

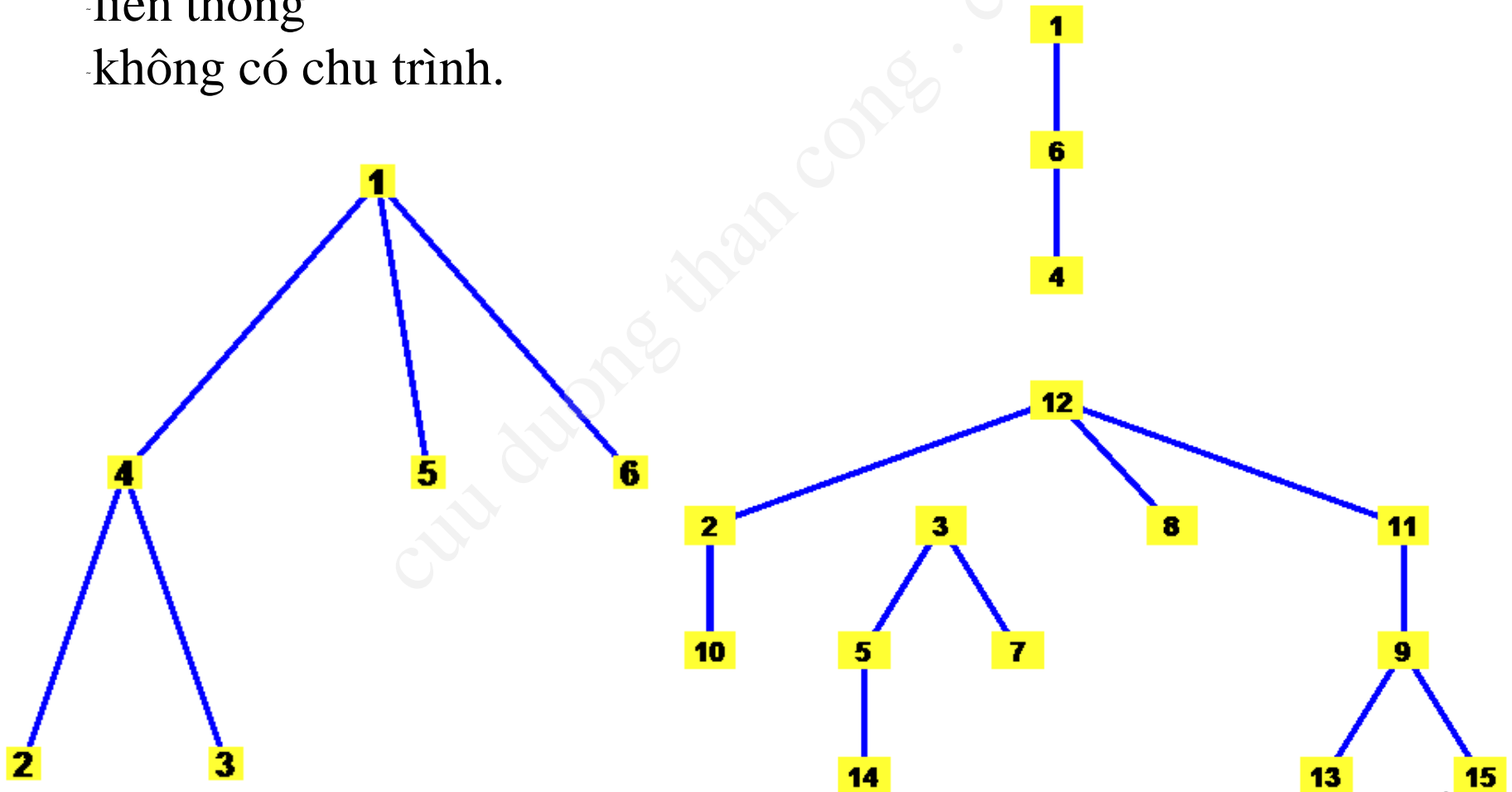
Cây

Định nghĩa

- **Cây (tree)**

- liên thông

- không có chu trình.



