

PHẦN CƠ HỌC

ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

1. Khái niệm mở đầu

- a) Động học
- b) Chuyển động, đứng yên
- c) Hệ qui chiếu
- d) Chất điểm
- e) Phương trình chuyển động
- f) Phương trình quỹ đạo

2. Véc tơ vị trí

3. Véc tơ vận tốc

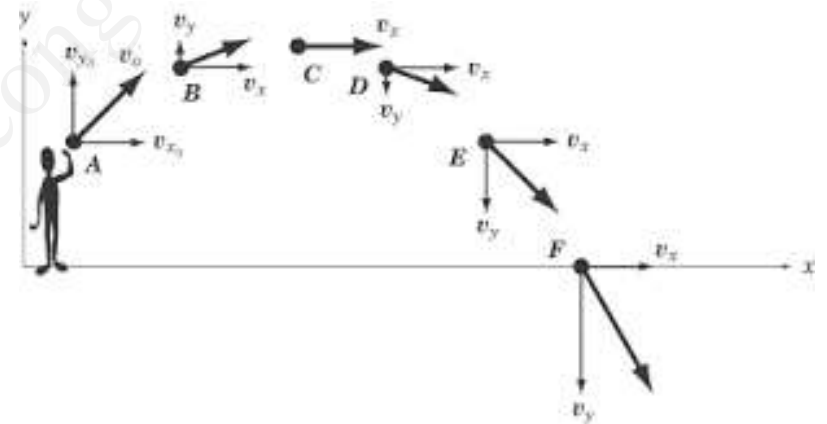
4. Véc tơ gia tốc

5. Vài chuyển động đặc biệt

- a) Chuyển động thẳng đều
- b) Chuyển động thẳng biến đổi đều
- c) Chuyển động tròn

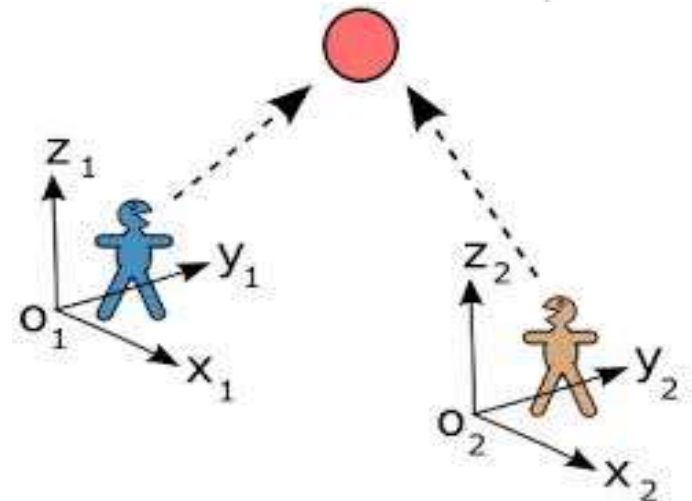
1. Khái niệm mở đầu

a) **Động học** (*Kinetics*): Môn/ngành học nghiên cứu các tính chất chuyển động của vật mà không quan tâm đến nguyên nhân gây ra chuyển động (lực). *Phân biệt với Động lực học* (*Dynamics*).



b) **Chuyển động** (*Motion*): là sự thay đổi vị trí của vật so với vật khác (vật xung quanh). Sự chuyển động có tính tương đối.

c) **Hệ qui chiếu** (*Frame of reference*): Vật được chọn làm mốc (đứng yên) để khảo sát chuyển động của vật khác, thường gắn với hệ tọa độ để biểu diễn tính chất chuyển động của vật theo thời gian.

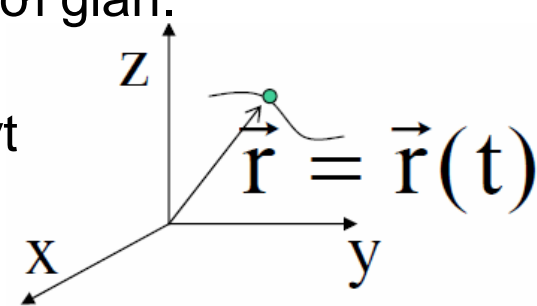


1. Khái niệm mở đầu (tt)

c) **Chất điểm** (*Particle*): Vật có khối lượng nhưng có thể bỏ qua kích thước khi khảo sát chuyển động (*Kích thước nhỏ so với quãng đường chuyển động hoặc không ảnh hưởng đến tính chất chuyển động*). Làm đơn giản hóa sự khảo sát chuyển động. Chất điểm có tính tương đối.

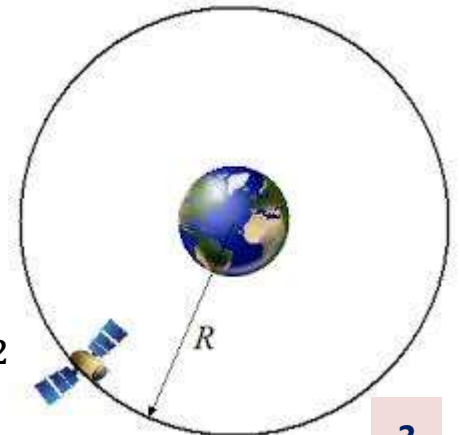
d) **Phương trình chuyển động**: phương trình biểu diễn sự thay đổi vị trí của chất điểm trong không gian (hệ tọa độ) theo thời gian.

$$M \begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{cases} \quad \text{TD: Chuyển động thẳng đều: } x = x_0 + vt$$



