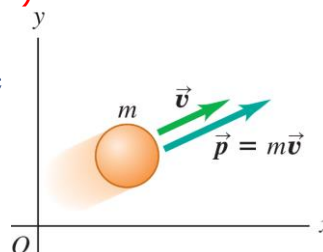


## 1. Vectơ động lượng (Linear Momentum)

**Vectơ động lượng** của chất điểm khối lượng  $m$  đang chuyển động vận tốc  $\vec{v}$  được định nghĩa :  $\vec{p} = m\vec{v}$

$$\text{mà } \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$



Tốc độ thay đổi vectơ động lượng bằng lực tác động lên vật.

$$\text{Động lượng hệ chất điểm: } \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots = \sum_i \vec{p}_i$$

### Bảo toàn động lượng

Chất điểm cô lập:  $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const} \Rightarrow \vec{v} = \text{const}$

Tổng động lượng của hệ cô lập là không đổi (Dù có bất kỳ sự tương tác nào xảy ra bên trong hệ).

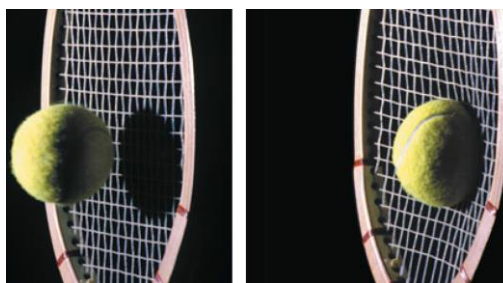
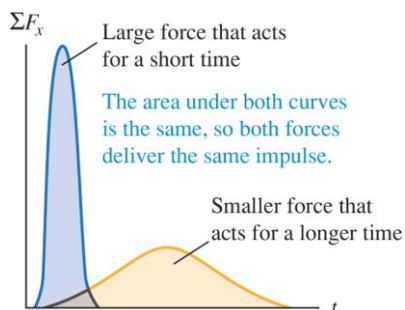
1

## 2. Xung lực (Impulse of force)

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt \Rightarrow \boxed{\Delta\vec{p} = \int_0^{\Delta t} \vec{F} \cdot dt = \vec{F}_{tb} \cdot \Delta t}$$

Độ biến đổi động lượng của chất điểm trong khoảng thời gian bằng xung lực tác động lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

Lực tác động trung bình trong thời gian  $\Delta t$ :  $\boxed{\vec{F}_{tb} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}}$



2

### 3. Momen lực (Torque of force)

Momen lực  $\vec{\tau}$  đối với điểm O:

$$\vec{\tau} = \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

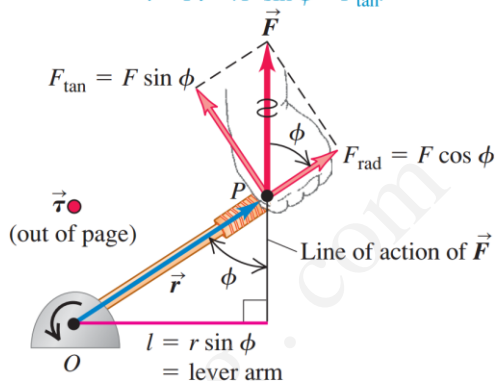
$$M = r \cdot F \cdot \sin \phi$$

$$M = r \cdot F_{\tan}$$

$$M = F \cdot l \text{ (N.m)}$$

Three ways to calculate torque:

$$\tau = Fl = rF \sin \phi = F_{\tan} r$$



3

### 4. Vectơ momen động lượng (Angular momentum)

Định nghĩa vectơ momen động lượng  $\vec{L}$  của chất điểm m đối với điểm O:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

$$L = mv \cdot r \cdot \sin \phi = mvl = p \cdot l$$

$$L = m \cdot r \cdot v_{\tau} = mr \cdot r \cdot \omega = (mr^2) \omega$$

$\rightarrow L = I \cdot \omega$ , với  $I = mr^2$  moment quán tính của m đối với O.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} \right) + \left( \vec{r} \times m \frac{d\vec{v}}{dt} \right) = (\vec{v} \times m\vec{v}) + (\vec{r} \times m\vec{a})$$

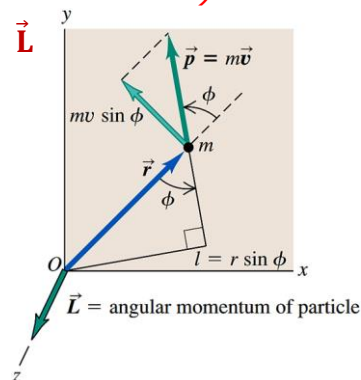
$= 0$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}$$

Nếu I const  $\rightarrow$

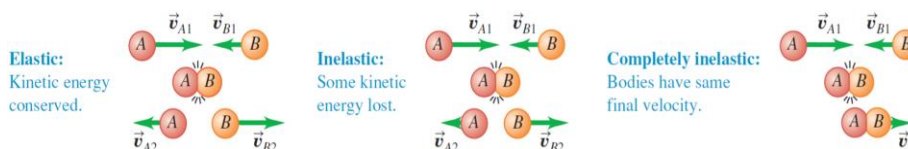
$$I \frac{d\omega}{dt} = I\beta = M$$

$$\text{Nếu } \vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{const} = mr^2 \vec{\omega} \Rightarrow \vec{\omega} = \text{const}$$



4

## 5. Va chạm (Collisions)



- Khảo sát tương tác “*mạnh*” giữa các vật trong thời gian ngắn.
- Lực tương tác do va chạm giữa các vật trong thời gian rất ngắn và thường lớn hơn nhiều so với ngoại lực tác dụng lên hệ nên có thể xem là hệ cô lập và **động lượng của hệ bảo toàn**.
- Trong **va chạm đàn hồi**, lực tương tác là lực bảo toàn nên **động năng bảo toàn**.
- Trong **va chạm không đàn hồi**, lực tương tác không bảo toàn nên một phần năng lượng biến đổi thành nhiệt năng và **động năng của hệ giảm**.