Tính chất của cây

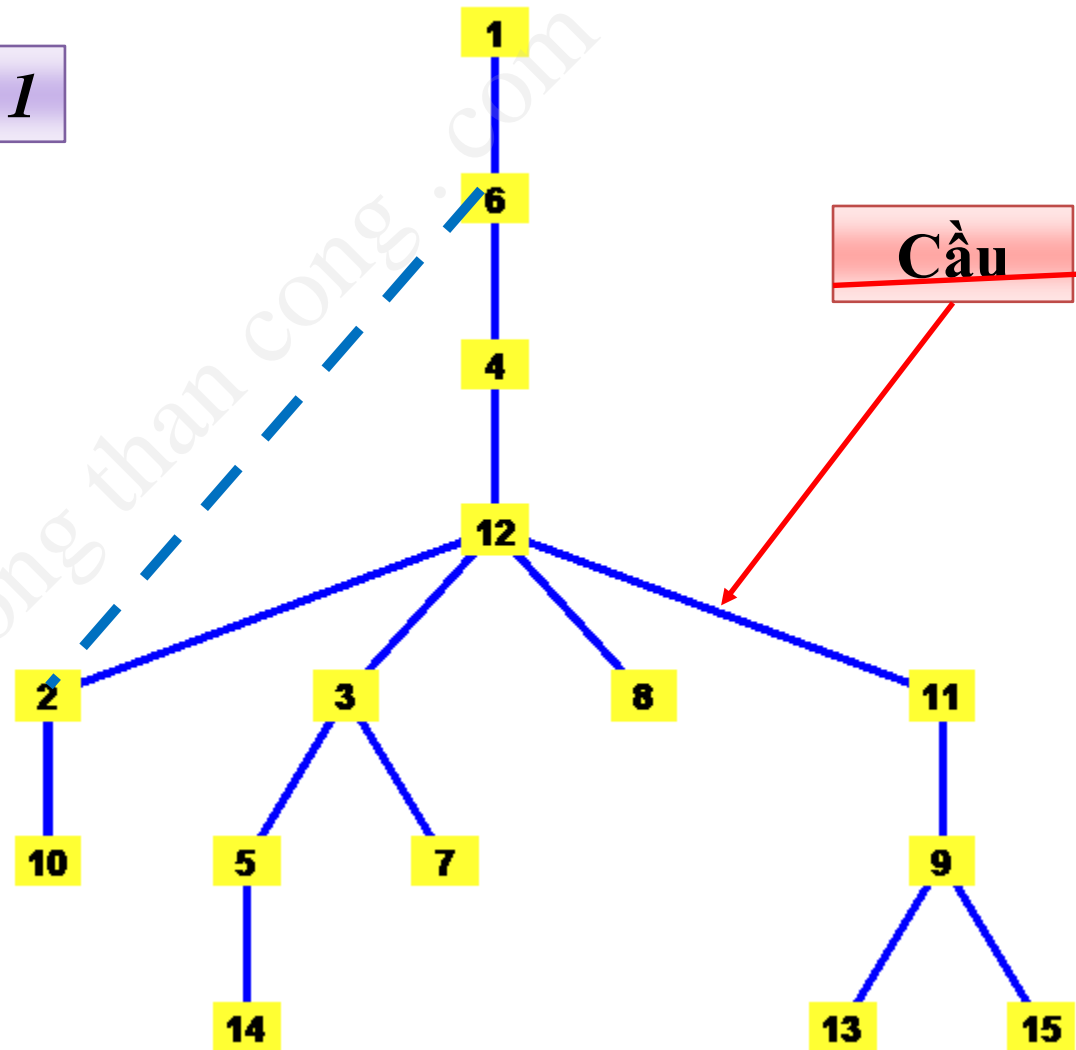
Số cạnh (m) = số đỉnh n - 1

Giữa i và j có đúng một đường đi

Không có chu trình

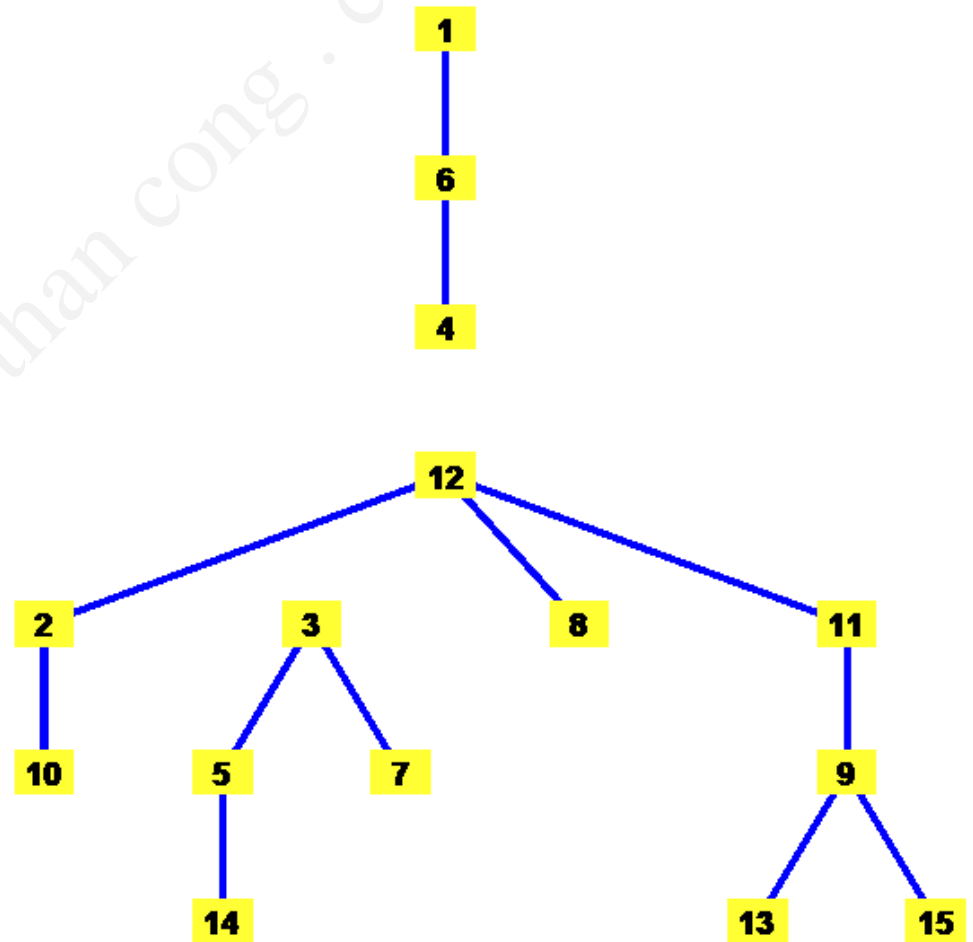
Thêm cạnh giữa 2 đỉnh không kề nhau → tạo chu trình

Chứng minh (bài tập)



