

Bài tập chương 3.

Bài 1. Tìm cực trị của các hàm số sau:

- a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 6y + 14$, b) $f(x, y) = y^2 - x^2$,
c) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$, d) $f(x, y) = 10x^2y - 5x^2 - 4y^2 - x^4 - 2y^4$.

Bài 2. a) Tìm khoảng cách ngắn nhất từ điểm $(1, 0, -2)$ đến mặt phẳng $x + 2y + z = 4$;

b) Một hình hộp chữ nhật có tổng diện tích các mặt là 12m^2 . Tìm kích thước hộp sao cho thể tích hộp lớn nhất;

c) Tìm cực trị của $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y$ trên miền $D = [0, 3] \times [0, 2]$.

Bài 3. a) Một hình hộp chữ nhật (không có nắp) được làm từ 12m^2 bìa cứng. Tìm kích thước để thể tích hộp lớn nhất;

b) Tìm cực trị của $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ trên đường tròn $x^2 + y^2 = 1$;

c) Tìm điểm trên mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ sao cho khoảng cách đến $(3, 1, -1)$ là gần nhất/xạ nhất.

Bài 4. Cho hàm sản xuất của doanh nghiệp là $Q = x^{0.5}$ với $x \geq 0$, trong đó x là số đơn vị đầu vào, Q là số sản phẩm được sản xuất theo x . Giá một đơn vị đầu vào là $w = 10$ và giá sản phẩm là $p = 24$.

a) Lập hàm chi phí theo Q .

b) Lập hàm lợi nhuận theo Q và vẽ đồ thị các hàm : chi phí, doanh thu và lợi nhuận trên cùng hệ trục tọa độ.

c) Tìm mức sản lượng để doanh nghiệp tối đa hoá lợi nhuận. Phân tích tác động của giá sản phẩm đối với mức sản lượng và mức lợi nhuận tối đa.

Bài 5. Xét một công ty sản xuất ra 2 loại sản phẩm hoạt động trong thị trường cạnh tranh hoàn hảo. Giá của các sản phẩm lần lượt là P_1, P_2 và hàm tổng chi phí có dạng $TC = 2Q_1^2 + 2Q_2^2$.

a) Tìm mức sản lượng cho mỗi loại sản phẩm để lợi nhuận cực đại.

b) Khi giá P_1, P_2 cùng tăng 1% thì lợi nhuận thay đổi thế nào?

Bài 6. Cho hàm doanh thu trung bình $AR = 15 - Q$.

a) Xác định mức doanh thu cận biên tại $Q_1 = 5; Q_2 = 8$ và cho biết ý nghĩa.

b) Xác định mức chênh lệch của doanh thu cận biên và doanh thu trung bình như một hàm của Q .

c) Nêu biểu thức tổng quát xác định mức chênh lệch của doanh thu cận biên và doanh thu trung bình nếu hàm doanh thu trung bình có đạo hàm.

Bài 7. Cho hàm tổng chi phí $TC = Q^3 - 5Q^2 + 14Q + 144$.

a) Tính hệ số co giãn của TC theo Q tại $Q = 2$.

b) Khảo sát sự thay đổi tuyệt đối của TC theo Q từ đó cho nhận xét về mở rộng sản xuất.

c) Cho giá sản phẩm là $P = 70$, với mức thuế doanh thu 20%, tính lợi nhuận khi $Q = 3$. Tìm các điểm hoà vốn và phân tích sự thay đổi của hàm tổng lợi nhuận.

Bài 8. Cho hàm tổng chi phí $TC = 4000 + 10Q + 0.1Q^2$, giá cả P được xác định bởi phương trình $Q = 800 - 2.5P$.

a) Tìm hàm chi phí cận biên.

b) Tìm hàm chi phí trung bình, khảo sát sự thay đổi của nó.

- c) Tính hệ số co giãn của TC tại $P = 80$.
- d) Tìm hàm lợi nhuận, mức sản lượng tối đa hoá lợi nhuận.

Bài 9. Chi phí trung bình khai thác một loại khoáng sản là $AC = 12 + \frac{0.1}{0.2 + Q}$

- a) Tìm hàm chi phí cận biên tại $Q = 10$.
- b) Tìm biểu thức tính chênh lệch của chi phí trung bình và chi phí cận biên, nhận xét sự thay đổi của nó.
- c) Tính hệ số co giãn của tổng chi phí.

Bài 10. Cho hàm chi phí trung bình để sản xuất 1 loại sản phẩm $AC = Q^2 - 12Q + 60$.

- a) Xác định hàm tổng chi phí, phần chi phí biến đổi và chi phí cố định.
- b) Xác định các biểu thức tính sự thay đổi tuyệt đối và tương đối của AC theo Q và cho các nhận xét.
- c) Xác định hàm chi phí cận biên và mô tả trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ đồ thị hai hàm MC, AC . Từ đồ thị hãy nêu các nhận xét về quan hệ giữa MC và AC .

Bài 11. Hãy phân tích tình huống tối ưu kinh tế trong các trường hợp sau :

- a) Hàm sản xuất $Q = 20K^{0.4}L^{0.6}$, giá vốn là $p_K = 400$, tiền lương $p_L = 200$ và mức chi phí dự kiến là 6000.
- b) Hàm sản xuất $Q = 30K^{0.5}L^{0.5}$, giá vốn là $p_K = 75$, tiền lương $p_L = 40$ và mức sản lượng dự kiến sản xuất là 850.

Bài 12. Một doanh nghiệp độc quyền có đường cầu, chi phí biên, doanh thu biên như sau : $P = 400 - 0.25Q$, $MC = 0.3Q$, $MR = 400 - 0.5Q$

- a) Hãy xác định : tổng chi phí biết rằng chi phí cố định của doanh nghiệp là 20; chi phí bình quân và tổng doanh thu.
- b) Hãy xác định mức sản lượng tối đa hoá lợi nhuận và giá bán tương ứng.