

Môn học: Điện động lực học

Ôn tập cuối học kỳ

Trường điện từ

Phương trình Maxwell – Faraday (từ trường biến thiên sinh ra điện trường):

Dạng vi phân

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Dạng tích phân

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

Phương trình Maxwell – Ampere (điện trường biến thiên sinh ra từ trường):

Dạng vi phân

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \mu_r \left(\vec{J} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Dạng tích phân

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \mu_r \int_S \left(\vec{J} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Trường điện từ

Câu 1: Một dây dẫn thẳng rất dài, nằm dọc theo trục Oz, mang dòng điện phụ thuộc theo thời gian t, có phương trình là: $i(t) = 3 \cdot \cos(2 \cdot 10^5 \pi t)$ (A), ở đó t tính ra giây. Dây dẫn được đặt trong không khí có $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 1$. Hãy dựa vào hệ phương trình Maxwell để:

a) Viết phương trình dạng tích phân về lưu số của vectơ cảm ứng từ do dòng điện tạo ra $B_{(\rho, \phi, z, t)}$ dọc theo đường tròn (C) bán kính ρ , nhận dây dẫn thẳng mang dòng điện làm trục đối xứng. Từ phương trình dạng tích phân đó, hãy xác định biểu thức vectơ cảm ứng từ $B_{(\rho, \phi, z, t)}$, cho rằng hai thành phần $B_z = B_\rho = 0$ bị triệt tiêu và **chỉ còn thành phần B_ϕ** nghĩa là $B_{(\rho, \phi, z, t)} = B_\phi \neq 0$.

Đại lượng $L = \oint_C \vec{B} d\vec{l}$ là lưu số của vectơ cảm ứng từ B dọc theo đường tròn C

Phương trình Maxwell – Ampere dạng tích phân (ở đây, chỉ có dòng điện tạo ra từ trường, không có điện trường tạo ra từ trường nên đạo hàm của E theo t = 0)

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \mu_r \int_S \vec{J} d\vec{S} \Rightarrow B \cdot l = \mu_0 \mu_r J \cdot S = \mu_0 \mu_r \cdot i \quad (\text{tích số giữa mật độ dòng } J \text{ và diện tích } S \text{ chính là cường độ dòng điện } i)$$
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \mu_r i}{l} = \frac{3 \mu_0 \cos(2 \cdot 10^5 \pi t)}{2 \pi \rho} \quad \text{Do B chỉ có thành phần } B_\phi \text{ nên suy ra } \vec{B} = \frac{3 \mu_0 \cos(2 \cdot 10^5 \pi t)}{2 \pi \rho} \vec{e}_\phi$$

Trường điện từ

Câu 1: Một dây dẫn thẳng rất dài, nằm dọc theo trục Oz, mang dòng điện phụ thuộc theo thời gian t, có phương trình là: $i(t) = 3 \cdot \cos(2 \cdot 10^5 \pi t)$ (A), ở đó t tính ra giây. Dây dẫn được đặt trong không khí có $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 1$. Hãy dựa vào hệ phương trình Maxwell để:

b) Viết phương trình dạng vi phân về mối liên hệ giữa vectơ cường độ điện trường (xoáy) $E_{(\rho, \phi, z, t)}$ với vectơ cảm ứng từ $B_{(\rho, \phi, z, t)}$. Từ phương trình dạng vi phân đó, hãy xác định biểu thức vectơ $E_{(\rho, \phi, z, t)}$ tại điểm cách dây dẫn một khoảng ρ . Cho rằng hai thành phần $E_\phi = E_\rho = 0$ bị triệt tiêu và **chỉ còn thành phần E_z** nghĩa là $E_{(\rho, \phi, z, t)} = E_z \neq 0$.