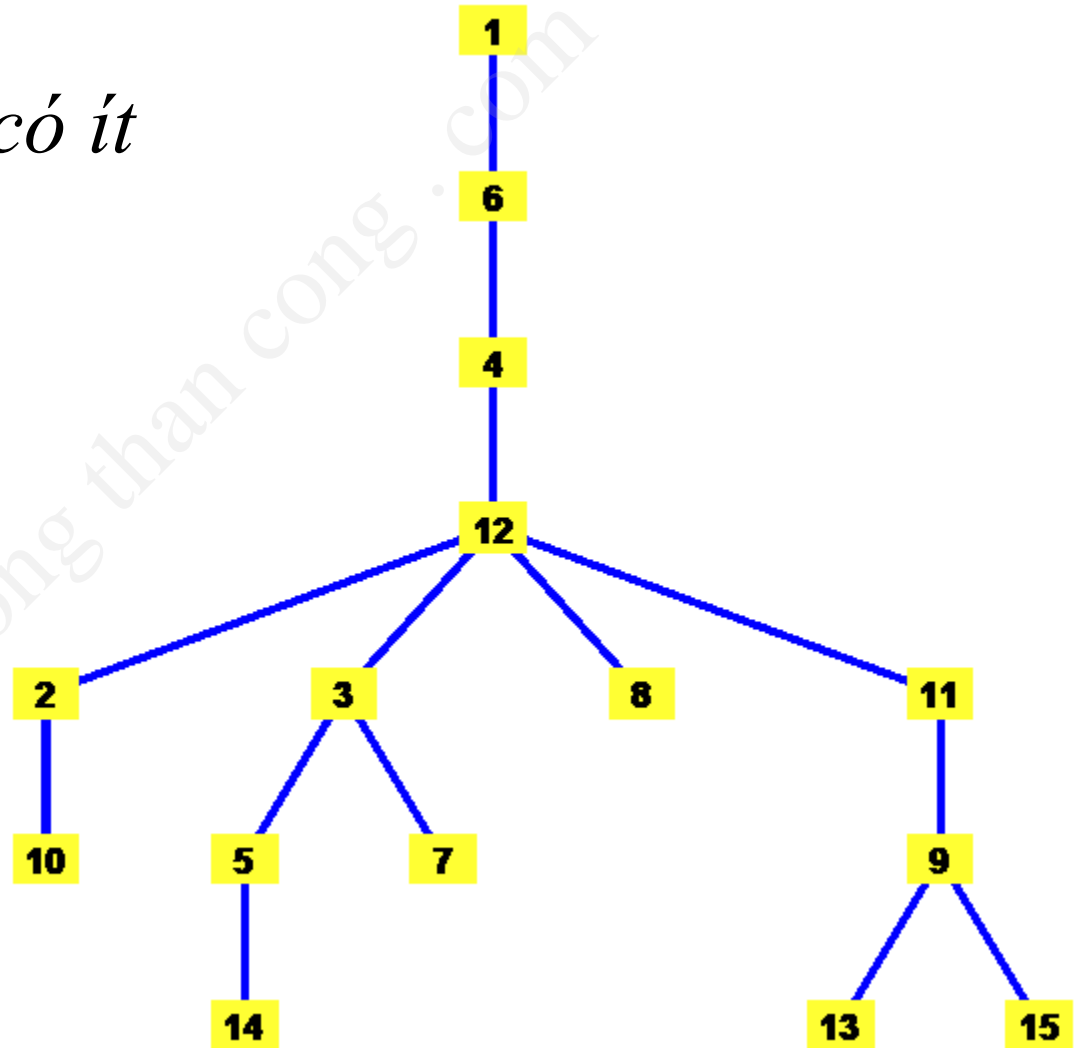
Số cạnh của rừng

Nếu G là rừng có p cây thì số cạnh của G là $m = n - p$.



ĐL: *Một cây luôn có ít nhất 2 đỉnh treo*

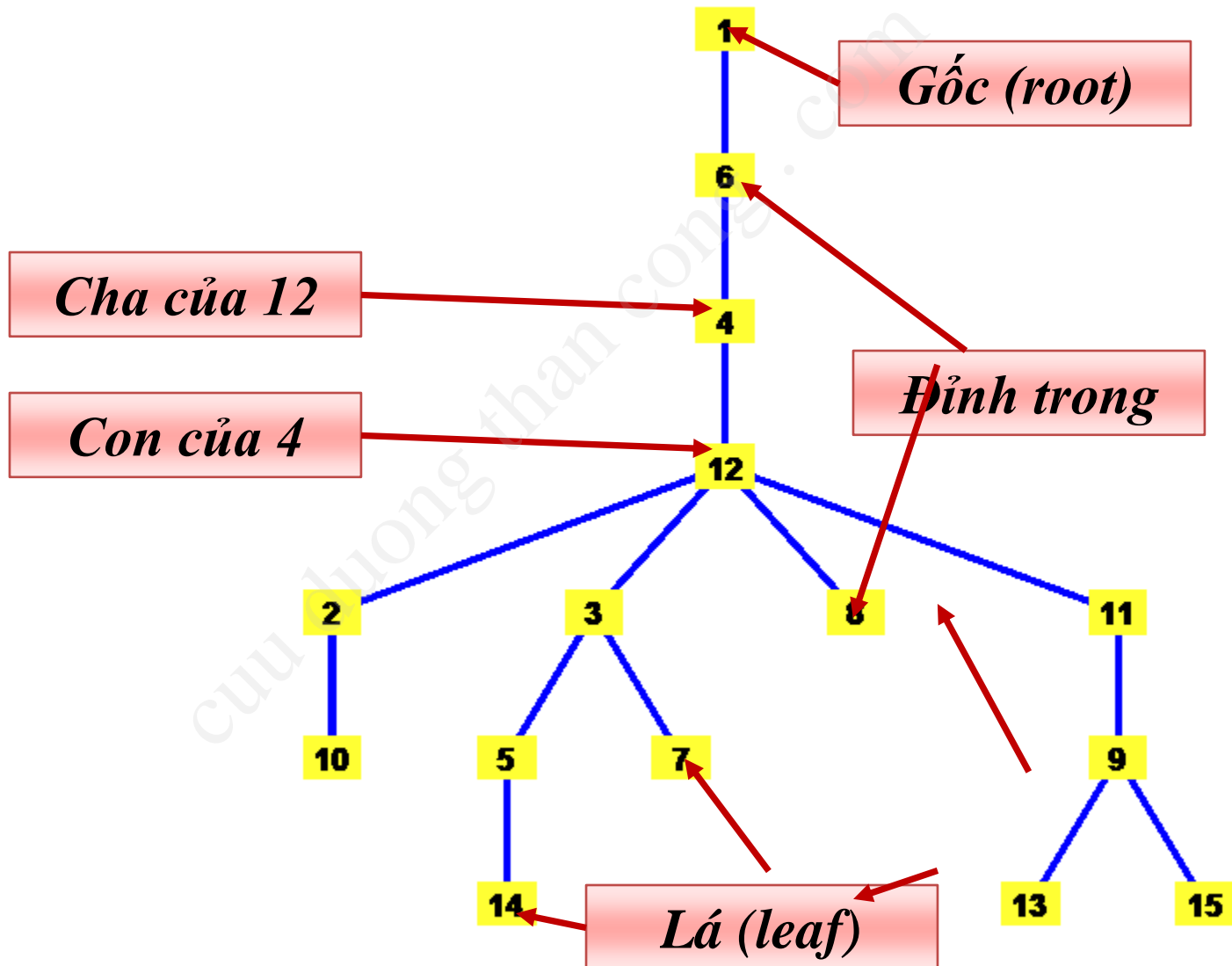
Chứng minh (bài tập)



