



SEMICONDUCTOR MATERIALS & DEVICES

NGÔ HẢI ĐĂNG

CHAPTER 1: INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

CONTENT

- Types of semiconductors
- Crystal classification
- Crystal structure
- Miller indices
- Chemical bonding
- Defects and doping in solids
- Silicon ingot fabrication

CONTENT

- Semiconductor Models
- Carrier Properties
- State and carrier distribution
- Equilibrium Carrier Concentrations

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

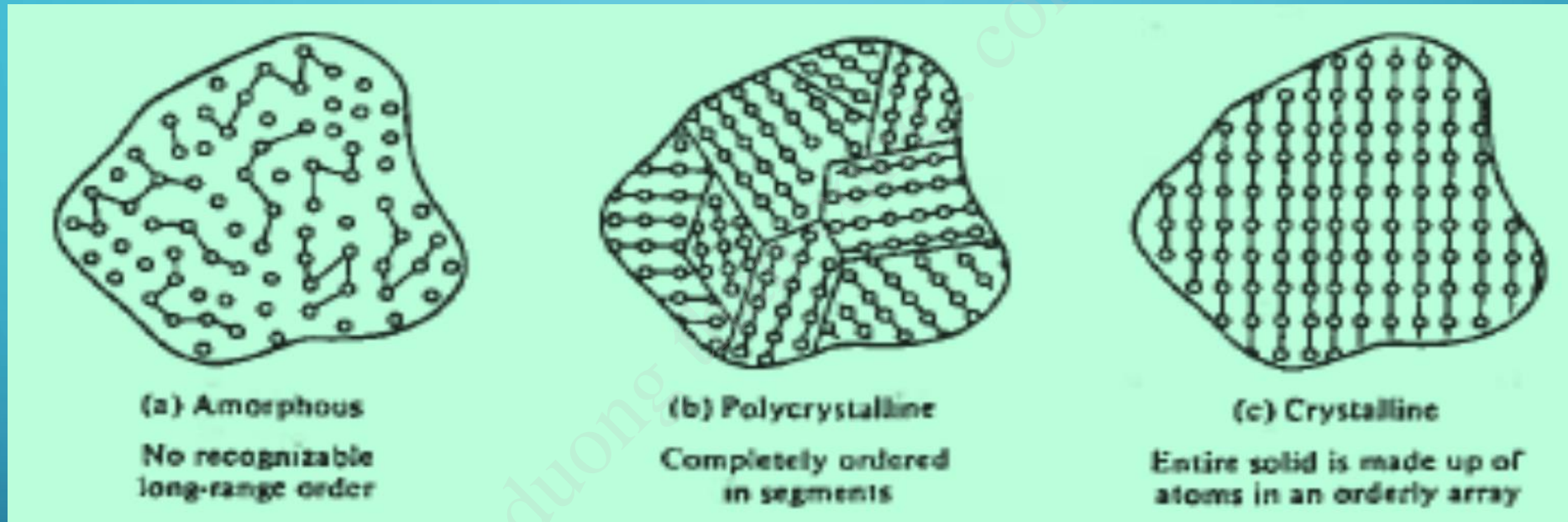
General Classification	Symbol	Semiconductor Name
(1) Elemental	Si Ge	Silicon Germanium
(2) Compounds		
(a) IV-IV	SiC	Silicon carbide
(b) III-V	AlP AlAs AlSb GaN GaP GaAs GaSb InP InAs InSb	Aluminum phosphide Aluminum arsenide Aluminum antimonide Gallium nitride Gallium phosphide Gallium arsenide Gallium antimonide Indium phosphide Indium arsenide Indium antimonide
(c) II-VI	ZnO ZnS ZnSe ZnTe CdS CdSe CdTe HgS	Zinc oxide Zinc sulfide Zinc selenide Zinc telluride Cadmium sulfide Cadmium selenide Cadmium telluride Mercury sulfide
(d) IV-VI	PbS PbSe PbTe	Lead sulfide Lead selenide Lead telluride
(3) Alloys		
(a) Binary	$\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$	
(b) Ternary	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ $\text{Al}_x\text{In}_{1-x}\text{As}$ $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ $\text{GaAs}_{1-x}\text{P}_x$ $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{As}$ $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{P}$ $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$	(or $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$) (or $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$) (or $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$) (or $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{P}$)
(c) Quaternary	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{Sb}_{1-y}$ $\text{Ga}_x\text{In}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$	

II	III	IV	V	VI
4 Be	5 B	6 C	7 N	8 O
12 Mg	13 Al	14 Si	15 P	16 S
30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se
48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te
80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po

Các chất bán dẫn chủ yếu thuộc nhóm IV hoặc là sự kết hợp của nhóm III-V, II-VI
Trường hợp ngoại lệ: nhóm IV-VI

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Crystal classification



Amorphous

Polycrystalline

Single crystal

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

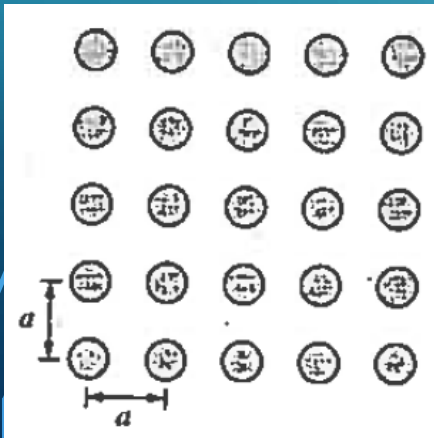
Crystal structure

Unit cell

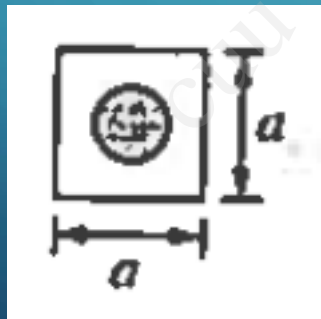
Unit cell is a small portion of any given crystal that could be used to reproduce the crystal. The original lattice can be reproduced by duplicating the unit cell and stacking the unit cell next to each other in an orderly fashion.

Note: Unit cells are not necessarily unique.

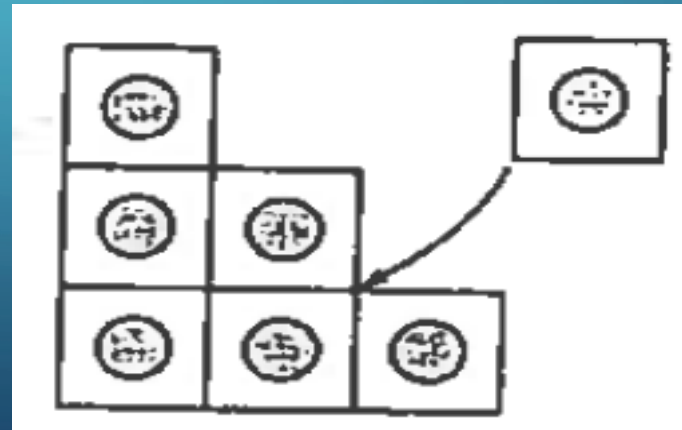
A unit cell needs not be primitive (the smallest unit cell possible)



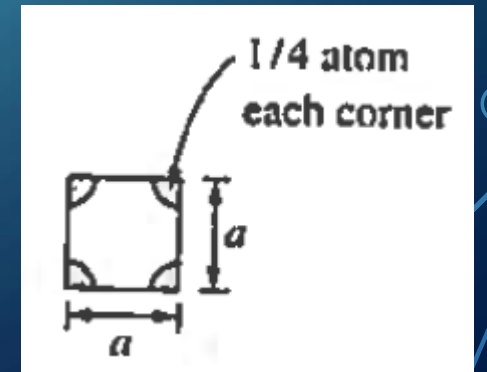
Crystal



Unit cell



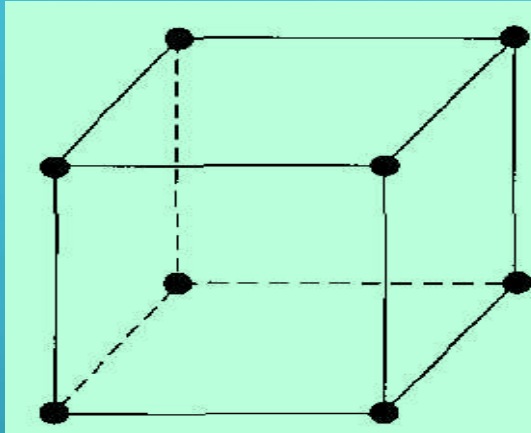
Duplicating and stacking



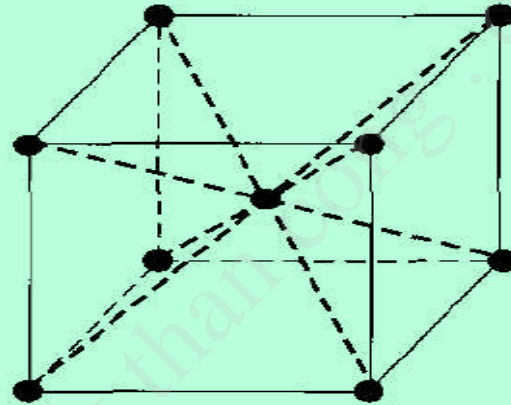
Unit cell (other)

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

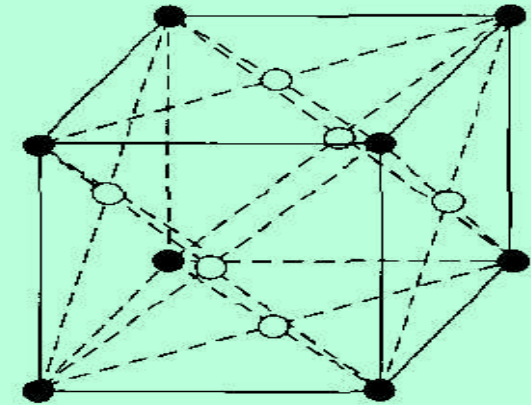
Basic crystal structures



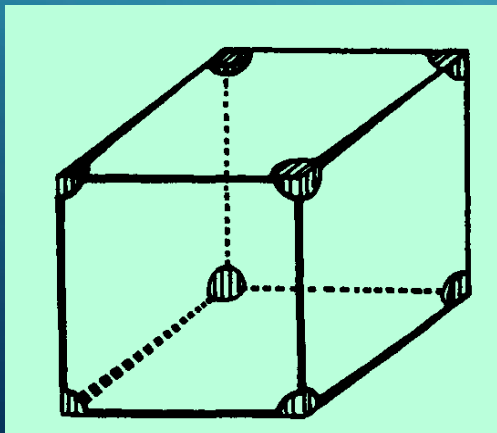
Simple cubic



Body-centered cubic



Face-centered cubic



Mỗi nguyên tử nằm ở góc ô đơn vị góp $1/8$ vào bên trong ô.
→ mỗi ô đơn vị SC chứa 1 nguyên tử

Vậy mỗi ô BCC, FCC chứa bao nhiêu nguyên tử?