Phương trình Maxwell – Faraday dạng vi phân: $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ **(1)**

Từ kết quả câu a ta suy ra: $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{3\mu_0 \cdot 2 \cdot 10^5 \pi \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t)}{2\pi\rho} \vec{e}_\phi$

Trong hệ tọa độ trụ ta có: $\nabla \times \vec{E} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial \rho E_\phi}{\partial z} \right) \vec{e}_\rho + \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\phi + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho E_\phi}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi} \right) \vec{e}_z$

Từ **(1)** ta suy ra $\nabla \times \vec{E}$ chỉ có thành phần $e_\phi \Rightarrow \nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\phi$ Mà theo đề bài E chỉ có thành phần E_z

$$\Rightarrow \nabla \times \vec{E} = \left(-\frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\phi = \frac{3\mu_0 \cdot 2 \cdot 10^5 \pi \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t)}{2\pi\rho} \vec{e}_\phi$$

Trường điện từ

Câu 1 (tiếp theo):

$$\nabla \times \vec{E} = \left(-\frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\varphi = \frac{3\mu_0 \cdot 2 \cdot 10^5 \pi \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t)}{2\pi\rho} \vec{e}_\varphi$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = \frac{3\mu_0 \cdot 2 \cdot 10^5 \pi \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t)}{2\pi\rho} \Rightarrow dE_z = \frac{3\mu_0 \cdot 2 \cdot 10^5 \pi \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t)}{2\pi} \frac{d\rho}{\rho}$$

Lấy tích phân 2 vế ta có: $E_z = 3\mu_0 \cdot 10^5 \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t) \int \frac{d\rho}{\rho} = 3\mu_0 \cdot 10^5 \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t) \cdot \ln \rho$

Suy ra: $\vec{E} = \vec{E}_z = 3\mu_0 \cdot 10^5 \cdot \sin(2 \cdot 10^5 \pi t) \cdot \ln \rho \vec{e}_z$

Sóng điện từ trong môi trường

Phương trình truyền sóng điện từ trong không gian:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kr + \varphi) \vec{e}_E$$
$$\vec{H} = H_0 \cos(\omega t - kr + \varphi) \vec{e}_H$$

E và H luôn cùng pha

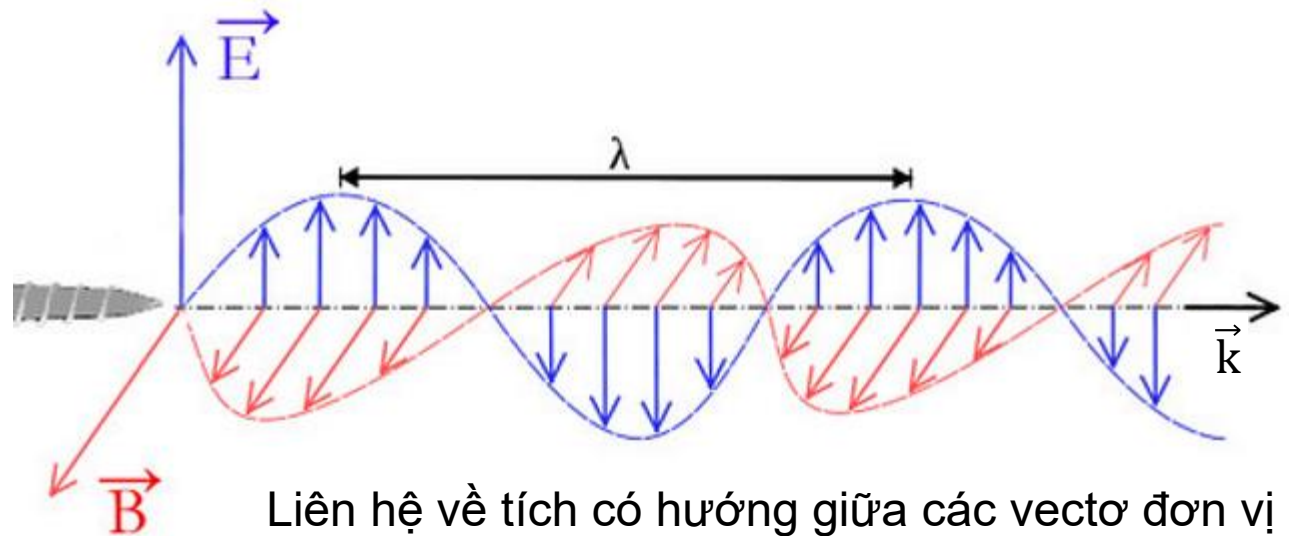
\vec{k} là vector sóng $k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\omega}{c}$

