



# ĐỊNH NGHĨA ĐỒ THỊ

cuu duong than cong . com



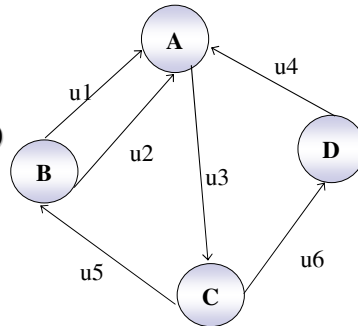
## ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG

- Một đồ thị có hướng  $G=(X, U)$  được định nghĩa bởi:
  - tập hợp  $X \neq \emptyset$  được gọi là tập các đỉnh của đồ thị;
  - tập hợp  $U$  là tập các cạnh của đồ thị;
  - mỗi cạnh  $u \in U$  được liên kết với một cặp đỉnh  $(i, j) \in X^2$ .

## ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG

Hình vẽ bên là minh họa hình học của một đồ thị có:

- Tập đỉnh là  $\{A, B, C, D\}$ .
- Tập cạnh là  $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ .
- Ánh xạ  $\varphi$  định nghĩa như sau:
  - $u_1$  và  $u_2$  liên kết với cặp  $(A, B)$
  - $u_3$  liên kết với cặp  $(A, C)$
  - $u_4$  liên kết với cặp  $(D, A)$
  - $u_5$  liên kết với cặp  $(C, B)$
  - $u_6$  liên kết với cặp  $(C, D)$ .



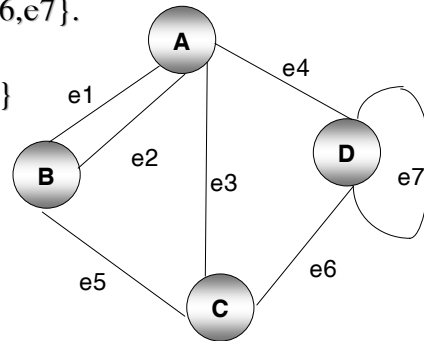
## ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

- Nếu chúng ta không phân biệt thứ tự của cặp đỉnh liên kết với mỗi cạnh thì sẽ có được đồ thị vô hướng. Đồ thị vô hướng  $G=(X, E)$  được định nghĩa bởi:
  - tập hợp  $X \neq \emptyset$  được gọi là tập các đỉnh của đồ thị;
  - tập hợp  $E$  là tập các cạnh của đồ thị.
  - mỗi cạnh  $e \in E$  được liên kết với một cặp đỉnh  $\{i, j\} \subseteq X$  không phân biệt thứ tự.

## ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Hình vẽ dưới là minh họa hình học của một đồ thị có:

- Tập đỉnh là  $\{A, B, C, D\}$ .
- Tập cạnh là  $\{e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7\}$ .
- Ánh xạ  $\varphi$  định nghĩa như sau:
  - $e1$  và  $e2$  liên kết với  $\{A, B\}$
  - $e3$  liên kết với  $\{A, C\}$
  - $e4$  liên kết với  $\{A, D\}$
  - $e5$  liên kết với  $\{B, C\}$
  - $e6$  liên kết với  $\{C, D\}$
  - $e7$  liên kết với  $\{D\}$ .



## MỘT SỐ TỪ NGỮ và QUI ƯỚC

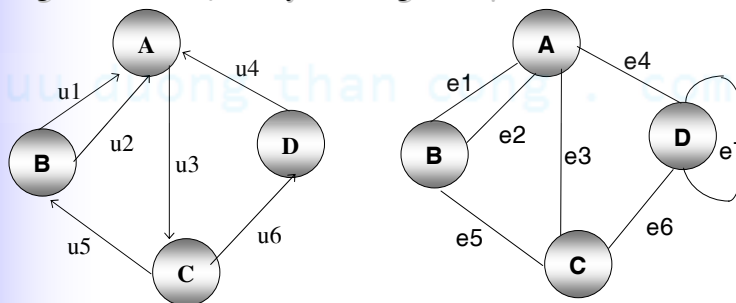
- Khi một cạnh  $u$  được liên kết với cặp đỉnh  $(i, j)$ :
  - ta nói cạnh  $u$  kề với đỉnh  $i$  và kề với đỉnh  $j$  (hay cũng nói đỉnh  $i$  và đỉnh  $j$  kề với cạnh  $u$ );
  - ta có thể viết tắt  $u=(i, j)$ , như vậy có lúc ta viết  $u=(i, j)$  và  $v=(i, j)$  nhưng lại hiểu  $u \neq v$ ;
  - nếu đồ thị vô hướng, ta nói hai đỉnh  $i$  và  $j$  được nối với nhau, nếu đồ thị có hướng (tức cặp đỉnh  $(i, j)$  được tôn trọng thứ tự) ta nói đỉnh  $i$  được nối tới đỉnh  $j$ .
  - nếu đồ thị có hướng thì ta nói cạnh  $u$  bắt đầu từ đỉnh  $i$  và kết thúc tại đỉnh  $j$ , ta cũng nói cạnh  $u$  đi ra khỏi đỉnh  $i$  và đi vào đỉnh  $j$ .

