

Trong nhiều bài toán cơ học, **lực tác động** là hàm phụ thuộc vị trí không thể giải bằng phương pháp động lực học (vì không thể lấy tích phân theo thời gian!)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^t \frac{\vec{F}(\vec{r})}{m} dt \quad (!)$$

Khắc phục loại bài toán này dẫn đến **khái niệm Công, Năng lượng**.

**Phương pháp năng lượng** trở nên rất hiệu quả để giải các bài toán cơ học mà không cần quan tâm đến lực tác động.

Trong cơ học, năng lượng được khảo sát là **Cơ năng** bao gồm **Động năng** và **Thế năng**.

1

## 1. Công

**Công** là một dạng trao đổi năng lượng liên quan đến sự dịch chuyển của vật.

**Công W của một lực không đổi  $\vec{F}$**  khi điểm đặt dịch chuyển một đoạn thẳng  $\Delta \vec{x}$ :

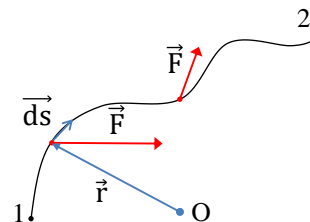
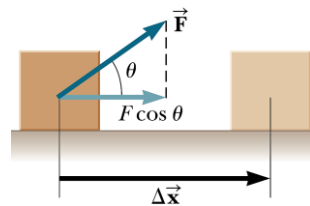
$$W = F \cos \theta \cdot \Delta x = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} \quad (N.m = J : \text{joule})$$

**Công của một lực biến đổi  $\vec{F}$**  khi điểm đặt dịch chuyển trên đoạn cong:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow W = \int_1^2 \vec{F}_s \cdot d\vec{s} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

**Công của hợp lực:**  $W = \sum_i W_i = \sum_i \int_1^2 \vec{F}_i \cdot d\vec{r} = \int_1^2 \left( \sum_i \vec{F}_i \right) \cdot d\vec{r}$



2

## 2. Công suất

**Công suất trung bình**  $P_{tb}$  trong khoảng thời gian  $t$ , là công thực hiện trong một đơn vị thời gian :

$$P_{tb} = \frac{W}{t} = \frac{1}{t} \int_1^2 \vec{F}_s \cdot d\vec{s} \quad (J/s = \text{watt})$$

**Công suất tức thời**  $P$  (tại một thời điểm):

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_s \cdot v} \quad (W)$$

3

## 3. Động năng

**Động năng** của một vật khối lượng  $m$  là năng lượng liên quan trạng thái chuyển động (vận tốc  $v$ ) của vật đối với một hệ qui chiếu.

$$\text{Ta có } F_s = m \frac{dv}{dt} = m \frac{ds}{dt} \frac{dv}{ds} = mv \frac{dv}{ds}$$

$$\Rightarrow W = \int_1^2 F_s \cdot ds = m \int_1^2 v \cdot dv = \left[ \frac{1}{2} mv_2^2 \right] - \left[ \frac{1}{2} mv_1^2 \right]$$

$$\Rightarrow W = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k : \text{Độ biến đổi động năng của vật.}$$

*Công phụ thuộc quá trình dịch chuyển nên là hàm quá trình.*

*Động năng phụ thuộc trạng thái chuyển động nên là hàm trạng thái.*

**Động năng** của vật khối lượng  $m$  đang chuyển động với vận tốc  $v$ :

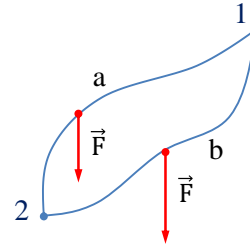
$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} mv^2}$$

4

#### 4. Lực bảo toàn

**Lực** mà công của nó làm dịch chuyển một chất điểm chỉ phụ thuộc vị trí đầu và cuối (không phụ thuộc đường đi) được gọi là lực bảo toàn.

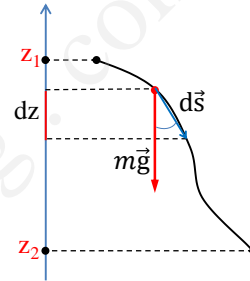
$$\int_{1a2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{1b2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{hay} \quad \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$



**Thí dụ:** Trọng lực  $\vec{P} = m\vec{g}$ , lực đàn hồi của lò xo  $\vec{F} = -k\vec{x}$  là lực bảo toàn.

$$dW = m\vec{g} \cdot d\vec{s} = -mg \cdot ds \cdot \cos \alpha = -mg \cdot dz$$

$$W = - \int_{z_1}^{z_2} mg \cdot dz = mgz_1 - mgz_2$$



5

#### 5. Thế năng

Lực bảo toàn luôn tồn tại một hàm vô hướng chỉ phụ thuộc vị trí gọi là thế năng  $E_p$ .