E, H, k vuông góc nhau đôi một

Chiết suất của môi trường $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$

Mối liên hệ về biên độ giữa E và H:

$$E_0 \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu_r \mu_0} \Leftrightarrow \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_r \mu_0}} = \frac{1}{120\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}}$$



$$\vec{e}_E \times \vec{e}_H = \vec{e}_k$$

$$\vec{e}_H \times \vec{e}_k = \vec{e}_E$$

$$\vec{e}_k \times \vec{e}_E = \vec{e}_H$$

Sóng điện từ trong môi trường

Câu 2: Một sóng điện từ truyền trong môi trường điện môi đồng chất, đẳng hướng, có độ từ thẩm $\mu_r \approx 1$ và chiết suất đối với sóng trên là $n = 1,73$. Phương trình truyền sóng của vectơ cường độ từ trường của sóng là: $H_{(z,t)} = (3e_x - e_y)10^{-2} \cos(25 \cdot 10^9 \pi t - kz)$ (A/m). Hãy xác định:

a. Tần số của sóng, phương chiều truyền sóng và hằng số điện môi của môi trường tương ứng với sóng trên.

Tần số:
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{25 \cdot 10^9 \pi}{2\pi} = 125 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

Chiều truyền sóng là chiều dương trục Oz

(Qui ước k nhân với trục tọa độ nào thì sóng truyền theo trục đó; dấu – là truyền theo chiều dương, dấu + truyền theo chiều âm; ví dụ ở đây là **-kz**)

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \rightarrow \epsilon_r = \frac{n^2}{\mu_r} = \frac{1,73^2}{1} = 2,9929$$

Sóng điện từ trong môi trường

Câu 2: Một sóng điện từ truyền trong môi trường điện môi đồng chất, đẳng hướng, có độ từ thẩm $\mu_r \approx 1$ và chiết suất đối với sóng trên là $n = 1,73$. Phương trình truyền sóng của vectơ cường độ từ trường của sóng là: $H_{(z,t)} = (3e_x - e_y)10^{-2} \cos(25 \cdot 10^9 \pi t - kz)$ (A/m). Hãy xác định:

b. Vận tốc truyền sóng và bước sóng trong môi trường điện môi trên.

Vận tốc:
$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,73} = 1,73 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}$$

Bước sóng:
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi c}{n\omega} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^8}{1,73 \cdot 25 \cdot 10^9 \cdot \pi} = 13,87 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$$

c) Độ lớn k của vectơ sóng k và tính chất phân cực của sóng trên.

$$k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\omega}{c} = \frac{1,73 \cdot 25 \cdot 10^9 \cdot \pi}{3 \cdot 10^8} = \frac{865\pi}{6} \text{ (rad/m)}$$

Vectơ cường độ từ trường có độ lệch pha $\Delta\varphi = 0 \Rightarrow$ sóng phân cực thẳng

Sóng điện từ trong môi trường

Câu 2: Một sóng điện từ truyền trong môi trường điện môi đồng chất, đẳng hướng, có độ từ thẩm $\mu_r \approx 1$ và chiết suất đối với sóng trên là $n = 1,73$. Phương trình truyền sóng của vectơ cường độ từ trường của sóng là: $H_{(z,t)} = (3\vec{e}_x - \vec{e}_y)10^{-2} \cos(25 \cdot 10^9 \pi t - kz)$ (A/m). Hãy xác định:

d. Biên độ của cường độ điện trường E_0 của sóng trên

Đầu tiên cần lưu ý rằng cách biểu diễn vectơ H trong đề bài chưa phải là dạng tường minh của phương trình sóng. Để xác định chính xác biên độ H_0 của H , cần xác định lại vectơ đơn vị \vec{e}_H của H

$$\vec{e}_H = \frac{3\vec{e}_x - \vec{e}_y}{\sqrt{3^2 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{10}}\vec{e}_x - \frac{\vec{e}_y}{\sqrt{10}}$$

Như vậy H sẽ được viết lại là: $\vec{H} = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\vec{e}_x - \frac{\vec{e}_y}{\sqrt{10}} \right) \sqrt{10} \cdot 10^{-2} \cdot \cos(25 \cdot 10^9 \pi t - kz)$