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

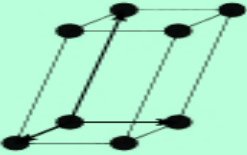
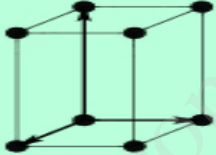
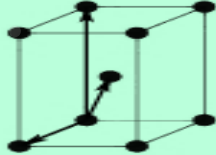
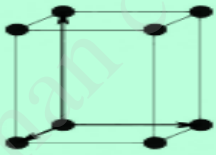
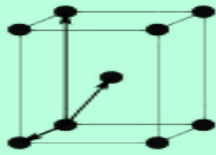
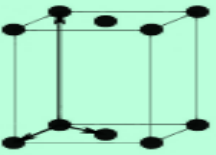
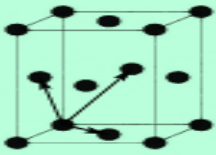
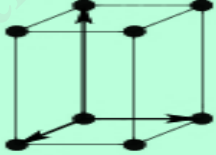
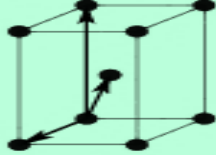
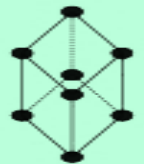

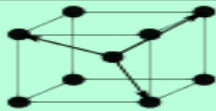
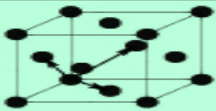
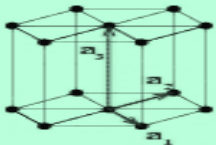
Bravais lattice	Parameters	Simple (P)	Volume centered (I)	Base centered (C)	Face centered (F)
Triclinic	$a_1 \neq a_2 \neq a_3$ $\alpha_{12} \neq \alpha_{23} \neq \alpha_{31}$				
Monoclinic	$a_1 \neq a_2 \neq a_3$ $\alpha_{23} = \alpha_{31} = 90^\circ$ $\alpha_{12} \neq 90^\circ$				
Orthorhombic	$a_1 \neq a_2 \neq a_3$ $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{31} = 90^\circ$				
Tetragonal	$a_1 = a_2 \neq a_3$ $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{31} = 90^\circ$				
Trigonal	$a_1 = a_2 = a_3$ $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{31} < 120^\circ$				
Cubic	$a_1 = a_2 = a_3$ $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{31} = 90^\circ$				
Hexagonal	$a_1 = a_2 \neq a_3$ $\alpha_{12} = 120^\circ$ $\alpha_{23} = \alpha_{31} = 90^\circ$				

Table 1.1: Bravais lattices in three-dimensions. <https://fb.com/tailieudientucntt>

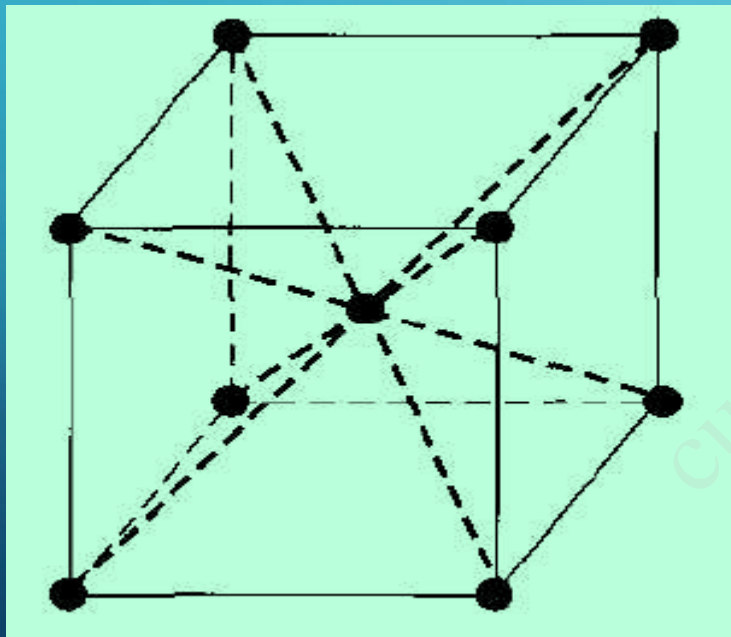
INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Volume density of atoms

Xét ô mạng lập phương tâm khối có hằng số mạng

Tính mật độ nguyên tử khối (volume density of atoms).

$$a = 5 \text{ \AA} = 5 \times 10^{-8} \text{ cm}$$



Volume density of atoms

$$\text{Density} = \frac{2 \text{ atoms}}{(5 \times 10^{-8})^3} = 1.6 \times 10^{22} \text{ atoms per cm}^3$$

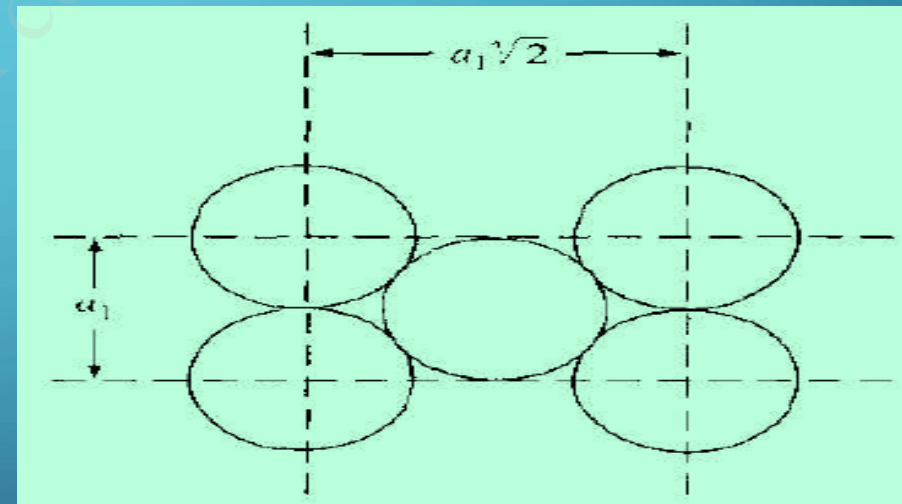
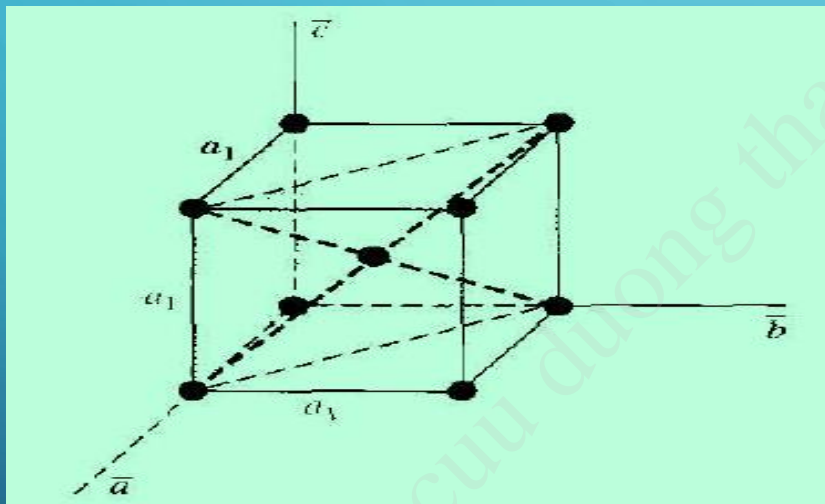
INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Surface density of Atoms

Xét ô mạng lập phương tâm khối có hằng số mạng

Tính mật độ nguyên tử mặt theo hình vẽ

$$a = 5 \text{ \AA} = 5 \times 10^{-8} \text{ cm}$$



$$\text{Surface density} = \frac{2 \text{ atoms}}{(a_1)(a_1 \sqrt{2})} = \frac{2}{(5 \times 10^{-8})^2 (\sqrt{2})} = 5.66 \times 10^{14} \text{ atoms/cm}^2$$

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Miller indices

Indexing Procedure

After setting up coordinate axes along the edges of the unit cell, note where the plane to be indexed intercepts the axes. Divide each intercept value by the unit cell length along the respective coordinate axis. Record the resulting normalized (pure-number) intercept set in the order x , y , z .

Invert the intercept values; that is, form $[1/\text{intercept}]$ s.

Using an appropriate multiplier, convert the $1/\text{intercept}$ set to the smallest possible set of whole numbers.

Enclose the whole-number set in curvilinear brackets.

