$

$$F_e = k_e \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

▪ Trong đó:  $q_1$  và  $q_2$  là giá trị đại số của các điện tích tương tác,  $\vec{r}$  là vectơ vị trí xác định vị trí của điện tích chịu tác dụng lực đối với điện tích gây ra lực tác dụng.

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$k_e = 8.987\,6 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$



**Charles Coulomb**  
French physicist (1736–1806)



## 1.2. ĐỊNH LUẬT COULOMB

Trong chất điện môi đồng nhất và đẳng hướng, lực tương tác giữa các điện tích giảm đi  $\epsilon$  lần so với lực tương tác trong chân không:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{\epsilon r^2}$$

$$F = \frac{F_o}{\epsilon} = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{\epsilon r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_o} \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

**Bảng 1.1:** Hệ số điện môi của một số chất

Vật liệu	$\epsilon$	Vật liệu	$\epsilon$
Chân không	1	Rượu êtilic (20°C)	25
Không khí	1,0006 $\approx$ 1	Giấy	3,5
Dầu hỏa (20°C)	2,2	Sứ	6,5
Dầu biến thế	4,5	Mica	5,5
Nước (20°C)	80	Gốm titan	130
Ebônít	2,7 – 2,9	Thủy tinh	5 – 10

## 1.2. ĐỊNH LUẬT COULOMB

Giả sử ta có  $n$  điện tích điểm  $q_1, q_2, \dots, q_n$  tác dụng đồng thời lên điện tích điểm  $q_0$  thì:

$$\Rightarrow \vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \vec{r}_i$$

$$\vec{F}_i = \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \vec{r}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

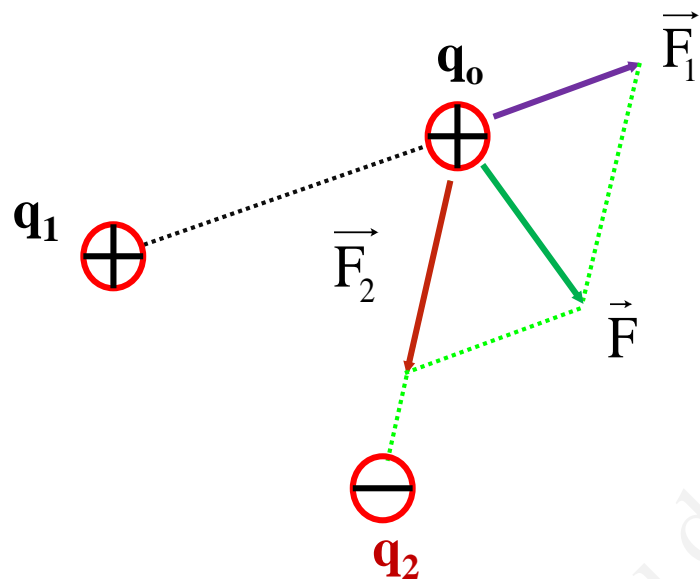
Để xác định lực do một phân bố điện tích liên tục tác dụng lên điện tích điểm  $q_0$  ta có thể chia phân bố điện tích thành các điện tích điểm  $dq$  sao cho có thể xem chúng là các điện tích điểm.

➤ Lực do phân bố điện tích tác dụng lên  $q_0$  là:

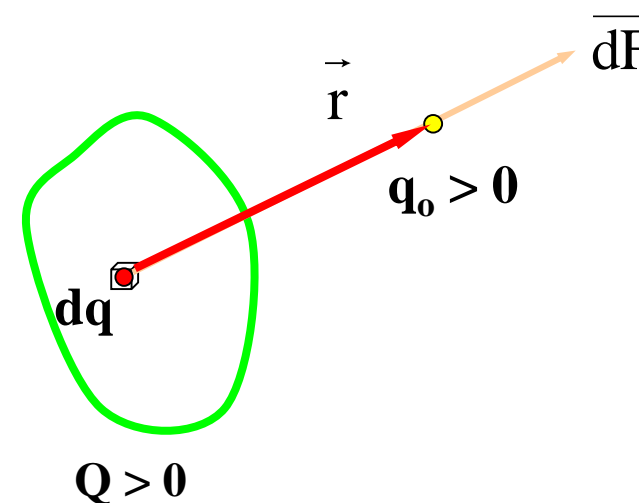
$$\vec{F} = \int_{\text{PBDT}} d\vec{F} = \int_Q \frac{q_0 dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

## 1.2. ĐỊNH LUẬT COULOMB

Giới hạn của áp dụng của ĐL Coulomb với  $r$  từ  $10^{-15}\text{m}$  đến vài km. Khoảng cách lớn hơn chưa được kiểm chứng bằng thực nghiệm.



Lực do điện tích điểm  $q_1$  và  $q_2$  tác dụng lên  $q_0$



Lực do phân bố điện tích liên tục  $Q$  tác dụng lên  $q_0$

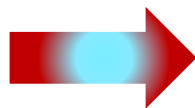
Với  $r$  nhỏ hơn  $10^{-6}\text{m}$  ĐL Coulomb không còn đúng.



# 1.3. Điện trường

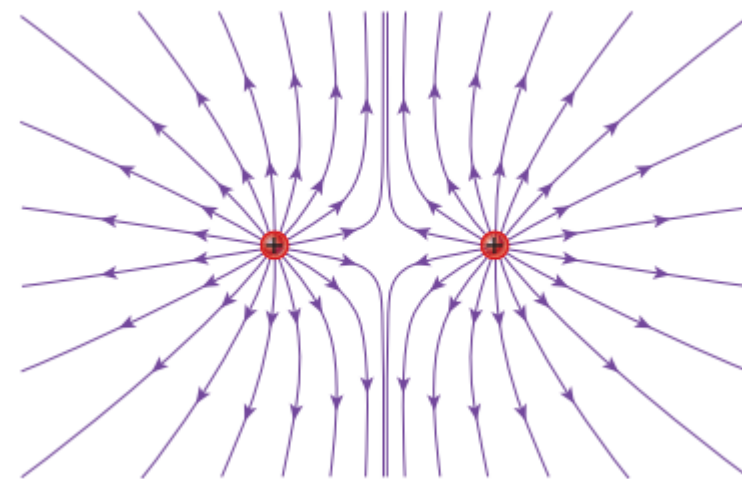
## A. Khái niệm điện trường

Do đâu các  
điện tích có thể  
tương tác được  
với nhau?



**ĐIỆN TRƯỜNG**

Để giải thích điều đó người ta thừa nhận tồn tại một môi trường vật chất (trung gian) làm môi giới cho sự lan truyền tương tác giữa các điện tích.



Vùng không gian có điện trường là vùng không gian bị biến tính bởi sự hiện diện của điện tích.

## **B. Véc tơ cường độ điện trường**

**Xét điện trường gây ra bởi điện tích điểm  $q$ .**

- **Lực tác dụng của điện trường lên một điện tích thử  $q_0$  là:**

$$\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

- **Xét tỉ số:**

$$\frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

**Tỉ số này chỉ phụ thuộc  $q$  và  $r$  nên có thể đặt trưng cho điện trường tại điểm khảo sát, được gọi là véc tơ cường độ điện trường tại điểm đó.**



## **B. Vectơ cường độ điện trường**

$\vec{E}$  là trường xuyên tâm và rời xa điện tích dương (hướng về điện tích âm), là đại lượng vật lý đặc trưng cho điện trường về phương diện tác dụng lực.