## MỘT SỐ TỪ NGỮ và QUI ƯỚC

- Ngoài ra, trong giáo trình này chúng ta chỉ làm việc với trường hợp các đồ thị có tập đỉnh và tập cạnh hữu hạn. Để cho chính xác thì phải nhấn mạnh là ĐỒ THỊ HỮU HẠN, tuy nhiên để ngắn gọn chúng ta chỉ dùng thuật ngữ ĐỒ THỊ và hiểu ngầm đó là đồ thị hữu hạn.

## MỘT SỐ TỪ NGỮ và QUI ƯỚC

- Ví dụ: Trong hai ví dụ trên u1 và u2 là hai cạnh song song trong đồ thị thứ nhất, e1 và e2 là hai cạnh song song và e7 là một khuyên trong đồ thị thứ hai.



## CÁC DẠNG ĐỒ THỊ ĐẶC BIỆT

- ĐỒ THỊ ĐƠN: không có khuyên và không có cạnh song song.
- ĐỒ THỊ ĐỦ: đồ thị vô hướng, đơn mà giữa hai đỉnh bất kỳ đều có đúng một cạnh nối chúng. Ta có:
  - Một đồ thị đủ  $n$  đỉnh sẽ có  $n(n-1)/2$  cạnh. K5
  - Đồ thị đủ  $n$  đỉnh được ký hiệu là  $K_n$ .

## CÁC DẠNG ĐỒ THỊ ĐẶC BIỆT

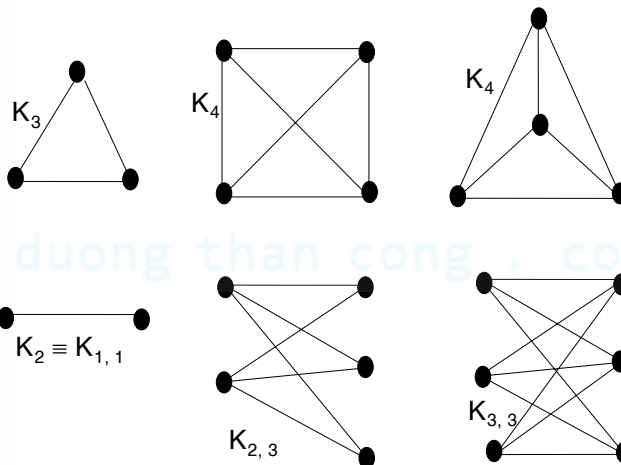
- ĐỒ THỊ LŨNG PHÂN (HAI PHẦN)
  - Cho  $G=(X, E)$  là một đồ thị vô hướng, đồ thị  $G$  được gọi là đồ thị lưỡng phân nếu tập  $X$  được chia thành hai tập  $X_1$  và  $X_2$  sao cho:
    - hai tập  $X_1$  và  $X_2$  phân hoạch  $X$ , nghĩa là:  $X_1 \neq \emptyset \neq X_2$  và  $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ ;
    - hai đỉnh bất kỳ trong  $X_1$  không được nối với nhau; hai đỉnh bất kỳ trong  $X_2$  cũng không được nối với nhau.

## CÁC DẠNG ĐỒ THỊ ĐẶC BIỆT

### ■ ĐỒ THỊ LƯỜNG PHÂN ĐỦ

- Cho  $G=(X, E)$  là một đồ thị vô hướng lưỡng phân với hai tập  $X_1$  và  $X_2$  định nghĩa như trên.  $G$  được gọi là đồ thị lưỡng phân đủ nếu:
- Với mọi cặp đỉnh  $(i, j)$  mà  $i \in X_1$  và  $j \in X_2$  thì có đúng một cạnh của  $G$  nối  $i$  và  $j$ .
- Nếu  $|X_1|=n$  và  $|X_2|=m$  thì  $G$  có  $m \times n$  cạnh và được ký hiệu là  $K_{m, n}$ .

## CÁC DẠNG ĐỒ THỊ ĐẶC BIỆT



## BẬC CỦA ĐỈNH

### ■ BẬC (ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG)

- Bậc của một đỉnh  $x$  trong đồ thị vô hướng là tổng số các cạnh kề với đỉnh  $x$ , qui ước là mỗi khuyên phải được tính hai lần. Bậc của đỉnh  $x$  trong đồ thị  $G$  được ký hiệu là  $d_G(x)$  (hay  $d(x)$  nếu đang xét một đồ thị nào đó).
- Ví dụ: đồ thị vô hướng trong ví dụ 2 có  $d(B)=3$  và  $d(D)=4$ .