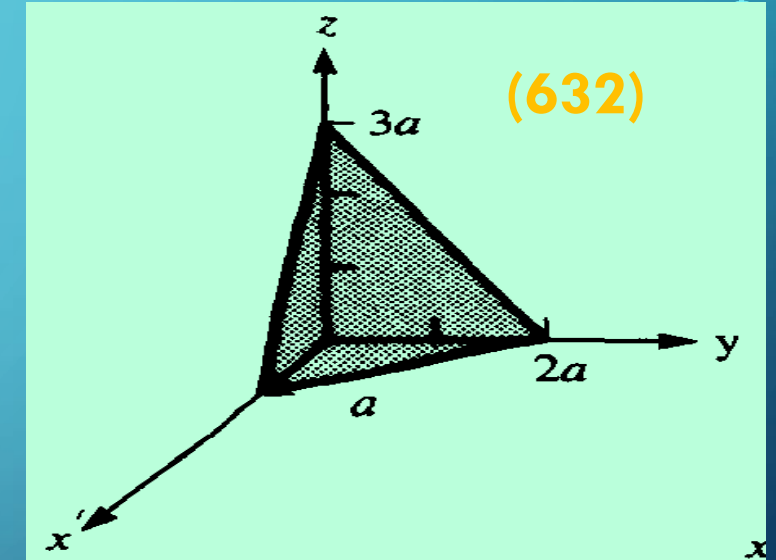
Sample Implementation

1, 2, 3

1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$

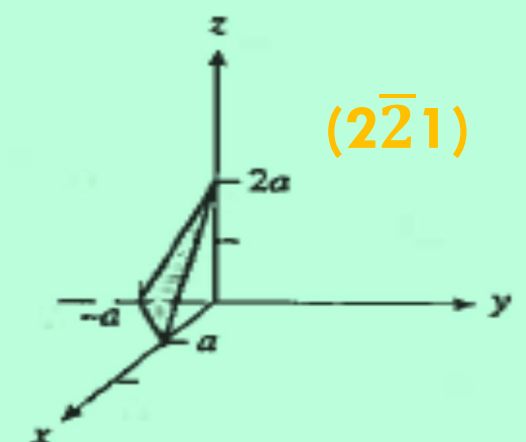
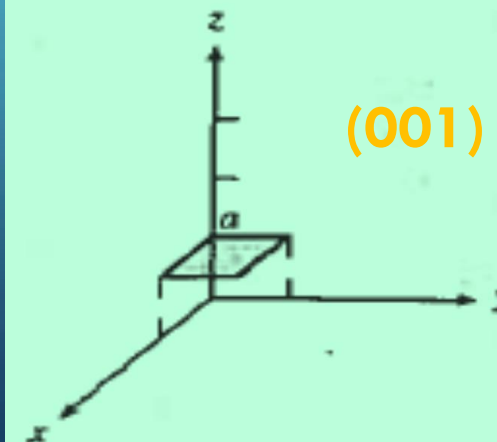
6, 3, 2

(632)



Miller Convention Summary.

Convention	Interpretation
(hkl)	Crystal plane
$\{hkl\}$	Equivalent planes
$[hkl]$	Crystal direction
$\langle hkl \rangle$	Equivalent directions

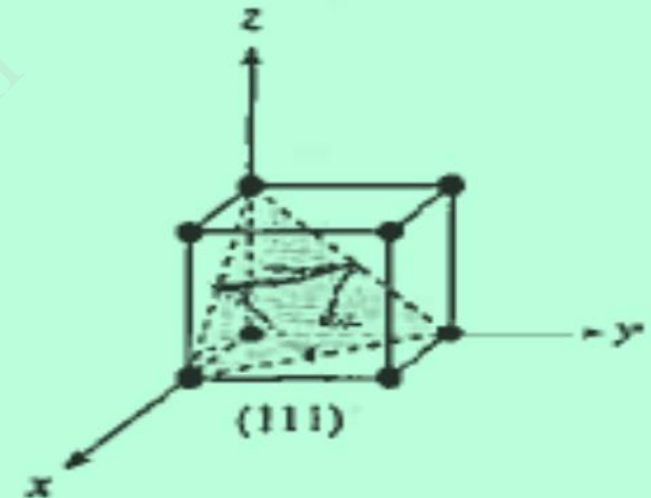
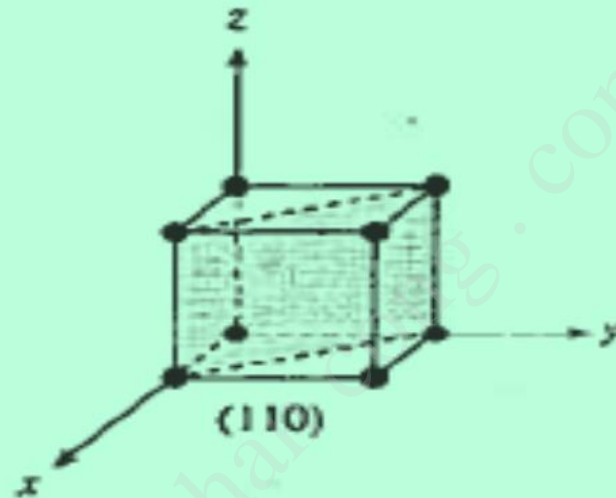
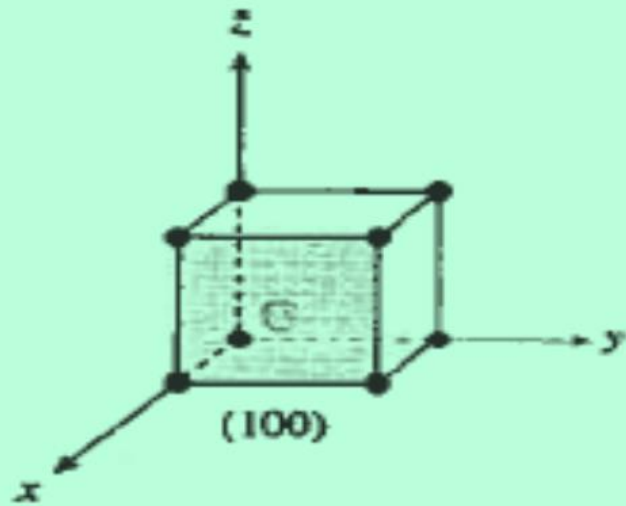


INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

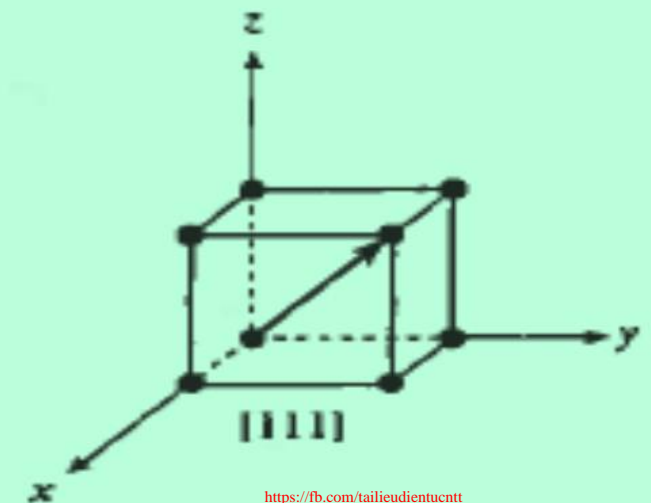
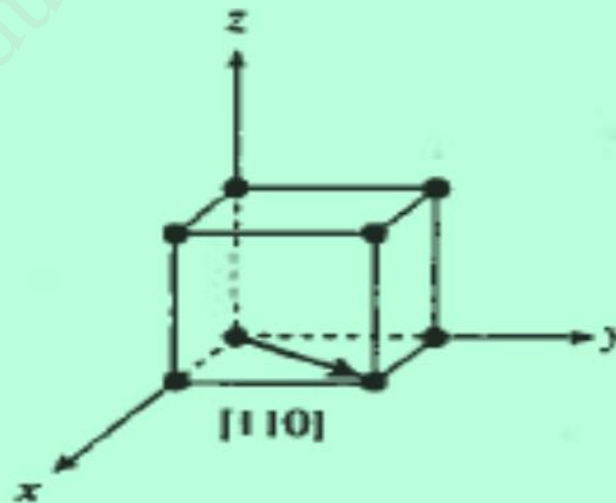
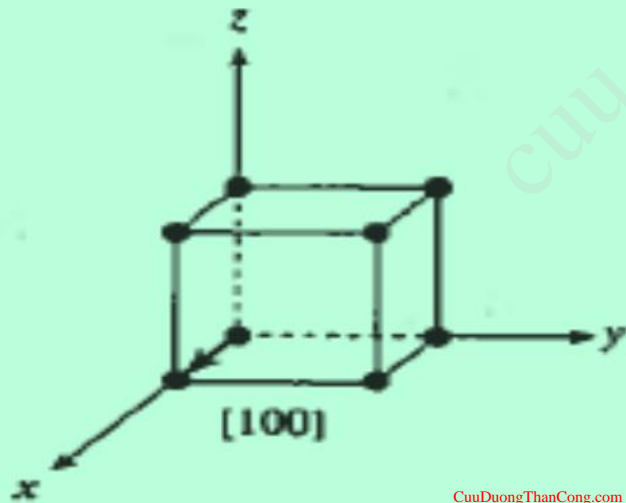
Lưu ý:

1. Nếu mặt mạng song song với trục tọa độ nào thì hệ số giao với trục đó là ∞
2. Nếu mặt mạng giao với một trục theo chiều âm của trục thì ta đặt dấu “-” lên phía trên chỉ số giao. Ví dụ $(2\bar{2}1)$
3. Nếu các mặt mạng tương đương nhau, ta gộp chúng lại thành một họ mặt mạng. Ví dụ: $(100); (010); (001); (\bar{1}00); (0\bar{1}0); (00\bar{1}) \rightarrow \{100\}$
4. Nếu mặt mạng chứa gốc tọa độ, ta phải dời gốc tọa độ sang nút mạng khác trước khi tiến hành lấy chỉ số Miller của mặt mạng đó.
5. **Với hệ lập phương**, mặt mạng và hướng vuông góc với mặt mạng đó có cùng chỉ số Miller.

