

Bài 5

*Khí electron tự do
trong kim loại*

I. Lý thuyết cổ điển về khí điện tử

1) Mô hình Drude – Lorentz (1900 – 1905)

Kim loại gồm các ion dương nặng nằm ở các nút mạng và các electron hóa trị rời khỏi nguyên tử có thể chuyển động tự do trong tinh thể.

Các electron dẫn điện trong kim loại như các hạt cổ điển chuyển động tự do trong “ hộp tinh thể”



Paul Drude

Mô hình cổ điển về khí điện tử của Drude

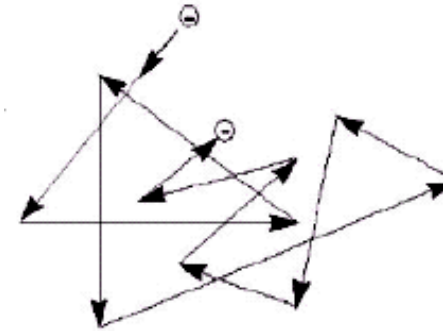
Các electron tự do trong kim loại được xem như các hạt của một chất khí và do đó, có thể dùng thuyết động học phân tử để mô tả tính chất của nó với các giả thiết cơ bản sau :

- các electron trong quá trình chuyển động luôn luôn chịu va chạm
- giữa các va chạm electron chuyển động theo các định luật của Newton
- thời gian bay tự do trung bình τ của các electron không phụ thuộc vào vị trí và vận tốc của electron
- va chạm xảy ra tức thời làm thay đổi đột ngột vận tốc của electron và là cơ chế chính làm cho các electron cân bằng nhiệt với môi trường xung quanh hoặc trở lại trạng thái cân bằng khi thôi tác dụng ngoại lực.

Chuyển động nhiệt

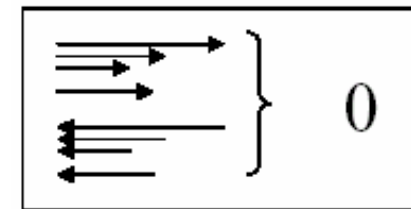
Trong điều kiện cân bằng, vận tốc tổng cộng bằng 0.

Thời gian bay tự do giữa hai lần va chạm khoảng 0,1 ps.

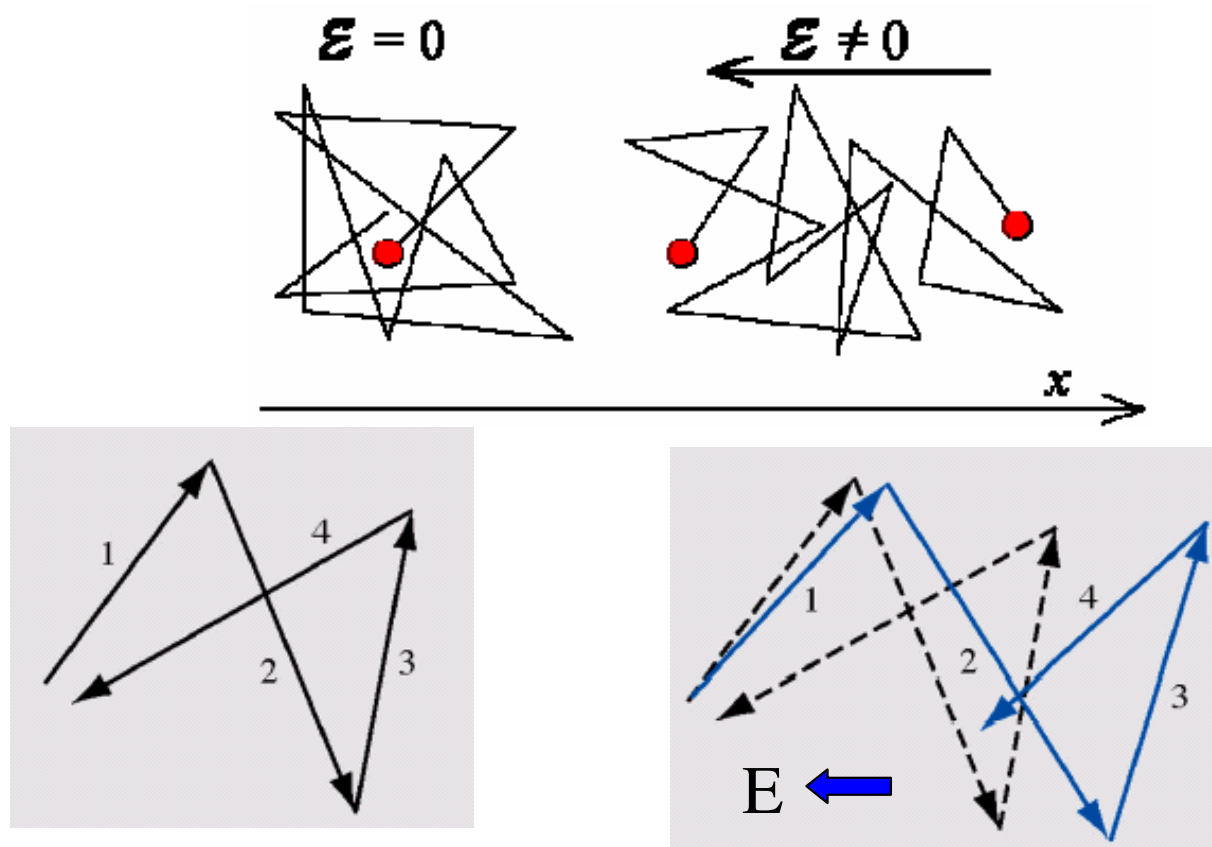


Vận tốc chuyển động nhiệt

$$v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{eff}}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1} \times 300 \text{ K}}{0.26 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}}$$
$$= 2.3 \times 10^5 \text{ m/s} = 2.3 \times 10^7 \text{ cm/s}$$



Tùy thuộc vào nhiệt độ, vận tốc chuyển động nhiệt vào khoảng 1/500 – 1/1000 vận tốc ánh sáng



Khi không có điện trường, các electron chuyển động nhanh và thường xuyên thay đổi chiều.