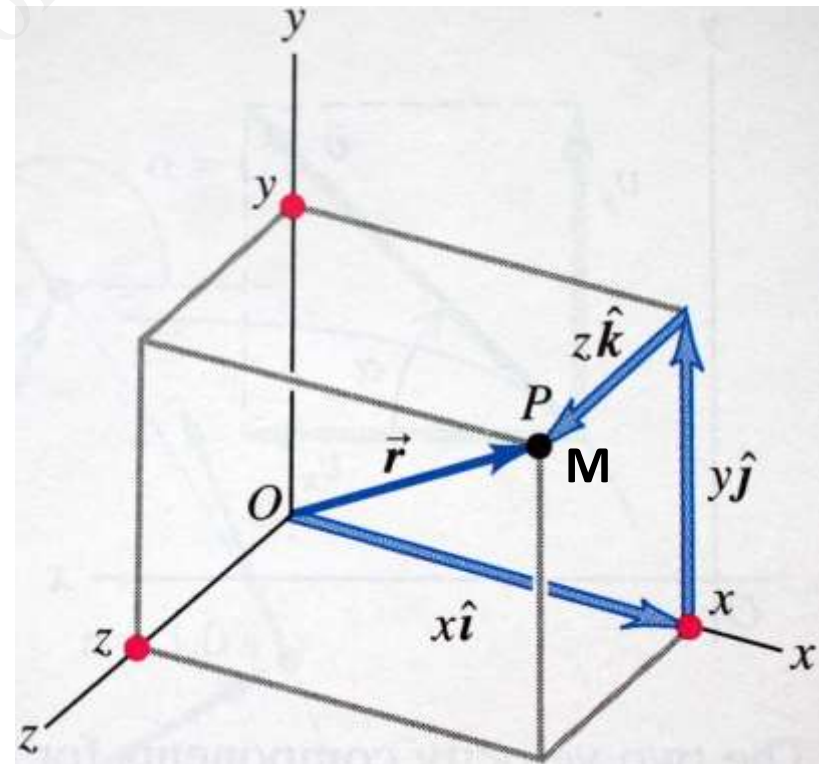
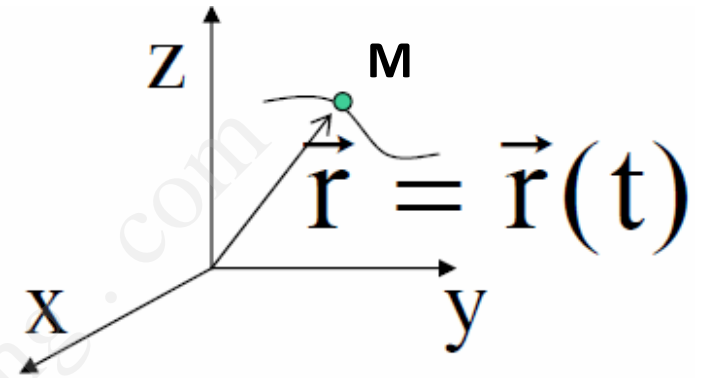
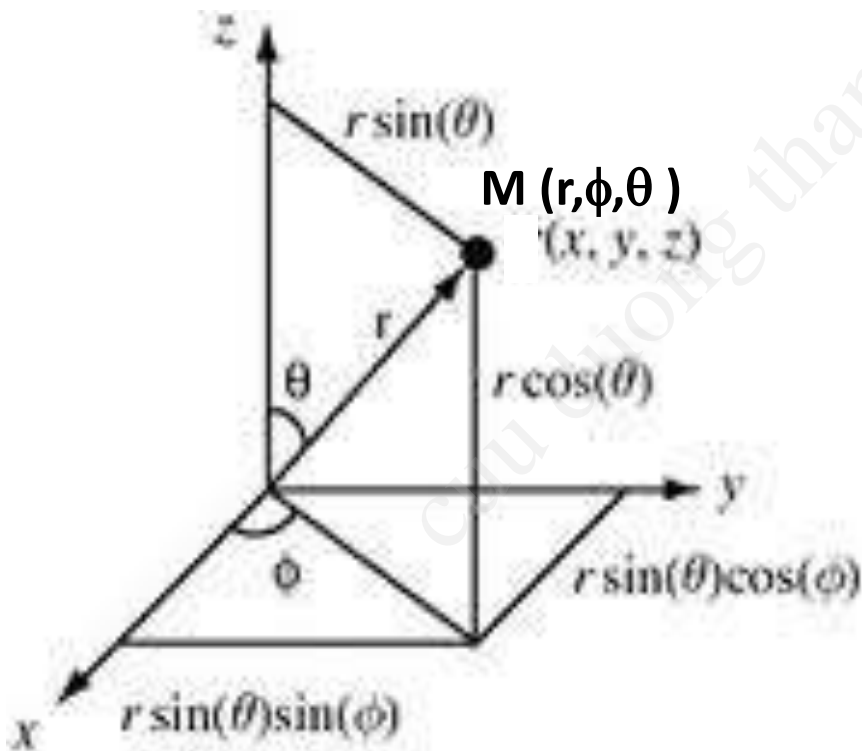
e) **Phương trình quỹ đạo**: phương trình biểu diễn **quỹ đạo** của chất điểm (tập hợp các vị trí chất điểm), là phương trình liên hệ giữa các thành phần tọa độ của vật không chứa tham số thời gian.

$$\text{TD: Quỹ đạo tròn, bán kính } R, \begin{cases} x = R \cos \omega t \\ y = R \sin \omega t \end{cases} \quad x^2 + y^2 = R^2$$



2. Vectơ vị trí (Position vector)

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$



3. Véc tơ vận tốc

+ Vector vận tốc trung bình
(Average velocity):

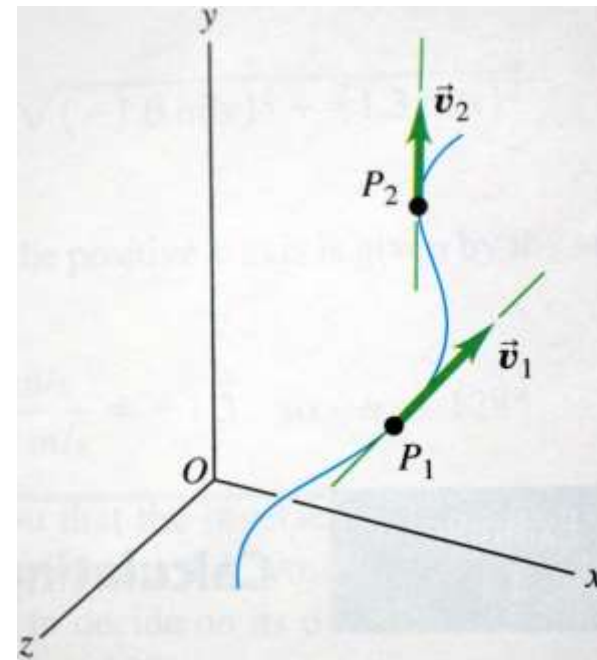
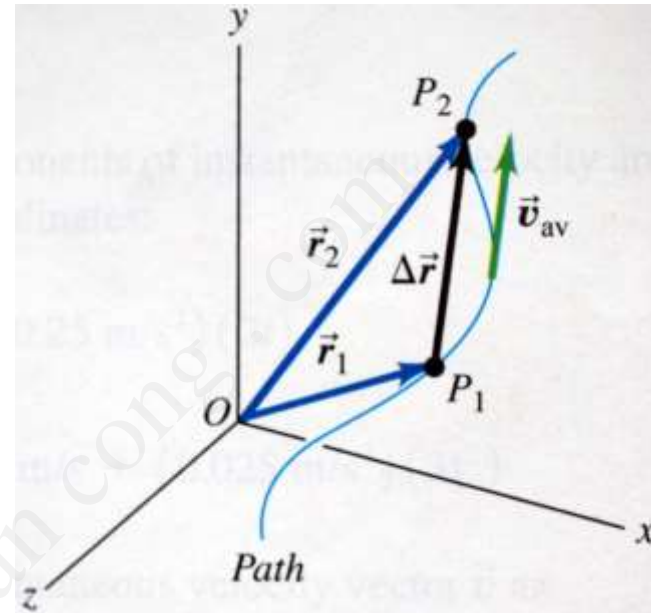
$$\vec{v}_{tb} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