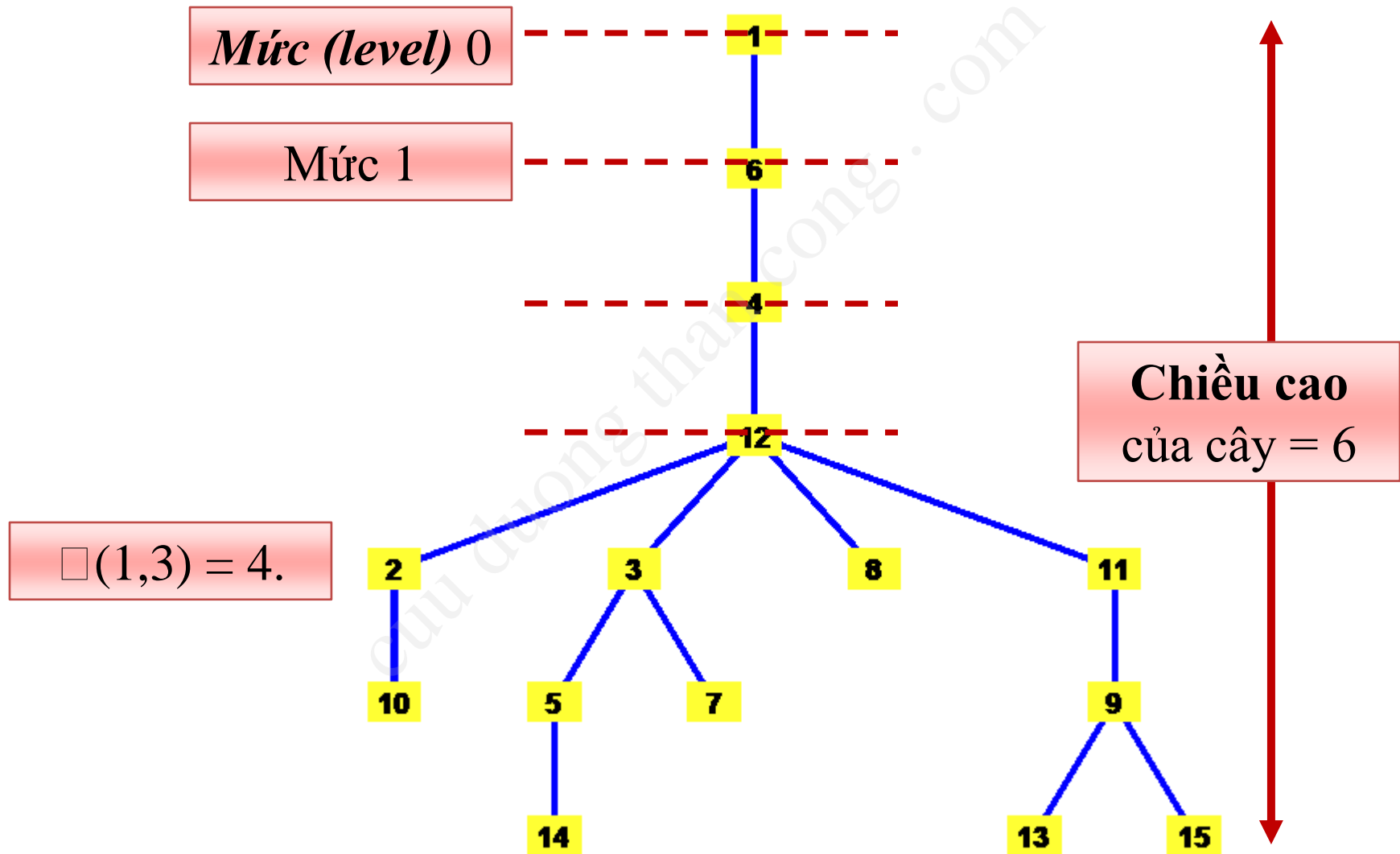
Bài tập

1. Vẽ tất cả các cây (không đẳng cấu) có 5 đỉnh.
2. Cho cây T_1 có 17 cạnh và cây T_2 có số đỉnh gấp đôi số đỉnh của T_1 . Tính số đỉnh của T_1 , T_2 và số cạnh của T_2 .
3. Cho G là một rừng có 7 cây và 40 cạnh. Tìm số đỉnh của G .
4. Cho G là một rừng có 62 đỉnh và 51 cạnh. Tìm số cây của G .
5. Cho ví dụ đồ thị có $m = n - 1$ cạnh nhưng không là cây.
6. Cho G là cây có bốn đỉnh bậc 2, một đỉnh bậc 3, hai đỉnh bậc 4, một đỉnh bậc 5. Hỏi G có bao nhiêu đỉnh treo.

Cây có hướng (có gốc)