Khi có điện trường :

1. Vẫn có chuyển động hỗn loạn
2. Thêm chuyển động trung bình có hướng theo phương của điện trường

2) Sự dẫn điện của kim loại

- Khi đặt điện trường E xuất hiện dòng điện có mật độ j tuân theo định luật Ohm :
$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

trong đó σ được gọi là độ dẫn điện riêng của vật dẫn .

- Dòng điện xuất hiện chứng tỏ các electron trở nên chuyển động có hướng.
- Lực do điện trường E tác dụng lên electron
$$\vec{F} = -e\vec{E}$$

Electron được gia tốc ngược chiều với điện trường. Ngoài ra, trong quá trình chuyển động electron luôn bị tán xạ(chủ yếu trên mạng tinh thể) và bị mất vận tốc chuyển động có hướng. Có thể biểu thị cho tác dụng này bằng lực cản F_{ms} tỷ lệ với vận tốc và ngược chiều với nó :

$$\vec{F}_{ms} = -\frac{1}{\tau} m \vec{v}$$

$1/\tau$ là hệ số tỷ lệ

Phương trình chuyển động có hướng của electron có dạng

$$m \frac{dv}{dt} = -eE - \frac{1}{\tau} mv$$

Nghiệm của phương trình này với điều kiện ban đầu $v(0) = 0$ là

$$v = -\frac{eE\tau}{m} (1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$$

Khi các lực tác dụng lên electron (lực điện và lực ma sát) bù trừ nhau thì electron chuyển động đều với vận tốc không đổi v_d

$$v_d = -\frac{eE}{m} \tau$$

Vận tốc này có thể đánh giá từ định nghĩa của mật độ dòng điện

$$j = -n e v_d$$

trong đó n là nồng độ electron .

Với $j \sim 1 \text{ A/cm}^2$, $n \sim 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ thì $v_d \sim 10^{-3} \text{ cm/s}$.

Với khí electron , có thể xác định vận tốc chuyển động nhiệt v_T của chúng theo công thức

$$\frac{1}{2}mv_T^2 = \frac{3}{2}kT$$

Ở nhiệt độ phòng $v_T \sim 10^7$ cm / s . Như vậy, $v_d \ll v_T$.

Từ $j = -n e v_d$ và theo định luật Ohm $j = \sigma E$ suy ra

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} = neu$$

$$u = \frac{e\tau}{m}$$

u được gọi là *độ linh động* của hạt tải điện

Độ dẫn điện σ
và điện trở
suất ρ của kim
loại ở 295 K.

kim loại	σ 10^7 $(\Omega\text{m})^{-1}$	ρ 10^{-4} Ωm	kim loại	σ 10^7 $(\Omega\text{m})^{-1}$	ρ 10^{-4} Ωm
Li	1,07	9,32	Fe	1,02	9,8
Na	2,11	4,75	Ru	1,35	7,4
K	1,39	7,19	Os	1,10	9,1
Rb	0,80	12,5	Co	1,72	5,8
Cs	0,50	20,0	Rh	2,08	4,8
Be	3,08	3,25	Ir	1,96	5,1
Mg	2,33	4,30	Ni	1,43	7,0
Ca	2,78	3,6	Pd	0,95	10,5
Sr	0,47	21,5	Pt	0,96	10,4
Ba	0,26	39	Cu	5,88	1,70
Sc	0,21	46,8	Ag	6,21	1,61
Y	0,17	58,5	Au	4,55	2,20
La	0,13	79	Zn	1,69	5,92
Ti	0,23	43,1	Cd	1,38	7,27
Zr	0,24	42,4	Hg (lỏng)	0,10	95,9
Hf	0,33	30,6	Al	3,65	2,74
Cr	0,78	12,9	Ga	0,67	14,85
Mo	1,89	5,3	In	1,14	8,75
W	1,89	5,3	Tl	0,61	16,4
Mn	0,072	139	Sn (trắng)	0,91	11,0
Tc	0,7	14	Pb	0,48	21,0
Re	0,54	18,6	Bi	0,086	116
			Po	0,22	46

Kim loại	Độ dẫn điện ($\Omega.m$) ⁻¹
Bạc	$6,8 \cdot 10^7$
Đồng	$6,0 \cdot 10^7$
Vàng	$4,3 \cdot 10^7$
Nhôm	$3,8 \cdot 10^7$
Sắt	$1,0 \cdot 10^7$
Đồng thau (70Cu-30Zn)	$1,6 \cdot 10^7$
Bạch kim	$0,94 \cdot 10^7$
Thép không rỉ	$0,2 \cdot 10^7$

Thời gian hồi phục

Giả sử sau khi electron đã đạt được vận tốc dừng v_d ta ngắt điện trường.

