

## BÀI TẬP TUẦN 5

**Bài 1.** Xét sự hội tụ của các chuỗi số sau:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\alpha)}{n!} & \text{b)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n^2}{n^2} & \text{c)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos n^2 + (-1)^n n^3}{2^n} & \text{d)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\alpha) + (-1)^n \cdot n^2}{(\ln 3)^n} \\
 \text{e)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n + 2 \cos(n\alpha)}{n(\ln n)^{3/2}} & \text{f)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^n & \text{g)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+1}{3n+1}\right)^n \\
 \text{h)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \dots (2n+5)} & \text{i)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \frac{n!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)} & \text{j)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2}{2^n} \\
 \text{k)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^{n^2}}{n!} & \text{l)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{(-1)^n \sqrt{n} - n} & \text{m)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \cos \frac{\pi n^2}{n+1} & \text{o)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}
 \end{aligned}$$

**Bài 2.** Xét sự hội tụ của các chuỗi số sau:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{2n-1}} & \text{b)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{n-1} + 1}{2^n} & \text{c)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+1}{n^2 + n + 1} \\
 \text{d)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+1}{3n+1} & \text{e)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{(n+1)^2} & \text{f)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \ln \left(\frac{n+1}{n}\right) & \text{g)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n} \\
 \text{h)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{\sqrt{n}} & \text{i)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n} & \text{k)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n} \\
 \text{l)} & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right) & \text{m)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + \cos \frac{1}{\sqrt{n}}} & \text{n)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}
 \end{aligned}$$

**Bài 3.** Xét sự hội tụ của các chuỗi sau theo p:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^p} \\
 \text{b)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n + (-1)^n)^p} \\
 \text{c)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)p^{2n}}, p \neq 0 \\
 \text{d)} & \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(-1)^n + n^p} \\
 \text{e)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{np}{(1-p^2)^n}, |p| \neq 1, p \neq 0 \\
 \text{f)} & \sum_{n=1}^{+\infty} \sin(\sqrt{n^2 + p^2})\pi
 \end{aligned}$$

**Bài 4.**

a) Chứng minh các chuỗi  $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos n\alpha$ ,  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin n\alpha$  có dãy tổng riêng phần bị chặn trừ

trường hợp  $\alpha$  là bội số của  $2\pi$  trong chuỗi thứ nhất.

b) Xét sự hội tụ của các chuỗi  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\alpha)}{\sqrt{n}}$ ,  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\alpha)}{n}$ ,  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n+1)\alpha}{\sqrt{2n+1}}$ ,  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n \sin n^2}{n}$ .

c) Xét sự hội tụ của các chuỗi sau theo  $p$  và  $\alpha$ :  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\alpha)}{n^p}$ ,  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\alpha)}{n^p}$

**Bài 5.** Xét sự hội tụ của các chuỗi

a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1} \cos \frac{\pi}{n}$

b)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \cos \left( \frac{\pi n^2}{n+1} \right) \frac{1}{\ln^2 n}$