

## BÀI 1B: TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG RỜI RẠC THỜI GIAN TRONG MIỀN THỜI GIAN

### I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

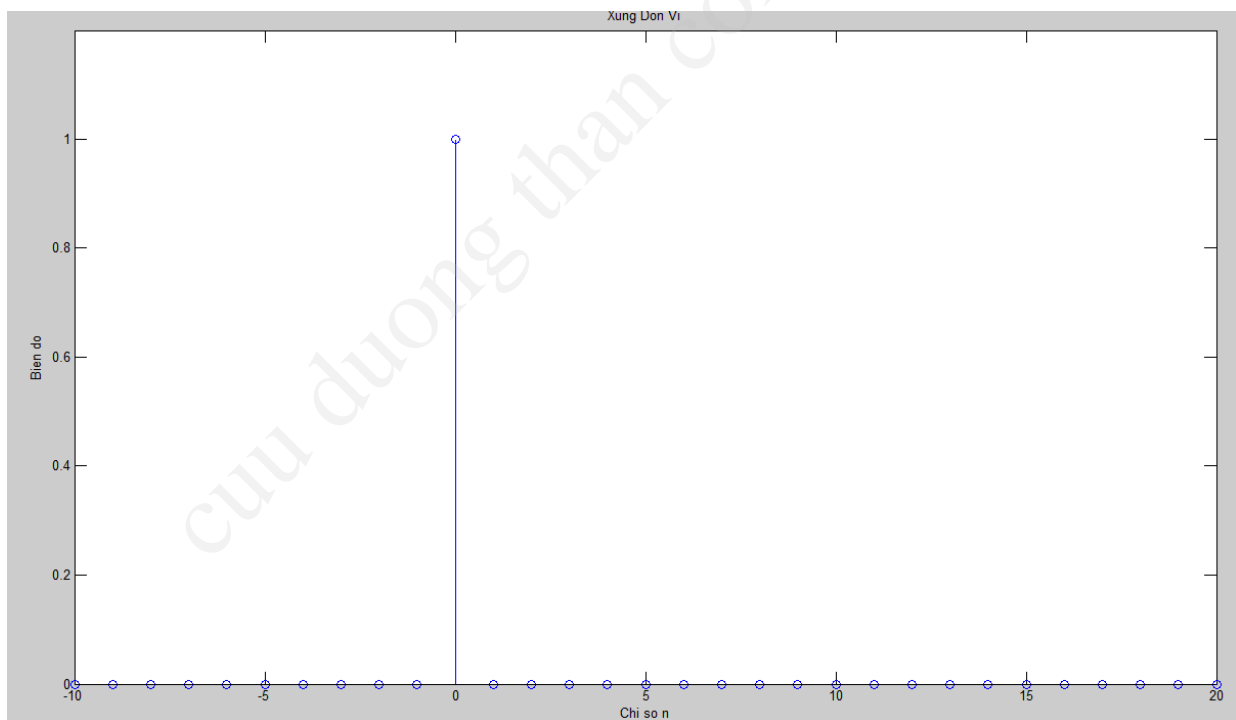
#### A. Tín hiệu rời rạc thời gian trong miền thời gian

Các tín hiệu tương tự thường là liên tục thời gian. Bằng cách lấy mẫu tín hiệu tương tự, ta được tín hiệu đã lấy mẫu hay gọi là tín hiệu rời rạc thời gian hay tín hiệu số. Một số tín hiệu rời rạc thời gian cơ bản gồm:

##### 1. Xung lực đơn vị

Tín hiệu có biên độ 1 ở gốc thời gian và bằng 0 ở mọi thời điểm khác

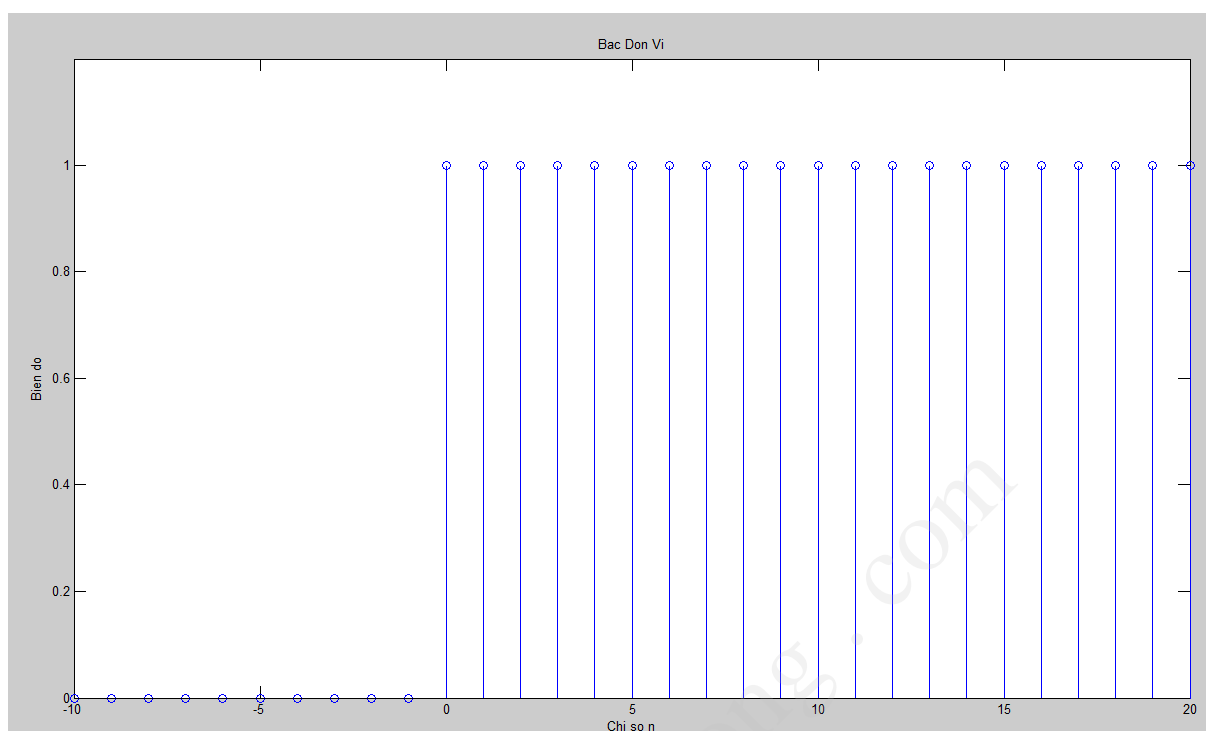
$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$



##### 2. Bậc đơn vị

Tín hiệu bậc đơn vị bằng 0 trong quá khứ và bằng 1 kể từ gốc thời gian về sau

$$u(n) = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 1 & n \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