Do tán xạ với mạng tinh thể, vận tốc đó giảm dần và khí electron dần trở lại trạng thái cân bằng. Quá trình trở về trạng thái ban đầu sau khi bị làm lệch khỏi trạng thái đó được gọi là *sự hồi phục*.

Phương trình chuyển động có dạng
$$m \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau} m v$$

Nghiệm với điều kiện ban đầu $t = 0$, $v = v_d$

$$v(t) = v_d \exp(-t/\tau)$$

càng nhỏ thì hệ nhiễu loạn trở lại cân bằng càng nhanh.

τ - thời gian mà sau đó v_d giảm đi $e = 2,718$ lần, được gọi là *thời gian hồi phục*.

Ý nghĩa vật lý của τ :

τ có thứ nguyên thời gian và đặc trưng cho tốc độ thiết lập trạng thái cân bằng của hệ

Vì quá trình hồi phục là do va chạm nên τ cũng có thể xem là thời gian trung bình giữa hai lần va chạm hay thời gian bay tự do trung bình của electron .

τ phụ thuộc vào vận tốc chuyển động của electron : electron chuyển động càng nhanh thì càng dễ bị va chạm và do đó τ sẽ nhỏ.

Định luật Ohm

Trong điện trường, electron có hai loại vận tốc : v_T và v_d .

Vì $v_d \ll v_T$ nên chuyển động có hướng của tập thể electron không ảnh hưởng đáng kể đến thời gian bay tự do τ và do đó độ dẫn điện σ

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

nói chung không phụ thuộc điện trường ngoài E :

trong các kim loại có sự phụ thuộc tuyến tính giữa j và E

Đó chính là nội dung của Định luật Ohm.

Đo σ có thể đánh giá độ lớn của $\tau \approx 10^{-14} \div 10^{-15} \text{ s}$

Quãng đường bay tự do trung bình $\Lambda = v_T \tau$

Với các kim loại tinh khiết, độ dẫn điện σ ở nhiệt độ thấp rất lớn hơn σ ở nhiệt độ phòng.

Với các tinh thể đồng rất sạch $\Lambda(4^\circ\text{K}) \sim 0,3 \text{ cm}$. Trong một số kim loại khác, Λ có thể đạt đến 10 cm .

Khi xem tán xạ chính của electron là do mạng tinh thể thì không thể giải thích tại sao quãng đường bay tự do trung bình của electron trong mạng lại có thể rất lớn hơn hằng số mạng (a chỉ vài \AA) đến như vậy.

Lý thuyết cổ điển cũng gặp khó khăn khi xét sự phụ thuộc của σ vào nhiệt độ trong kim loại.

3) Sự dẫn nhiệt của khí electron

Electron trong kim loại không những là các hạt tải dòng mà còn là hạt tải nhiệt khi có chênh lệch nhiệt độ.

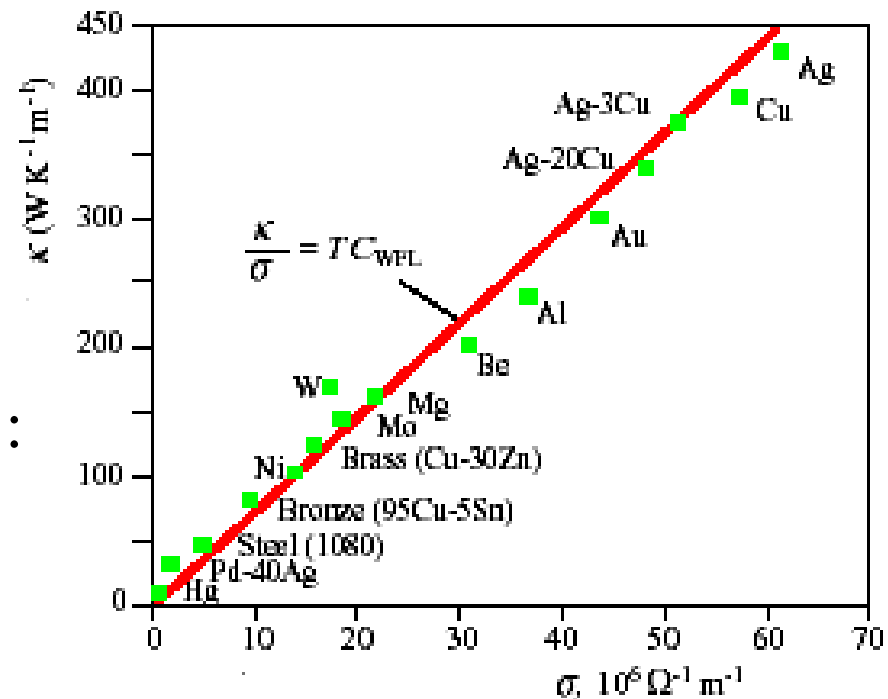
→ có mối liên hệ giữa độ dẫn điện σ và hệ số dẫn nhiệt K do electron. Mối quan hệ đó đã được Wiedemann và Franz thiết lập bằng thực nghiệm và bằng lý thuyết bởi L. Lorentz.

Sự phụ thuộc của hệ số dẫn nhiệt K vào độ dẫn điện σ của một số kim loại ở 20°C.