+ Vector vận tốc tức thời
(Instantaneous velocity):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$



4. Véc tơ gia tốc

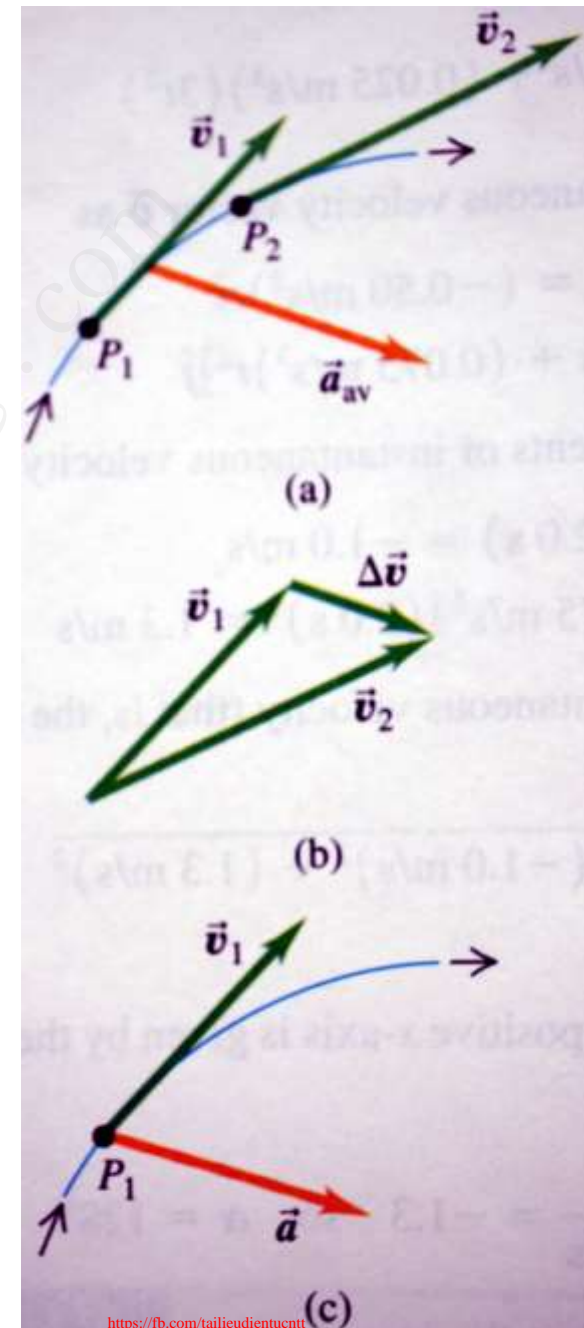
+ Véc tơ gia tốc trung bình
(Average acceleration):

$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

+ Véc tơ gia tốc tức thời
(Instantaneous acceleration):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



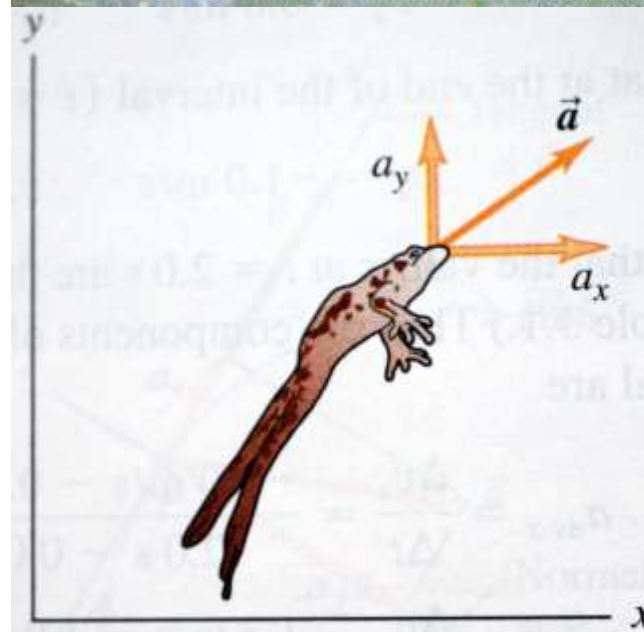
4. Véc tơ gia tốc (tt)

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$$

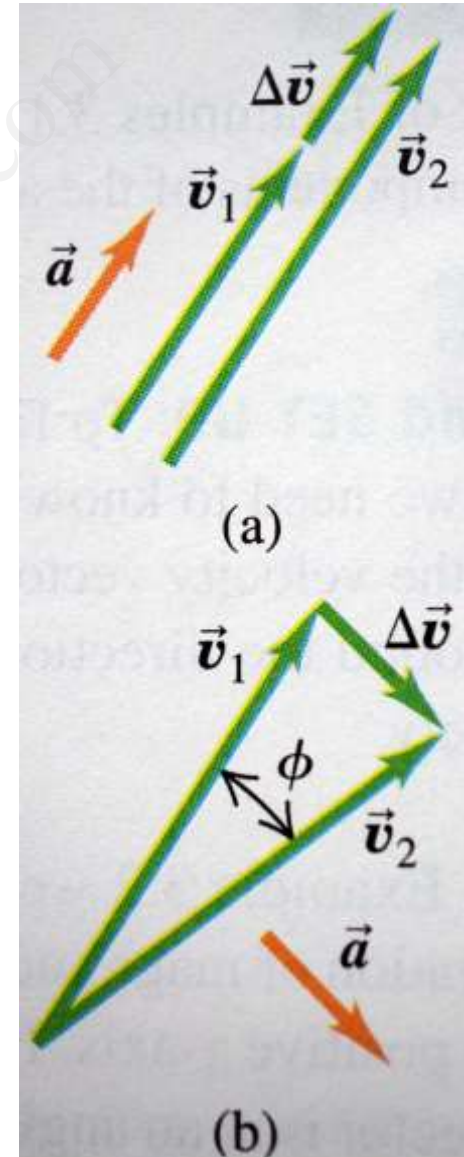
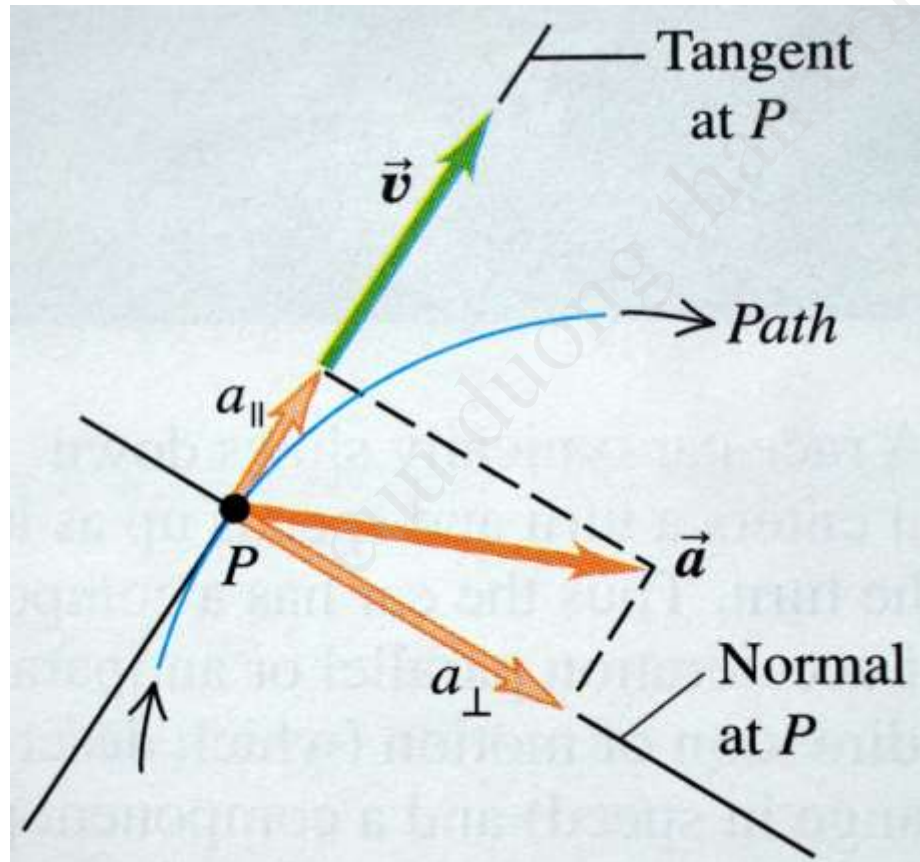
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$



