

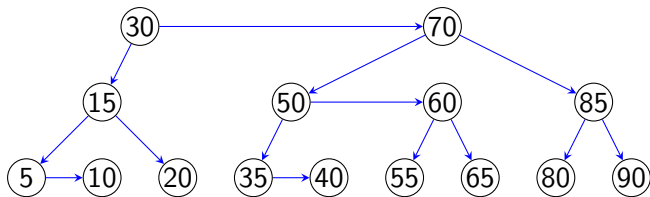
CẤU TRÚC DỮ LIỆU CÂY AA

Bùi Tiến Lên

01/01/2017



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN



Hình 1: Cây có liên kết ngang

Cây AA (cont.)

Định nghĩa 1

- ▶ **Liên kết thông thường** (*link*) là liên kết giữa một nút cha và một nút con có mức nhỏ hơn một đơn vị
- ▶ **Liên kết ngang** (*horizontal link*) là liên kết giữa một nút con cha và một nút ở cùng một mức

Cây AA (cont.)

Định nghĩa 2

- ▶ **Mức** (*Level*) của nút lá là 1
- ▶ **Mức** (*Level*) của nút không có con trái là 1
- ▶ **Mức** (*Level*) của nút có con trái là mức của con trái cộng với một

Lưu ý

- ▶ Mức của một nút trong cây AA không phải là mức của cây tổng quát. Đây là một định nghĩa mới.
- ▶ Về mặt thể hiện bằng hình vẽ các nút có cùng một mức sẽ cùng một hàng khi vẽ ra.
- ▶ Các mũi tên hướng qua trái chỉ đến nút con trái
- ▶ Các mũi tên hướng qua phải chỉ đến nút con phải

Cây AA (cont.)

Định nghĩa 3

Cây AA (*Arne Andersson Tree*) là một cây nhị phân tìm kiếm trong đó

- ▶ Chỉ có liên kết ngang phải
- ▶ Không có hai liên kết ngang phải liên tiếp nhau
- ▶ Mọi nút có mức lớn hơn 1 sẽ có 2 nút con
- ▶ Nếu một nút không có liên kết ngang phải thì 2 nút con của nó ở cùng mức

Cây AA (cont.)

Nhận xét

Từ định nghĩa về cây AA ta thấy cây AA sẽ có những tính chất sau

- ▶ Mức của nút con trái luôn nhỏ hơn mức của nút cha một đơn vị
- ▶ Mức của nút con phải bằng hay nhỏ hơn mức của cha một đơn vị
- ▶ *Cây AA chính là một trường hợp đặc biệt của cây đỏ đen*

Cấu trúc dữ liệu cho một nút của cây AA

Cấu trúc lưu trữ cho một nút của cây AA

```
1  template <class T>
2  struct AANode
3  {
4      T data;
5      int key;
6      AANode *pLeft;
7      AANode *pRight;
8      int level;
9  };
```

Thêm một nút

- ▶ Sử dụng thuật toán cây nhị phân tìm kiếm để thêm một phần tử
- ▶ Vì phần tử được thêm là nút lá do đó mức của nó là 1
- ▶ Duyệt ngược lên trên để hiệu chỉnh cây cho đúng qui định của cây AA

Các biến đổi hiệu chỉnh cây AA

Có hai thao tác chính để hiệu chỉnh một cho cây AA

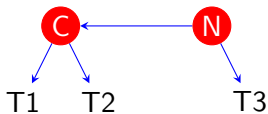
- ▶ **Biến đổi lật** (*skew*) dùng để loại bỏ liên kết ngang trái
- ▶ **Biến đổi chia** (*split*) dùng để loại bỏ hai liên kết ngang phải liên tiếp

Các biến đổi hiệu chỉnh cây AA (cont.)

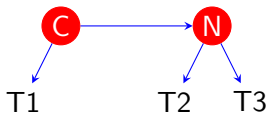
Biến đổi skew tương tự như biến đổi right rotation

- ▶ Nút ③ là nút con trái của ④
- ▶ Nút ③ và nút ④ cùng mức với nhau tạo ra một nút ngang trái
- ▶ Xoay nút ③ và ④

Các biến đổi hiệu chỉnh cây AA (cont.)



(a) trước khi skew



(b) sau khi skew

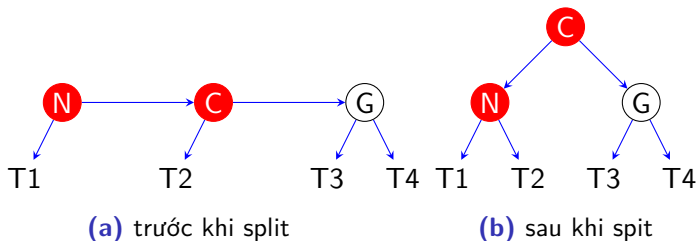
Hình 2: Thao tác skew

Các biến đổi hiệu chỉnh cây AA (cont.)