Định luật Wiedemann – Franz :

$$\frac{K}{\sigma} = LT$$

L là một hằng số bằng $2,3 \cdot 10^{-8}$ (watt. Ω / độ²)



Giá trị thực nghiệm của hằng số Lorentz

(đơn vị $10^{-8} \text{ watt}.\Omega / \text{K}^2$)

Kim loại	273 K	373 K
Cu	2,23	2,33
Mo	2,61	2,79
Pd	2,59	2,74
Ag	2,31	2,37
Sn	2,52	2,49
Pt	2,51	2,60
Bi	3,31	2,89

Áp dụng thuyết động học phân tử, hệ số dẫn nhiệt của khí electron trong kim loại

$$K = \frac{1}{3} c v \Lambda = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} n k_B \right) (v_T) (v_T \tau) = \frac{1}{2} n k_B v_T^2 \tau$$

Kết hợp với biểu thức của độ dẫn điện ta có tỷ số

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{\frac{1}{2} n k_B v_T^2 \tau}{\frac{m n e^2 \tau}{m}} = \frac{3}{2} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T$$

Vế phải tỷ lệ với T. Hệ số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào các hằng số vũ trụ k_B và e và do đó phương trình này có dạng của định luật

Wiedemann - Franz với

$$L = \frac{3}{2} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2$$

được gọi là *số Lorentz*.

Thay số của các hằng số này vào, ta tính được $L = 1,11.10^{-8}$ (W.Ω / K²) *tương đối* phù hợp với thực nghiệm .

Những khó khăn của lý thuyết Drude

- quãng đường bay tự do trung bình của electron Λ có thể rất lớn hơn hằng số mạng a
- nhiệt dung của khí electron đo được rất nhỏ so với kết quả tính.

Do đó cần phát triển một lý thuyết mới khắc phục được những khó khăn đó.

II. Lý thuyết về khí electron tự do của Sommerfeld

1. Mô hình của Sommerfeld

- các electron tự do trong kim loại tạo nên khí electron .
- Các electron tuân theo phân bố Fermi – Dirac
- Các electron chuyển động tự do trong kim loại nhưng không vượt ra khỏi nó : electron được xem là chuyển động tự do bên trong một hố thế có bề rộng bằng kích thước dài của tinh thể.
- Trạng thái của electron được mô tả bởi phương trình Schrodinger

$$-\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\Delta\psi = E\psi$$

Nghiệm của phương trình có dạng sóng phẳng $\Psi = C \exp(ikr)$
 trong đó \mathbf{k} là vec-tơ sóng có độ lớn bằng $2\pi/\lambda$

và trị riêng
$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Toán tử xung lượng :
$$\hat{p} = -i\hbar \nabla$$

Từ $\hat{p} \Psi = p \Psi$ có thể suy ra sóng phẳng $\psi = C \exp i\mathbf{k}\mathbf{r}$

là hàm riêng của toán tử xung lượng với trị riêng bằng

$$p = \hbar k$$

Vận tốc của electron

$$v = \frac{\hbar k}{m}$$

Xét trường hợp đơn giản : tinh thể đẳng hướng có dạng một khối lập phương cạnh L .

Từ điều kiện biên vòng $\psi(r + L) = \psi(r)$

suy ra $\exp(ik_i L) = 1 = \exp(i2\pi n)$

Trong tinh thể hữu hạn, vec-tơ sóng lấy các giá trị gián đoạn

$$k_i = \frac{2\pi}{L} n_i$$

$i = x, y, z$; $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

và do đó năng lượng cũng trở nên gián đoạn

$$E = \frac{\eta^2 k^2}{2m} = \frac{\eta^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{2m}$$

2) Tính số trạng thái có năng lượng E : cách 1 .

Trạng thái của các electron trong nguyên tử được đặc trưng bởi 4 số lượng tử n , l , m và s .

Trạng thái của electron trong tinh thể được đặc trưng bởi 4 số lượng tử : k_x , k_y và k_z (hoặc n_x , n_y và n_z) và m_s .