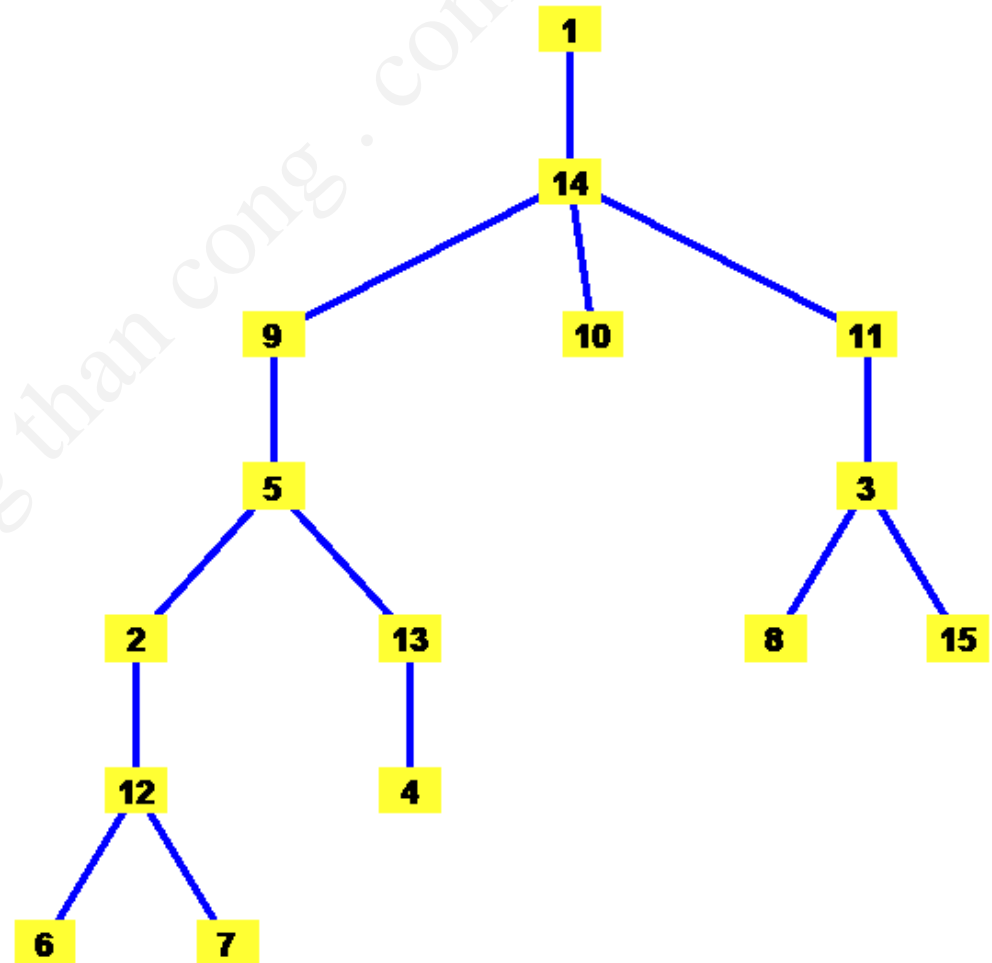


Mức và chiều cao cây



Cây k phân

- Cây *k-phân*:
- $d+(i) \leq k, i \in X$.
- $k = 2$: cây *nhị phân*
- Nếu $d+(i) = 0$ hoặc k :
cây *k-phân đủ*.
- Cây k-phân đủ chiều cao h có tất cả lá đều ở mức $h \rightarrow$ cây *k-phân đầy*.



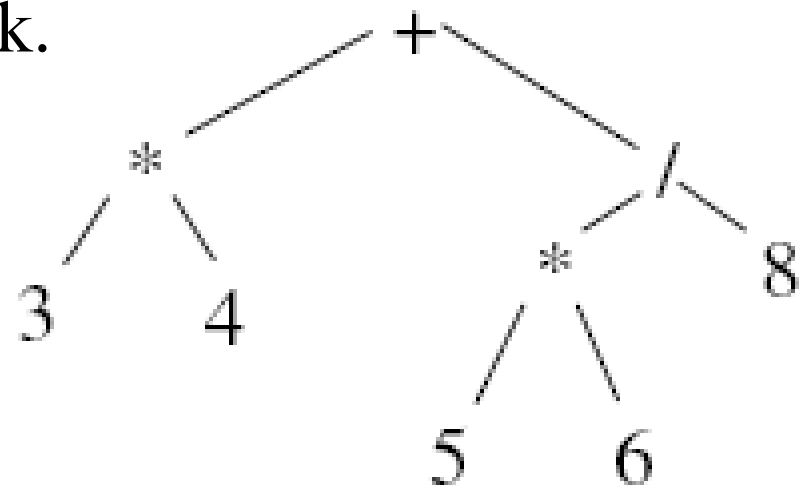
Tính chất cây k-phân đủ

- Mỗi đỉnh có đúng k con.
- Nếu cây T có s lá và r đỉnh trong:

$$n = kr + 1.$$

$$s = (k - 1)r + 1.$$

$$r = (s - 1)/(k - 1) = (n - 1)/k.$$



Bài tập

1. Cho T là cây tam phân đủ có 34 đỉnh trong. Tính số cung và số lá của T .
2. Cho T là cây ngũ phân có 817 lá. Hỏi T có bao nhiêu đỉnh trong.
3. Cho T là cây tứ phân đủ có chiều cao là 8. Hỏi T có nhiều nhất bao nhiêu đỉnh trong.
4. Tìm số lá của cây nhị phân đầy khi
 - $h = 3$.
 - $h = 12$.
5. Tính số đỉnh trong và số cạnh của cây nhị phân đầy có chiều cao $h = 5$.

Duyệt cây

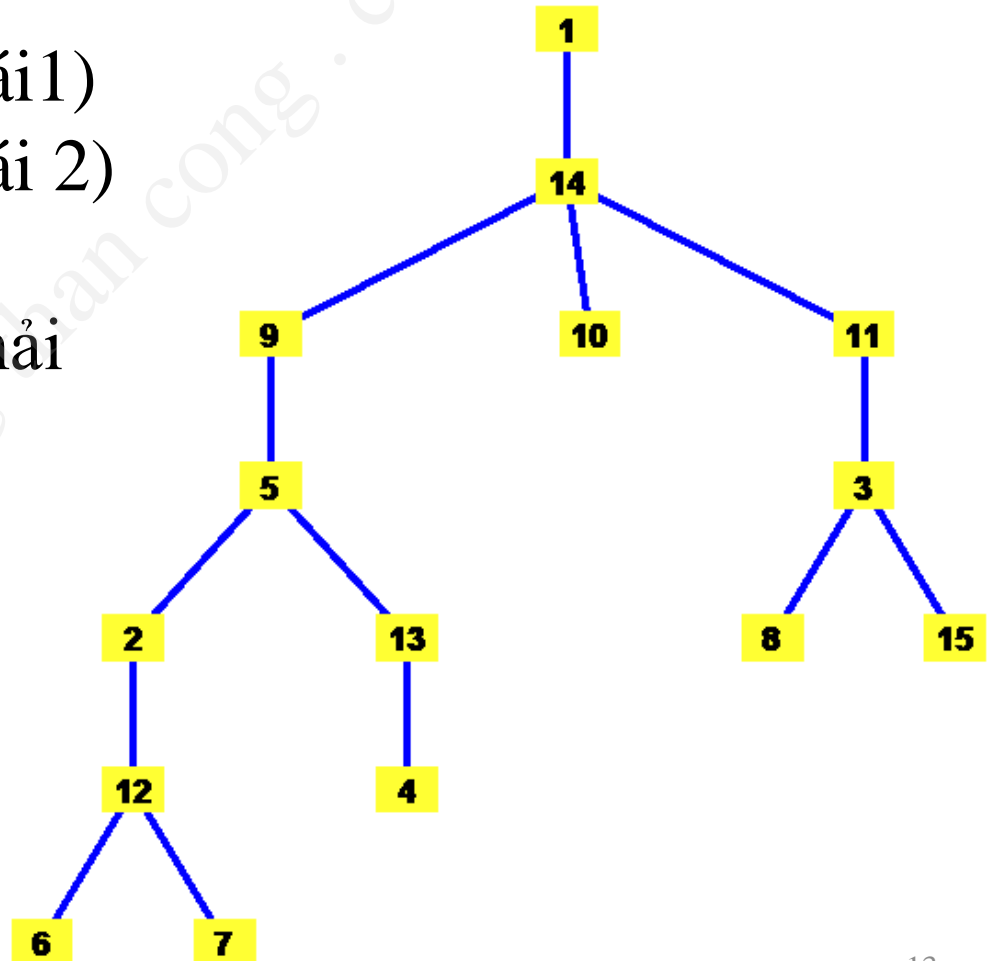
- Cây có nhiều ứng dụng quan trọng thuật toán máy tính.
- Thao tác cơ bản nhất là duyệt cây
- Có 2 kiểu duyệt:
 - Trước (NLR)
 - Sau (LRN)