## BẬC CỦA ĐỈNH

### ■ BẬC (ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG)

- Nửa bậc ngoài của đỉnh  $x$ : ký hiệu  $d^+(x)$  là số các cạnh đi ra khỏi đỉnh  $x$  (hay khởi đầu từ đỉnh  $x$ ).
- Nửa bậc trong của đỉnh  $x$ : ký hiệu  $d^-(x)$  là số các cạnh đi vào đỉnh  $x$  (hay kết thúc tại đỉnh  $x$ ).
- Bậc của đỉnh  $x$ :  $d(x) = d^+(x) + d^-(x)$
- Ví dụ: đồ thị có hướng trong ví dụ 1 có  $d^+(A)=1$  và  $d^-(A)=3$ .

## BẬC CỦA ĐỈNH

- ĐỈNH TREO, ĐỈNH CÔ LẬP
  - Đỉnh treo là đỉnh có bậc bằng 1.
  - Đỉnh cô lập là đỉnh có bậc bằng 0.

## BẬC CỦA ĐỈNH

- ĐỊNH LÝ (công thức liên hệ giữa bậc và số cạnh)
  - a) Xét đồ thị có hướng  $G=(X, U)$ . Ta có:
$$\sum_{x \in X} d^+(x) = \sum_{x \in X} d^-(x) = |U| \text{ và } \sum_{x \in X} d(x) = 2|U|.$$
  - b) Xét đồ thị vô hướng  $G=(X, E)$ . Ta có:
$$\sum_{x \in X} d(x) = 2|E|.$$
- Hệ quả: số lượng các đỉnh có bậc lẻ trong một đồ thị là một số chẵn.



## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

### ■ ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

- Cho hai đồ thị vô hướng  $G_1=(X_1, E_1)$  và  $G_2=(X_2, E_2)$ .
- Hai đồ thị  $G_1$  và  $G_2$  được gọi là đẳng cấu với nhau nếu tồn tại hai song ánh  $\psi$  và  $\delta$  thỏa mãn điều kiện sau:
  - $\psi: X_1 \rightarrow X_2$  và  $\delta: E_1 \rightarrow E_2$
  - Nếu cạnh  $e \in E_1$  liên kết với cặp đỉnh  $\{x, y\} \subseteq X_1$  xét trong đồ thị  $G_1$  thì cạnh  $\delta(e)$  sẽ liên kết với cặp đỉnh  $\{\psi(x), \psi(y)\}$  xét trong đồ thị  $G_2$  (điều này được gọi là sự tương ứng cạnh).

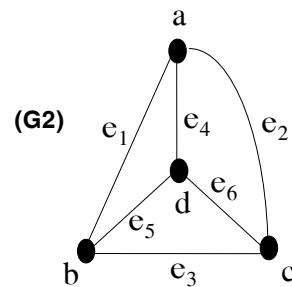
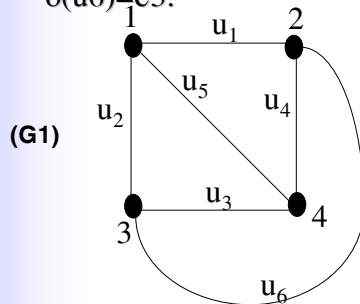
## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

### ■ ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG

- Cho hai đồ thị có hướng  $G_1=(X_1, U_1)$  và  $G_2=(X_2, U_2)$ .
- Hai đồ thị  $G_1$  và  $G_2$  được gọi là đẳng cấu với nhau nếu tồn tại hai song ánh  $\psi$  và  $\delta$  thỏa mãn điều kiện sau:
  - $\psi: X_1 \rightarrow X_2$  và  $\delta: U_1 \rightarrow U_2$
  - Nếu cạnh  $e \in U_1$  liên kết với cặp đỉnh  $(x, y) \in X_1$  xét trong đồ thị  $G_1$  thì cạnh  $\delta(e)$  sẽ liên kết với cặp đỉnh  $(\psi(x), \psi(y))$  xét trong đồ thị  $G_2$  (điều này được gọi là sự tương ứng cạnh).

## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

- Đồ thị  $(G1)$  và  $(G2)$  đẳng cấu nhau.
  - $\psi(1)=a, \psi(2)=b, \psi(3)=c, \psi(4)=d$
  - $\delta(u1)=e1, \delta(u2)=e2, \delta(u3)=e6, \delta(u4)=e5, \delta(u5)=e4, \delta(u6)=e3$ .