Công vi cấp  $dW$  khi lực  $\vec{F}$  dịch chuyển  $ds$ :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_s \cdot ds = -dE_p$$

$$\rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = - \int_1^2 dE_p = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$$

Công của lực bảo toàn giữa 2 điểm bằng độ giảm thế năng giữa 2 điểm đó. Thế năng là hàm trạng thái.

$$\text{Vì } F_s \cdot ds = -dE_p \Rightarrow \boxed{F_s = -\frac{dE_p}{ds}}$$

$$\rightarrow \vec{F} = -\left( \frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} \right)$$

Liên hệ lực bảo toàn và thế năng:  $\vec{F} = -\text{grad } E_p$

6

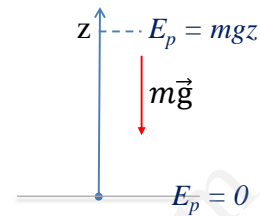
## 5. Thế năng – Thí dụ

Thế năng của chất điểm được xác định sai khác một hằng số cộng. Giá trị thế năng xác định phụ thuộc gốc thế năng.

**Thí dụ Thế năng trọng trường**

$$P = -mg = -\frac{dE_p}{dz} \Rightarrow dE_p = mg \cdot dz$$

$$E_p = \int mg \cdot dz = mgz + C$$

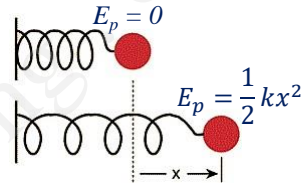


Chọn gốc thế năng  $E_p = 0$  ở mặt đất  $z = 0 \rightarrow C = 0 \Rightarrow E_p = mgz$

**Thí dụ Thế năng đàn hồi của lò xo**

$$F_{dh} = -kx = -\frac{dE_p}{dx} \Rightarrow dE_p = kx \cdot dx$$

$$E_p = \int_0^x kx \cdot dx = \frac{1}{2} kx^2 \quad (E_p = 0 \text{ tại vị trí cân bằng } x=0)$$



7

## 5. Thế năng – Thí dụ

Trường lực xuyên tâm:  $\vec{F} = \frac{k}{r^2} \hat{r}$

- Lực hấp dẫn:  $F = -\frac{GMm}{r^2}, k = -GMm$

- Lực tĩnh điện:  $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2}, k = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0}$

Dạng tổng quát:  $F = \frac{k}{r^2} = -\frac{dE_p}{dr} \Rightarrow dE_p = -\frac{k}{r^2} dr$

- Thế năng:  $E_p = \int -\frac{k}{r^2} dr = \frac{k}{r} + C$

Chọn gốc thế năng  $E_p = 0$  ở vô cùng  $r = \infty \rightarrow C = 0$

$$\Rightarrow E_p = \frac{k}{r}$$

8

## 6. Bảo toàn cơ năng

Liên hệ giữa công của lực bảo toàn, độ biến thiên động năng và thế năng:

$$W = \Delta E_k = -\Delta E_p$$

Khi hệ cô lập hoặc ngoại lực tác động lên hệ là lực bảo toàn thì cơ năng của hệ không đổi (*cơ năng bảo toàn*).

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = 0 \rightarrow E = E_k + E_p = \text{const}$$

Biểu thức cơ năng của vật trong trọng trường:

$$E = \frac{1}{2} Mv^2 + Mgz$$

Khi hệ chịu tác động ngoại lực **không bảo toàn**  $f$  (lực phi thế) thì độ biến đổi cơ năng của hệ bằng công của lực phi thế.

$$\Delta E = W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

9

Một xe đẩy hàng hóa đang lăn trên một bãi đậu xe bởi tác động của một luồng gió mạnh.

Tác dụng một lực không đổi  $\vec{F} = 30\hat{i} - 40\hat{j}$  (N) lên xe đẩy làm dịch chuyển đoạn đường  $\vec{s} = -9\hat{i} - 3\hat{j}$  (m).

Tính công của lực tác dụng của bạn khi xe đẩy dịch chuyển đoạn đường  $s$ ? (BT 6.8 Uni. Physics)

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = (30\hat{i} - 40\hat{j}) \cdot (-9\hat{i} - 3\hat{j})$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = 1; \quad \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{i} = 0$$

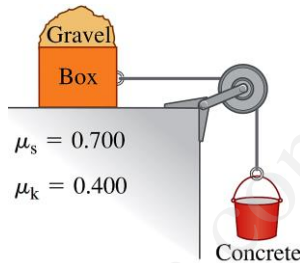
$$W = (30\hat{i}) \cdot (-9\hat{i}) + (-40\hat{j}) \cdot (-3\hat{j}) = -150 \text{ (J)}$$

10

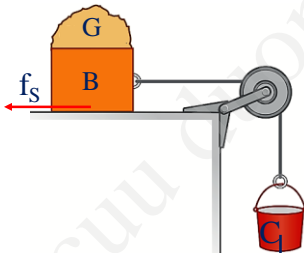
Một xô bê tông 65,0 kg treo vào một đầu dây cáp nhẹ, vắt qua một ròng rọc nhẹ không ma sát, đầu dây cáp còn lại được nối theo phương ngang với một cái thùng 80,0 kg nằm trên một mặt phẳng nằm ngang. Trên mặt thùng có một bao sỏi 50,0 kg, đang đứng yên. Các hệ số ma sát tĩnh và động giữa cái thùng và mặt sàn lần lượt là  $\mu_s = 0,7$  và  $\mu_k = 0,4$ .