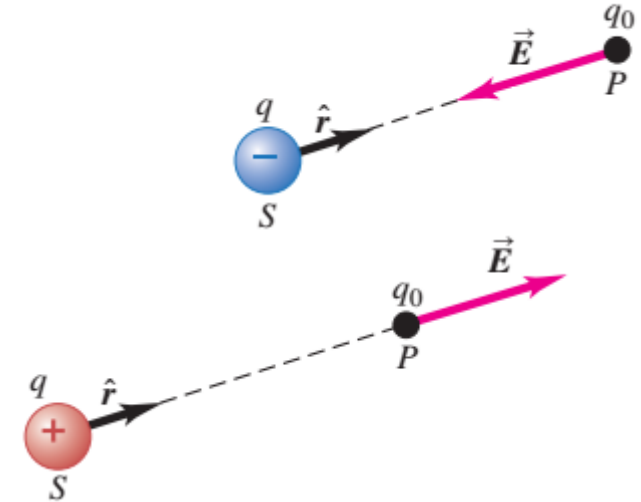
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Một điện tích  $q$  bất kì đặt tại điểm có cường độ điện trường  $\vec{E}$  sẽ chịu một lực:

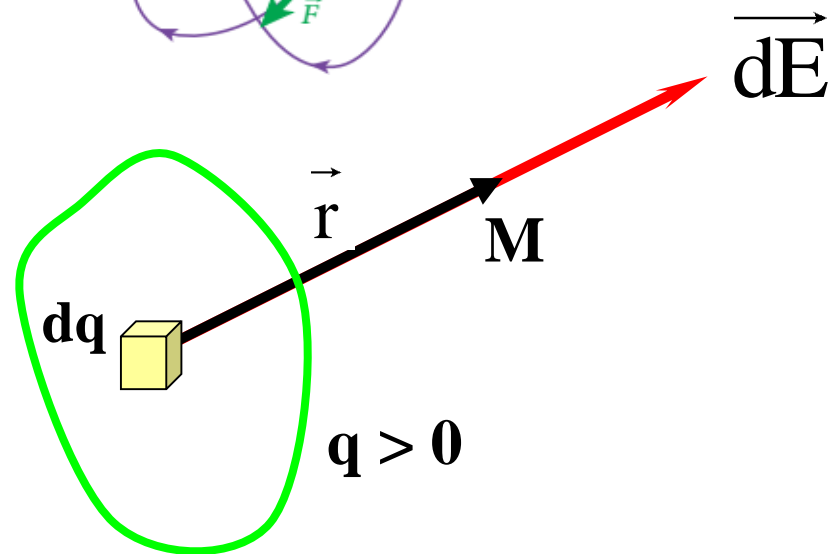
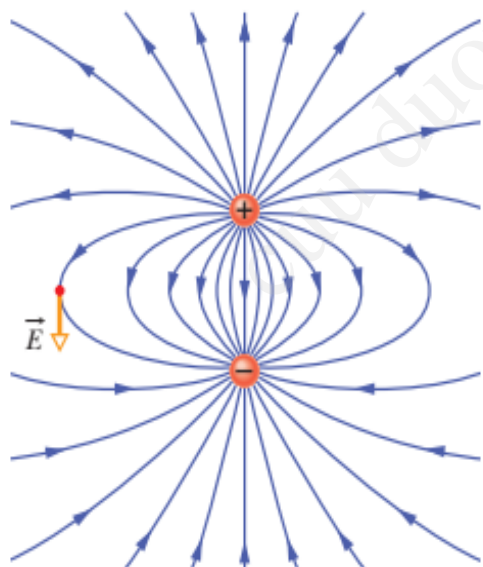
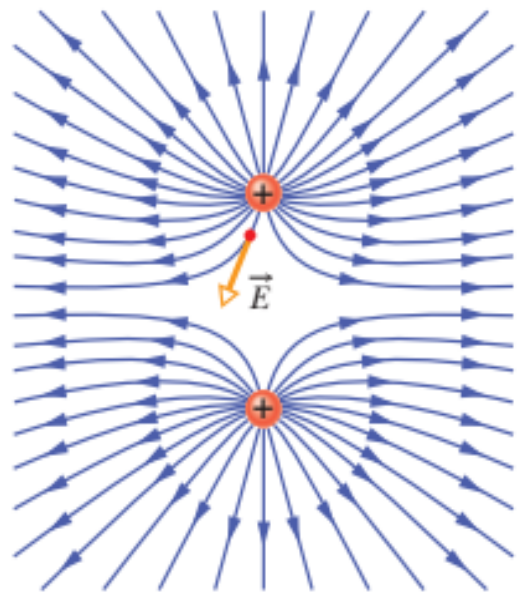
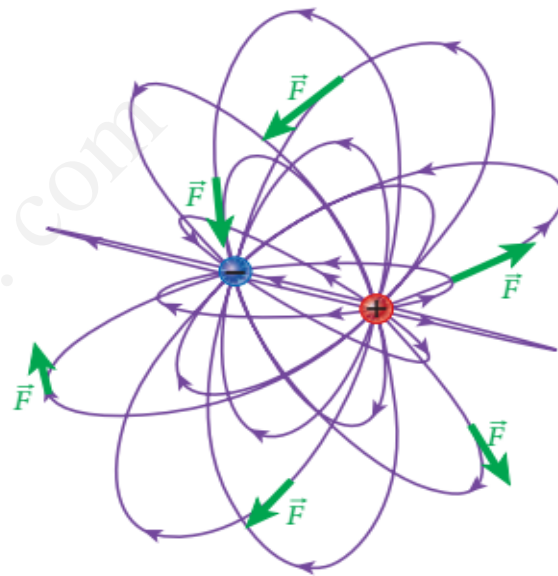
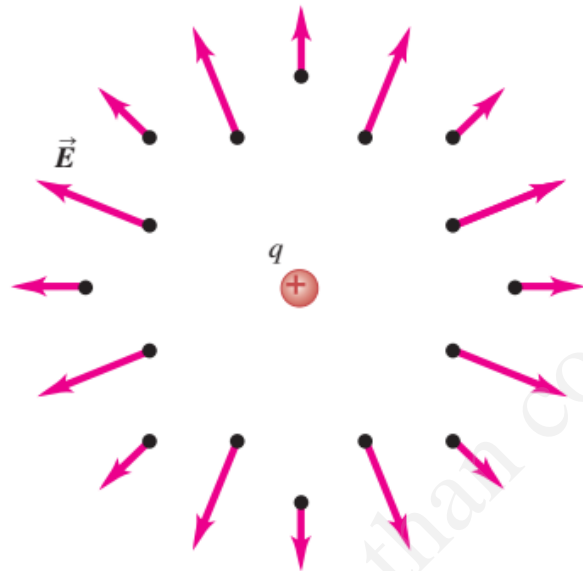
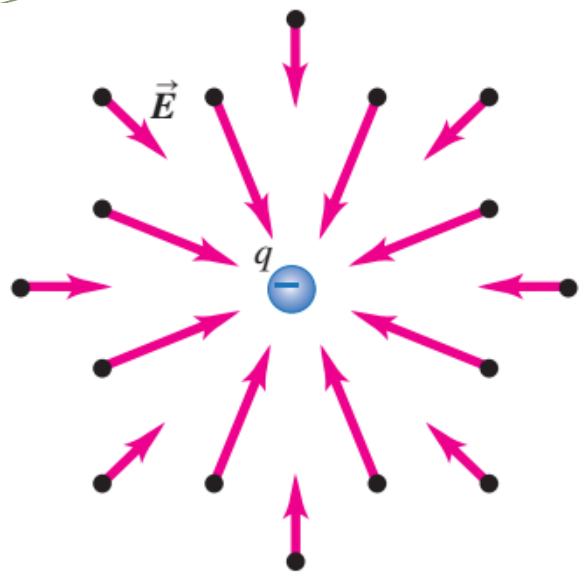
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