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

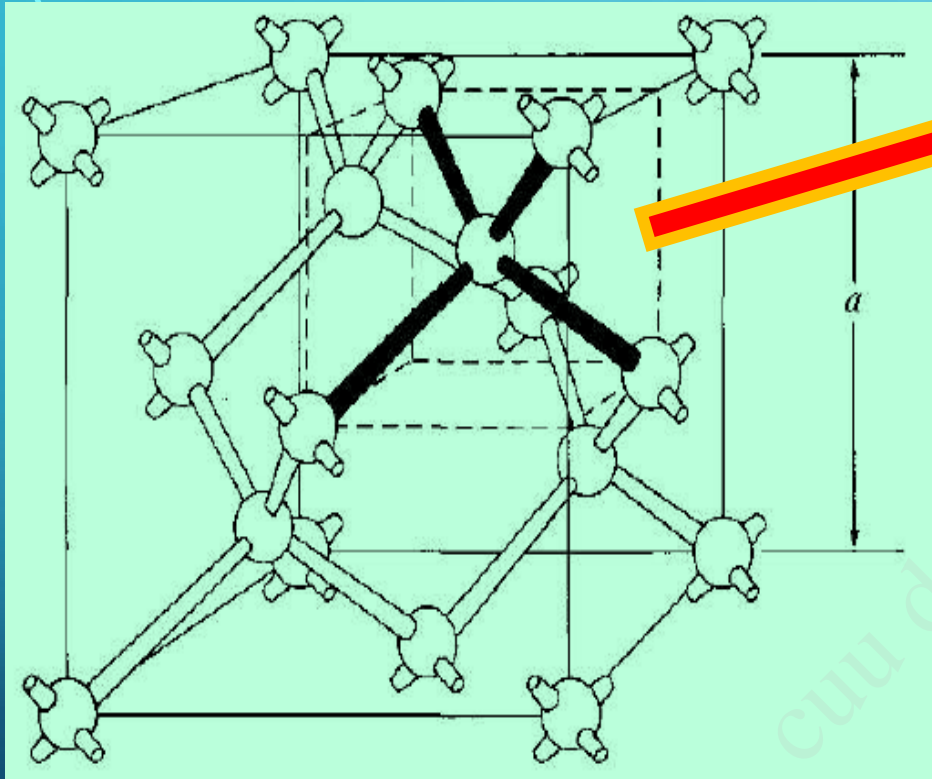


(a)

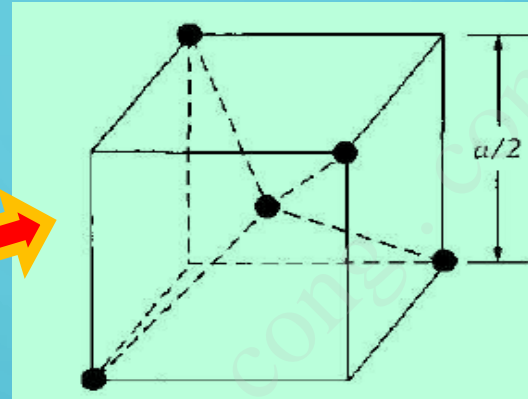


INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

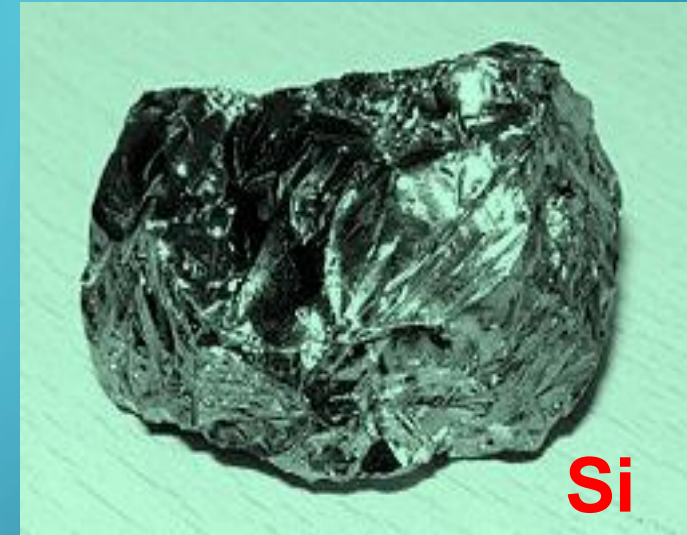
Diamond structure: Si, Ge



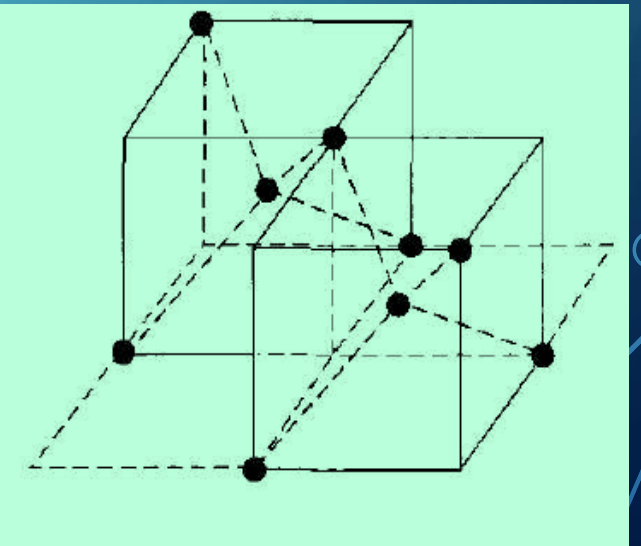
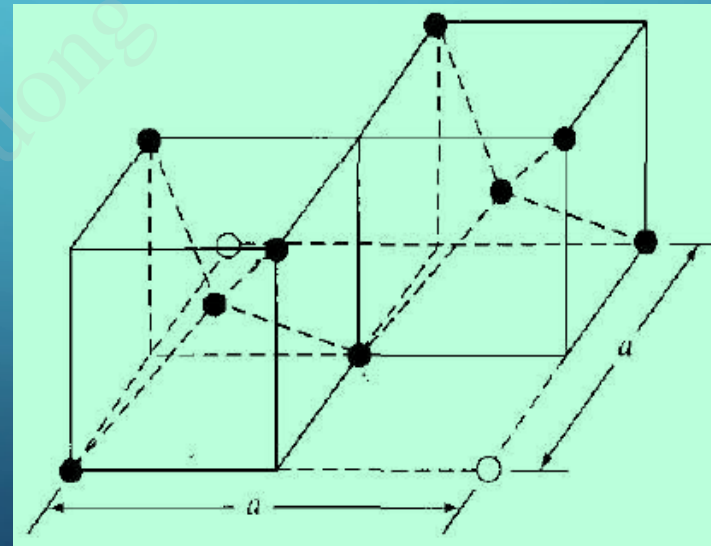
Diamond structure



The tetrahedral structure of 4 closest neighbors in the diamond lattice



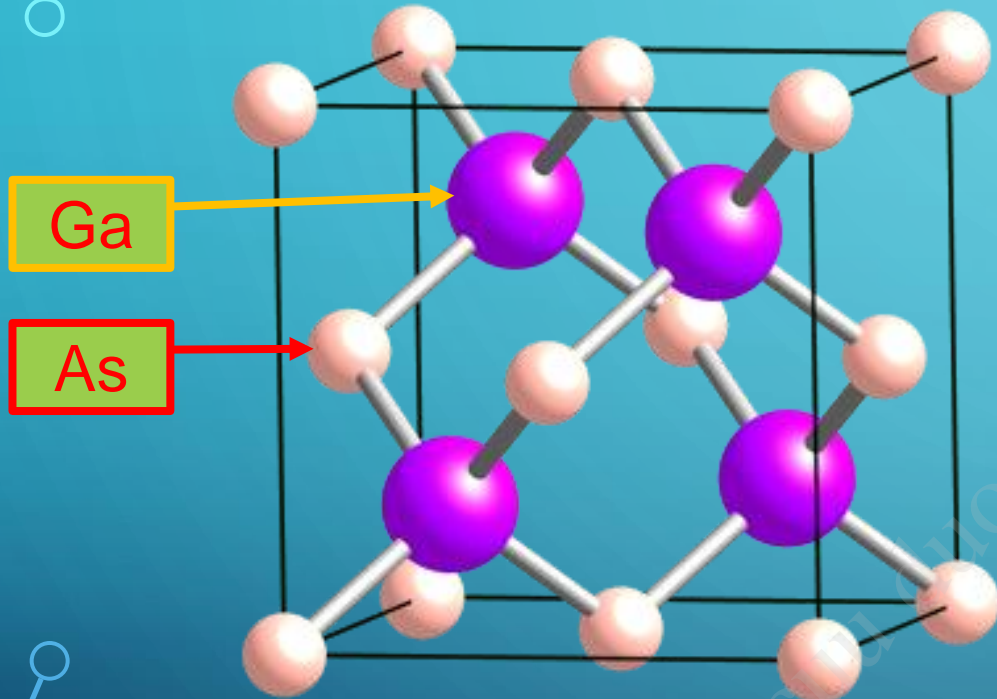
Si



Portions of the diamond lattice: bottom half (left) and top half (right)