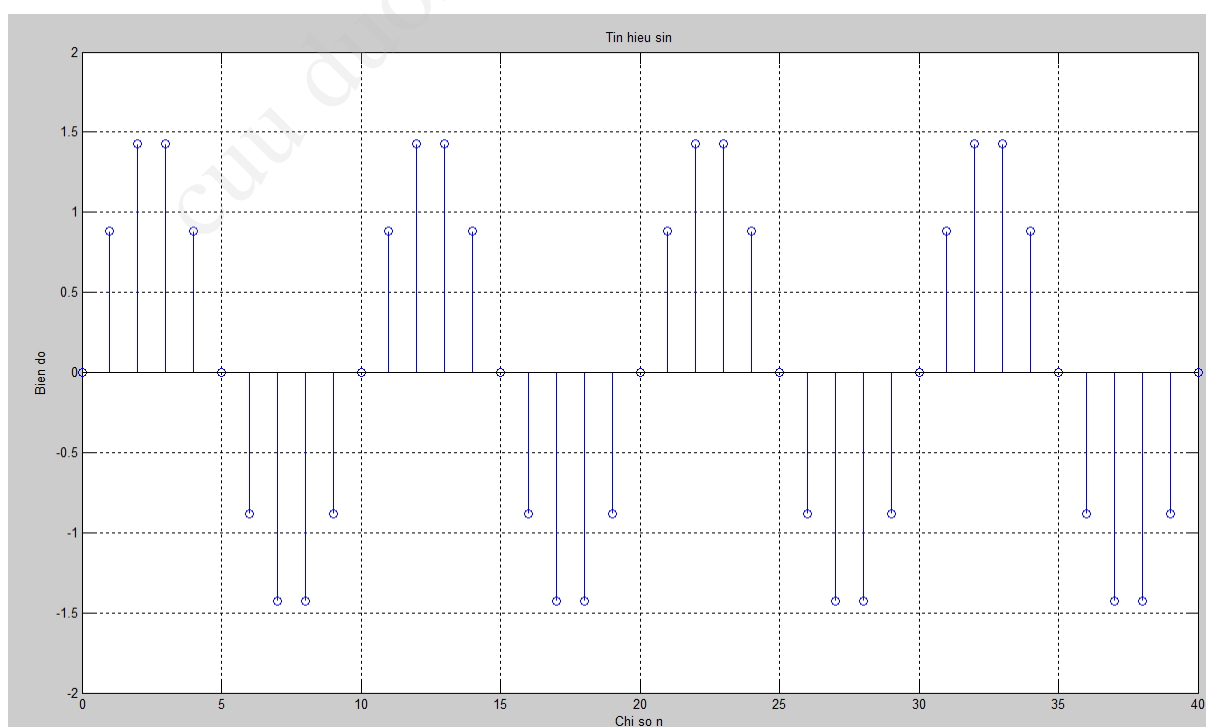


### 3. Tín hiệu sin thực

Tín hiệu sin thực rời rạc thời gian có biểu thức

$$x(n) = A \cos(n\Omega + \Phi) \quad (3)$$

Trong đó A là biên độ,  $\Omega$  là tần số số còn  $\Phi$  là pha ban đầu



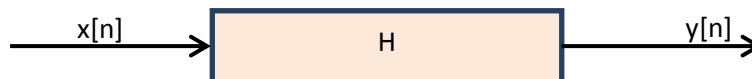
## B. Hệ thống rời rạc thời gian trong miền thời gian

Xem một hệ thống nhận tín hiệu vào  $x(n)$  và cho tín hiệu ra  $y(n)$ . Ta gọi tác động hay xử lý của hệ thống là  $H[\cdot]$  và viết:

$$x(n) \xrightarrow{H} y(n)$$

hoặc

$$y(n) = H[x(n)] \quad (4)$$



### 1. Phương trình tín hiệu vào ra mô tả hệ thống

Tác động của hệ thống lên tín hiệu thường được mô tả bởi phương trình tín hiệu vào ra chỉ sự liên quan giữa tín hiệu ra và vào.

Ví dụ:

$$y(n) = x(n-1)$$

$$y(n) = 1/3 * (x(n) + x(n-1) + x(n-2))$$

$$y(n) = \max (x(n) + x(n-1) + x(n-2))$$

### 2. Phân loại hệ thống

#### a. Hệ thống nhân quả và phi nhân quả

Hệ thống nhân quả là hệ thống mà trong đó tín hiệu ra ở một thời điểm chỉ phụ thuộc vào tín hiệu vào ở thời điểm hiện tại và các thời điểm trước đó. Ngược lại, hệ thống là phi nhân quả

#### b. Hệ thống bất biến thời gian và biến thiên thời gian

Đối với hệ thống rời rạc bất biến thời gian, nếu  $y_1[n]$  là đáp ứng của tín hiệu  $x_1[n]$ ,

khi đó đáp ứng của  $x[n] = x_1[n-n_0]$  chính là

$$y[n] = y_1[n-n_0], \text{ với mọi } n_0$$

#### c. Hệ thống tuyến và phi tuyến

Đối với hệ thống thời gian rời rạc thời gian tuyến tính, nếu  $y_1[n]$  và  $y_2[n]$  là đáp ứng của  $x_1[n]$  và  $x_2[n]$ , khi đó đáp ứng của  $x[n] = \alpha x_1[n] + \beta x_2[n]$  chính là

$$y[n] = \alpha y_1[n] + \beta y_2[n], \text{ với mọi } \alpha \text{ và } \beta$$

### 3. Đáp ứng xung

Đáp ứng xung của một hệ thống là tín hiệu ra ở hệ thống đó khi tín hiệu vào là xung lực đơn vị

IIR là hệ thống có đáp ứng xung lâu vô hạn

FIR là hệ thống có đáp ứng xung lâu hữu hạn

#### 4. Hệ thống tuyến tính bất biến thời gian (LTI)

Hệ thống tuyến tính bất biến thời gian (LTI) là hệ thống thỏa mãn điều kiện tuyến tính và điều kiện bất biến thời gian.