**Áp dụng định luật Coulomb, ta có:**

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$



## B. Véc tơ cường độ điện trường



**Điện trường gây bởi một phân bố điện tích**

## **B. Véc tơ cường độ điện trường**

✓ Điện trường do một hệ nhiều điện tích điểm gây ra tại một điểm:

$$\Rightarrow \vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \vec{r}_i$$

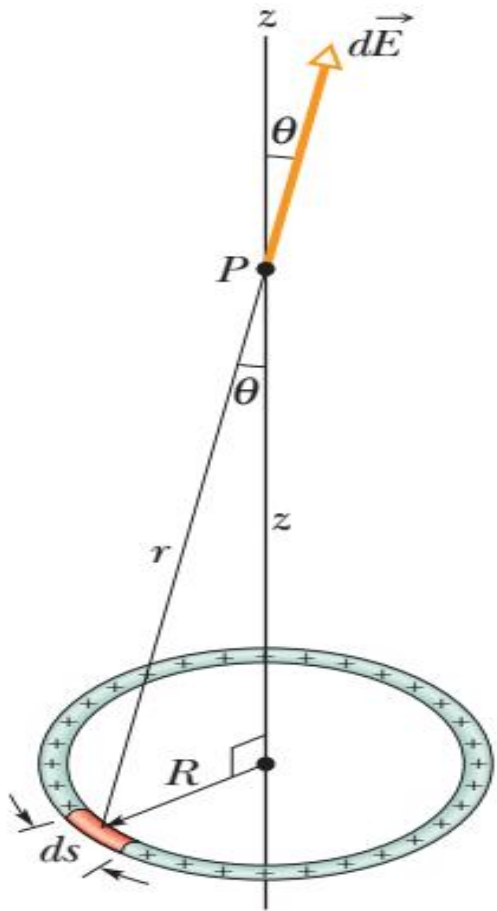
✓ Để tính điện trường gây ra bởi một phân bố điện tích liên tục ta có thể chia nhỏ nó ra thành nhiều điện tích nhỏ  $dq$  sao cho có thể xem nó là các điện tích điểm:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

## B. Vectơ cường độ điện trường

Vectơ cường độ điện trường gây ra bởi cả phân bố điện tích:

Nếu điện tích được phân bố liên tục trên một chiều dài, một mặt, một thể tích thì:



$$\vec{E} = \int_{\text{PBDT}} \vec{dE} = \int_Q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

$$\vec{E} = \int_{\text{PBDT}} \vec{dE} = \int_{\ell} \frac{\lambda d\ell}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

$$\vec{E} = \int_{\text{PBDT}} \vec{dE} = \int_S \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

$$\vec{E} = \int_{\text{PBDT}} \vec{dE} = \int_V \frac{\rho dv}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

## C. Đường sức điện trường:

### ❖ Định nghĩa:

Là những đường cong vẽ trong điện trường sao cho tiếp tuyến tại mọi điểm của nó trùng với phương vectơ cường độ điện trường.

### ❖ Đặc điểm:

Chiều của đường sức là chiều của vectơ cường độ điện trường.

Số đường sức đi qua một đơn vị diện tích vuông góc với nó bằng trị số vectơ điện trường  $E$  tại đó:

$$\frac{dN}{dS_n} = E$$

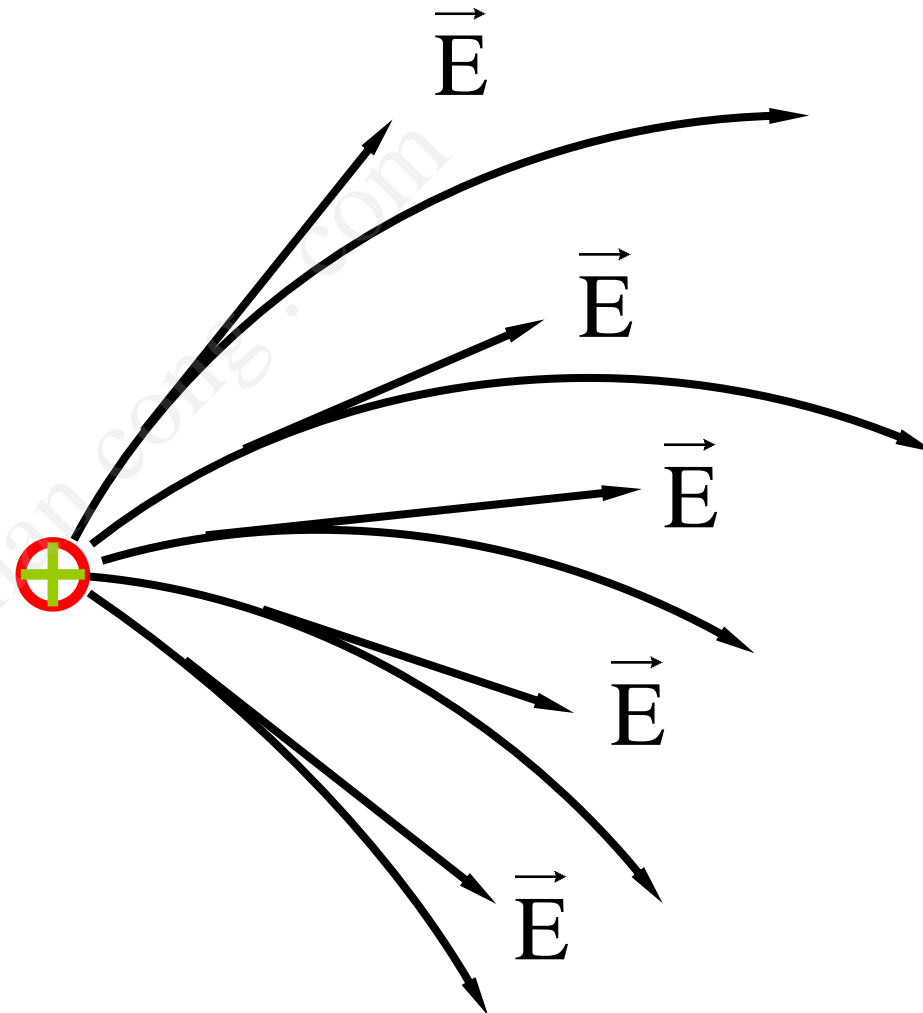


## C. Đường sức điện trường:

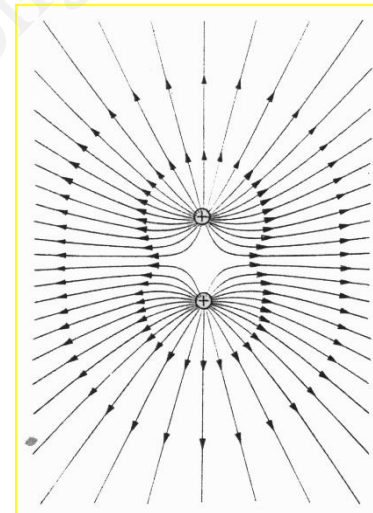
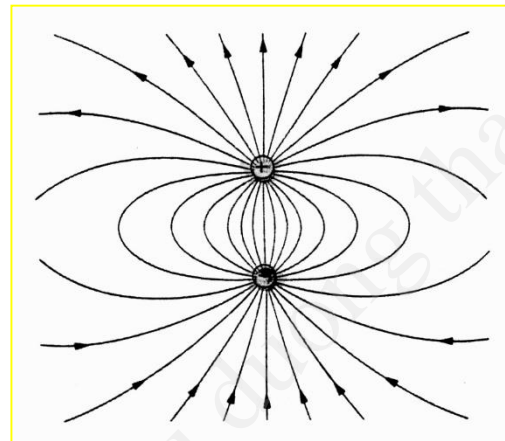
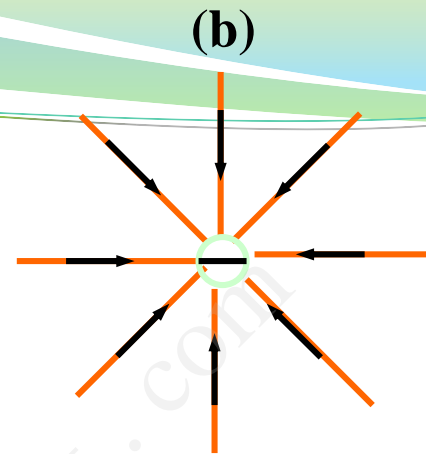
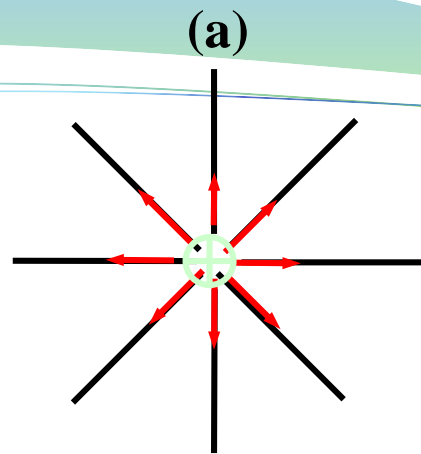
### CHÚ Ý:

+ Các đường sức điện trường không bao giờ cắt nhau vì tại mỗi điểm véctor cường độ điện trường chỉ có một giá trị xác định.

+ Các đường sức điện trường xuất phát từ các điện tích dương và kết thúc ở điện tích âm. Do đó, chúng là các đường cong hở.



Đường sức của điện trường



(c)

(d)

**Đường sức của điện trường:**

**(a) Điện tích điểm dương. (b) Điện tích điểm âm.**

**(c) Hai điện tích trái dấu. (d) Hai điện tích cùng dấu**

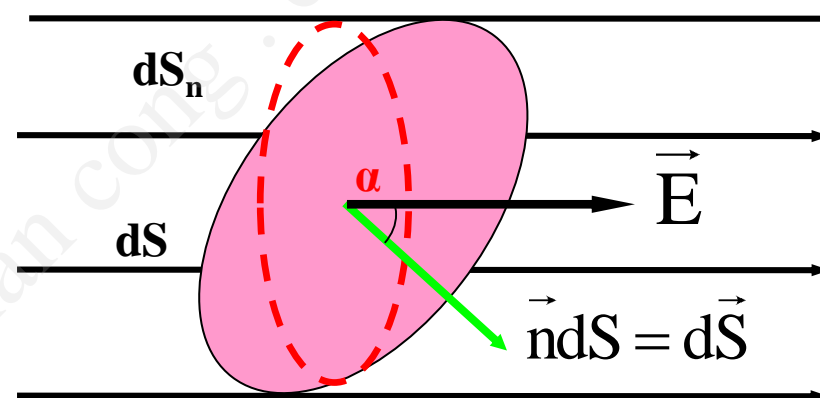
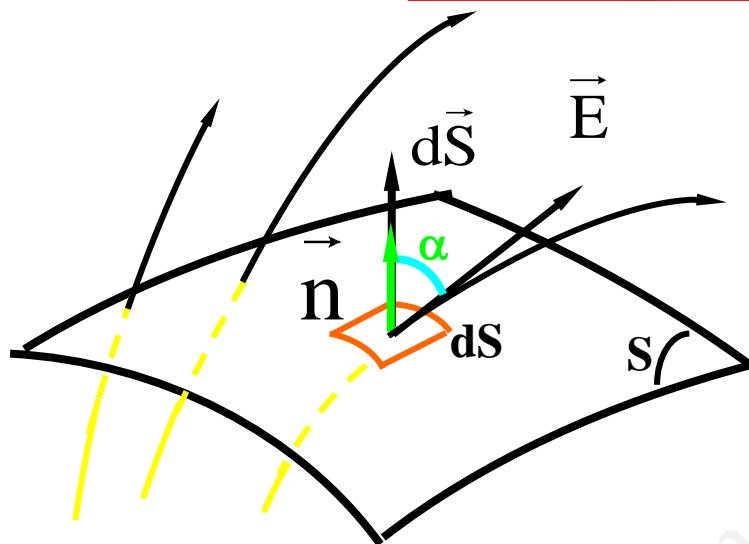
## **D. Thông lượng điện trường**

- Xét một mặt kín  $S$  bất kỳ trong điện trường, chia nó thành các vùng  $dS$  nhỏ sao cho có thể xem đó là từ trường đều.
- Thông lượng điện trường qua  $dS$  là:

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \vec{E} \cdot \vec{n} dS = E \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

$$\left( \alpha = \left( \vec{E}, \vec{n} \right) \right)$$

## D. Thông lượng điện trường



Thông lượng điện trường qua mặt  $S$

## **D. Thông lượng điện trường**

Vậy thông lượng điện trường qua mặt  $dS$  là một đại lượng đại số có giá trị dương hay âm phụ thuộc vào chiều vectơ  $n$  trên  $dS$  (hướng ra ngoài là dương, vào trong là âm)

$$dS_n = dS \cos \alpha$$
$$\Rightarrow d\phi_E = E \cdot dS_n$$

Thông lượng điện trường qua toàn thể mặt  $S$  là:

$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



### ➤ Thông lượng qua mặt kín S:

$$\phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

➤ Ta thấy:

$$|d\phi_e| = dN$$

➡ **Giá trị thông lượng của điện trường qua diện tích S nào đó chính là số đường sức đi qua diện tích S đó.**

## **1.4. ĐỊNH LÝ GAUSS**

### **1.4.1. Phát biểu định lý**

Thông lượng điện trường qua một mặt kín bất kỳ bằng tổng đại số các điện tích chứa trong mặt kín  $S$  chia cho  $\epsilon_0$ .