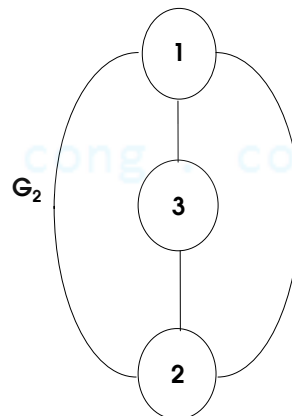
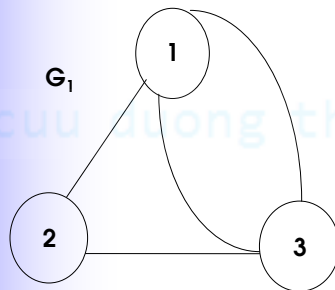


Lý Thuyết Đồ Thị - Các khái niệm cơ bản - Khoa CNTT - Đại Học KHTN

19

## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

- Hai đồ thị vô hướng  $G1$  và  $G2$  đẳng cấu nhau

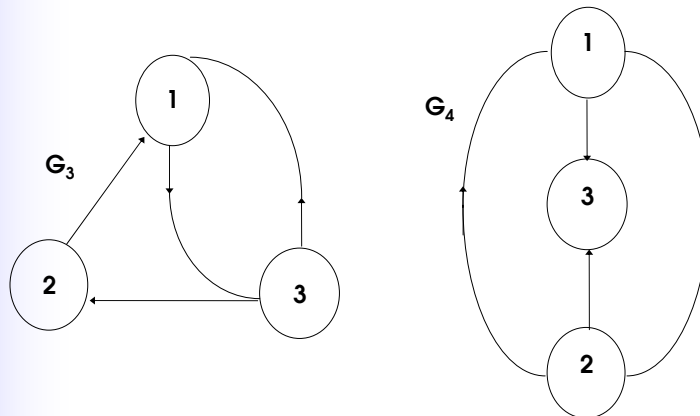


Lý Thuyết Đồ Thị - Các khái niệm cơ bản - Khoa CNTT - Đại Học KHTN

20

## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

- Hai đồ thị có hướng  $G_3$  và  $G_4$  không đẳng cấu nhau



Lý Thuyết Đồ Thị - Các khái niệm cơ bản - Khoa CNTT - Đại Học KHTN

21

## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

- ĐỒ THỊ CON
  - Cho hai đồ thị  $G=(X, U)$  và  $G_1=(X_1, U_1)$ . Ta nói  $G_1$  là đồ thị con của đồ thị  $G$  và ký hiệu  $G_1 \leq G$  nếu:
 
$$X_1 \subseteq X; U_1 \subseteq U$$
  - Với mọi cạnh  $u=(i, j) \in U$  của  $G$ , nếu  $u \in U_1$  thì  $i, j \in X_1$
- ĐỒ THỊ BỘ PHẬN
  - Cho đồ thị  $G_1=(X_1, U_1)$  là đồ thị con của đồ thị  $G=(X, U)$ .  $G_1$  gọi là đồ thị bộ phận của  $G$  nếu  $X=X_1$ .

Lý Thuyết Đồ Thị - Các khái niệm cơ bản - Khoa CNTT - Đại Học KHTN

22

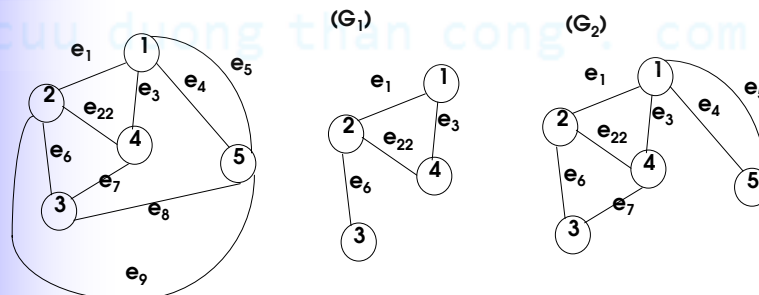
## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

### ■ ĐỒ THỊ CON SINH BỞI TẬP ĐỈNH

- Cho đồ thị  $G=(X, U)$  và  $A \subseteq X$ . Đồ thị con sinh bởi tập  $A$ , ký hiệu là  $\langle A \rangle$  được định nghĩa là  $\langle A \rangle=(A, V)$ , trong đó:
  - (i) tập cạnh  $V \subseteq U$
  - (ii) Gọi  $u=(i, j) \in U$  là một cạnh của  $G$ , nếu  $i, j \in A$  thì  $u \in V$

## ĐẲNG CẤU ĐỒ THỊ, ĐỒ THỊ CON, ĐỒ THỊ BỘ PHẬN

- $G_1, G_2, G_3$  là đồ thị con của đồ thị  $G$ .  $G_2$  là đồ thị (con) bộ phận của  $G$ .  $G_3$  là đồ con của  $G$  sinh bởi tập đỉnh  $\{1, 2, 4, 5\}$ .  $G_1$  không phải là đồ thị bộ phận và cũng không sinh bởi tập đỉnh  $\{1, 2, 3, 4\}$  vì thiếu cạnh  $e_7$ .



## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

- Cho đồ thị  $G=(X, U)$ .
- DÂY CHUYỀN:
  - Một dây chuyền trong  $G$  là một dãy luân phiên các đỉnh và cạnh:  
 $x_1 u_1 x_2 u_2 \dots x_{m-1} u_{m-1} x_m$  ( $x_i$  là đỉnh và  $u_i$  là cạnh) trong đồ thị thỏa mãn điều kiện  $u_i$  liên kết với cặp đỉnh  $x_i, x_{i+1}$  không phân biệt thứ tự, nghĩa là:
    - $u_i=(x_i, x_{i+1})$  hay  $u_i=(x_{i+1}, x_i)$  nếu đồ thị có hướng,
    - $u_i=\{x_i, x_{i+1}\}$  nếu đồ thị vô hướng.
  - Khi đó ta gọi  $x_1$  là đỉnh đầu và  $x_m$  là đỉnh cuối của dây chuyền.

Lý Thuyết Đồ Thị - Các khái niệm cơ bản - Khoa CNTT - Đại Học KHTN

25

## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

- DÂY CHUYỀN SƠ CẤP: dây chuyền không có đỉnh lặp lại.
- CHU TRÌNH: là một dây chuyền  $x_1 u_1 x_2 u_2 \dots x_{m-1} u_{m-1} x_m u_m x_1$  sao cho các đỉnh  $x_1, x_2, \dots, x_m$  đôi một khác nhau

Lý Thuyết Đồ Thị - Các khái niệm cơ bản - Khoa CNTT - Đại Học KHTN

26

## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

- ĐƯỜNG ĐI
- Một đường đi trong  $G$  là một dãy luân phiên các đỉnh và cạnh:  
 $x_1 u_1 x_2 u_2 \dots x_{m-1} u_{m-1} x_m$  ( $x_i$  là đỉnh và  $u_i$  là cạnh)  
trong đồ thị thỏa mãn điều kiện  $u_i$  liên kết với cặp đỉnh  $(x_i, x_{i+1})$ , nghĩa là:
  - $u_i$  liên kết với  $(x_i, x_{i+1})$  nếu đồ thị có hướng,
  - $u_i$  liên kết với  $\{x_i, x_{i+1}\}$  nếu đồ thị vô hướng.
- Khi đó ta gọi  $x_1$  là đỉnh đầu và  $x_m$  là đỉnh cuối của đường đi.

## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

- ĐƯỜNG ĐI SƠ CẤP: đường đi không có đỉnh lặp lại.
- MẠCH: là một đường đi  $x_1 u_1 x_2 u_2 \dots x_{m-1} u_{m-1} x_m u_m x_1$  sao cho các đỉnh  $x_1, x_2, \dots, x_m$  đôi một khác nhau.

## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

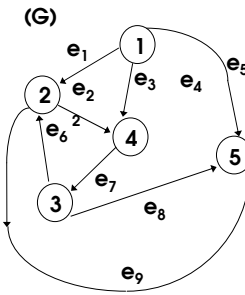
- Trong trường hợp đồ thị vô hướng thì:
  - hai khái niệm dây chuyền và đường đi là như nhau,
  - hai khái niệm chu trình và mạch là như nhau.
  - Do đó, chúng ta cũng dùng thuật ngữ đường đi cho đồ thị vô hướng. Đôi khi một mạch trong đồ thị có hướng cũng được gọi là một “chu trình có hướng”, hay một đường đi trong đồ thị có hướng cũng được gọi là “đường đi có hướng” để nhấn mạnh.

## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

- Khi các cạnh hoàn toàn được hiểu rõ (chẳng hạn trong một đồ thị vô hướng không có cạnh song song) thì:
  - một dây chuyền  $x_1 u_1 x_2 u_2 \dots x_{m-1} u_{m-1} x_m$  có thể viết gọn là  $x_1 x_2 \dots x_{m-1} x_m$  ;
  - một chu trình  $x_1 u_1 x_2 u_2 \dots x_{m-1} u_{m-1} x_m u_m x_1$  có thể viết gọn là  $x_1 x_2 \dots x_{m-1} x_m x_1$

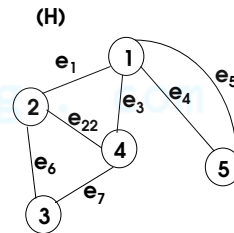
## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

- Trong đồ thị có hướng (G):
  - Dây các đỉnh cạnh:  $1 e_1 2 e_6 3 e_8 5$  là một dây chuyền sơ cấp (nhưng không phải đường đi vì cạnh  $e_6$  ngược hướng).
  - Dây các đỉnh cạnh:  $1 e_1 2 e_6 3 e_8 5 e_4 1$  là một chu trình (nhưng không phải mạch vì cạnh  $e_6$  ngược hướng).
  - Dây các đỉnh cạnh:  $1 e_3 4 e_7 3 e_6 2 e_9 5$  là một đường đi sơ cấp.
  - Dây các đỉnh cạnh:  $1 e_3 4 e_7 3 e_6 2 e_9 5 e_4 1$  là một mạch.



## DÂY CHUYỀN, CHU TRÌNH, ĐƯỜNG ĐI và MẠCH

- Trong đồ thị vô hướng (H):
  - Dây các đỉnh cạnh:  $5 e_4 1 e_3 4 e_2 2 e_1 1$  là một dây chuyền không sơ cấp.
  - Dây các đỉnh cạnh:  $5 e_4 1 e_3 4 e_7 3 e_6 2$  là một dây chuyền sơ cấp và cũng là một đường đi sơ cấp.
  - Dây các đỉnh cạnh:  $1 e_4 5 e_5 1$  là một chu trình.
  - Dây các đỉnh cạnh:  $1 e_1 2 e_6 3 e_7 4 e_3 1$  là một chu trình.





## BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN

- Xét đồ thị  $G=(X, U)$  (có hướng hay vô hướng).
- Giả sử tập  $X$  gồm  $n$  đỉnh và được sắp thứ tự  $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , tập  $U$  gồm  $m$  cạnh và được sắp thứ tự  $U=\{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ .

## BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN

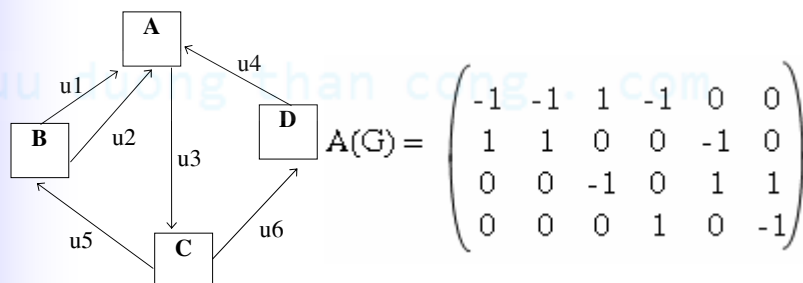
- Ma trận kề của đồ thị  $G$ , ký hiệu  $B(G)$ , là một ma trận nhị phân cấp  $n \times n$  được định nghĩa như sau:  $B=(B_{ij})$  với
  - $B_{ij}=1$  nếu có cạnh nối  $x_i$  tới  $x_j$ ,
  - $B_{ij}=0$  nếu ngược lại.
- Nếu  $G$  là đồ thị vô hướng, ma trận liên thuộc (hay liên kết đỉnh cạnh) của đồ thị  $G$ , ký hiệu  $A(G)$ , là ma trận nhị phân cấp  $n \times m$  được định nghĩa như sau:  $A=(A_{ij})$  với
  - $A_{ij}=1$  nếu đỉnh  $x_i$  kề với cạnh  $u_j$ ,
  - $A_{ij}=0$  nếu ngược lại.

## BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN

- Nếu  $G$  là đồ thị có hướng không có khuyên, ma trận liên thuộc (hay liên kết đỉnh cạnh) của đồ thị  $G$ , ký hiệu  $A(G)$ , là ma trận  $n \times m$  được định nghĩa là  $A=(A_{ij})$  với qui ước:
  - $A_{ij} = 1$  nếu cạnh  $u_j$  hướng ra khỏi đỉnh  $x_i$ ,
  - $A_{ij} = -1$  nếu cạnh  $u_j$  hướng vào đỉnh  $x_i$ ,
  - $A_{ij} = 0$  nếu cạnh  $u_j$  không kề đỉnh  $x_i$ .