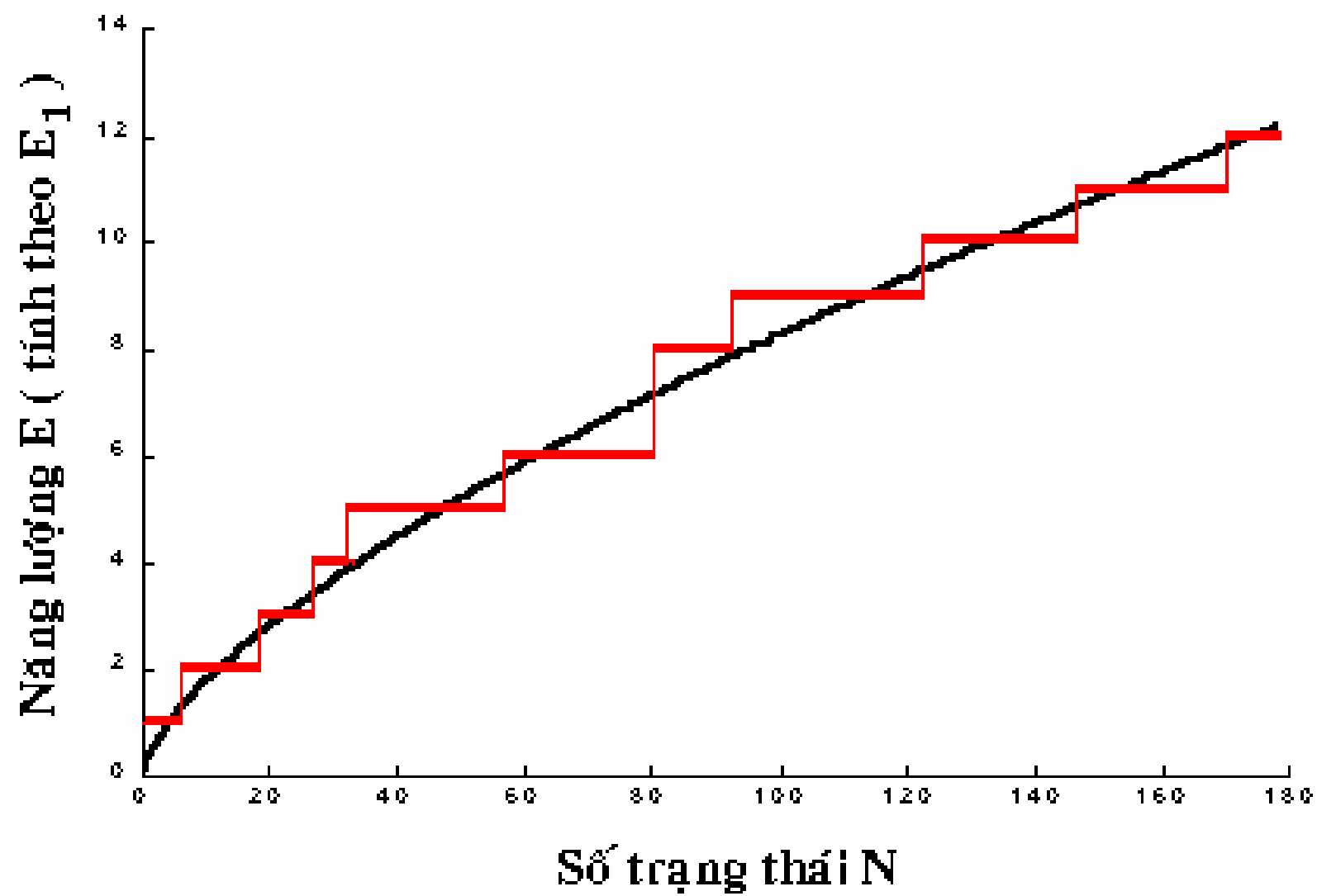
Muốn tính đến spin của electron thì cần thêm số lượng tử chỉ hướng spin .

$$E = \frac{\eta^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{2m} = \frac{\eta^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

Khi chưa tính đến spin,

có 6 trạng thái có cùng năng lượng $E_1 = \frac{\eta^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2$

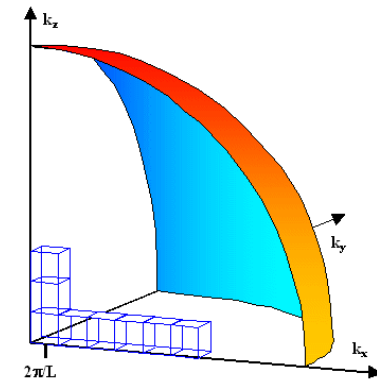
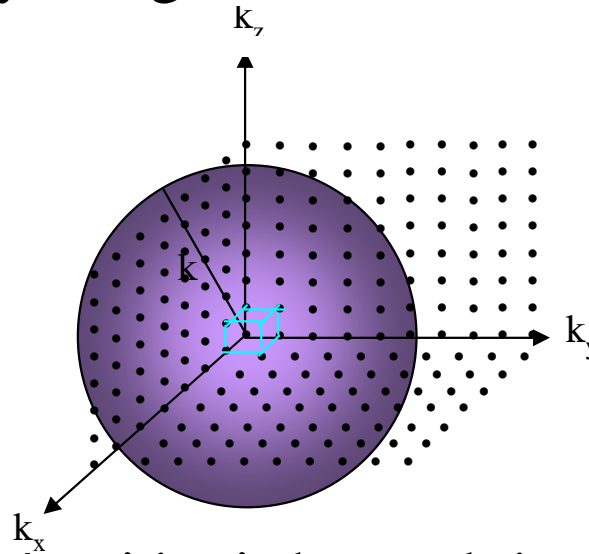
12 trạng thái có năng lượng $E_2 = 2E_1$, 8 trạng thái có năng lượng $E_3 = 3E_1$, 6 trạng thái có năng lượng $E_4 = 4E_1$, ... (đường bậc thang trên hình sau).



Tính số trạng thái có năng lượng E : cách 2 .

Trong không gian k , mặt đẳng năng E là mặt cầu bán kính k .
Thể tích của khối cầu này bằng

$$V_k = \frac{4}{3} \pi k^3$$



Mỗi trạng thái, ứng với một giá trị được phép của k chiếm thể tích $(2\pi/L)^3$.

Số giá trị được phép N_k của k trong thể tích của hình cầu nói trên (cũng là số trạng thái) có số sóng k nằm trong khoảng từ 0 đến k bằng