**Carl Friedrich Gauss**  
**(1777 – 1855)**  
**(Đức)**

## 1.4.2. Chứng minh định lý

1) Đối với điện trường tạo bởi điện tích điểm  $q$  tại  $O$

**a) Xét mặt kín  $S$  bao quanh điện tích  $q$**

Ta thấy số đường sức xuyên qua mặt  $S$  bằng số đường sức xuyên qua mặt cầu tưởng tượng  $S_1$ , có tâm  $O$  tại điện tích điểm  $q$  và có bán kính  $r$  bao quanh  $S$ . Do đó, thông lượng điện trường  $\phi_e$  xuyên qua  $S$  cũng là thông lượng điện trường  $\phi_{e1}$  xuyên qua mặt cầu  $S_1$ .

## Định lý Gauss

Vậy:

$$\begin{aligned}\phi_{e_1} &= \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 = \oint_{S_1} E_1 \cdot dS_1 = E_1 \cdot \oint_{S_1} dS_1 = E_1 \cdot S_1 \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

Do đó:

$$\phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

## **b) Xét mặt kín không bao quanh điện tích q:**

Giả sử  $q > 0$ , vẽ mặt nón đỉnh  $O$  tiếp xúc với mặt kín  $S$ . Giao tuyến giữa mặt nón và mặt kín  $S$  tạo thành một đường cong kín  $(C)$  chia mặt  $S$  thành 2 mặt  $S_1$  và  $S_2$ .

Thông lượng điện trường qua mặt kín  $S$  bằng tổng thông lượng qua hai mặt  $S_1$  và  $S_2$ .

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 + \oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S}_2$$



$$\phi = \phi_{e1} + \phi_{e2}$$

với :  $\phi_{e1} = -|\phi_{e1}|$

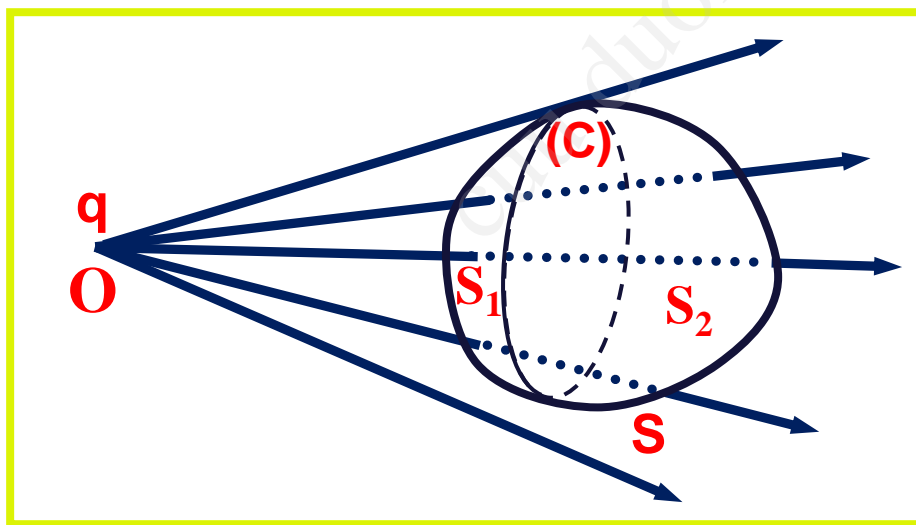
$$\phi_{e2} = |\phi_{e2}|$$

Mà số đường sức xuyên qua  $S_1$  bằng số đường sức xuyên qua  $S_2$ , nên:

$$|\phi_{e1}| = |\phi_{e2}|$$

Do đó :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$



*Điện tích điểm ở ngoài mặt kín S*

## 2) Đối với điện trường tạo bởi một hệ điện tích điểm:

Thông lượng điện trường qua một mặt kín S là:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S \left( \sum_i \vec{E}_i \right) \cdot d\vec{S} = \sum_i \oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S} = \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

Do đó:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$$

### 3) Đối với điện trường tạo bởi một phân bố điện tích liên tục

\* Thông lượng điện trường qua mặt kín  $S$  là:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Với  $Q$  là tổng đại số điện tích chứa trong mặt kín  $S$ .

\* Gọi  $\rho$  là mật độ khối điện tích trên phân bố điện tích và  $v$  là thể tích giới hạn bởi mặt kín  $S$ , ta có:

$$Q = \int_v \rho \cdot dv$$



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_v \rho \cdot dv$$

Đặt:  $\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E}$  là vectơ cảm ứng điện.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho \cdot dv$$

**Dạng tích phân  
của định lý Gauss**

Để xác định mối liên hệ giữa điện trường và  $\rho$  tại cùng một điểm, ta áp dụng định lý Ostrogradsky - Gauss:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{E} dv$$



$$\int_V \nabla \cdot \vec{E} dv = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv$$

Vì  $S$  là mặt kín nên  $v$  cũng là một thể tích bất kỳ.

Từ đó ta có:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{div} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\text{div} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}$$

Các biểu thức trên là dạng *vi phân* của định lý Gauss hay còn gọi là *phương trình Poisson*.

### 1.4.3. Ứng dụng của định lý Gauss

#### 1) Điện trường của mặt phẳng rộng vô hạn tích điện đều

Gọi  $\sigma$  là mật độ điện tích trên mặt phẳng và giả sử  $\sigma > 0$ .

Tưởng tượng mặt trụ  $S$  có đường sinh vuông góc với mặt phẳng, có hai đáy  $\Delta S$  đối xứng nhau qua mặt phẳng. Áp dụng định lý Gauss cho mặt kín  $S$  này, ta có:

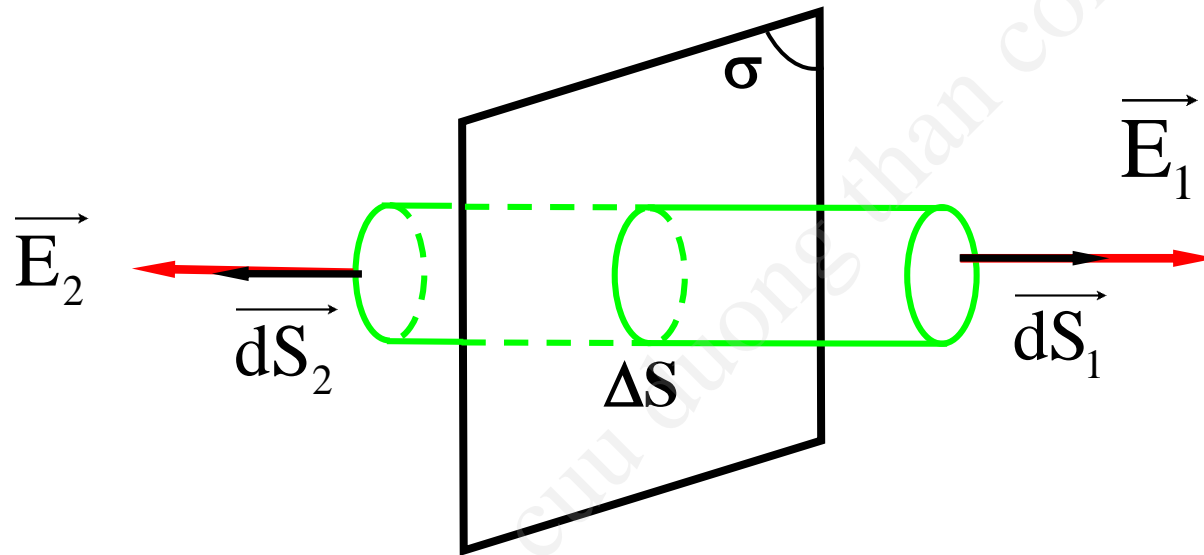
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{\text{mxq}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \oint_{\text{day1}} \vec{E}_1 \cdot d\vec{S}_1 + \oint_{\text{day2}} \vec{E}_2 \cdot d\vec{S}_2 = \oint_{\Delta S} \sigma \cdot dS$$