\Rightarrow Biên độ H_0 là $\sqrt{10} \cdot 10^{-2}$ (A/m)

$$E_0 \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu_r \mu_0} \Rightarrow E_0 = \frac{H_0 \sqrt{\mu_r \mu_0}}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0}} = \frac{\sqrt{10} \cdot 10^{-2}}{1,73} 120\pi = 6,89 \text{ (V/m)}$$

Truyền sóng giữa 2 môi trường

Vector Pointing (vector mật độ công suất) $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = E \cdot H \cdot (\vec{e}_E \times \vec{e}_H) \quad (W/m^2)$

Công suất tức thời của chùm sóng điện từ có tiết diện ngang S: $\mathcal{P} = \vec{P} \cdot \vec{S} = (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{S} \quad (W)$

Công suất trung bình: $\mathcal{P} = \frac{E_0 \cdot H_0}{2} \cdot S = \frac{n \cdot S}{120\pi\mu_r} \frac{E_0^2}{2}$

Định luật Snell: $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$

n_1 là chiết suất của môi trường 1

n_2 là chiết suất của môi trường 2

α_1 là góc tới

α_2 là góc khúc xạ

Góc Brewster α_B (góc tới để tia phản xạ bị phân cực hoàn toàn): $\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$

Khi góc tới bằng α_B , tia phản xạ và khúc xạ vuông góc nhau

Truyền sóng giữa 2 môi trường

Các hệ thức Fresnel:

$$\frac{E_R^\uparrow}{E_I^\uparrow} = \frac{H_R^o}{H_I^o} = \frac{\frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_1 - \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_2}{\frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_1 + \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_2}$$

$$\frac{E_R^o}{E_I^o} = \frac{H_R^\uparrow}{H_I^\uparrow} = \frac{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_1 - \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_2}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_1 + \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_2}$$

$$\frac{H_T^\uparrow}{H_I^\uparrow} = \frac{\frac{n_2}{\mu_{r2}} E_T^o}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} E_I^o} = \frac{2 \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_1}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_1 + \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_2}$$

$$\frac{H_T^o}{H_I^o} = \frac{\frac{n_2}{\mu_{r2}} E_T^\uparrow}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} E_I^\uparrow} = \frac{2 \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_1}{\frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_1 + \frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_2}$$

Độ phản xạ: $R = \frac{E_{oR}^2}{E_{oI}^2}$

Độ truyền qua: $D = \frac{\frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_2}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_1} \frac{E_{oT}^2}{E_{oI}^2}$

Truyền sóng giữa 2 môi trường

Câu 3: Một chùm sóng điện từ phẳng, đơn sắc, có thiết diện ngang là 1 mm^2 . Sóng truyền từ môi trường không khí có chiết suất $n_1 \approx 1$, $\mu_{r1} \approx 1$ đến mặt phân giới với môi trường nước có chiết suất $n_2 = 1,33$; $\mu_{r2} \approx 1$ với góc tới $\alpha_1 = 30^\circ$. Biết mặt phẳng tới song song với mặt yOz , mặt phân giới là mặt xOy (hình vẽ). Vectơ cường độ điện trường trên tia tới có phương e_x vuông góc mặt phẳng tới (yOz), có phương trình là: $E(r,t) = e_x \cdot 15 \cdot 10^3 \cos(10^{12}\pi t - kr)$ (V/m). Hãy xác định:

a) Các tốc độ truyền sóng và bước sóng của sóng điện từ trong hai môi trường.

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}$$

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}$$

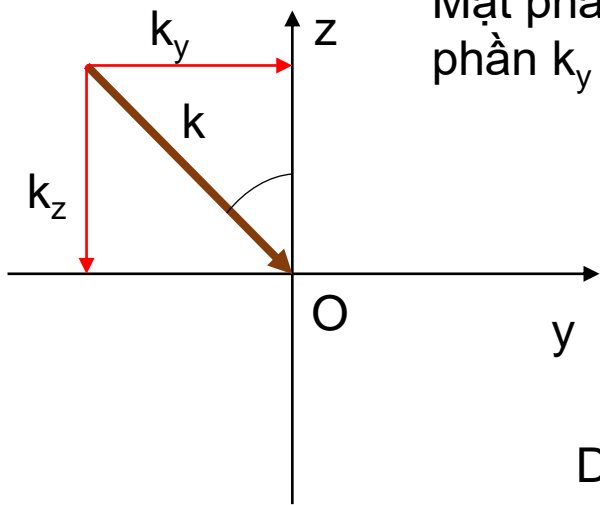
$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f} = \frac{2\pi c}{n_1 \omega} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{12}\pi} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ (m)}$$