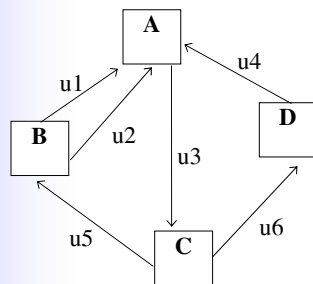
## BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN

- Nếu ta sắp thứ tự các đỉnh và cạnh của đồ thị  $G$  là  $X=\{A, B, C, D\}$  và  $U=\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$  thì ma trận liên thuộc của đồ thị là:



## BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN

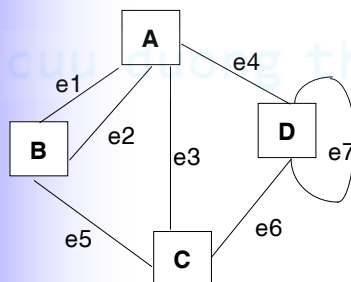
- Nếu ta sắp thứ tự các đỉnh và cạnh của đồ thị  $G$  là  $X=\{A, B, C, D\}$  và  $U=\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$  thì ma trận kề của đồ thị là:



$$B(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN

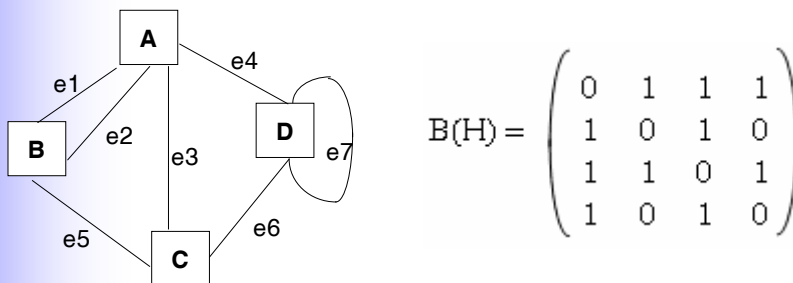
- Gọi  $H$  là đồ thị có được từ đồ thị  $G$  nói trên bằng cách bỏ đi hướng các cạnh và ta sắp thứ tự các đỉnh, cạnh như trên thì ma trận liên thuộc của đồ thị là :



$$A(H) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN

- Gọi  $H$  là đồ thị có được từ đồ thị  $G$  nói trên bằng cách bỏ đi hướng các cạnh và ta sắp thứ tự các đỉnh, cạnh như trên thì ma trận kề của đồ thị là:



## CÁC THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG VÀ TÍNH LIÊN THÔNG

- Cho đồ thị  $G=(X, U)$  vô hướng hay có hướng. Ta định nghĩa một quan hệ  $\sim$  như sau trên tập đỉnh  $X$ :

$$\forall i, j \in X, i \sim j \Leftrightarrow$$

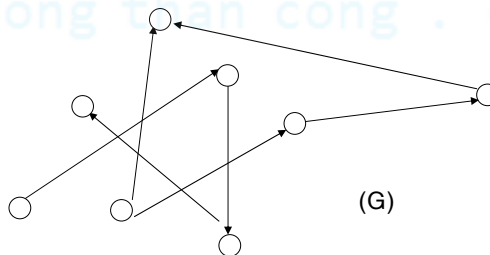
( $i=j$  hay có dây chuyền đỉnh đầu là  $i$  và đỉnh cuối là  $j$ ).

## CÁC THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG VÀ TÍNH LIÊN THÔNG

- Quan hệ này có ba tính chất: phản xạ, đối xứng và bắc cầu nên nó là một quan hệ tương đương. Do đó tập  $X$  được phân hoạch thành các lớp tương đương và ta định nghĩa:
  - một thành phần liên thông của đồ thị là một lớp tương đương được xác định bởi quan hệ  $\sim$  nói trên;
  - số thành phần liên thông của đồ thị là số lượng các lớp tương đương;
  - một đồ thị liên thông là một đồ thị chỉ có một thành phần liên thông.

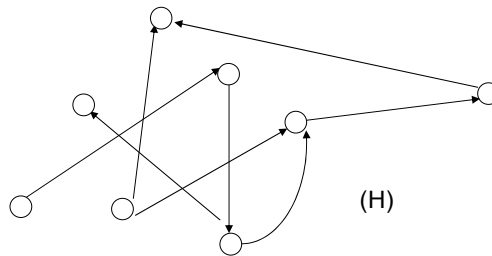
## CÁC THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG VÀ TÍNH LIÊN THÔNG

- Đồ thị  $(G)$  gồm 2 thành phần liên thông,
- Khi một đồ  $G$  gồm  $p$  thành phần liên thông  $G_1, G_2, \dots, G_p$  thì các đồ thị  $G_i$  cũng là các đồ thị con của  $G$  và chúng ta có  $d_G(x) = d_{G_i}(x)$  với mọi đỉnh  $x$  của  $G_i$ .



## CÁC THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG VÀ TÍNH LIÊN THÔNG

- Đồ thị (H) là một đồ thị liên thông.