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

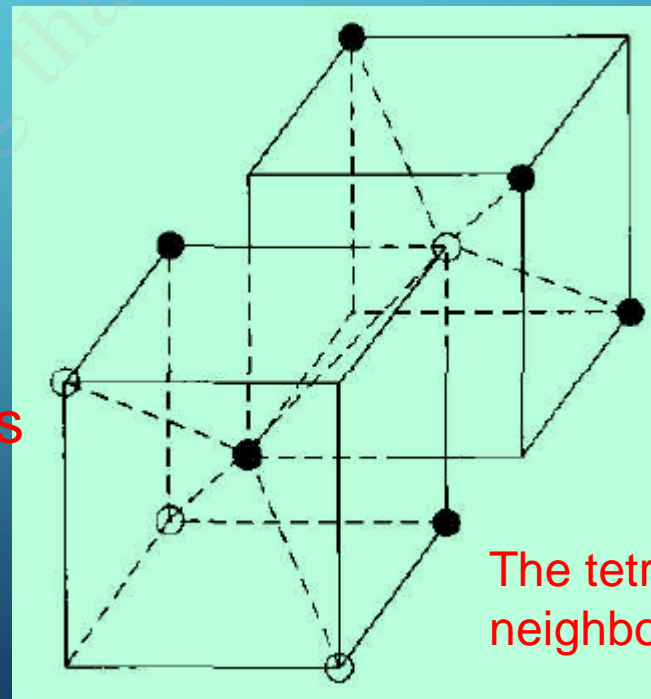
Zincblende structure (sphalerite): GaAs



Zincblende (sphalerite) lattice of GaAs



GaAs

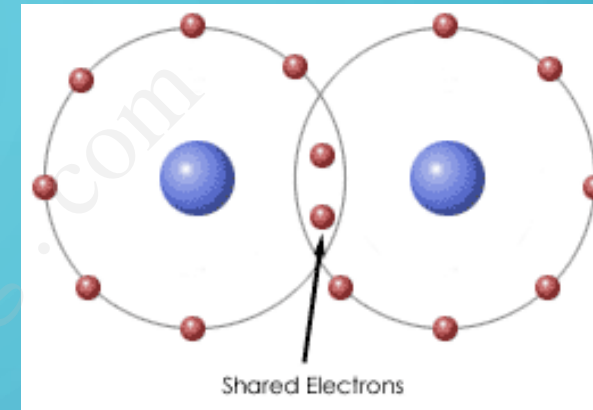
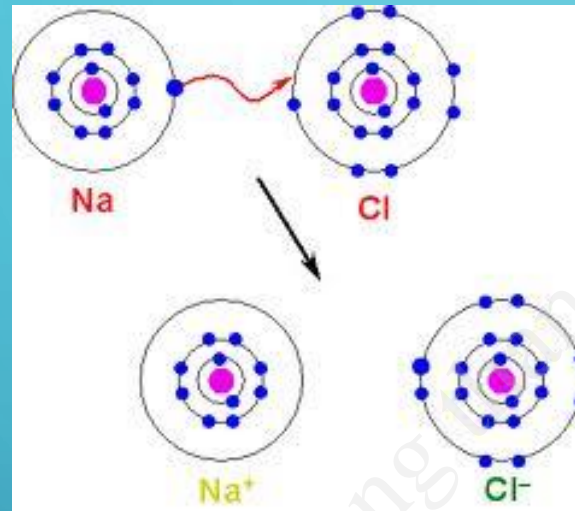


The tetrahedral structure of 4 closest neighbors in the zincblende lattice

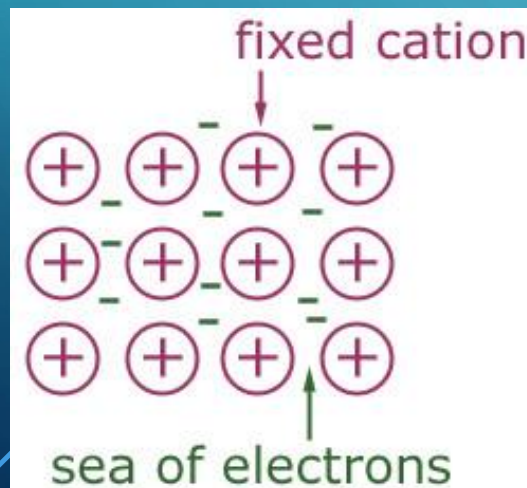
INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Chemical bonding

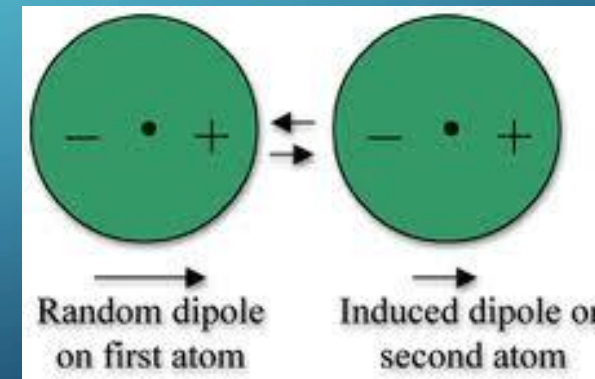
Ionic bonding



Covalent bonding



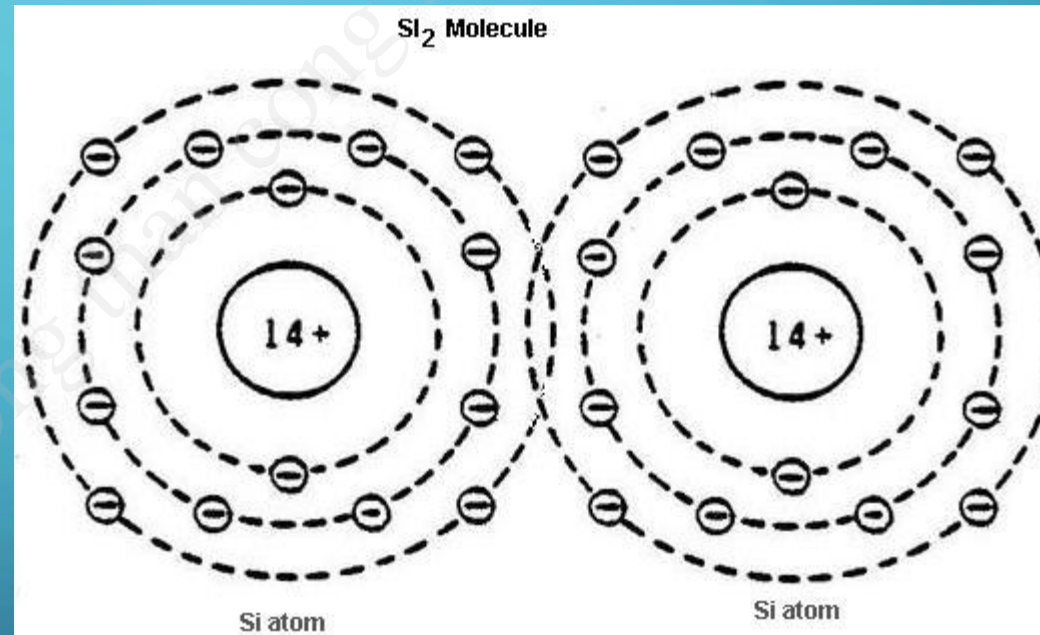
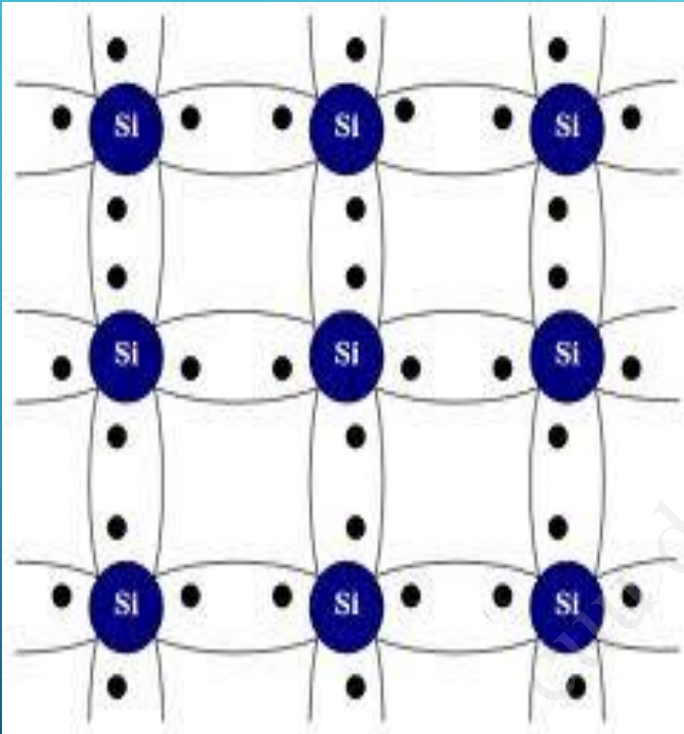
Metallic bonding