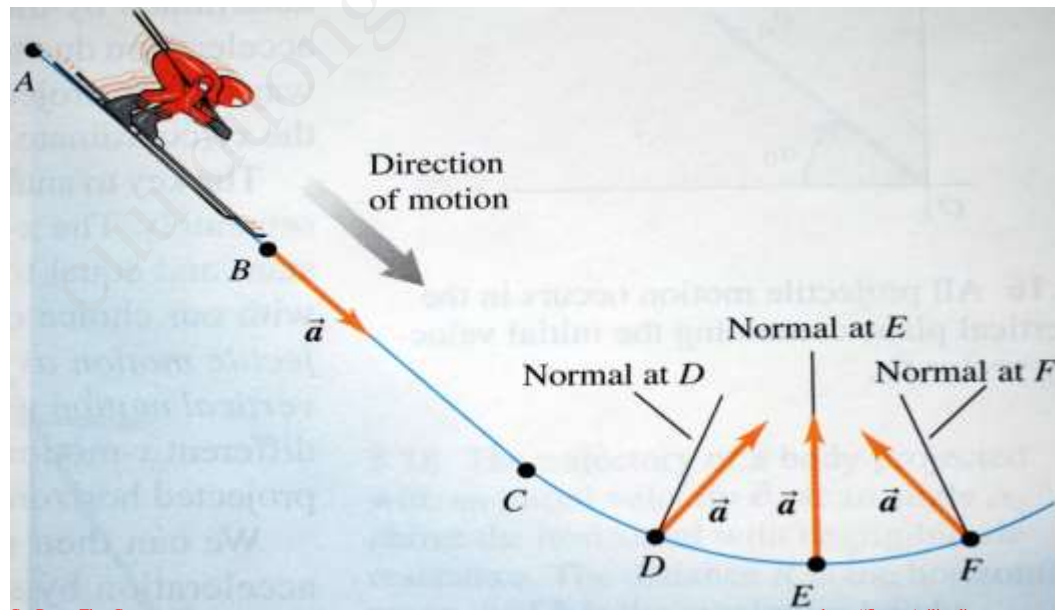
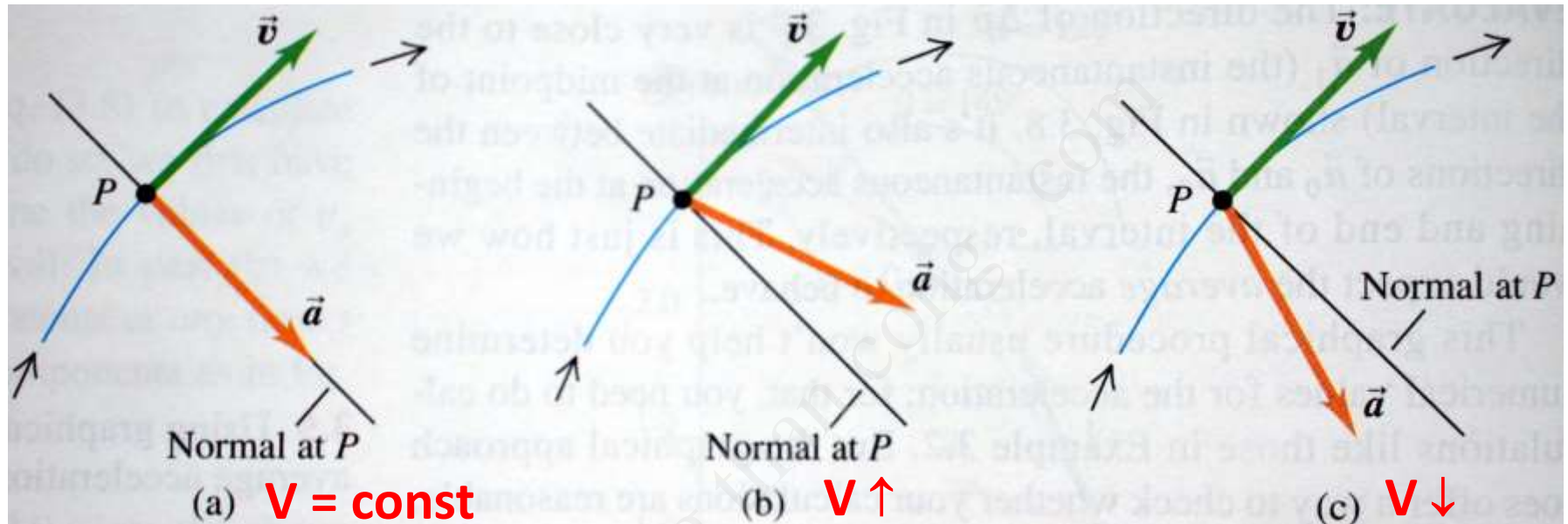
5. Gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến (*Tangential; Centripetal*)

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt} \vec{\tau} + \frac{v^2}{R} \vec{n}$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \quad a_n = \frac{v^2}{R} \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$



5. Gia tốc tiếp tuyến và pháp tuyến



6. Vận tốc góc và gia tốc góc

+ Vận tốc góc: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

+ Liên hệ giữa vận tốc góc và vận tốc dài:

