

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP.HCM
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BTC ÔN THI HỌC KỲ 1 KHÓA 2016



BÀI TẬP VÍ DỤ TOÁN RỜI RẠC

Chương 7: Hàm Boole

➤ Phạm Anh Quốc

Cập nhật: 03/02/2017

1. Tìm dạng nổi rời chính tắc cho các hàm Boole sau đây:

- $f(x, y, z) = \bar{x} \vee \bar{y} \vee x(y \vee z)$
- $f(x, y, z, t) = (xy \vee zt)(x \vee z)(xz \vee yt)(xt \vee yz)$
- $f(x, y, z, t) = (\bar{x} \vee yz)(\bar{y} \vee xz)(\bar{z} \vee xy)$
- $f(x, y, z, t) = yz \vee (z \vee x)t \vee (xy \vee y\bar{z} \vee x\bar{t})xyt$
- $f(x, y, z, t) = (xy \vee \bar{y}t)z \vee [x\bar{t}(x \vee y)(z \vee t)] \vee [(x \vee z)(y \vee t)] \vee [(x \vee t)(y \vee z)]$

Giải

/*Dạng nổi rời chính tắc là dạng mà các đơn thức của f đều có bậc cao nhất (gọi là các đơn thức tối thiểu), cũng là dạng phức tạp nhất của f*/

a) ĐS: $f = xyz \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

b) $f(x, y, z, t) = (xy \vee zt)(x \vee z)(xz \vee yt)(xt \vee yz)$
 $= (xyx \vee xyz \vee xzt \vee zzt)(xzt \vee xzyz \vee ytxt \vee ytyz)$
 $= (xy \vee xyz \vee xzt \vee zt)(xzt \vee xyz \vee xyt \vee yzt)$

Theo luật hấp thu, ta có $\begin{cases} xy \vee xyz = xy \\ xzt \vee zt = zt \end{cases}$, suy ra

$$\begin{aligned} f &= (xy \vee zt)(xzt \vee xyz \vee xyt \vee yzt) \\ &= xyzt \vee xyz \vee xyt \vee xyzt \vee xzt \vee xyzt \vee xyzt \vee yzt \\ &= xyzt \vee xyz \vee xyt \vee xzt \vee yzt \\ &= (xyzt \vee xyz) \vee xyt \vee xzt \vee yzt \\ &= xyz \vee xyt \vee xzt \vee yzt \\ &= xyz.1 \vee xy.1t \vee x.1.zt \vee 1.yzt \end{aligned}$$

/*Nhân thêm 1 vào các đơn thức chưa tối thiểu và dùng luật bù $1 = x \vee \bar{x}$ */

$$\begin{aligned} &= xyz(t \vee \bar{t}) \vee xy(z \vee \bar{z})t \vee x(y \vee \bar{y})zt \vee (x \vee \bar{x})yzt \\ &= xyzt \vee xyz\bar{t} \vee xyzt \vee xy\bar{z}t \vee xyzt \vee x\bar{y}zt \vee xyzt \vee \bar{x}yzt \\ &= xyzt \vee xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee x\bar{y}zt \vee \bar{x}yzt \end{aligned}$$

(dạng nổi rời chính tắc)

c) ĐS: $f = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xyz$

d) ĐS: $f = xyz\bar{t} \vee \bar{x}yz\bar{t} \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}yzt \vee \bar{x}\bar{y}zt \vee xyzt \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee xy\bar{z}t$