Duyệt Trước(T)

1. Gốc T
2. Duyệt Trước(cây con trái 1)
3. Duyệt Trước(cây con trái 2)
4.
5. Duyệt Trước(cây con phải nhất)

VD:

1 14 9 5 2 12 6 7 13
4 10 11 3 8 15

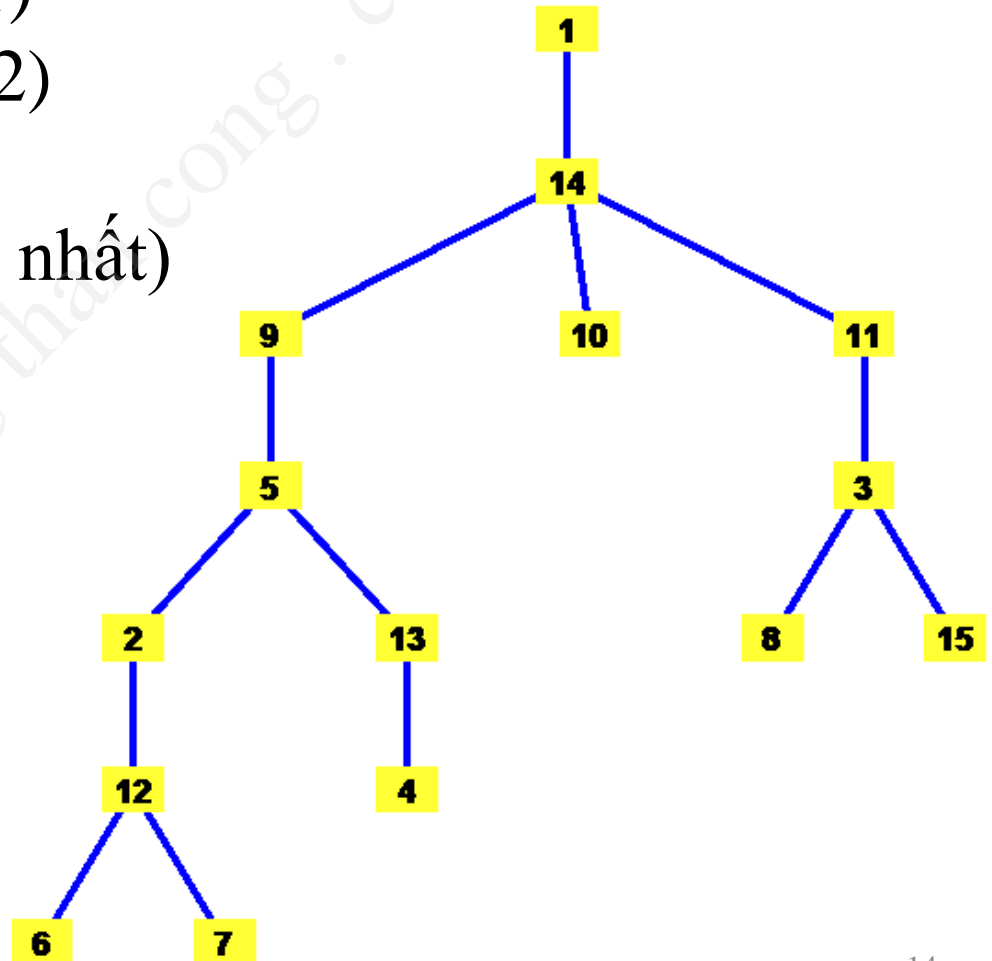


DuyệtSau(T)

- 1.DuyệtSau(cây con trái 1)
- 2.DuyệtSau(cây con trái 2)
- 3.....
- 4.DuyệtSau(cây con phải nhất)
- 5.Gốc T

VD:

6 7 12 2 4 13 5 9 10
8 15 3 11 14 1

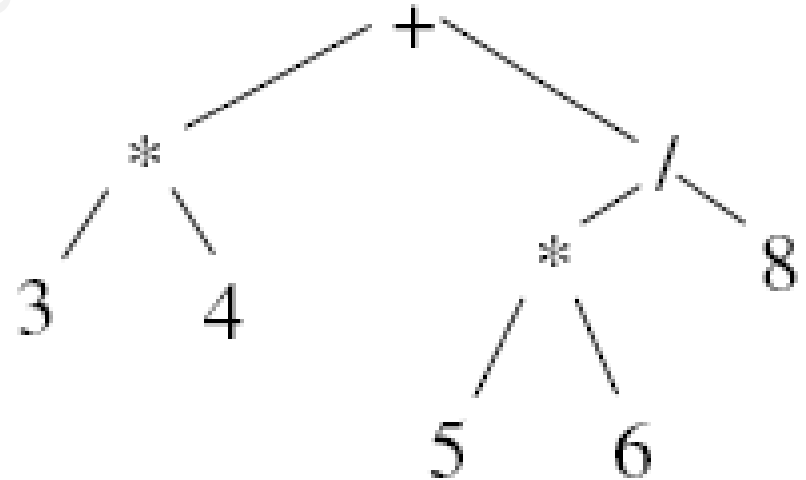


Duyệt Trong (cây nhị phân T)