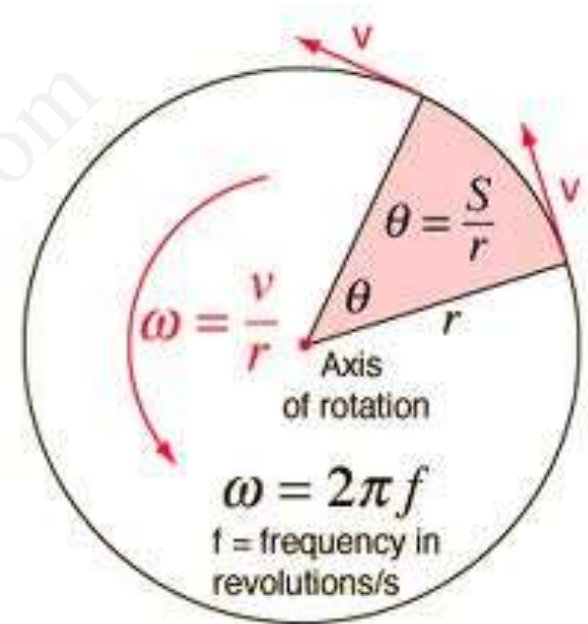
$$ds = R \cdot d\theta \Rightarrow \frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \mathbf{v} = R\omega$$

+ Gia tốc góc: $\beta = \frac{d\omega}{dt}$

+ Liên hệ giữa gia tốc góc và gia tốc tiếp tuyến:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \mathbf{a}_{\tau} = R\beta$$



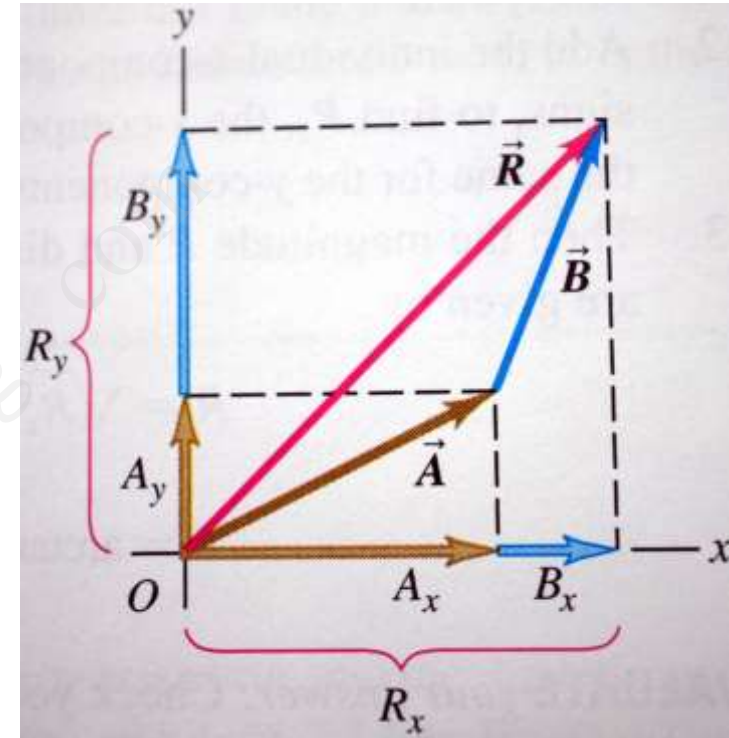
+ Cộng vector:

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

$$\vec{R} = (A_x + B_x) \vec{i} + (A_y + B_y) \vec{j} + (A_z + B_z) \vec{k}$$



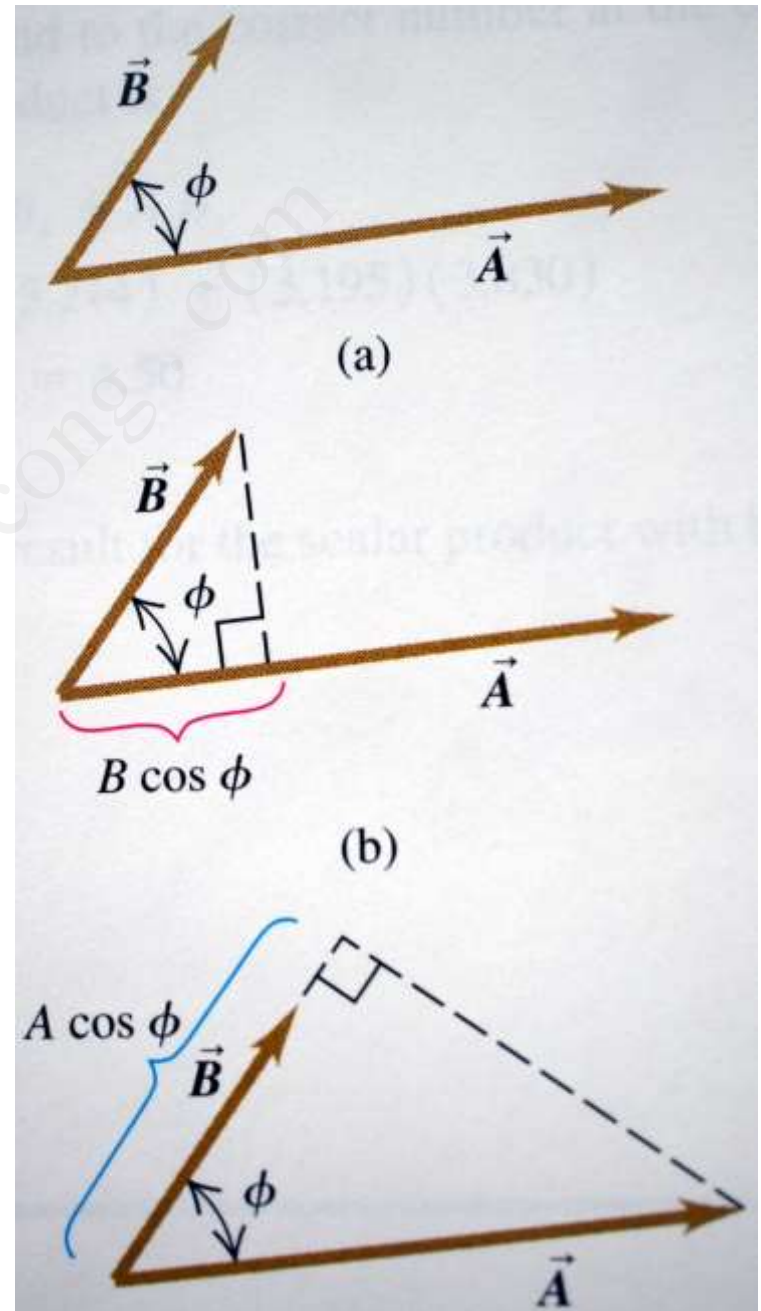
+ Tích vô hướng của 2 vectơ: (Scalar product)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = S = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\vec{A}, \vec{B})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \phi$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