## Thuật toán tìm các thành phần liên thông (Depth first search)

- Giả sử đồ thị  $G=(X, E)$  gồm  $n$  đỉnh.
- Thuật toán được tóm tắt như sau:
- Bước 1. Khởi tạo biến  $label=0$  và gán nhãn 0 cho tất cả các đỉnh
- Bước 2. Lặp  $i=1, 2, \dots, n$  làm
  - Nếu đỉnh  $i$  có nhãn 0 thì
    - $label=label+1$
    - Viếng và gán nhãn đỉnh  $i$  với nhãn là  $label$ .
  - Cuối nếu
- Cuối lặp  $i$

## Thuật toán tìm các thành phần liên thông (Depth first search)

- Việc viếng và gắn nhãn được thực hiện bằng một thủ tục đệ qui *Visit* như sau:
- Thủ tục *Visit* (đỉnh *i*, nhãn *label*)
  - Gắn nhãn *label* cho đỉnh *i*
  - Với mọi đỉnh *j* mà có cạnh nối *i* với *j* và *j* có nhãn 0 ta gọi đệ qui *Visit(j, label)*.

## Thuật toán tìm các thành phần liên thông (Depth first search)

- Chú ý: Khi thuật toán kết thúc thì các đỉnh nằm trong cùng một thành phần liên thông sẽ được gắn cùng một nhãn.

# BÀI TẬP CHƯƠNG I

## ■ PHẦN A. VIẾT CHƯƠNG TRÌNH

- Viết chương trình nhập vào một đồ thị vô hướng (tối đa 30 đỉnh), xác định xem đồ thị có liên thông hay không, nếu đồ thị không liên thông hãy in ra các thành phần liên thông của đồ thị. Giả sử dữ liệu nhập cho bài tập này là ma trận kề được lưu trên đĩa dưới dạng các tệp văn bản ASCII theo qui ước như sau:
- Dòng 1 của tệp: lưu số đỉnh của đồ thị.
- Từ dòng 2 đến dòng  $n+1$  của tệp: mỗi dòng gồm  $n$  số có giá trị 0 hay 1, dòng thứ  $i$  của tệp chính chính là dòng  $i-1$  của ma trận kề.

# BÀI TẬP CHƯƠNG I

## ■ PHẦN B. LÀM TRÊN GIẤY

1.  $G$  là một đồ thị đơn, vô hướng có số đỉnh  $n > 3$ . Chứng minh  $G$  có chứa 2 đỉnh cùng bậc.
2. Đồ thị  $G$  có đúng 2 đỉnh bậc lẻ. Chứng minh tồn tại một dây chuyền nối hai đỉnh đó với nhau.



# BÀI TẬP CHƯƠNG I

## ■ PHẦN B. LÀM TRÊN GIẤY

3. Xét đồ thị  $G$  đơn, vô hướng gồm  $n$  đỉnh,  $m$  cạnh và  $p$  thành phần liên thông.

a) Chứng minh:

$$m \leq (n-p)(n-p+1)/2,$$

suy ra nếu  $m > (n-1)(n-2)/2$  thì  $G$  liên thông.

b) Một đồ thị đơn có 10 đỉnh, 37 cạnh thì có chắc liên thông hay không?

# BÀI TẬP CHƯƠNG I

## ■ PHẦN B. LÀM TRÊN GIẤY

4. Đồ thị  $G$  đơn, vô hướng gồm  $n$  đỉnh và  $d(x) \geq (n-1)/2$  với mọi đỉnh  $x$ . Chứng minh  $G$  liên thông.

5. Đồ thị vô hướng  $G$  liên thông gồm  $n$  đỉnh. Chứng minh số cạnh của  $G \geq n-1$ .

6. Xét đồ thị  $G$  vô hướng đơn. Gọi  $x$  là đỉnh có bậc nhỏ nhất của  $G$ . Giả sử  $d(x) \geq k \geq 2$  với  $k$  nguyên dương. Chứng minh  $G$  chứa một chu trình sơ cấp có chiều dài lớn hơn hay bằng  $k+1$ .

# BÀI TẬP CHƯƠNG I

## ■ PHẦN B. LÀM TRÊN GIẤY

7.  $G$  là đồ thị vô hướng đơn. Chứng minh  $G$  hay liên thông.
8. Cho  $G$  là đồ thị vô hướng liên thông. Giả sử  $C_1$  và  $C_2$  là 2 dây chuyền sơ cấp trong  $G$  có số cạnh nhiều nhất. Chứng minh  $C_1$  và  $C_2$  có đỉnh chung.
9.  $G$  là đồ thị vô hướng không khuyên và  $d(x) \geq 3$  với mọi đỉnh  $x$ . Chứng minh  $G$  có chứa chu trình với số cạnh chẵn.