$$N_k = \frac{\frac{4}{3} \pi k^3}{\frac{8\pi^3}{V}} = \frac{V}{6\pi^2} k^3$$

V là thể tích của tinh thể

Vì giữa E và k có hệ thức $E = \frac{\eta^2 k^2}{2m}$

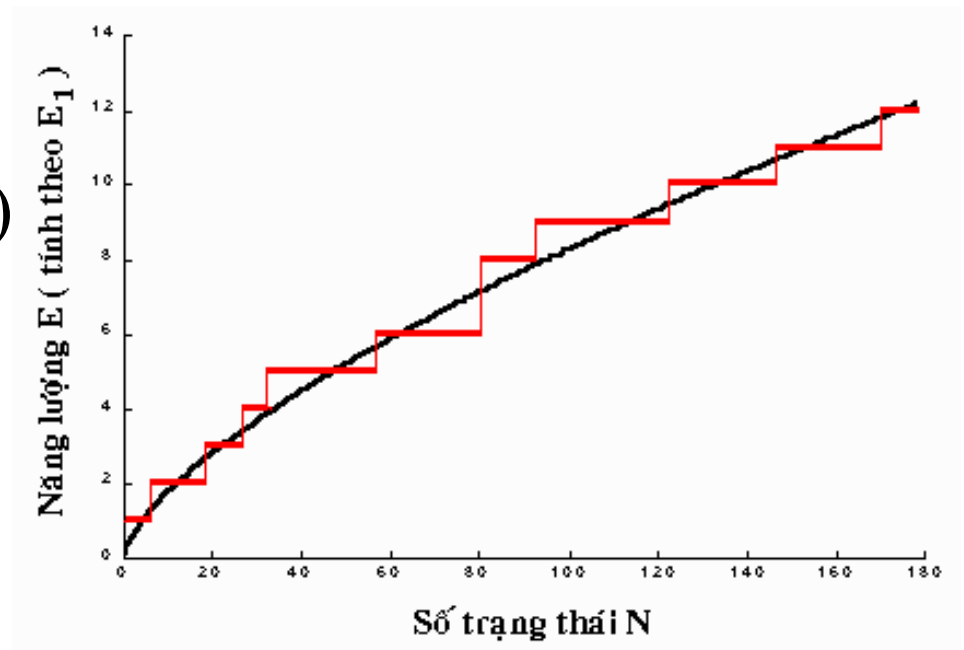
có thể suy ra số trạng thái N_E có năng lượng E nằm trong khoảng từ 0 đến E bằng

$$N_E = \frac{V}{6\pi^2} \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} E^{3/2}$$

Suy ra

$$E = \frac{\eta^2}{2m} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{3N_E}{4\pi} \right)^{2/3} = E_1 \left(\frac{3N_E}{4\pi} \right)$$

Nếu biểu diễn E theo N_E từ công thức này ta được đường cong liên tục như ở hình vẽ trước.



Số trạng thái có vectơ sóng k nằm trong khoảng $k \div k + dk$

$$dN_k = \frac{V}{2\pi^2} k^2 dk = g(k) dk$$

Số trạng thái có năng lượng E nằm trong khoảng $E \div E + dE$

$$dN_E = \frac{V}{4\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} dE = g(E) dE$$

$g(k)$ và $g(E)$ được gọi là *mật độ trạng thái*.

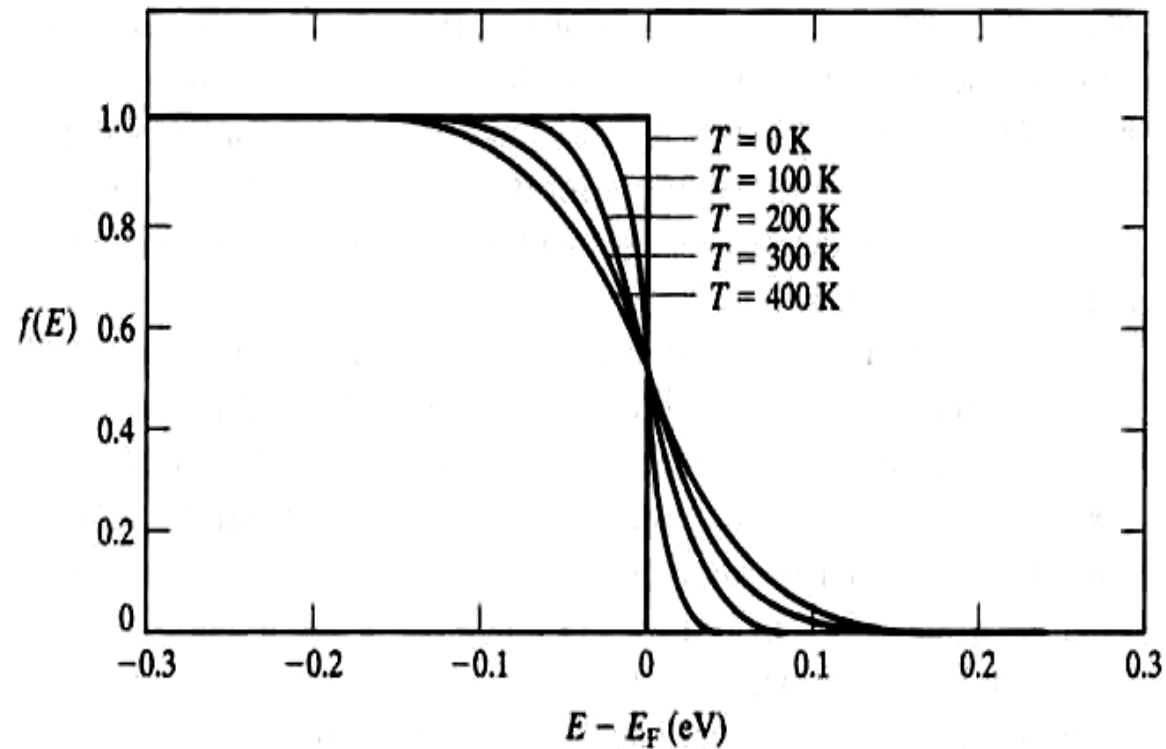
Số electron trong thể tích V có năng lượng nằm trong khoảng $E \div E + dE$

$$dN = 2 g(E) f(E) dE$$

trong đó $f(E)$ là hàm phân bố Fermi-Dirac, có thừa số 2 vì trên mỗi trạng thái có thể chứa 2 electron.