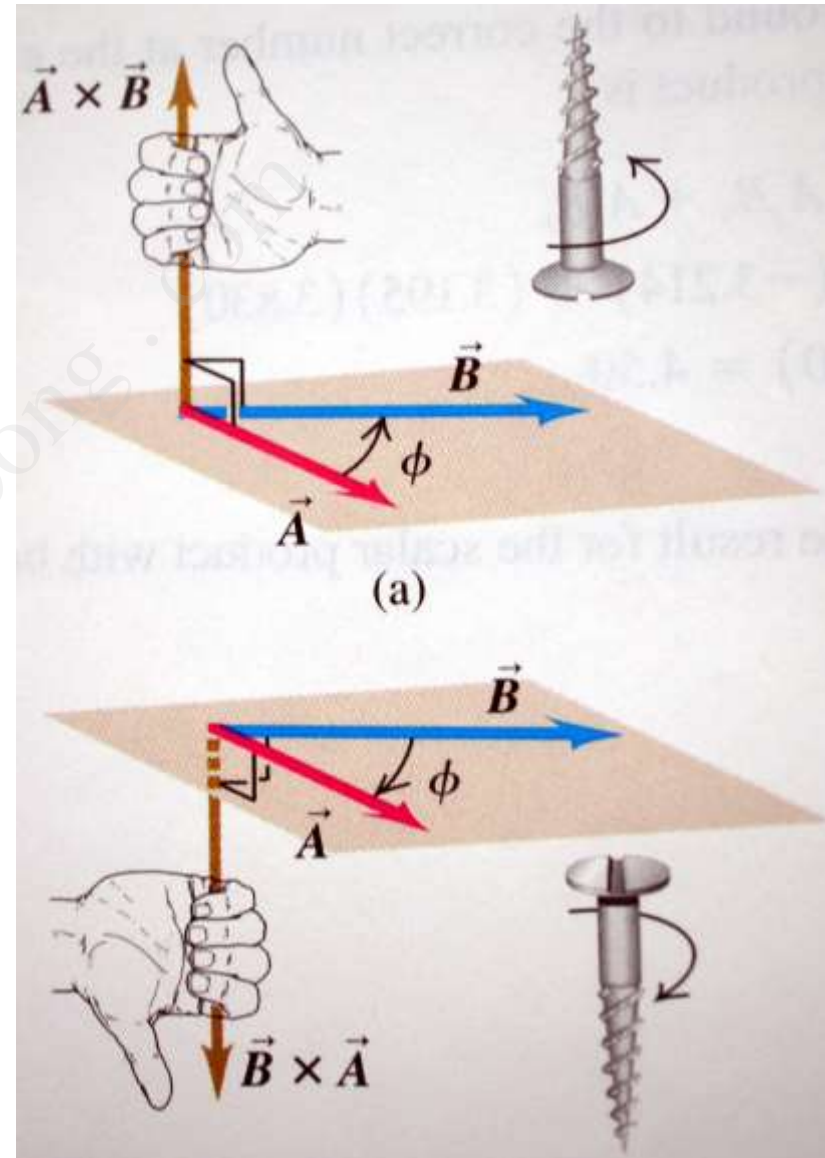
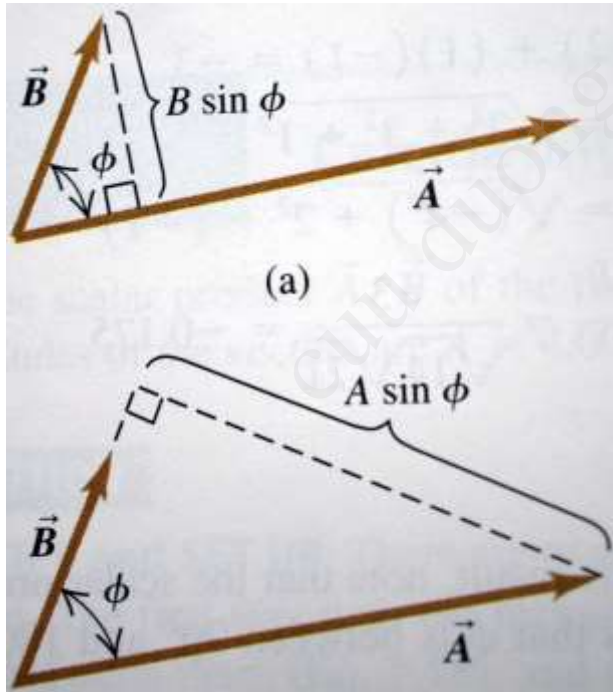
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$



+ Tích hữu hướng (Cross Product)

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} \begin{cases} \text{Độ lớn: } C = AB \sin(\vec{A}, \vec{B}) \\ \text{Phương: } \vec{C} \perp \vec{A} \text{ và } \vec{C} \perp \vec{B} \\ \text{Chiều: qui tắc bàn tay phải} \end{cases}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \quad \vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$



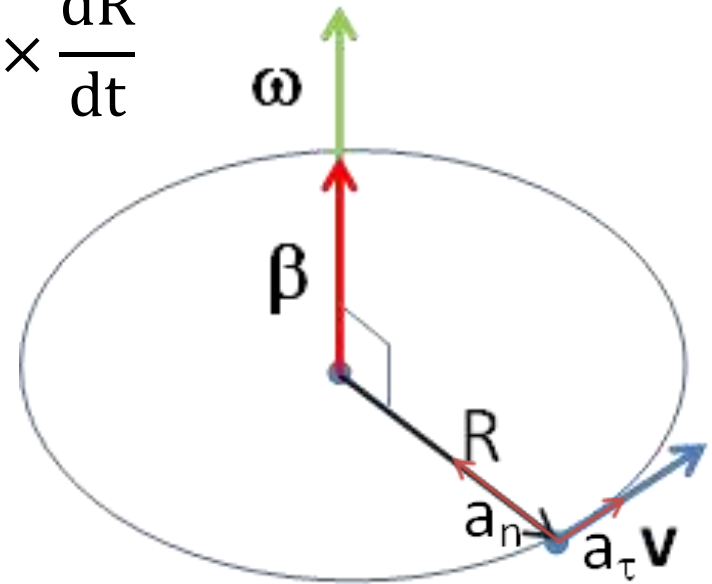
+ Vec tơ vận tốc góc và gia tốc góc:

Vec tơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ và gia tốc góc $\vec{\beta}$ cùng phương với trục quay (\perp mặt phẳng quỹ đạo)

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R} \qquad \vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{R}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{R} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{R}}{dt}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \begin{cases} \vec{a}_\tau = \vec{\beta} \times \vec{R} \\ \vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v} \end{cases}$$



8. Vài chuyển động đặc biệt

+ Chuyển động thẳng đều

- Quỹ đạo là đường thẳng
- Gia tốc $a = 0$
- Vận tốc không đổi: $v = v_0 = \text{hằng}$
- Phương trình chuyển động: $x = v_0 t + x_0$