e) $f(x, y, z, t) = (xy \vee \bar{y}t)z \vee [x\bar{t}(x \vee y)(z \vee t)] \vee [(x \vee z)(y \vee t)] \vee [(x \vee t)(y \vee z)]$
 $= (xyz \vee \bar{y}zt) \vee [x\bar{t}(xz \vee xt \vee yz \vee yt)] \vee (xy \vee xt \vee yz \vee zt) \vee (xy \vee xz \vee yt \vee zt)$
 $= xyz \vee \bar{y}zt \vee (x\bar{t}z \vee x\bar{t}t \vee x\bar{t}yz \vee x\bar{t}yt) \vee xy \vee xt \vee yz \vee zt \vee yt \vee xz$
 $= xyz \vee \bar{y}zt \vee x\bar{t}z \vee x.0 \vee x\bar{t}yz \vee xy.0 \vee xy \vee xt \vee yz \vee zt \vee yt \vee xz$
 $= xyz \vee \bar{y}zt \vee x\bar{t}z \vee x\bar{t}yz \vee xy \vee xt \vee yz \vee zt \vee yt \vee xz$
 $= (xyz \vee x\bar{t}yz) \vee (\bar{y}zt \vee zt) \vee (x\bar{t}z \vee xz) \vee xy \vee xt \vee yz \vee yt$
 $= xyz \vee zt \vee xz \vee xy \vee xt \vee yz \vee yt$
 $= (xyz \vee xy) \vee zt \vee xz \vee xt \vee yz \vee yt$
 $= xy \vee zt \vee xz \vee xt \vee yz \vee yt$

Ta có $xy = xy.1.1 = xy(z \vee \bar{z})(t \vee \bar{t}) = xy(zt \vee z\bar{t} \vee \bar{z}t \vee \bar{z}\bar{t}) = xyzt \vee xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee xy\bar{z}\bar{t}$

Ta có sơ đồ phủ của S là:

$$\begin{array}{c} T_1 \rightarrow T_5 \rightarrow T_3 \\ \downarrow \\ T_2 \rightarrow T_4 \\ \downarrow \\ T_3 \end{array}$$

Phép phủ (3) chưa tối thiểu vì dư T2 so với phép phủ (1) nên loại

/*Phép phủ tối thiểu là phép phủ không thể loại bỏ tế bào lớn nào (nếu loại bỏ thì không thể phủ hết S)*/

Các phép phủ (1), (2) đều tối thiểu.

/*Phép phủ tối thiểu nhưng công thức đa thức tương ứng chưa chắc đã tối thiểu*/

Từ (1) và (2) ta viết các công thức đa thức tương ứng cho f:

$$f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z\bar{t} (*)$$

$$f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{z}t \vee x\bar{y}\bar{t} \vee \bar{y}z\bar{t} (**)$$

Loại (**) vì nó phức tạp hơn (*)

/*(**) có 4 đơn thức, lớn hơn số đơn thức của (*) và bậc của đơn thức 1,2,3 trong (**) lần lượt bằng bậc của đơn thức tương ứng trong (**) nên (**) phức tạp hơn (*) */

Vậy công thức đa thức tối thiểu của f là $f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z\bar{t}$

Ta viết dạng nổi rời chính tắc của f

$$f(x, y, z, t) = yt \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}z\bar{t}$$

$$= 1.y.1.t \vee x\bar{y}\bar{z}.1 \vee 1.\bar{y}z\bar{t}$$

$$= (x \vee \bar{x})y(z \vee \bar{z})t \vee x\bar{y}\bar{z}.(t \vee \bar{t}) \vee (x \vee \bar{x})\bar{y}z\bar{t}$$

$$= (xy \vee \bar{x}y)(zt \vee \bar{z}t) \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{y}\bar{z}\bar{t} \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t}$$

$$= xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}yz\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t} \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t}$$

$$= xyz\bar{t} \vee \bar{x}yz\bar{t} \vee xy\bar{z}\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t} \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t}$$

3. Vẽ mạng các cổng tổng hợp cho các hàm Boole sau

a. $f(x, y, z, t) = x\bar{z} \vee \bar{y}\bar{t} \vee y\bar{z}t \vee xyt \vee \bar{x}\bar{y}z$

b. $f(x, y, z, t) = \bar{x}zt \vee \bar{y}\bar{z}t \vee x\bar{z}t \vee \bar{x}yt$

/* Các dây nối giao nhau, nếu có nối với nhau thì chấm lớn tại đó, nếu không nối với nhau thì không chấm gì hết, hoặc vẽ dây này vòng lên dây kia.

- Trước và sau mỗi chỗ "chấm lớn" hoặc mỗi cổng NOT, nên có dấu mũi tên chỉ đường chạy của dây*/