a. Đáp ứng của hệ thống LTI có đáp ứng xung  $h[n]$  đối với tín hiệu vào  $x[n]$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (h[k]x[n-k]) \quad (5)$$

Tổng trong công thức trên được gọi là tổng nhân chập của  $h[n]$  và  $x[n]$ , kí hiệu

$$y[n] = h[n]*x[n] \quad (6)$$

b. Hệ thống LTI là ổn định BIBO (bounded-input, bounded-output) nếu và chỉ nếu

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (|h[k]|) < \infty \quad (7)$$

c. Hệ thống LTI là nhân quả nếu và chỉ nếu

$$h[k] = 0 \quad k < 0 \quad (8)$$

d. Lớp hệ thống LTI được xem xét chủ yếu trong chương trình có phương trình tín hiệu vào ra

$$\sum_{k=0}^N (a_k y[n-k]) = \sum_{k=0}^M (b_k x[n-k]) \quad (9)$$

Trong đó  $x[n]$  và  $y[n]$  là tín hiệu vào ra của hệ thống và  $a_k$  và  $b_k$  là các hằng số

Tín hiệu ngõ ra  $y[n]$  có thể được tính đối với  $n \geq n_0$  nếu biết điều kiện ban đầu  $y[n_0-1]$ ,  $y[n_0-2]$ ,  $y[n_0-3]$  ....  $y[n_0-N]$ .

#### C. Lấy mẫu tín hiệu

##### 1. Định lý lấy mẫu

Ngày nay, nhờ khả năng dễ lưu trữ và xử lý mà các hệ thống xử lý tín hiệu số ngày càng phát triển rộng rãi. Thông qua các mạch ADC, các tín hiệu tương tự được chuyển thành tín hiệu số và được đưa qua các mạch DSP để xử lý, cuối cùng được lưu trữ hoặc được chuyển lại thành tín hiệu tương tự thông qua các mạch DAC.

a. Sampling lowpass signals

Để chống hiện tượng alias xuất hiện trong tín hiệu ra sau khi lấy mẫu, ta sử dụng mạch lọc thấp qua để loại bỏ thành phần tần số cao, sau đó đưa tín hiệu qua mạch ADC để lấy mẫu với tần số lấy mẫu  $f_s$  tuân theo định lý Shannon – Nyquist:

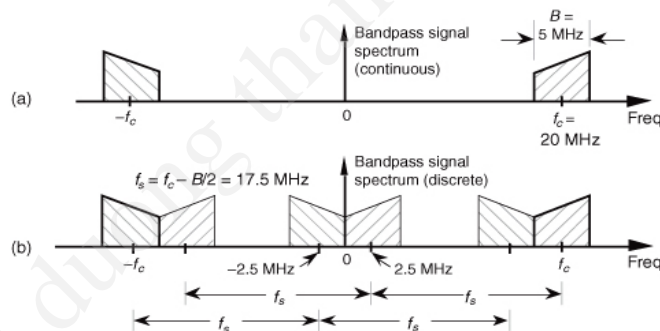
**Để tín hiệu sau khi lấy mẫu biểu diễn đúng tín hiệu tương tự gốc, tần số lấy mẫu phải lớn hơn hoặc bằng hai lần thành phần tần số lớn nhất của tín hiệu tương tự:  $f_s \geq 2F_M$ .**

Nếu tần số lấy mẫu không thỏa định lý Shannon – Nyquist thì trong phổ tần của tín hiệu sau khi lấy mẫu sẽ xuất hiện tần số giả  $f_0 = F \pm mf_s$ .

### b. Sampling bandpass signals

Trong thực tế ngoài cách lấy mẫu theo định lý Shannon – Nyquist, ta còn có thể sử dụng kỹ thuật bandpass sampling để lấy mẫu dải tần số tín hiệu có tần số trung tâm nằm ở tần số khác 0 Hz. Kỹ thuật này còn được biết đến với các tên khác như IF sampling, harmonic sampling, sub-Nyquist sampling, và under-sampling.