## Điện trường của mặt phẳng rộng vô hạn tích điện đều

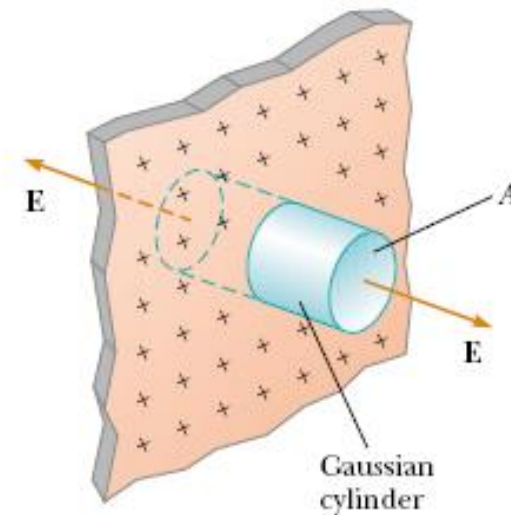
Dọc theo mặt xung quanh:

$$\vec{E} \perp d\vec{S}$$


**Vậy: thông lượng của điện trường qua mặt xung quanh bằng 0.**



**Hình 2.9: Điện trường gây ra bởi mặt phẳng rộng vô hạn có mật độ  $\sigma$ .**






$$2E_1.\Delta S = 2E.\Delta S = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.\Delta S$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

**Véc tơ điện trường có phương vuông góc với mặt phẳng, có chiều hướng ra xa khỏi mặt phẳng nếu  $\sigma > 0$  và chiều hướng vào mặt phẳng nếu  $\sigma < 0$ .**

## 2) Điện trường tạo bởi hai mặt phẳng song song tích điện đều và trái dấu

Trong miền giữa hai mặt phẳng (hai bản), các điện trường  $\vec{E}_+$ ,  $\vec{E}_-$  của mỗi mặt có cùng phương, chiều và độ lớn nên điện trường tổng hợp là:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

➤ Điện trường đều, có phương vuông góc với các bản, có chiều hướng từ bản dương sang bản âm và có độ lớn  $E = \sigma/\epsilon_0$ . Các đường sức điện trường giữa hai bản song song, cách đều nhau và vuông góc với các bản.

➤ Ở ngoài thể tích giới hạn bởi hai bản, các điện trường của các bản có cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn nên điện trường tổng hợp bằng 0.

➤ Đối với mặt phẳng song song có kích thước hữu hạn, kết quả này chỉ đúng nếu khoảng cách giữa hai mặt phẳng rất nhỏ so với kích thước thẳng của mặt phẳng. Trong trường hợp này ở gần các mép của mặt phẳng, điện trường không đều.

### 3) Điện trường của quả cầu tích điện, đều trên bề mặt

Xét quả cầu tâm O, bán kính R mang điện tích  $q > 0$ , phân bố đều với mật độ điện mặt  $\sigma$ , ta tính điện trường tại một điểm ở bên ngoài mặt cầu cách tâm O một đoạn r. Áp dụng định lý Gauss cho mặt kín S là mặt cầu tâm O, bán kính  $r \geq R$ :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Với  $r \geq R$

$$\mathbf{E} = \mathbf{0}$$

Với  $r < R$

#### 4) Điện trường của quả cầu tích điện đều trong thể tích

Xét quả cầu tâm O, bán kính R, mang điện tích  $q > 0$  phân bố đều với mật độ điện tích khối  $\rho$ . Điện trường tại một điểm ở bên ngoài quả cầu giống với điện trường ở ngoài quả cầu tích điện đều trên bề mặt, còn điện trường tại một điểm bên trong thì khác 0. Điện tích chứa trong mặt kín S tâm O, bán kính  $r < R$  là:  $\rho = 4\pi r^3/3$ .

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

Suy ra:

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

Với:  $r \leq R$

## **5) Điện trường của mặt trụ đều**

Xét mặt trụ rất dài, bán kính  $R$ , chiều cao  $H \gg R$ , mang điện tích phân bố đều với mật độ điện mặt  $\sigma > 0$ . Ta tính điện trường tại một điểm ở ngoài mặt trụ cách trục hình trụ một khoảng  $r$ .

Áp dụng định lý Gauss đối với mặt kín  $S$  là mặt trụ đồng trục với mặt trụ mang điện tích trên, có bán kính  $r$  và chiều cao  $h$ .

$\vec{E}$  có giá trị không đổi trên mặt xung quanh của mặt trụ  $S$ , ở hai mặt đáy:  $\vec{E} \perp d\vec{S}$  nên thông lượng điện trường qua hai mặt đáy bằng 0.

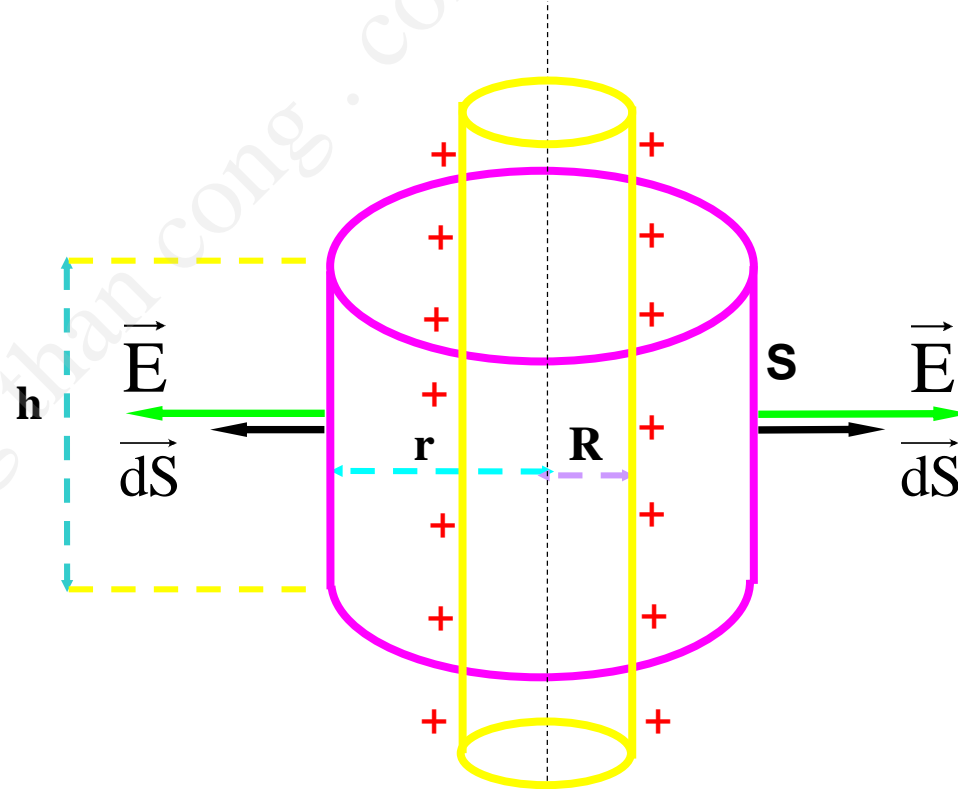
$$\oint_{\text{mxq}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 2\sigma\pi R h$$