Hàm phân bố Fermi - Dirac

$$f(E) = \frac{1}{\exp \frac{E - E_F}{kT} + 1}$$



Theo nguyên lý Pauli, trong chất rắn các electron phân bố theo các trạng thái có năng lượng lần lượt từ thấp đến cao.

Ở 0 K, mức năng lượng cao nhất có electron chiếm được gọi là *mức Fermi* E_F .

Vectơ sóng ứng với mức năng lượng đó là k_F .

Xác định k_F : Trong không gian k , mặt có cùng năng lượng bằng E_F (mặt đẳng năng) được gọi là *mặt Fermi*. Trong trường hợp đang xét mặt Fermi là mặt cầu bán kính k_F .

Số trạng thái có trong mặt cầu này bằng $\frac{V}{6\pi^2} k_F^3$

Gọi N là số electron có trong thể tích V của tinh thể

$$N = 2 \frac{V}{6\pi^3} k_F^3$$

$$k_F = \left(3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{\frac{1}{3}} = (3\pi^2 n)^{\frac{1}{3}}$$

Biết n , có thể tính k_F .

Với giá trị của k_F có thể tính v_F , E_F và T_F theo các công thức

$$E_F = \frac{\eta^2 k_F^2}{2m}$$

$$T_F = \frac{E_F}{k_B}$$

$$v_F = \frac{\eta k_F}{m}$$

Kết quả cho ở Bảng sau.

Một số
thông số
liên quan
đến
electron
nằm trên
mức Fermi

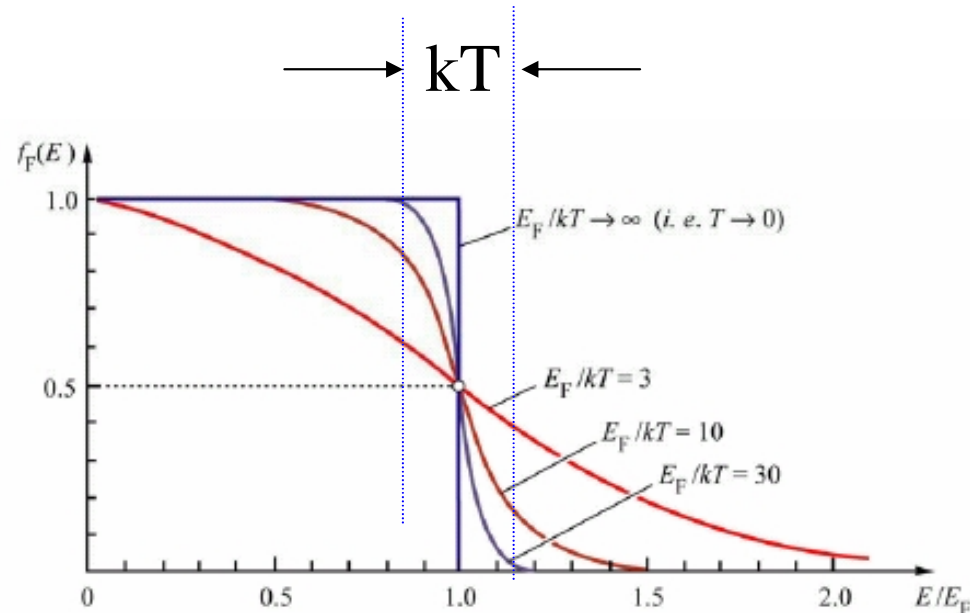
Hóa trị	Kim loại	$n \times 10^{28}$ (m^{-3})	$k_F \times 10^8$ (cm^{-1})	$v_F \times 10^6$ (m/s)	E_F (eV)	$T_F \times 10^4$ (K)
1	Li	4,70	1,11	1,29	4,72	5,48
	Na	2,65	0,92	1,07	3,23	3,75
	K	1,40	0,75	0,86	2,12	2,46
	Rb	1,15	0,70	0,81	1,85	2,15
	Cs	0,91	0,64	0,75	1,58	1,83
	Cu	8,45	1,36	1,57	7,00	8,12
	Ag	5,85	1,20	1,39	5,48	6,36
	Au	5,90	1,20	1,39	5,51	6,39
2	Be	24,2	1,93	2,23	14,14	16,41
	Mg	8,60	1,37	1,58	7,13	8,27
	Ca	4,60	1,11	1,28	4,68	5,43
	Sr	3,56	1,02	1,18	3,95	4,58
	Ba	3,20	0,98	1,13	3,65	4,24
	Zn	13,10	1,57	1,82	9,39	10,90
	Cd	9,28	1,40	1,62	7,46	8,66
3	Al	18,06	1,75	2,02	11,63	13,49
	Ga	15,30	1,65	1,91	10,35	12,01
	In	11,49	1,50	1,74	8,60	9,98
4	Pb	13,20	1,57	1,82	9,37	10,87
	Sn (trắng)	14,48	1,62	1,88	10,03	11,64

3) Áp dụng lý thuyết Sommerfeld :

Nhiệt dung của khí electron

Theo lý thuyết của Sommerfeld, *chỉ các electron gần mức Fermi* mới tham gia vào quá trình trao đổi nhiệt.