Ví dụ ta sử dụng kỹ thuật bandpass sampling để lấy mẫu dải tín hiệu có băng thông là 5 MHz và tần số trung tâm  $f_c = 20$  MHz như hình 1.a, nếu tuân theo định lý Shannon – Nyquist, tần số lấy mẫu phải là 45 MHz, tuy nhiên nếu ta lấy mẫu ở tần số 17,5 MHz, thì tín hiệu ra sẽ xuất hiện dải tần giả có tần số trung tâm là 2,5 MHz và băng thông 5 MHz như ở hình 1.b. Có thể thấy bandpass sampling không những lấy mẫu tín hiệu ở tần số thấp hơn kỹ thuật lowpass sampling mà còn thực hiện quá trình chuyển tần số về dải base band, do đó kỹ thuật này được ứng dụng nhiều trong các hệ thống truyền thông.



Hình 1: Bandpass signal sampling: (a) Phổ tần tín hiệu gốc; (b) Phổ tần tín hiệu giả khi tần số lấy mẫu là 17.5 MHz.

## 2. Tái tạo lại tín hiệu tương tự

Để tái tạo lại tín hiệu tương tự từ tín hiệu số, trước tiên ta đưa tín hiệu số qua mạch DAC sau đó sử dụng mạch lọc thấp qua để tạo lại tín hiệu tương tự. Đáp ứng xung của mạch lọc thấp

$$\text{qua: } h_{lp}(t) = \frac{T_s}{2\pi} \int_{-\frac{\Omega_s}{2}}^{\frac{\Omega_s}{2}} e^{j\Omega t} d\Omega = \frac{\sin(\pi t/T_s)}{\pi t/T_s}$$

Tín hiệu được tái tạo sẽ là tích chập của tín hiệu lấy mẫu với đáp ứng xung của mạch lọc thấp

$$\text{qua: } x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( x[n] \frac{\sin[\pi(t-nT_s)/T_s]}{\pi(t-nT_s)/T_s} \right)$$

## PHỤ LỤC

### CÁC CÂU LỆNH MATLAB ĐƯỢC SỬ DỤNG TRONG BÀI THỰC HÀNH

#### Phép toán

Lệnh	Miêu tả
<b>zeros(a,b)</b>	Tạo ma trận 0, a hàng, b cột
<b>ones(a,b)</b>	Tạo ma trận 1, a hàng, b cột
<b>sin(arg)</b>	Giá trị sin của góc arg (rad)
<b>cos(arg)</b>	Giá trị cos của góc arg (rad)
<b>filter(b,a,x)</b>	x là vector tín hiệu vào, a và b là các vector hằng số như định nghĩa ở phương trình (9). Hàm này tính giá trị ngõ ra của hệ thống. Tín hiệu ngõ ra sẽ có chiều dài bằng với tín hiệu ngõ vào, các điều kiện ban đầu được giả sử bằng 0
<b>impz(b,a,N)</b>	Tính N giá trị đầu tiên của đáp ứng xung của hệ thống. Hệ thống được giả sử là nhân quả. a và b là các hằng số được định nghĩa ở phương trình (9)
<b>conv(h,x)</b>	Tính tổng nhân chập của vector h và x
<b>abs(arg)</b>	Lấy trị tuyệt đối
<b>length(x)</b>	Trả về chiều dài của mảng x
<b>fft(x)</b>	Tìm fft của tín hiệu x
<b>floor(arg)</b>	Làm tròn xuống

#### Vẽ đồ thị

Lệnh	Miêu tả
<b>clf</b>	Xóa biểu đồ hiện tại
<b>plot(n,x)</b>	Vẽ đồ thị 2 trục toạ độ của vector n và x
<b>stem(n,x)</b>	Vẽ đồ thị 2 trục toạ độ của vector n và x
<b>stairs(n,x)</b>	Vẽ đồ thị 2 trục toạ độ của vector n và x
<b>grid on/off</b>	Bật tắt lưới trong đồ thị
<b>title('')</b>	Tên của đồ thị
<b>xlabel('')</b>	Tên của trục x
<b>ylabel('')</b>	Tên của trục y
<b>axis([a, b, c, d])</b>	Hiện thị trục x từ $a \rightarrow b$ , trục y từ $c \rightarrow d$
<b>subplot(a,b,c)</b>	Hiện thị nhiều đồ thị. Số đồ thị tối đa hiện thị được là $a*b$ . Đang thao tác ở đồ thị c