Biến đổi split tương tự như biến đổi left rotation

- ▶ Nút \textcircled{C} là con phải của nút \textcircled{N} , nút \textcircled{G} là con phải của \textcircled{C}
- ▶ Cả 3 nút \textcircled{G} , \textcircled{C} , \textcircled{N} cùng một mức
- ▶ Xoay nút \textcircled{C} và \textcircled{N}

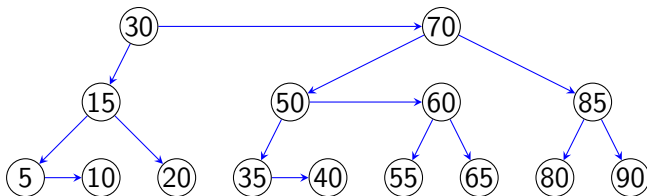
Các biến đổi hiệu chỉnh cây AA (cont.)



Hình 3: Thao tác split

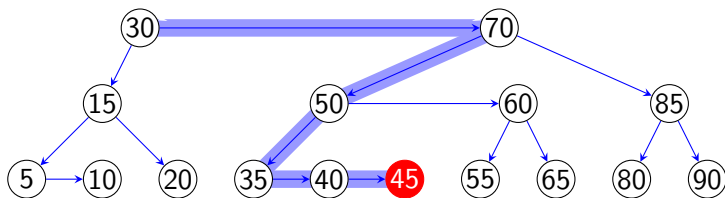
Minh họa thêm một nút

Thêm phần tử 45 vào cây AA



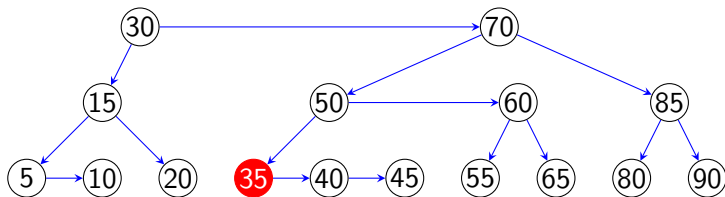
Hình 4: Cây AA

Minh họa thêm một nút (cont.)



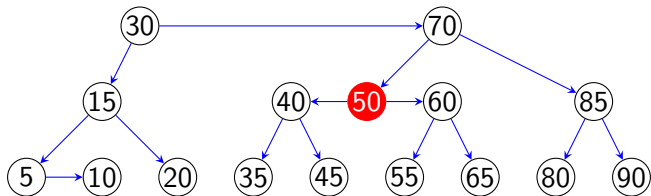
Hình 5: Sau khi thêm phần tử 45

Minh họa thêm một nút (cont.)



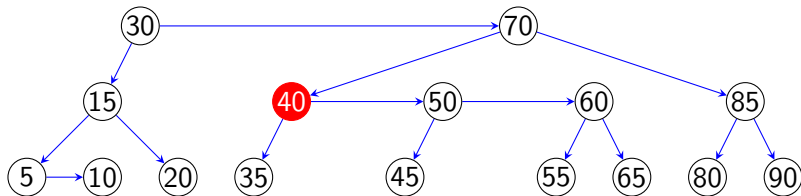
Hình 6: Split tại 35

Minh họa thêm một nút (cont.)



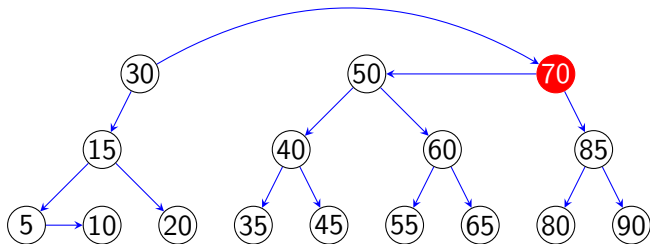
Hình 7: Skew tại 50

Minh họa thêm một nút (cont.)



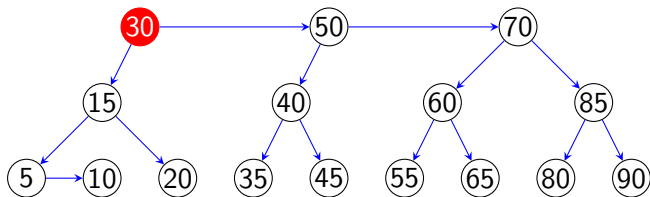
Hình 8: Split tại 40

Minh họa thêm một nút (cont.)