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{2\pi c}{n_2 \omega} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^8}{1,33 \cdot 10^{12}\pi} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ (m)}$$

Truyền sóng giữa 2 môi trường

Câu 3: Một chùm sóng điện từ phẳng, đơn sắc, có thiết diện ngang là 1 mm^2 . Sóng truyền từ môi trường không khí có chiết suất $n_1 \approx 1$, $\mu_{r1} \approx 1$ đến mặt phân giới với môi trường nước có chiết suất $n_2 = 1,33$; $\mu_{r2} \approx 1$ với góc tới $\alpha_1 = 30^\circ$. Biết mặt phẳng tới song song với mặt yOz , mặt phân giới là mặt xOy (hình vẽ). Véc tơ cường độ điện trường trên tia tới có phương e_x vuông góc mặt phẳng tới (yOz), có phương trình là: $E(r,t) = e_x \cdot 15 \cdot 10^3 \cos(10^{12}\pi t - kr)$ (V/m). Hãy xác định:

b) Biểu thức véc tơ sóng \vec{k} và véc tơ Pointing $\vec{P}_{(r,t)}$ ứng với chùm tia tới.



Mặt phẳng tới là mặt phẳng (yOz) $\Rightarrow k$ nằm trong mặt phẳng (yOz) và gồm 2 thành phần k_y và k_z như hình vẽ

$$\vec{k} = k_y \vec{e}_y - k_z \vec{e}_z \quad (\text{dấu } - \text{ do } k_z \text{ ngược chiều dương của trục } Oz)$$

$$k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{n\omega}{c} = \frac{10^{12}\pi}{3 \cdot 10^8} = \frac{10^4\pi}{3} \text{ (rad/m)}$$

Dựa vào hình vẽ ta có: $k_z = k \cdot \cos \alpha_1 = \frac{10^4\pi}{3} \cos 30 = \frac{10^4\pi}{2\sqrt{3}}$

$$k_y = k \cdot \sin \alpha_1 = \frac{10^4\pi}{3} \sin 30 = \frac{10^4\pi}{6}$$

Suy ra: $\vec{k} = k_y \vec{e}_y - k_z \vec{e}_z = \frac{10^4\pi}{6} (\sqrt{3} \vec{e}_y - \vec{e}_z)$

Truyền sóng giữa 2 môi trường

Câu 3 (tiếp theo):

b) Biểu thức vectơ sóng \vec{k} và vectơ Pointing $\vec{P}_{(r,t)}$ ứng với chùm tia tới.

$$\vec{e}_k = \frac{\vec{k}}{k} = \frac{k_y \vec{e}_y - k_z \vec{e}_z}{k} = \frac{k \cdot \sin 30 \cdot \vec{e}_y - k \cdot \cos 30 \cdot \vec{e}_z}{k} = \frac{\vec{e}_y}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_z$$

$$E_0 \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0} = H_0 \sqrt{\mu_r \mu_0} \Rightarrow H_0 = \frac{E_0 \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0}}{\sqrt{\mu_r \mu_0}} = \frac{E_0}{120\pi} = \frac{15 \cdot 10^3}{120\pi} = \frac{125}{\pi} \text{ (A/m)}$$

Vectơ pointing :

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \vec{E} \times \vec{H} = E \cdot H \cdot (\vec{e}_E \times \vec{e}_H) = E \cdot H \cdot \vec{e}_k = E_0 \cdot H_0 \cdot \cos^2(10^{12}\pi t - kr) \vec{e}_k \\ &= 15 \cdot 10^3 \cdot \frac{125}{\pi} \cdot \cos^2(10^{12}\pi t - kr) \left(\frac{\vec{e}_y}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{e}_z \right) \text{ (W/m}^2\text{)} \end{aligned}$$

c) Công suất của chùm sóng tới

$$\overline{\mathcal{P}_I} = \frac{E_0 \cdot H_0}{2} \cdot S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot \frac{125}{\pi} \cdot 10^{-6} = \frac{15}{16\pi} \text{ (W)}$$