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot 2\pi R h$$

$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}$$

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 H r}$$

Với  $r > R$

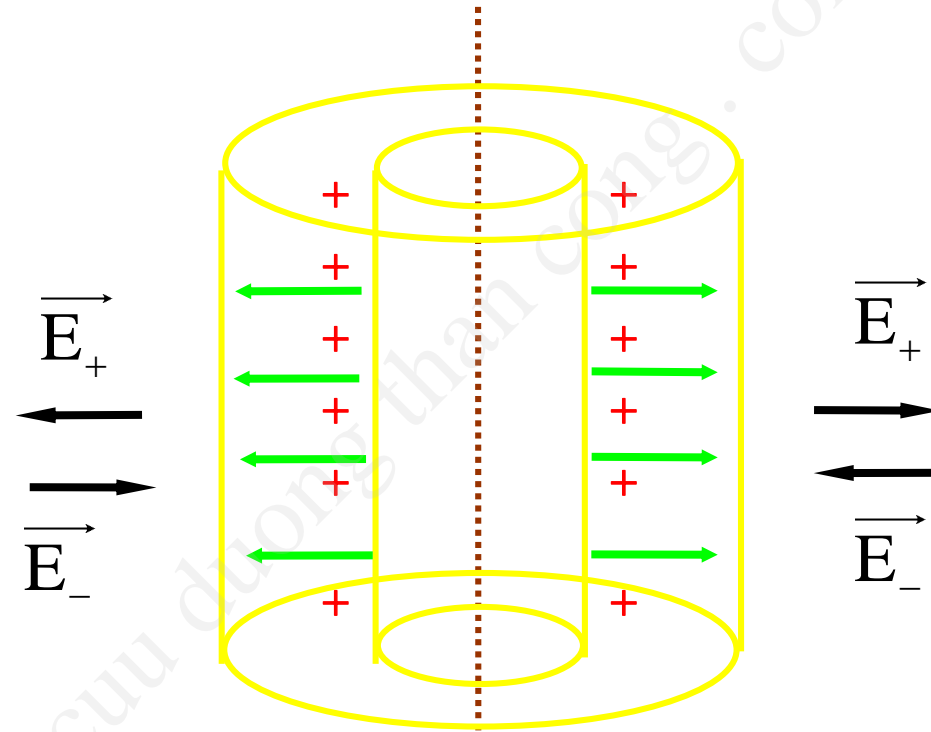


**Điện trường của một mặt trụ**



## Điện trường của mặt trụ đều

$$\mathbf{E} = 0 \quad (\text{với } r < R)$$



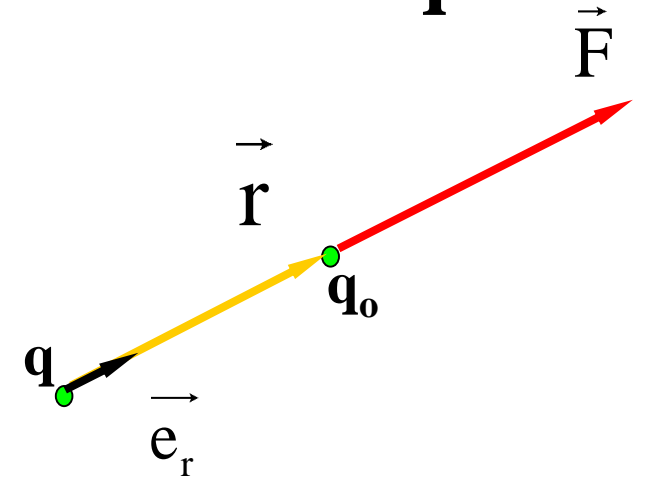
Điện trường của hai mặt trụ

# ĐIỆN THỂ

## 1) Tính chất thể của trường tĩnh điện

Điện tích  $q_0$  đặt trong điện trường do điện tích điểm  $q$  đứng yên gây ra sẽ chịu tác dụng của lực:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{qq_0\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r = F(r)\vec{e}_r$$

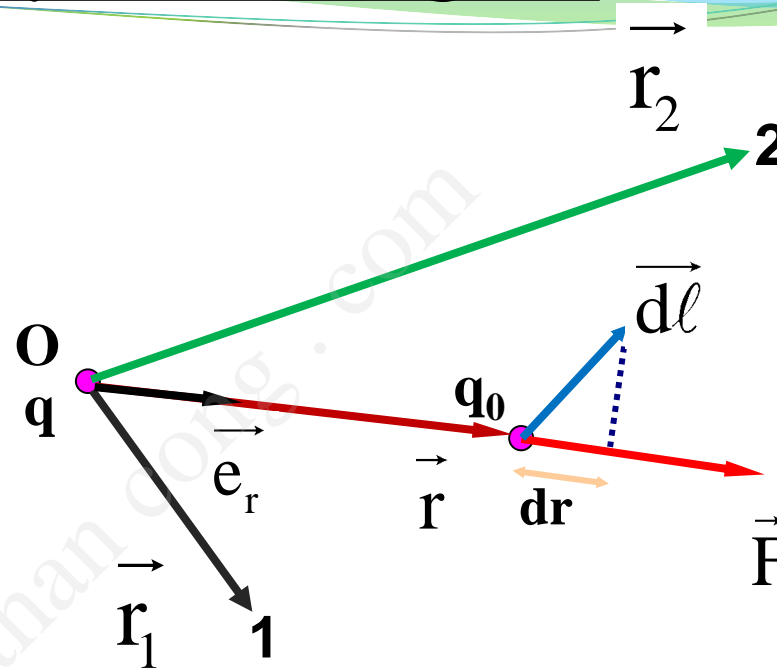


Trong đó  $\vec{e}_r$  là vectơ đơn vị của vectơ vị trí  
còn  $\vec{r}$  là vectơ có phương luôn đi qua  $q$  và  $q_0$

# Chứng minh trường tĩnh điện là trường thế

Công của lực tĩnh điện  $\vec{F}(\vec{r})$   
để dịch chuyển điện tích  $q_0$  ( $q_0, q > 0$ ) từ vị trí 1 đến vị trí 2:

$$A_{12} = \int_1^2 F(r) \vec{e}_r \cdot d\vec{\ell}$$



Theo hình ta thấy rằng:

$$\vec{e}_r \cdot d\vec{\ell} = dr$$

Nên:

$$A_{MN} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{r_M}^{r_N} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left[ \frac{qq_0}{r_M} - \frac{qq_0}{r_N} \right]$$

$$A_{12} = \int_1^2 \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Ta thấy rằng công của lực tĩnh điện không phụ thuộc vào đường đi, chỉ phụ thuộc vị trí đầu và vị trí cuối.