Van de Waals bonding

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

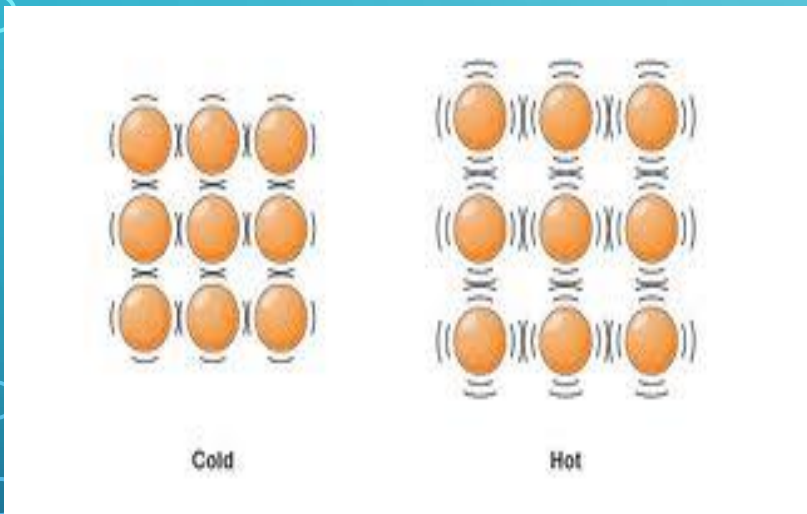
Chemical bonding: Si, Ge



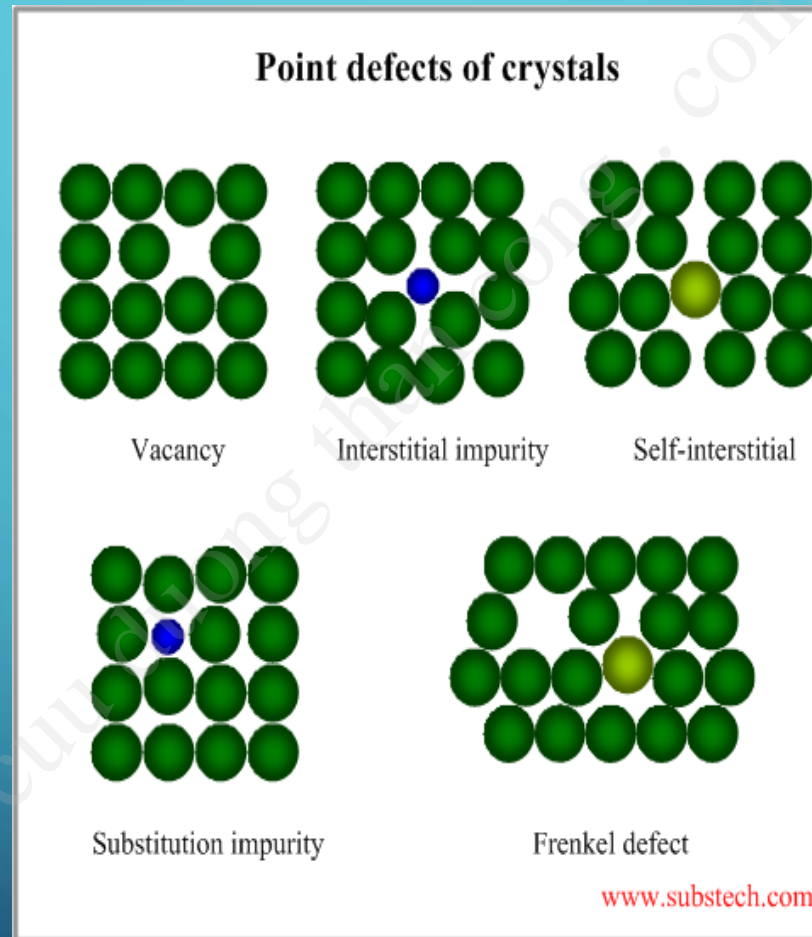
Covalent bonding

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

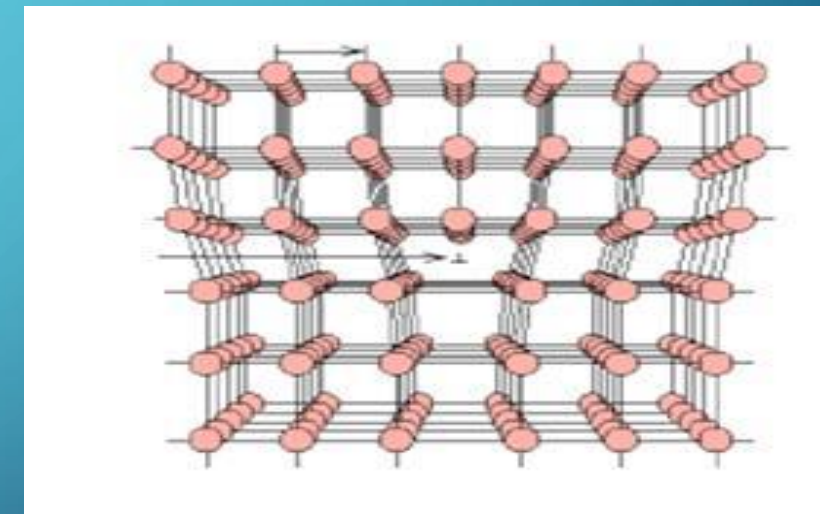
Defects and doping in solids



Thermal vibration



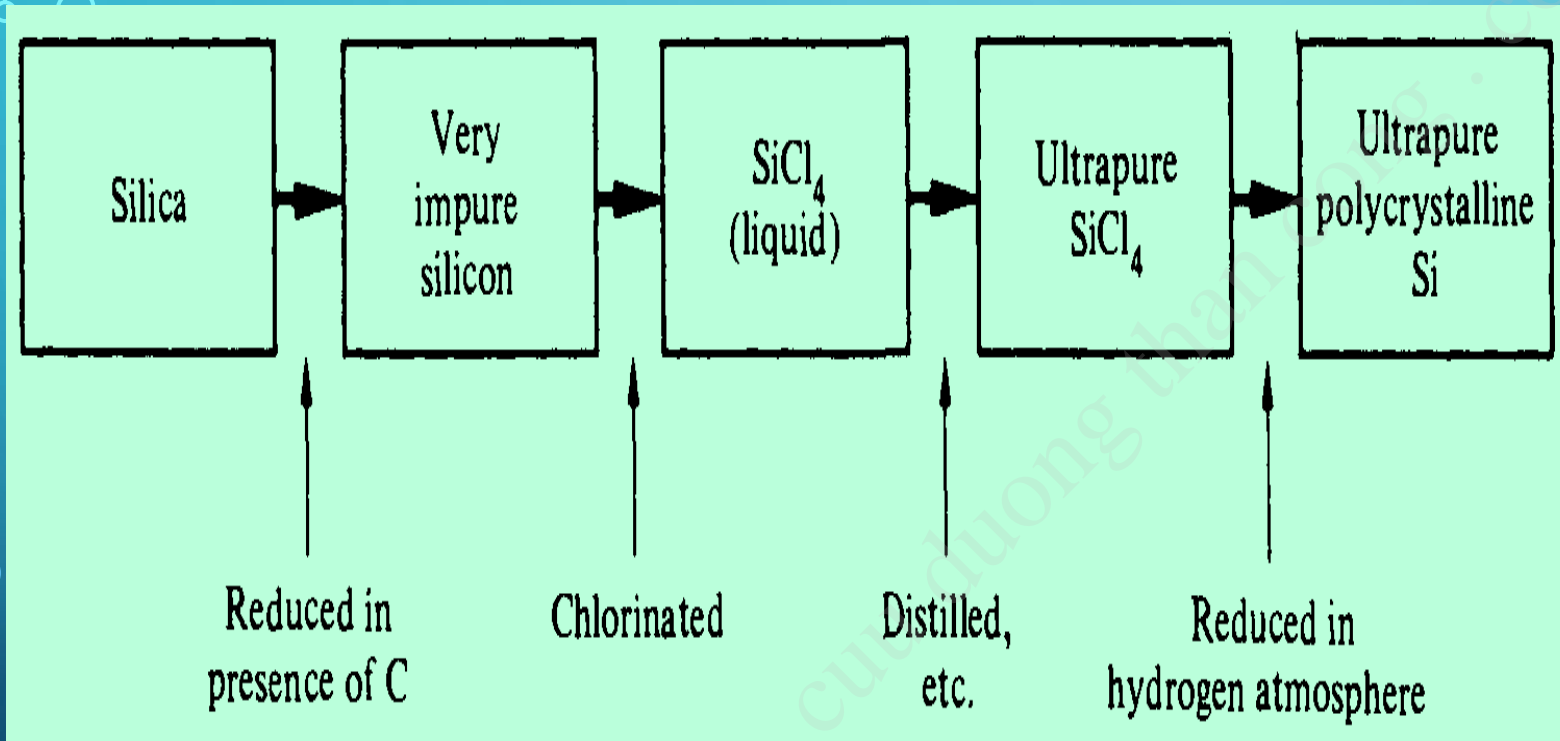
Point defect



Line defect

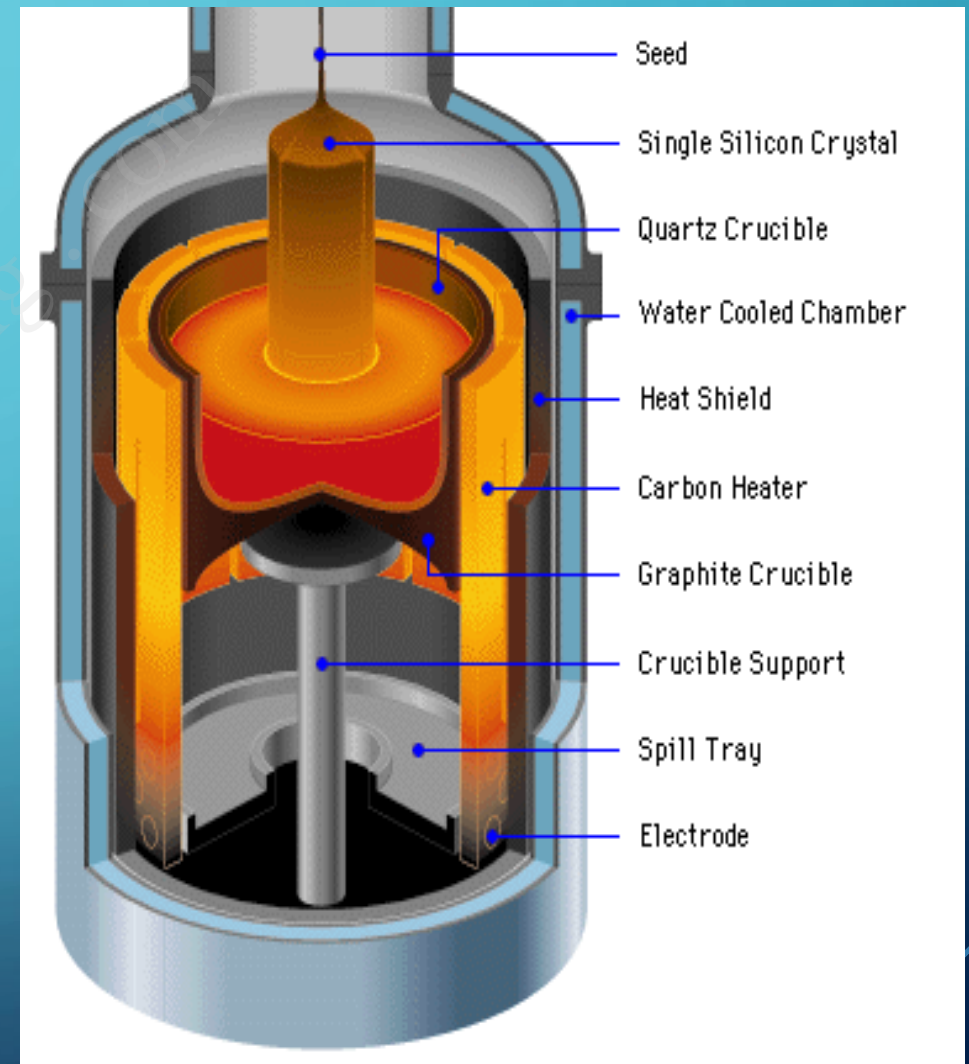
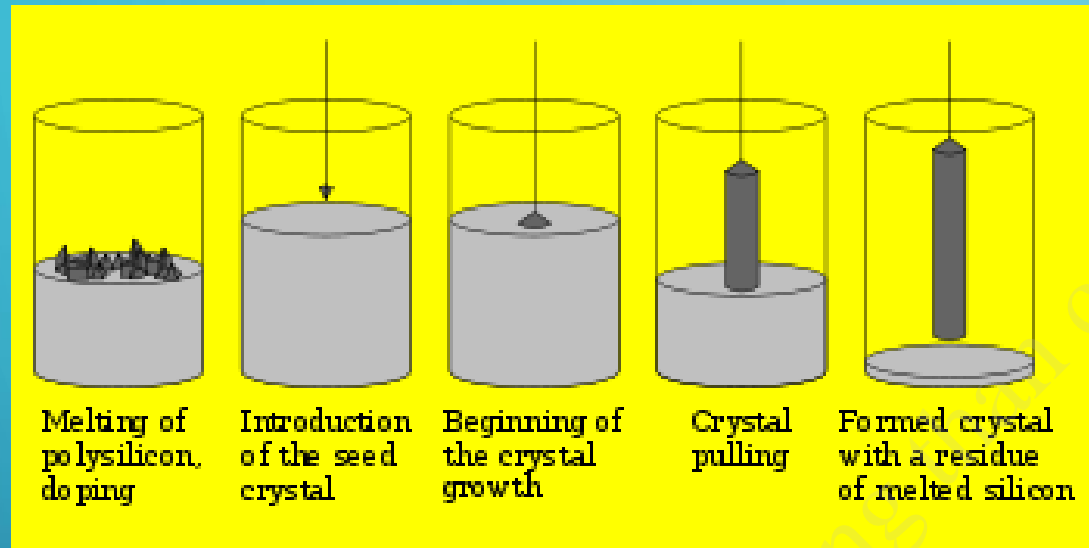
INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Silicon ingot fabrication