(a) Tìm lực ma sát tác dụng trên bao sỏi và trên cái thùng.

(b) Đột ngột nhấc bao sỏi lên. Sử dụng PP bảo toàn năng lượng tìm vận tốc của xô bê tông sau khi nó đã đi xuống 2,0 m từ vị trí đứng yên ban đầu. (BT 7.41 Uni. Physics)

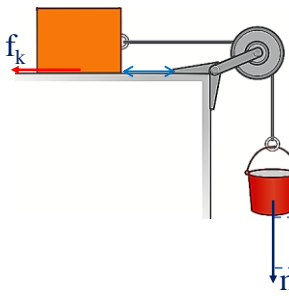


11



a) Hệ đứng yên: Lực ma sát trên bao sỏi bằng không. Lực ma sát trên cái thùng là ma sát tĩnh và bằng trọng lượng xô bê tông.

$$f_s = m_C g = 65 \text{ (kg)} \cdot 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)} = 637 \text{ N}$$



b) Hệ chuyển động:

$$W = \Delta E_k \text{ hay } \Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2} (m_C + m_B) v^2 = -m_C g \cdot (-h) - \mu_k m_B g \cdot h$$

$$\Rightarrow v$$

Áp dụng phương pháp động lực học:

$$m_C g - \mu_k m_B g = (m_C + m_B) a \Rightarrow a$$

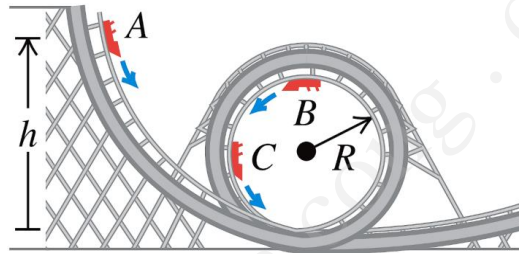
$$a = \text{const} \rightarrow v^2 = 2ah$$

12

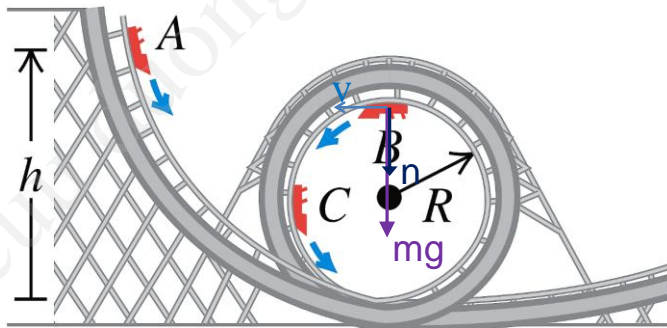
Một chiếc xe lượn trong một công viên giải trí lượn tròn trên đường rãnh không ma sát. Nó bắt đầu từ đứng yên tại điểm A ở độ cao  $h$  so với đáy của đường cuộn tròn. Xem chiếc xe như một chất điểm.

(a) Tính giá trị cực tiểu của  $h$  (theo  $R$ ) sao cho xe chuyển động quanh vòng tròn mà không rơi xuống từ đỉnh (điểm B)?

(b) Nếu  $h = 3,5 R$  và  $R = 20 \text{ m}$  tính toán vận tốc, gia tốc hướng tâm và gia tốc tiếp tuyến của hành khách khi xe đang ở điểm C (ở phần cuối của một đường kính ngang). Hiển thị các thành phần gia tốc này trong một sơ đồ. (BT 7.46 Uni. Physics)



13



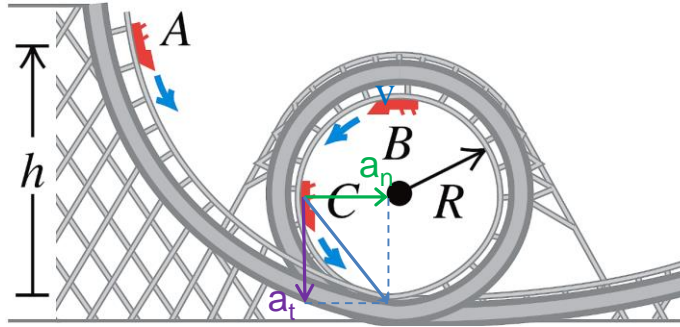
a) Ở B: Vận tốc tối thiểu để xe không rời đường ray ứng với  $n \approx 0$

$$mg + n = m \frac{v_B^2}{R} \rightarrow g = \frac{v_B^2}{R} \rightarrow v_B = \sqrt{gR}$$

Áp dụng bảo toàn cơ năng:

$$mgh - mg(2R) = \frac{1}{2}mv_B^2 \geq \frac{1}{2}m(gR) \rightarrow h \geq \frac{5}{2}R$$

14



b) Ở C:

$$U_A - U_C = K_C - K_A \rightarrow mg(h_A - h_C) = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow v_C$$

$$a_n = \frac{v_C^2}{R} ; a_t = g$$