5

## 6. Va chạm đàn hồi

Sau va chạm 2 vật không bị biến dạng, mỗi vật có một vận tốc riêng.

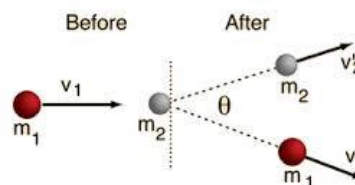
Trước và sau va chạm, **hệ bảo toàn động lượng và động năng**.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$$

$$\vec{v}'_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}'_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$



Va chạm đàn hồi trên một phương

$$v'_2 - v'_1 = -(v_2 - v_1)$$

6

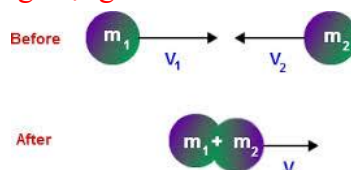
## 7. Va chạm không đàn hồi

Sau va chạm 2 vật “dính nhau” và chuyển động cùng vận tốc.

Trước và sau va chạm, **chỉ bảo toàn động lượng**.

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{(m_1 + m_2)}$$



**Không** bảo toàn động năng. Lực tương tác là lực không bảo toàn nên một phần động năng biến đổi thành nhiệt năng.

**Thí dụ:** Cho  $v_2 = 0 \rightarrow$  Động năng ban đầu  $E_k = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$

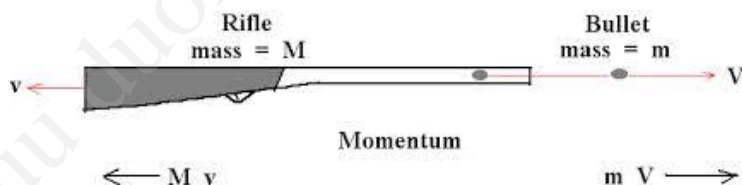
Vận tốc sau va chạm:  $v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$

$$E'_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

$$E'_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 v_1^2 \rightarrow \frac{E'_k}{E_k} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} < 1$$

8

## 8. Hiện tượng súng giật lùi



- Động lượng của hệ trước và sau khi bắn không đổi:

$$0 = m \vec{V} + M \vec{v}$$

- Vận tốc giật lùi của súng:

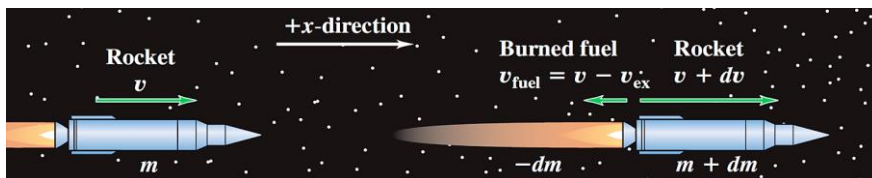
$$\vec{v} = - \frac{m \vec{V}}{M}$$

- Khối lượng  $m$  và vận tốc viên đạn  $V$  càng lớn thì vận tốc giật lùi càng lớn.

- Khối lượng  $M$  của súng càng lớn thì vận tốc giật lùi càng nhỏ.

9

## 9. Lực đẩy của tên lửa



Thời điểm  $t$ , tên lửa có khối lượng  $m$  và vận tốc  $v$

Thời điểm  $t+dt$ , tên lửa có khối lượng  $m+dm$  ( $dm < 0$ ) và vận tốc  $v+dv$ . Nhiên liệu đốt có khối lượng  $-dm$

Vận tốc của nhiên liệu đốt đối với trái đất bằng vận tốc thoát đối với tên lửa cộng vận tốc tên lửa đối với trái đất:  $v_{\text{nhiên liệu}} = -v_{\text{ex}} + v$

**Tên lửa chuyển động không trọng lực** (gravity-free outer space)

Áp dụng bảo toàn động lượng trong thời gian  $dt$ :

$$mv = (m+dm)(v+dv) + (-dm)(-v_{\text{ex}}+v)$$

$$\rightarrow m \cdot dv = -dm \cdot v_{\text{ex}} + (dm \cdot dv) \rightarrow m \frac{dv}{dt} = F = -v_{\text{ex}} \frac{dm}{dt}$$

Lực đẩy tỉ lệ với vận tốc thoát của nhiên liệu đốt và tốc độ đốt nhiên liệu.

10

## 9. Lực đẩy của tên lửa (2)

$$\rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_{\text{ex}}}{m} \frac{dm}{dt} \rightarrow dv = -v_{\text{ex}} \frac{dm}{m}$$

Cho  $v_{\text{ex}}$  không đổi

$$\int_{v_0}^v dv = -v_{\text{ex}} \int_{m_0}^m \frac{dm}{m} \rightarrow v - v_0 = v_{\text{ex}} \ln \frac{m_0}{m}$$

**Tên lửa chuyển động thẳng đứng chịu trọng lực  $mg$**

Độ biến thiên động lượng trong thời gian  $dt$ :

$$-mg \cdot dt = [(m+dm)(v+dv) + (-dm)(-v_{\text{ex}}+v)] - mv$$

$$-mg \cdot dt = m dv + v_{\text{ex}} dm$$

$$\rightarrow m \frac{dv}{dt} = -v_{\text{ex}} \frac{dm}{dt} - mg \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_{\text{ex}}}{m} \frac{dm}{dt} - g$$



11