1. Duyệt Trong (cây con trái)
2. Gốc T
3. Duyệt Trong (cây con phải)

VD:

$3 * 4 + 5 * 6 / 8$

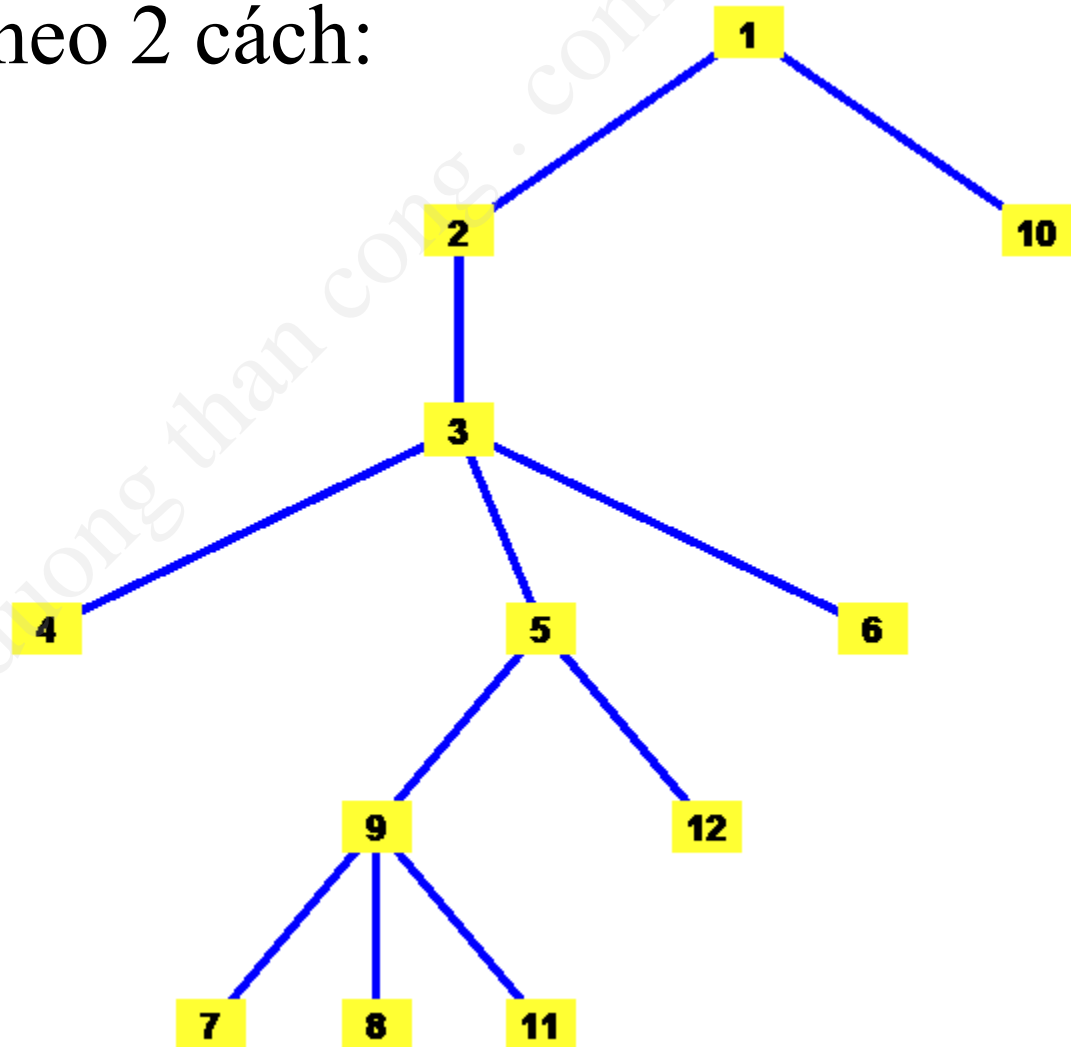


Bài tập

- Duyệt cây sau theo 2 cách:

- Trước

- Sau

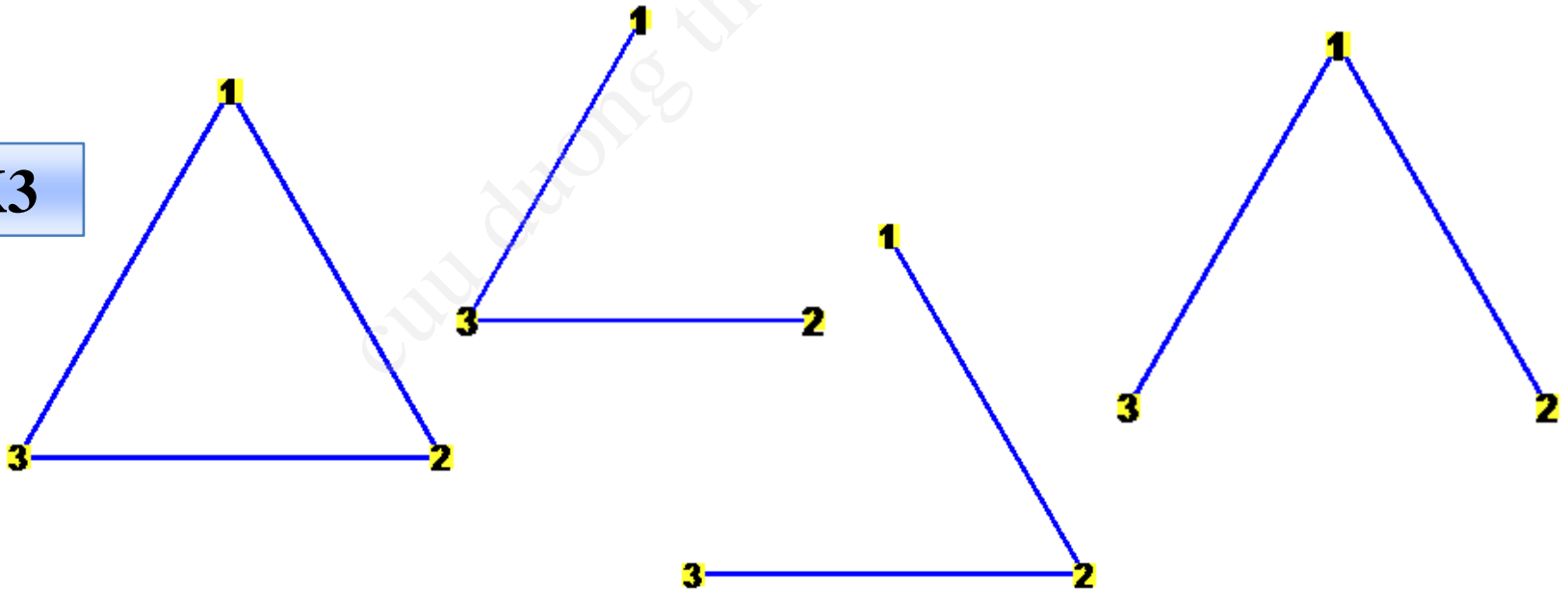


Cây khung

ĐN: Một *cây khung* (*spanning tree*) T của một đồ thị liên thông G là đồ thị con của G thoả:

- T là một cây.
- T chứa tất cả các đỉnh của G .

K3

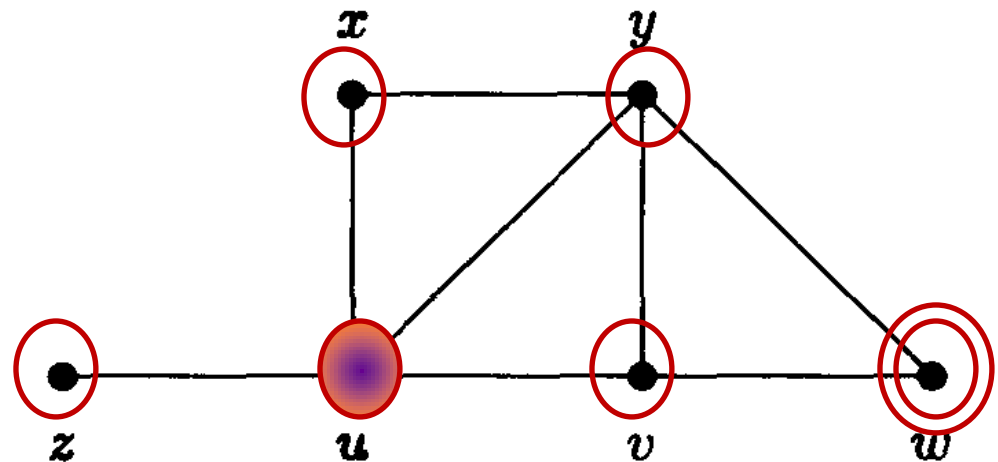


Thuật toán BFS tìm cây khung

1. $T = \{\}$. Chọn một đỉnh bất kỳ x_0 làm gốc (mức 0).
2. Ở mỗi mức, duyệt hết các cây con từ trái qua phải.
3. Tại mỗi đỉnh x , thêm vào T các cạnh kề x mà không tạo thành chu trình.
4. Lặp quá trình 2 và 3 đến khi đủ số đỉnh.

VD:

- $T = \{\}$; $x_0 = \underline{u}$;
- $T = \{\underline{u}v, \underline{u}x, \underline{u}y, \underline{u}z\}$;
- $T = \{uv, ux, uy, uz, \underline{v}w\}$.

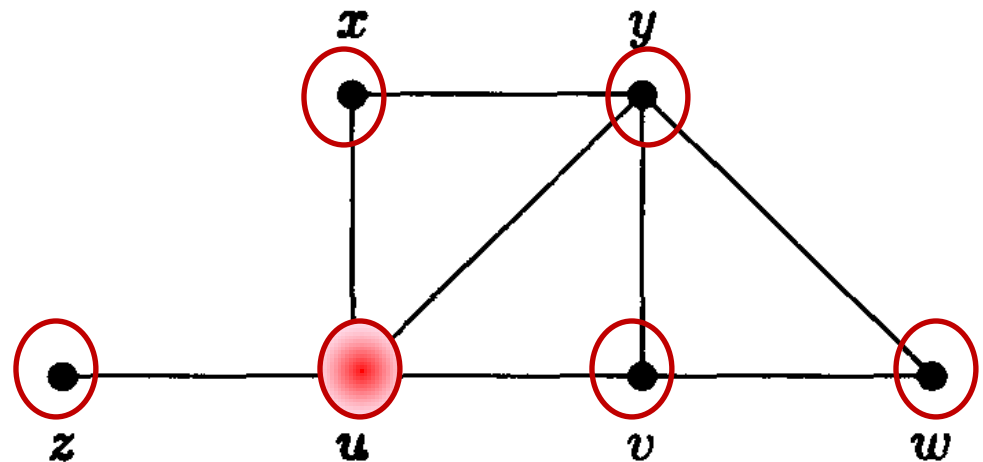


Thuật toán DFS tìm cây khung

1. $T = \{\}$. Chọn một đỉnh bất kỳ x_0 làm gốc (mức 0).
2. Tại mỗi đỉnh x , thêm vào T cạnh $\{x, y\}$ mà không tạo thành chu trình.
3. Lặp quá trình 2 với $x = y$ đến hết mức có thể được.
4. Nếu đủ số đỉnh thì dừng. Nếu không, quay lên đỉnh ở mức gần nhất mà có cạnh $\{x, y\}$ khác để thêm.

VD:

- $T = \{\}$; $x_0 = \underline{u}$;
- $T = \{\underline{u}v, \underline{v}w, \underline{w}y, \underline{y}x\}$;
- $T = \{uv, vw, wy, yx, \underline{u}z\}$.



Bài tập

• Tìm một cây khung của đồ thị sau bằng hai cách:

- BFS

- DFS