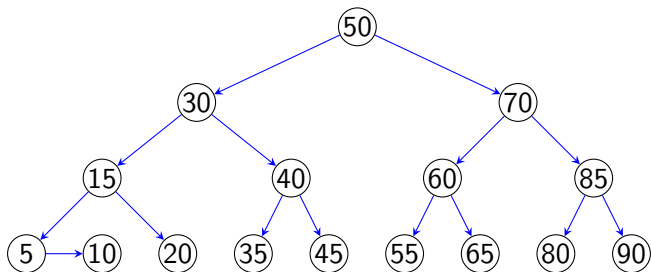
Hình 9: Skew tại 70

Minh họa thêm một nút (cont.)



Hình 10: Split tại 30

Minh họa thêm một nút (cont.)



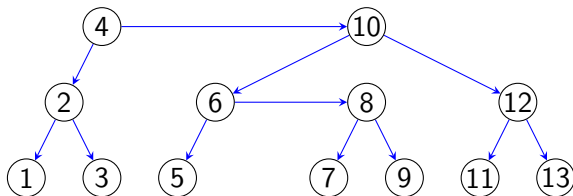
Hình 11: Kết quả

Xóa một nút

- ▶ Sử dụng thuật toán cây nhị phân tìm kiếm để xóa một phần tử trong cây
- ▶ Duyệt ngược lại để hiệu chỉnh cây cho đúng qui định của cây AA, sử dụng các
 - ▶ Giảm mức
 - ▶ Biến đổi skew
 - ▶ Biến đổi split

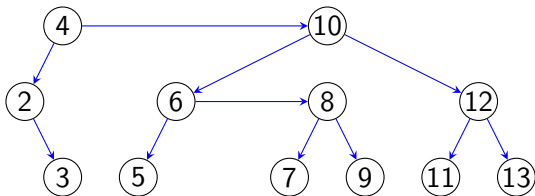
Minh họa xóa một nút

Xóa phần tử 1 khỏi cây AA



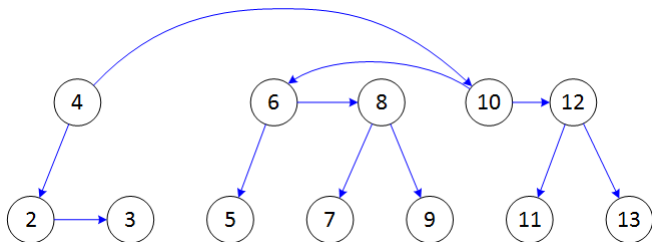
Hình 12: Cây AA

Minh họa xóa một nút (cont.)



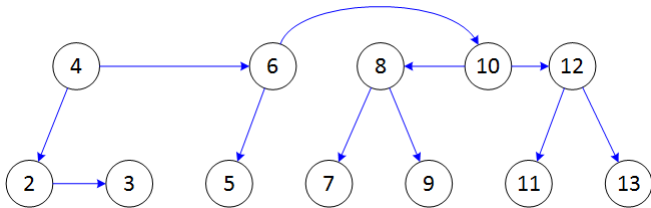
Hình 13: Sau khi xóa phần tử ①

Minh họa xóa một nút (cont.)



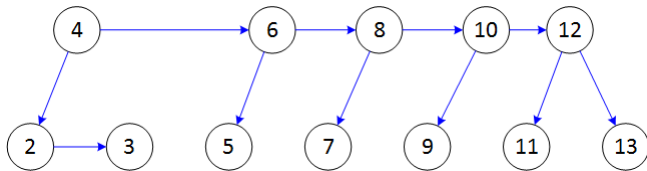
Hình 14: Giảm mức

Minh họa xóa một nút (cont.)



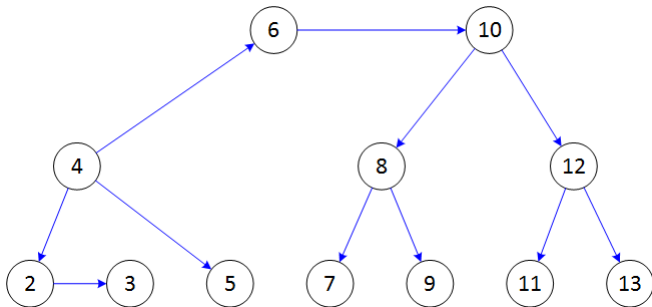
Hình 15: Skew

Minh họa xóa một nút (cont.)



Hình 16: Skew

Minh họa xóa một nút (cont.)



Hình 17: Thực hiện một số split

Bài luyện tập

Ví dụ 1

Hãy xây dựng cây AA từ dãy {5, 1, 4, 3, 2, 8, 7, 9, 16, 12, 11, 15}

- ▶ Xóa các nút 16, 8
- ▶ Thêm các nút 6, 17

Đánh giá về cây AA

Phân tích chi phí thực hiện theo n (số lượng nút của cây)

	xấu nhất	trung bình	tốt nhất
tìm một phần tử	?	?	?
thêm một phần tử	?	?	?
xóa một phần tử	?	?	?

Phân tích chi phí bộ nhớ theo n (số lượng nút của cây)