Hàm phân bố Fermi-Dirac ở nhiệt độ T và 0°K có dạng như ở hình .



Ở nhiệt độ T , do chuyển động nhiệt một số electron từ dưới mức Fermi có thể nhảy lên trên mức đó làm thay đổi sự phân bố theo trạng thái của chúng.

Tuy nhiên, trong khoảng nhiệt độ mà năng lượng chuyển động nhiệt kT còn rất nhỏ so với năng lượng Fermi E_F thì chỉ có thể kích thích nhiệt các electron nằm trong một dải năng lượng $\Delta E \approx k_B T$ gần mức Fermi .

Ta hãy tính số electron đó

$$\Delta n = g(E_F) f(E) \Delta E$$

$$g(E_F) = \frac{V}{4\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} E_F^{\frac{1}{2}}$$

$$k_F = (3\pi^2 \frac{N}{V})^{\frac{1}{3}} = (3\pi^2 n)^{\frac{1}{3}}$$

$$E_F = \frac{\eta^2}{2m} (3\pi^2 \frac{N}{V})^{\frac{2}{3}}$$

$$E_F^{3/2} = (\frac{\eta^2}{2m})^{3/2} (3\pi^2 \frac{N}{V})$$

$$(\frac{2m}{\eta^2})^{3/2} \frac{V}{\pi^2} = \frac{3N}{E_F^{3/2}}$$

$$g(E_F) = \frac{V}{4\pi^2} (\frac{2m}{\eta^2})^{\frac{3}{2}} E_F^{\frac{1}{2}}$$

$$g(E_F) = \frac{3N}{4E_F} \approx \text{số electron dẫn / năng lượng Fermi}$$

$$dN = 2 g (E) f (E) dE$$

- Gần đúng, lấy hàm phân bố $f (E) \approx 1$, $dE = k_B T$

$$\Delta n = \frac{3}{2} N \left(\frac{T}{T_F} \right)$$

Năng lượng mà khí electron thu được ở nhiệt độ T

$$\Delta U = \Delta n . k_B T = \frac{3}{2} N k_B \frac{T}{T_F}$$

$$C = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{3 N k_B}{T_F} T = \gamma T$$

- Đúng hơn, phải dùng $f(E)$ là hàm phân bố Fermi-Dirac. Khi đó, tính toán phức tạp hơn sẽ cho kết quả :

$$C = \frac{\pi^2}{2} N k_B \frac{T}{T_F}$$

Thay các giá trị đã biết vào, nhiệt dung của một mol khí electron

$$C = \frac{\pi^2 N_A k_B^2 Z}{2 E_F} T = \gamma T$$

$$\gamma = \frac{\pi^2 N_A k_B^2 Z}{2 E_F}$$

z là hóa trị của kim loại.

Theo lý thuyết Sommerfeld : nhiệt dung của khí electron phụ thuộc tuyến tính vào nhiệt độ và có độ lớn tương đối phù hợp với thực nghiệm.

Áp dụng lý thuyết Sommerfeld :

Sự dẫn nhiệt và dẫn điện của khí electron

❖ **Tính hệ số dẫn nhiệt** : Vì các electron tự do trong kim loại có thể xem là một chất khí, nên áp dụng công thức của thuyết động học phân tử

$$K = \frac{1}{3} c v \Lambda$$

$$\text{với } c = \frac{\pi^2}{2} n k_B \frac{T}{T_F} \quad v = v_F \quad \Lambda = v_F \cdot \tau_F$$

ta được hệ số dẫn nhiệt của khí electron

$$K = \frac{\pi^2 n k_B^2 \tau_F T}{3m}$$

Ở nhiệt độ phòng, các kim loại sạch bình thường có độ dẫn nhiệt lớn hơn 10 hoặc 100 lần so với chất rắn cách điện : electron đóng vai trò chính trong quá trình dẫn nhiệt.

Trong các kim loại không sạch hoặc trong các hợp kim không trật tự, phần đóng góp của phonon có thể so sánh với phần đóng góp của electron.

❖ **Tính độ dẫn điện**

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_F}{m}$$

τ_F có ý nghĩa thời gian bay tự do trung bình các electron ở gần mức Fermi.

❖ **Tính số Lorentz** trong định luật Wiedemann - Franz

$$L = \frac{K}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 = 2,45 \cdot 10^{-8} \left(\frac{W\Omega}{\text{độ}^2} \right)$$

Kết quả này hoàn toàn phù hợp với giá trị đo được của L cho nhiều kim loại trong khoảng nhiệt độ từ 0° đến 100° C .

$$2,3 \cdot 10^{-8} \text{ (watt.}\Omega / \text{độ}^2 \text{)}$$

Ở nhiệt độ thấp ($T \ll \Theta_D$), số Lorentz có xu hướng giảm.

Với kim loại đồng sạch, gần 15 K giá trị đo được của L vào khoảng $2 \cdot 10^{-9}$ ($W\Omega/\text{độ}^2$). Sự sai khác này đòi hỏi phải tính đến sự khác nhau của thời gian hồi phục τ trong các quá trình nhiệt và điện.

Hệ số Lorentz

Kim loại	$\kappa/\sigma T$ ($10^{-8} \text{ W}\Omega/\text{K}^2$)
Cu	2,23
Ag	2,31
Au	2,35
Zn	2,31
Cd	2,42
Sn	2,52
Mo	2,61
Pb	2,47
Pt	2,51