+ Chuyển động thẳng thay đổi đều

- Quỹ đạo là đường thẳng
- Gia tốc $a = \text{hằng số}$
- Vận tốc: $v = at + v_0$
- Phương trình chuyển động: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$
- Đoạn đường đi được: $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$
- Hệ thức: $v^2 - v_0^2 = 2a.s$

+ Chuyển động tròn đều:

- Quỹ đạo là đường tròn, bk R

- Gia tốc góc: $\beta = 0$

$$\vec{a} = \vec{a}_n \quad ; \quad a_t = 0$$

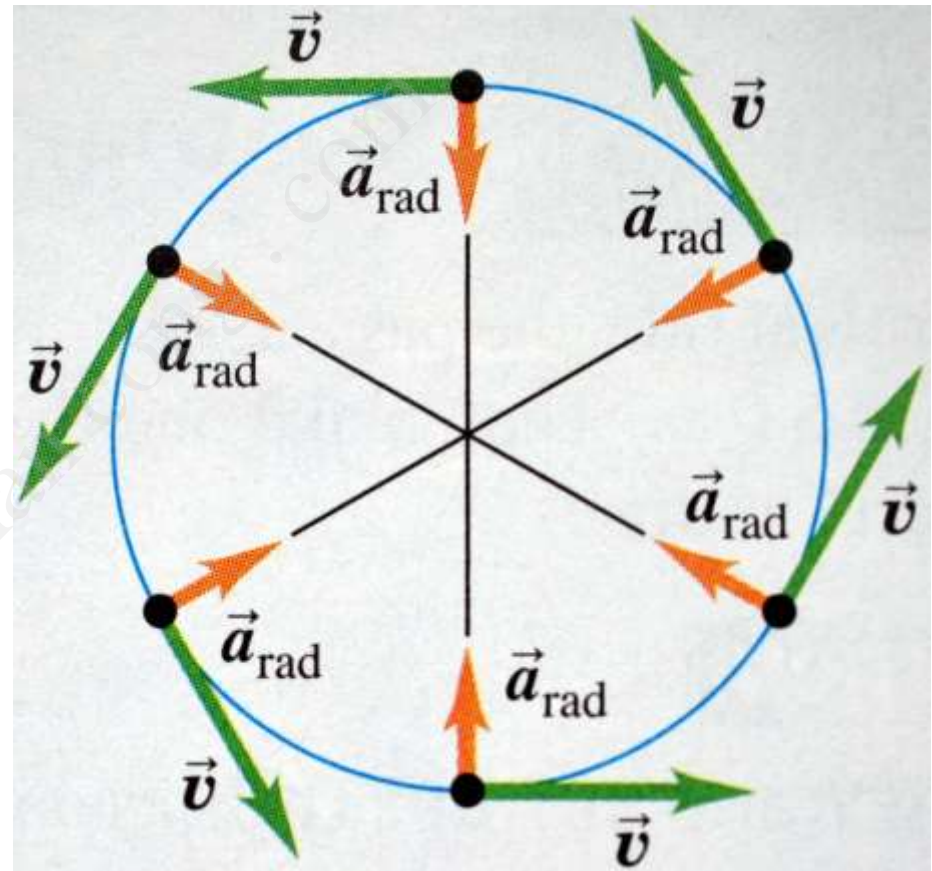
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

- Vận tốc góc không đổi: $\omega = \text{hằng}$

$$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$$

- Phương trình chuyển động:

$$\theta = \omega t + \theta_0$$



+ Chuyển động tròn thay đổi đều:

- Quỹ đạo là đường tròn

- Gia tốc góc β = hằng số

$a_\tau = R\beta$: không đổi ; $a_n = v^2/R$: thay đổi

- Vận tốc góc: $\omega = \beta t + \omega_0$

- Phương trình chuyển động: $\theta = \frac{1}{2}\beta t^2 + \omega_0 t + \theta_0$

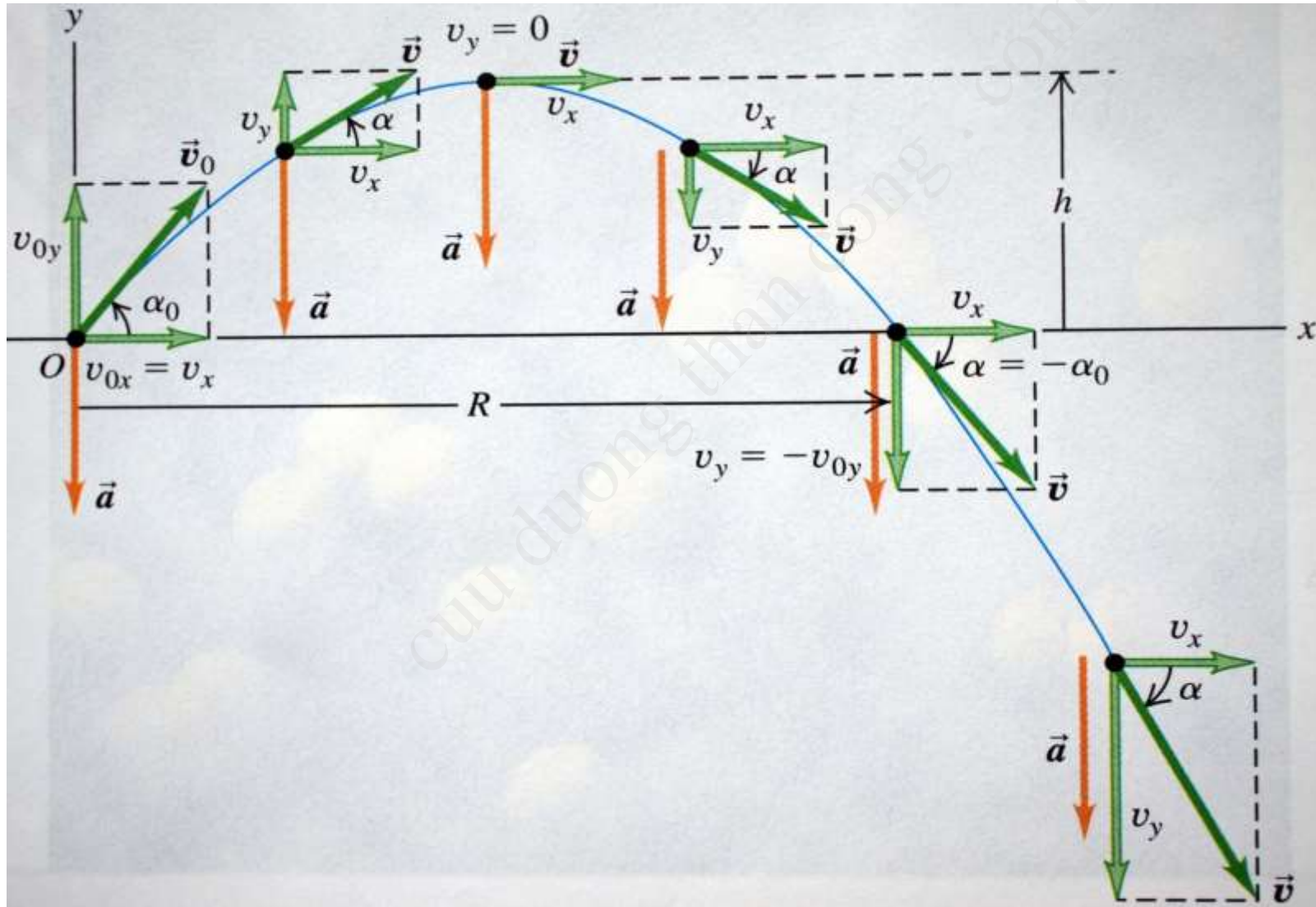
- Góc quay được: $\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \frac{1}{2}\beta t^2 + \omega_0 t$