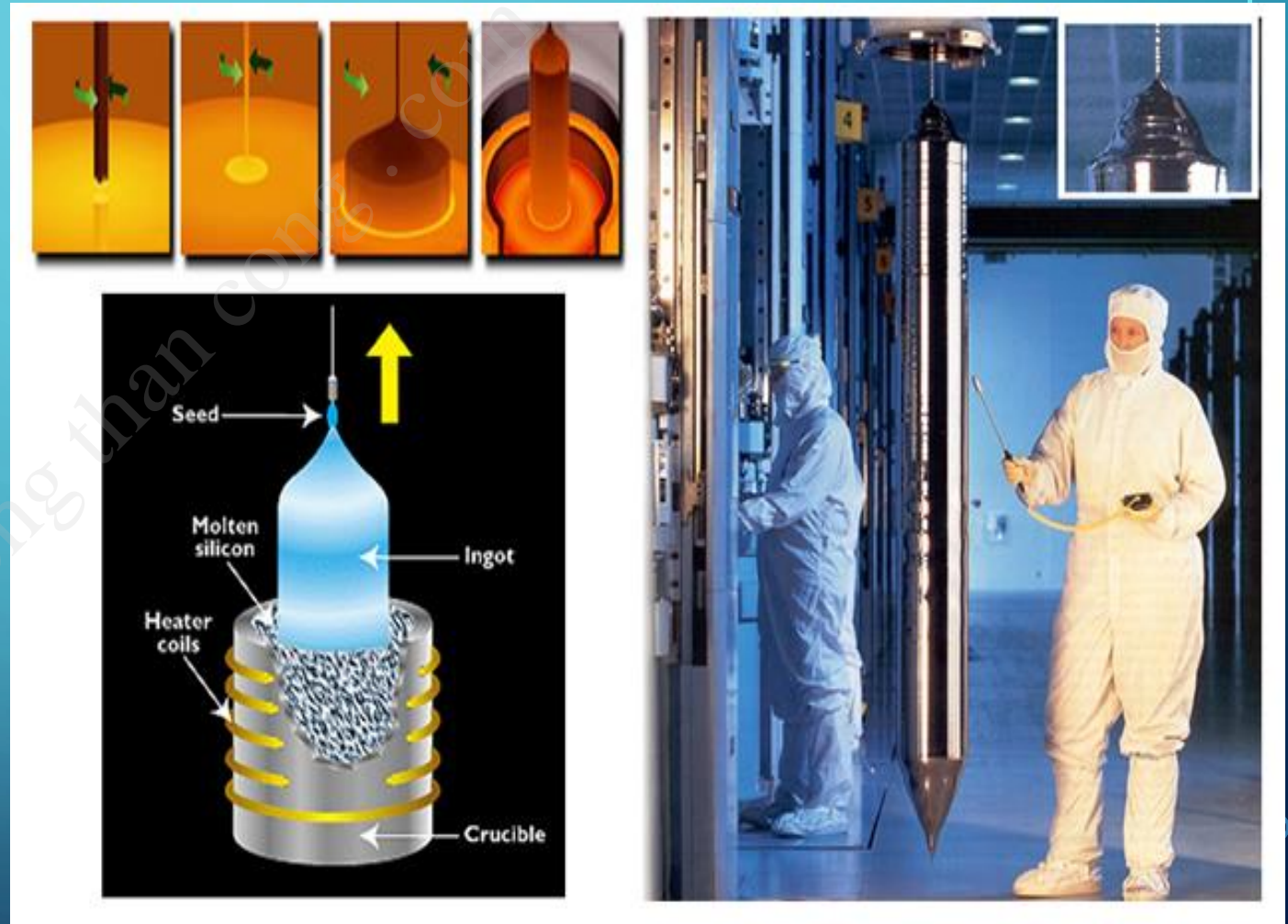
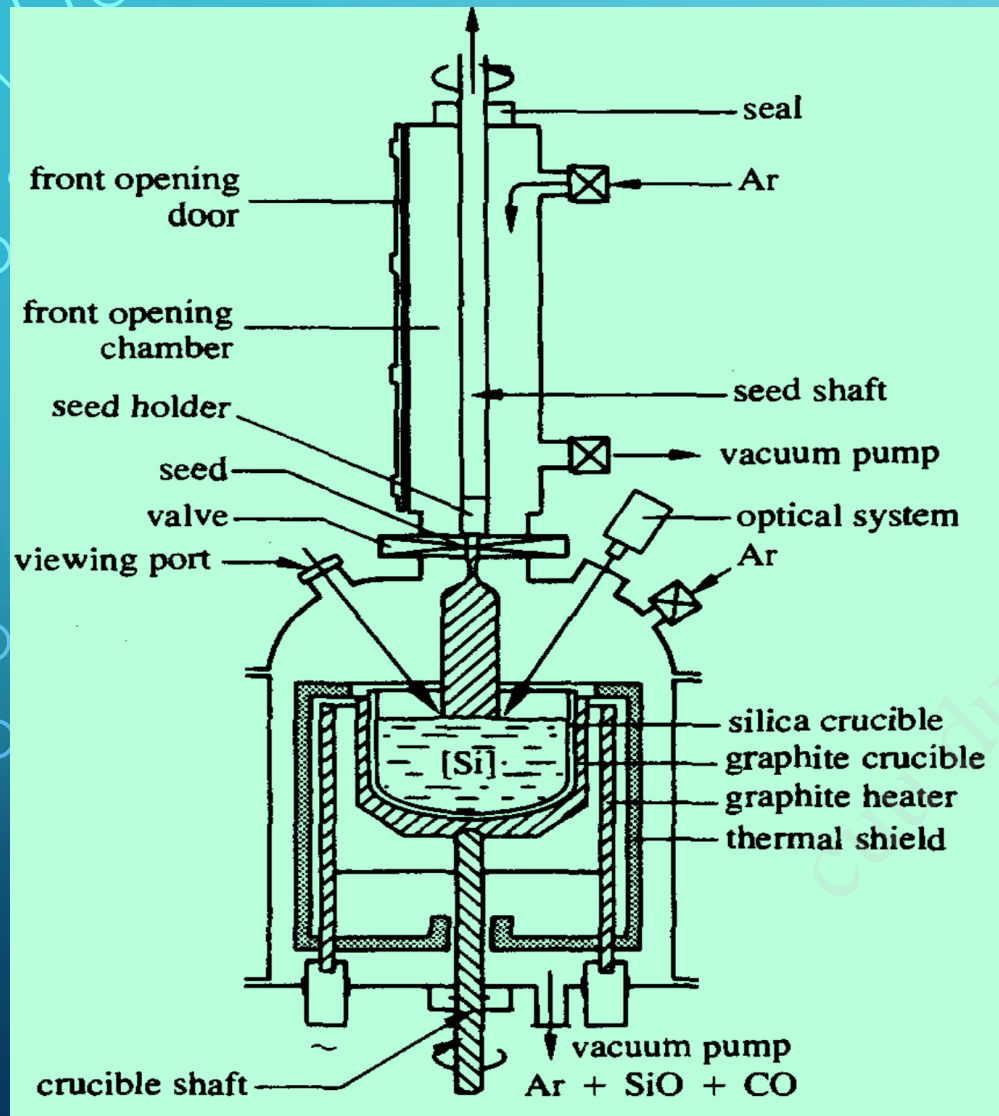
INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Silicon ingot fabrication



Czochralski method

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS



Czochralski method

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Bài tập:

- 1. Một mạng lập phương (simple cubic) có mật độ nguyên tử khối $3 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Xem nguyên tử như các quả cầu đặc, nằm tiếp xúc với các quả cầu nằm gần kề. Xác định hằng số mạng (lattice constant) và bán kính nguyên tử.*
- 2. Tính khoảng cách giữa hai mặt mạng (110) gần nhất trong mạng tinh thể lập phương cơ bản (simple cubic), biết hằng số mạng $a_0 = 4.83 \text{ Angstrom}$*
- 3. Hằng số mạng của một mạng lập phương tâm mặt FCC là 4.75 Angstrom . Hãy tính mật độ nguyên tử mặt của mặt (100) và mặt (110)*
- 4. Hằng số mạng của silic là 5.43 Angstrom . Hãy tính mật độ nguyên tử khối của Silic.*

