


Chương 2:

CÁC CÔNG THỨC TÍNH XÁC SUẤT

cuu duong than cong. com



I. Công thức cộng xác suất

a) A và B bất kỳ

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

b) A , B và C bất kỳ

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

Thí dụ : Tung 2 đồng xu. Tính xác suất có ít nhất một sấp.

$$\Omega = \{ SS, NN, SN, NS \}$$

$$A = \{ \text{Đồng xu 1 sấp} \} = \{ SS, SN \}$$

$$B = \{ \text{Đồng xu 2 sấp} \} = \{ SS, NS \}$$

$$\begin{aligned} P(\text{Có ít nhất một sấp}) &= P(A + B) \\ &= P(A) + P(B) - P(AB) \\ &= 2/4 + 2/4 - 1/4 = 3/4. \end{aligned}$$

II. Xác suất có điều kiện

Xác suất của A với điều kiện B xảy ra được định nghĩa như sau :

$$P(A / B) = \frac{P(A B)}{P(B)}$$

Thí dụ : Tung 2 súc sắc. $[\Omega] = 36$.

$A = \{\text{Súc sắc 1 có 1 điểm}\}$

$B = \{\text{Súc sắc 2 có điểm} > \text{điểm của súc sắc 1}\}$

$$P(A / B) = \frac{P(A B)}{P(B)} = \frac{\frac{[A B]}{[\Omega]}}{\frac{[B]}{[\Omega]}} = \frac{5 / 36}{15 / 36} = 5 / 15$$



Tính chất:

$$P(A / B) + P(\bar{A} / B) = 1$$

cuu duong than cong. com

cuu duong than cong. com



III. Công thức nhân xác suất

Từ định nghĩa xác suất có điều kiện ta có:

$$P(AB) = P(A) P(B/A) = P(B) P(A/B)$$

$$P(ABC) = P(A) P(B/A) P(C/AB)$$

IV. Các sự kiện độc lập

- Sự kiện A và B được gọi là độc lập nếu

$$P(AB) = P(A) P(B)$$

- Các SK A , B và C được gọi là độc lập toàn bộ nếu

$$P(AB) = P(A) P(B)$$

$$P(AC) = P(A) P(C)$$

$$P(BC) = P(B) P(C)$$

$$P(ABC) = P(A) P(B) P(C)$$



Nhận xét:

Nếu A và B là độc lập thì

$$P(A / B) = P(A)$$

$$P(B / A) = P(B)$$

cuu duong than cong. com

cuu duong than cong. com



Thí dụ : Tung 2 đồng xu. Xét 2 sự kiện

$$A = \{\text{Đồng xu 1 sấp}\}$$

$$B = \{\text{Đồng xu 2 sấp}\}$$

A và B độc lập vì

$$P(AB) = 1/4 = 1/2 \cdot 1/2 = P(A) P(B)$$

Nhận xét: Các sự kiện A_1, \dots, A_n là độc lập toàn bộ nếu mỗi sự kiện độc lập với tích bất kỳ của các sự kiện còn lại.



Thí dụ: Tung hai đồng xu. Xét các sự kiện

$A = \{ \text{Có 1 sấp} \} = \{SN, NS\}$

$B = \{ \text{Có 2 sấp} \} = \{SS\}$

$P(AB) = 0 \neq 2/4 \cdot 1/4 = P(A)P(B)$

Vậy A và B không độc lập.

Cách khác:

$P(A/B) = 0/1 = 0 \neq 2/4 = P(A)$



V. Công thức xác suất toàn phần

Công thức Bayes

Xét KGSKSC Ω , trong đó có nhóm đầy đủ

$$A_1, \dots, A_n$$

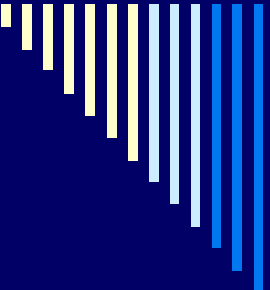
và sự kiện A . Khi đó

$$A = AA_1 + \dots + AA_n$$

$$P(A) = P(AA_1 + \dots + AA_n)$$

Do các sự kiện AA_1, \dots, AA_n xung khắc từng đôi nên

$$P(A) = P(AA_1) + \dots + P(AA_n)$$

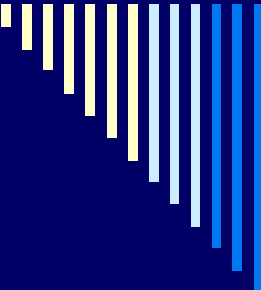


Theo công thức nhân, ta có công thức xác suất toàn phần sau đây

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1)P(A / A_1) + \dots + P(A_n)P(A / A_n) \\ &= \sum_{i=1}^n P(A_i)P(A / A_i) \end{aligned}$$

Công thức Bayes

$$P(A_j / A) = \frac{P(A_j)P(A / A_j)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(A / A_i)}, \quad j = 1, \dots, n$$



Thí dụ : Có 10 thăm, trong đó có 4 thăm có thưởng. Sinh viên A bắt đầu tiên, B bắt sau.

a) Hỏi có công bằng không ?

b) Nếu B được thưởng, tính xác suất A được thưởng.

Giải : a) $\underline{A} = \{ \text{Sinh viên } A \text{ được thưởng} \}$

$\overline{A} = \{ \text{Sinh viên } A \text{ không được thưởng} \}$

$B = \{ \text{Sinh viên } B \text{ được thưởng} \}$

Ta có A và \overline{A} là nhóm đầy đủ. Theo công thức xác suất toàn phần.

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A)P(B/A) + P(\overline{A})P(B/\overline{A}) \\ &= 4/10 \cdot 3/9 + 6/10 \cdot 4/9 = 4/10 = P(A) \end{aligned}$$

Vậy công bằng.



b) Theo công thức Bayes

$$P(A / B) = \frac{P(A)P(B / A)}{P(B)} = \frac{4 / 10 \cdot 3 / 9}{4 / 10} = 3 / 9$$

cuu duong than cong. com

cuu duong than cong. com