Truyền sóng giữa 2 môi trường

Câu 3: Một chùm sóng điện từ phẳng, đơn sắc, có thiết diện ngang là 1 mm^2 . Sóng truyền từ môi trường không khí có chiết suất $n_1 \approx 1$, $\mu_{r1} \approx 1$ đến mặt phân giới với môi trường nước có chiết suất $n_2 = 1,33$; $\mu_{r2} \approx 1$ với góc tới $\alpha_1 = 30^\circ$. Biết mặt phẳng tới song song với mặt yOz , mặt phân giới là mặt xOy (hình vẽ). Vectơ cường độ điện trường trên tia tới có phương e_x **vuông góc mặt phẳng tới** (yOz), có phương trình là: $E(r,t) = e_x \cdot 15 \cdot 10^3 \cos(10^{12}\pi t - kr)$ (V/m). Hãy xác định:

d) Góc khúc xạ α_2 và công suất của chùm sóng phản xạ.

Áp dụng định luật Snell: $\sin \alpha_2 = \frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2} = \frac{\sin 30}{1,33} = \frac{50}{133} \Rightarrow \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{50}{133}\right) = 22,08^\circ$

Vectơ cường độ điện trường vuông góc mặt phẳng tới nên trong bài toán này chỉ tồn tại thành phần E vuông góc

Ta có tỷ số:
$$\frac{E_R^o}{E_I^o} = \frac{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_1 - \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_2}{\frac{n_1}{\mu_{r1}} \cos \alpha_1 + \frac{n_2}{\mu_{r2}} \cos \alpha_2} = \frac{\cos 30 - 1,33 \cdot \cos 22,08}{\cos 30 + 1,33 \cdot \cos 22,08} = -0,1746$$

Ta lại có:
$$R = \left(\frac{E_R^o}{E_I^o}\right)^2 = \frac{\mathcal{P}_R}{\mathcal{P}_I} \Rightarrow \mathcal{P}_R = \mathcal{P}_I \left(\frac{E_R^o}{E_I^o}\right)^2 = \frac{15}{16\pi} \cdot 0,1746^2 = 0,0091 \text{ (W)}$$

Hiệu ứng Doppler

Liên hệ giữa tần số nguồn phát ω' và tần số thu ω :

$$\omega' = \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \omega$$

$$\omega = \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \theta'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \omega'$$

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{\cos \theta' + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c} \cos \theta'}$$

θ ; θ' lần lượt là góc hợp giữa chiều truyền của sóng thu và sóng phát với trục Ox

Nguồn chuyển động ra xa máy thu: $\theta = \theta' = \pi$

Nguồn chuyển động lại gần máy thu: $\theta = \theta' = 0$

Hiệu ứng Doppler

Câu 4: Một nguồn phát sóng điện từ với tần số riêng $\omega_0' = 2\pi \cdot 10^{12}$ rad/s chuyển động với vận tốc không đổi $v = 0,6c$. Nguồn chuyển động theo phương đi qua máy thu. Tìm tần số mà máy thu nhận được (tính theo Hz) khi:

a) Nguồn chuyển động ra xa máy thu

Ta có
$$f_0' = \frac{\omega_0'}{2\pi} = 10^{12} \text{ Hz}$$

Nguồn chuyển động ra xa máy thu $\Rightarrow \theta' = 180^\circ \Rightarrow \cos \theta' = -1$

Suy ra:

$$f = \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \theta'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} f_0' = \frac{1 - \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} f_0' = 5 \cdot 10^{11} \text{ (Hz)}$$

a) Nguồn chuyển động lại gần máy thu

Nguồn chuyển động lại gần máy thu $\Rightarrow \theta' = 0^\circ \Rightarrow \cos \theta' = 1$

$$f = \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \theta'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} f_0' = \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} f_0' = 2 \cdot 10^{12} \text{ (Hz)}$$