- Hệ thức: $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta \cdot \Delta\theta$

PHẦN CƠ HỌC: ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

+ Chuyển động trong trọng trường

$$\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$$



$$\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

+ Chuyển động trong trọng trường

$$\vec{a} = \vec{g} = \frac{d\vec{v}}{dt} \begin{cases} 0 = \frac{dv_x}{dt} \\ -g = \frac{dv_y}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} dv_x = 0 \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = \text{const} \\ dv_y = -g \cdot dt \Rightarrow \int_{v_0 \sin \alpha_0}^{v_y} dv_y = - \int_0^t g \cdot dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha_0 \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \int_0^x dx = \int_0^t (v_0 \cos \alpha_0) \cdot dt \\ \int_0^y dy = \int_0^t (-gt + v_0 \sin \alpha_0) \cdot dt \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình chuyển động:} \begin{cases} x = (v_0 \cos \alpha_0)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha_0)t \end{cases}$$

- Phương trình quỹ đạo:
$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2 + (\tan \alpha) x$$

9. Chuyển động tương đối (Relative motion):

$$\vec{r}_{P/A} = \vec{r}_{P/B} + \vec{r}_{B/A}$$

$$\vec{v}_{P/A} = \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{B/A}$$

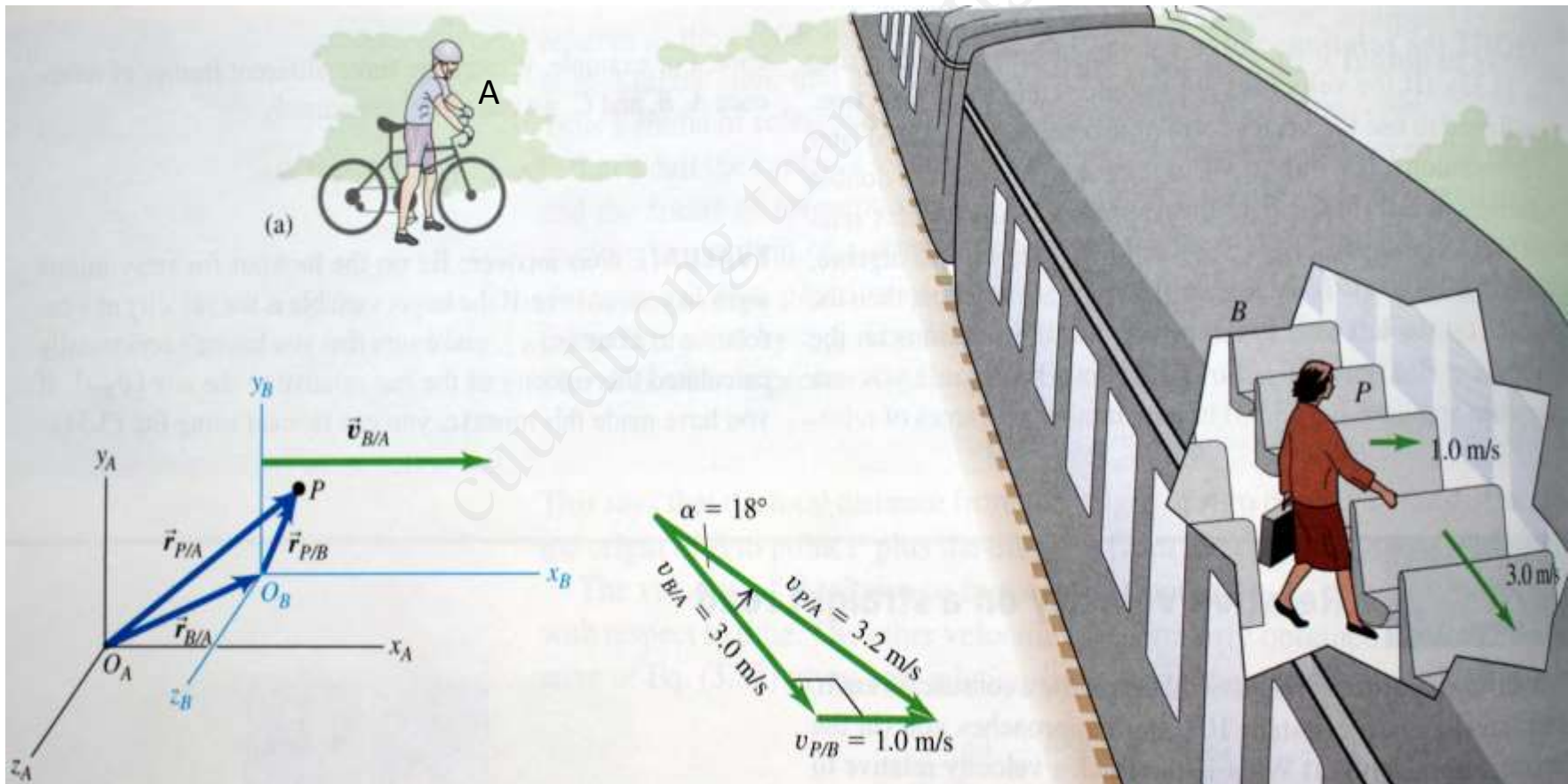
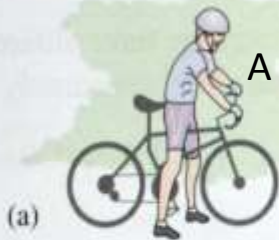
$$\vec{a}_{P/A} = \vec{a}_{P/B} + \vec{a}_{B/A}$$

- Vận tốc HQC B đối với HQC A: \vec{V}

- Vận tốc chất điểm P đ/v HQC B: \vec{v}'

- Vận tốc chất điểm P đ/v HQC A: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$

- Gia tốc chất điểm P đ/v HQC A: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$



+ Chuyển động tương đối:

A: Air
E: Earth
P: Plane