$\vec{F}(\vec{r})$  là lực trường thế và trường tĩnh điện là một trường thế.

Với hệ điện tích điểm Xét điện tích điểm  $q_0$  dịch chuyển trong điện trường của hệ  $n$  điện tích điểm.

$$\vec{F} = \sum_i^n \vec{f}_i \longrightarrow \vec{F} \cdot d\vec{l} = \sum_i^n \vec{f}_i \cdot d\vec{l} \longrightarrow A = \sum_i^n A_i$$

Không phụ thuộc dạng đường đi  $\rightarrow A$  cũng vậy !

“Lưu số của véc tơ cường độ điện trường theo **đường cong kín** bằng 0 “.

$$L = \oint_{(l)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Định lý Gauss và định lý lưu số phản ánh:

+ Đ/lý Gauss  $\longrightarrow E \sim \frac{1}{r^2}$

+ Đ/lý lưu số  $\longrightarrow$  Tính thế .

Tính chất thế của trường tĩnh điện:

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

## 2) Thế năng của điện tích trong điện trường

$q_0$  nằm trong điện trường (trường thế)  $\rightarrow$  Có thế năng.

$$A_{12} = W_1 - W_2$$

Do vậy, công của lực tĩnh điện bằng độ giảm thế năng:

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r} + \text{const}$$



$$A_{MN} = W_M - W_N = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_M} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_N}$$

Nếu quy ước thế năng của  $q_0$  ở rất xa  $q$  ( $r = \infty$ ) bằng 0, thì thế năng của điện tích  $q_0$  là:

➤ Thế năng của  $q_0$  trong điện trường của hệ gồm  $n$  điện tích điểm:

$$W = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left( \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \right)$$

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$r_i$ : khoảng cách từ  $q_i$  đến  $q_0$

➤ Thế năng của  $q_0$  ở vị trí một trong điện trường gây ra bởi phân bố điện tích liên tục:

$$W_1 = \int_{\ell}^{\infty} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

# Điện thế

Xét điện trường do điện tích  $q$  gây ra. Đặt  $q_0$  trong điện trường đó ( $q_0$  là điện tích rất nhỏ, điện trường nó gây ra không đáng kể)

Ta định nghĩa tỉ số:  $\frac{W}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = V$   $V$  là điện thế tại điểm khảo sát

Đơn vị: Volt = V.

$r$  : là khoảng cách từ  $q_0$  đến điểm khảo sát.

**Như vậy, điện thế là thế năng ứng với một đơn vị điện tích dương.**

$$W = q_0 V$$

- Từ biểu thức định nghĩa điện thế ta suy ra điện thế của điện tích điểm  $q$  là:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \text{const}$$

Nếu quy ước  $V(r = \infty) = 0$  thì  $\text{const} = 0$ .

- Điện thế của điện tích  $q$  tại điểm cách nó khoảng  $r$ :

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Điện thế của hệ gồm  $n$  điện tích điểm gây ra tại điểm cách chúng khoảng  $r$ :

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$



■ Điện thế của phân bố điện tích bất kì tạo ra điện trường  $\vec{E}$  là:

$$V_1 = \int_1^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



Điện thế là công của lực tĩnh điện để dịch chuyển một đơn vị điện tích dương dọc theo đường cong bất kì từ điểm đó ra xa vô cùng được quy ước điện thế bằng 0.

Điện thế tạo bởi phân bố điện tích là:

$$V = \int dv = \int_Q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$$

# HIỆU ĐIỆN THẾ (HĐT)

- HĐT giữa hai điểm 1 (M) và 2 (N) được kí hiệu:

$$U_{12} = V_1 - V_2 = \frac{W_1 - W_2}{q_0}$$

Hay:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q_0}$$

- HĐT giữa hai điểm 1 (M) và 2 (N) trong điện trường được tính:

$$U_{MN} = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

## ❖ Chú ý

□  $\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$  : là lưu số của điện trường  $\vec{E}$  từ 1 đến 2.

□ Điện thế  $V$  là hàm vô hướng theo biến vector  $\vec{r}$  :

$V(\vec{r}) = V(x, y, z)$  , đặc trưng cho điện trường về phương diện năng lượng.

□ Điện trường  $\vec{E}$  là hàm vector theo biến vector  $\vec{r}$  :

$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(x, y, z)$  , đặc trưng cho điện trường về phương diện tác dụng lực.

□ Việc khảo sát điện trường thông qua đại lượng vô hướng thì đơn giản hơn trong tính toán và đo lường.

## 4) Mặt đẳng thế

**Khái niệm:** Mặt đẳng thế là các mặt mức của trường vô hướng điện thế. Đó là tập hợp các điểm có cùng điện thế.

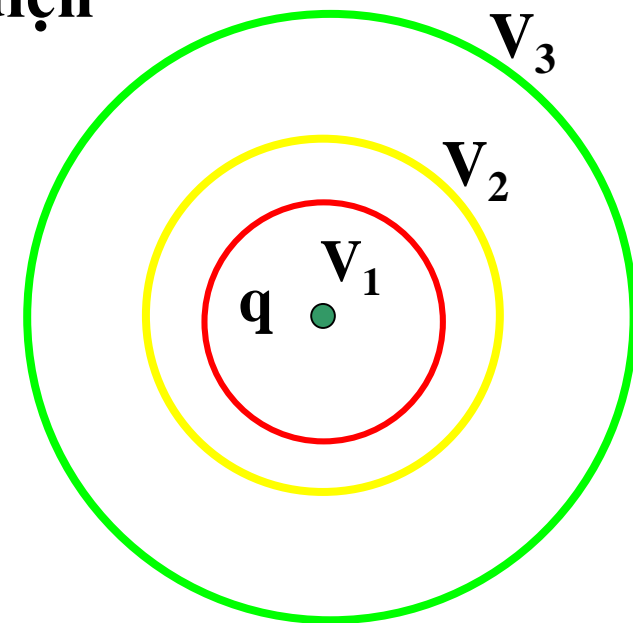
Phương trình của mặt đẳng thế:

- Trong điện trường gây bởi điện tích điểm  $q$  thì hàm điện thế  $V$  là:

$$V = (x, y, z) = \text{const}$$

Mọi mặt cầu có tâm là điện tích  $q$  đều là mặt đẳng thế

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$



## 4) Mặt đẳng thế

### Các tính chất của mặt đẳng thế

- Các mặt đẳng thế không bao giờ cắt nhau.
- Công của lực tĩnh điện dịch chuyển  $q_0$  trên mặt đẳng thế bằng 0.
- Vector cường độ điện trường vuông góc với mặt đẳng thế.

# LIÊN HỆ GIỮA ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐIỆN THẾ

Điện trường có thể được mô tả qua cả hai đại lượng  $\vec{E}$  và  $V$  vì thế hai đại lượng này có mối liên hệ với nhau bằng biểu thức:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Trong hệ tọa độ Descartes,  $\vec{E}$  được biểu diễn qua các thành phần trên các trục tọa độ:

$$\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y + E_z \vec{e}_z$$

$\nabla$  được định nghĩa trong hệ tọa độ Descartes:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$$