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

6. Xác định chỉ số Miller cho mặt mạng và chiều (theo chiều vector) trong hình

7. Trong hệ lập phương, hãy vẽ các mặt mạng

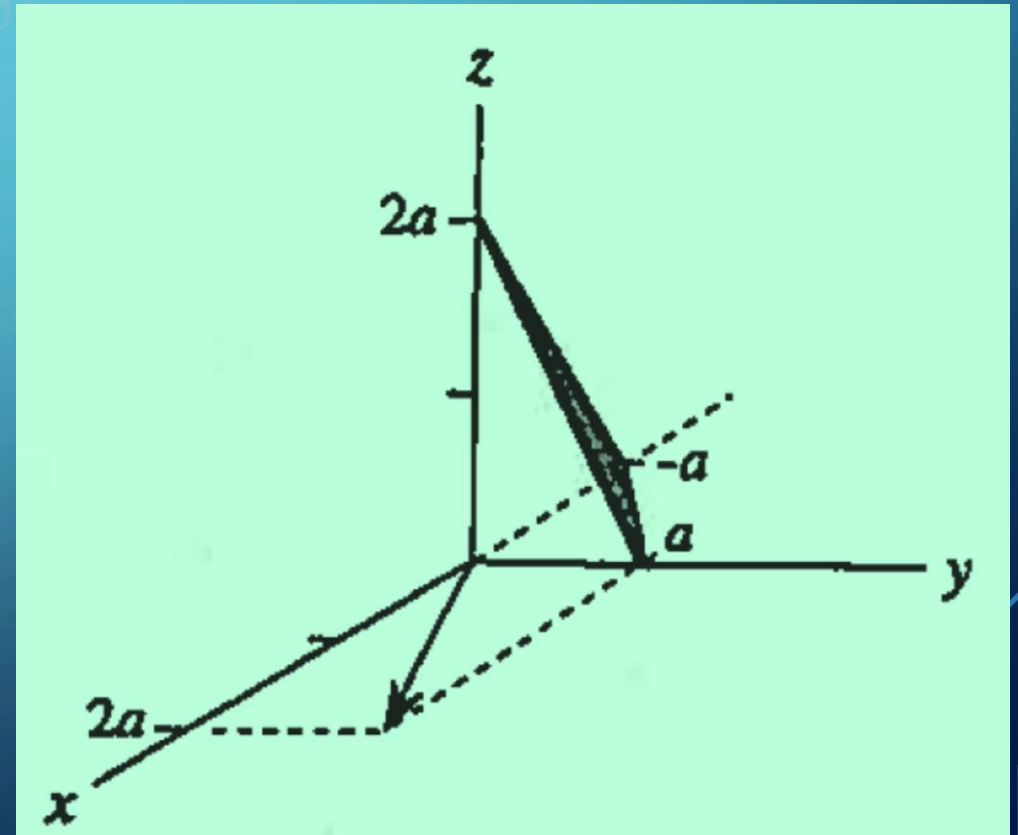
8. Trong hệ lập phương, hãy vẽ các chiều

(a) $[010]$, (b) $[101]$, (c) $[00\bar{1}]$, (d) $[111]$,
(e) $[001]$, (f) $[110]$, (g) $[0\bar{1}0]$, (h) $[123]$.

(a) (001) , (b) (111) , (c) (123) , (d) $(\bar{1}10)$,
(e) (010) , (f) $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, (g) (221) , (h) $(0\bar{1}0)$.

9. Xem nguyên tử là các quả cầu cứng và các quả cầu lân cận gần nhất sẽ tiếp xúc nhau. Hãy chứng tỏ rằng tỉ số thể tích các quả cầu trên thể tích các ô mạng là:

- a) $\pi/6$ hoặc 52% với ô lập phương đơn giản (SC)
- b) $\sqrt{3}\pi/8$ hoặc 68% với ô BCC
- c) $\sqrt{2}\pi/6$ hoặc 74% với ô FCC
- d) $\sqrt{3}\pi/16$ hoặc 34% với cấu trúc kim cương



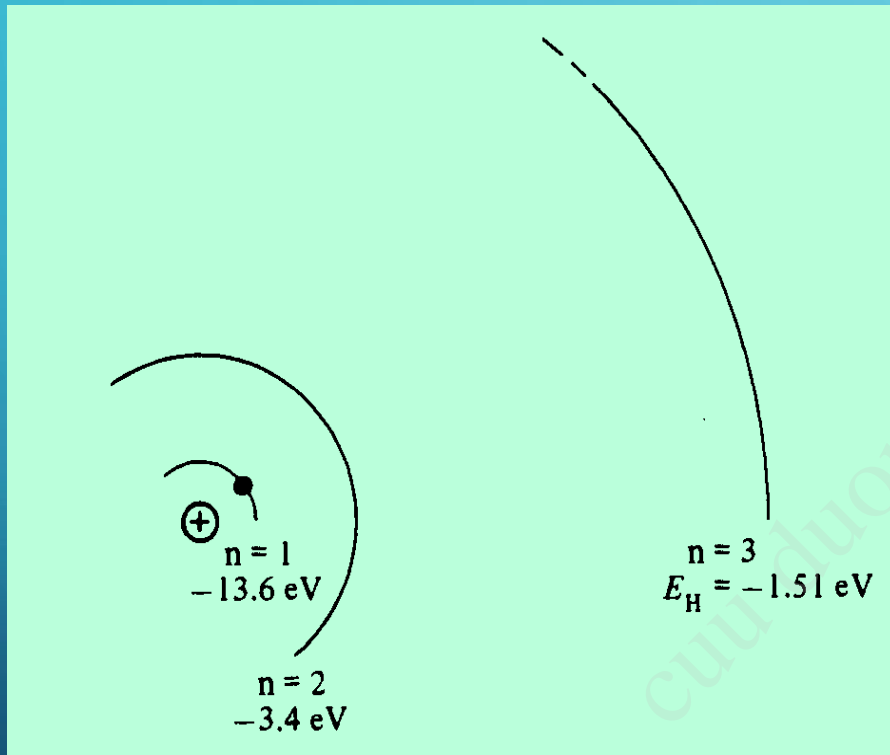
CARRIER MODELING

- Carriers inside semiconductors: electrons and holes
- In this part: semiconductors in equilibrium conditions

“Equilibrium” : unperturbed state, no external voltages, magnetic fields, stresses...

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

1913, Niels Bohr, hydrogen atom model



$$E_H = -\frac{m_0 q^4}{2(4\pi\epsilon_0 \hbar n)^2} = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

E_H : electron binding energy

m_0 : mass of free electron

q : electronic charge ($-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

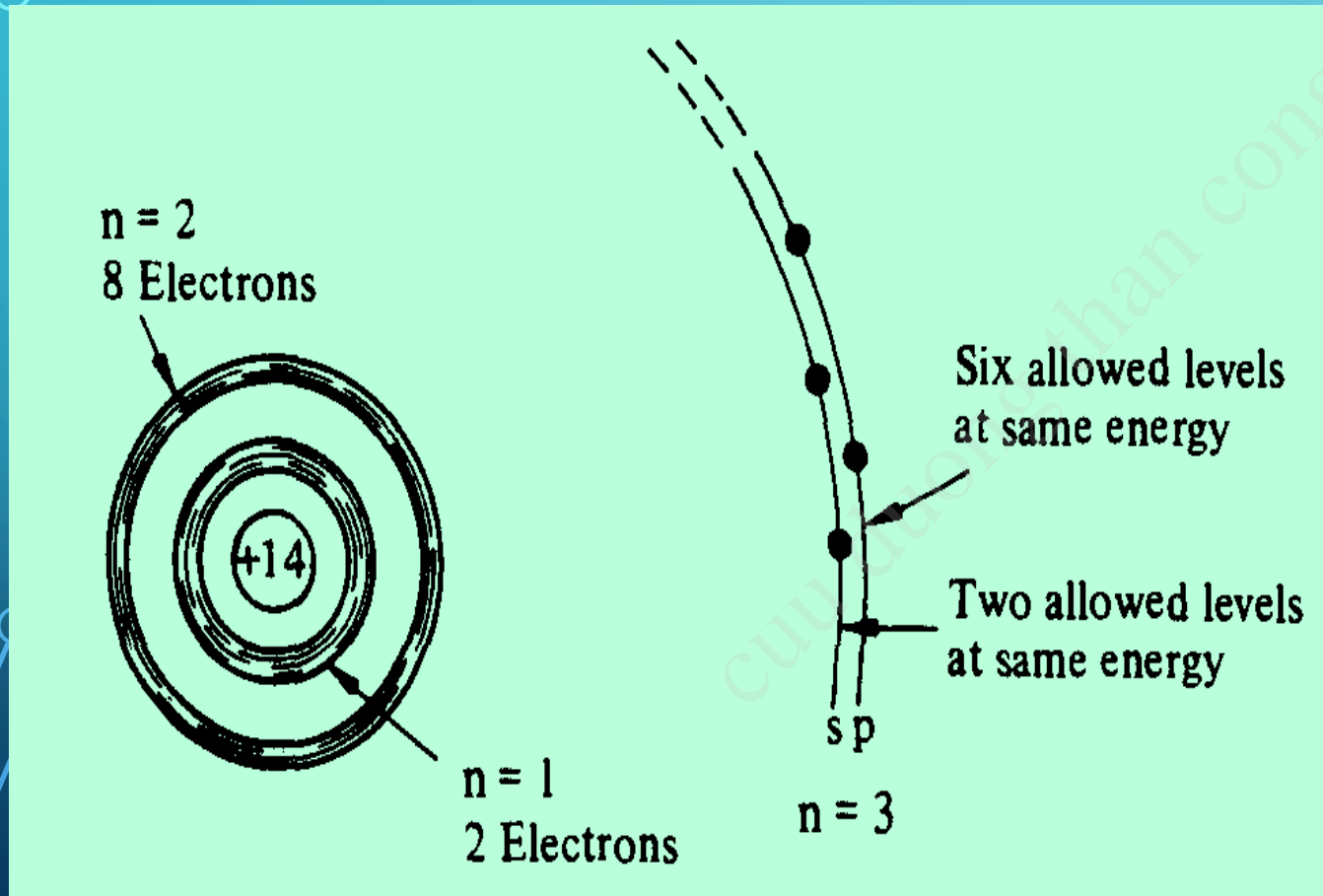
h : Planck's constant

n : energy quantum number

The electron volt (eV) is the unit of energy, equal to 1.6×10^{-19} joules

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

For silicon atom case



Total 14 electron/ Si atom

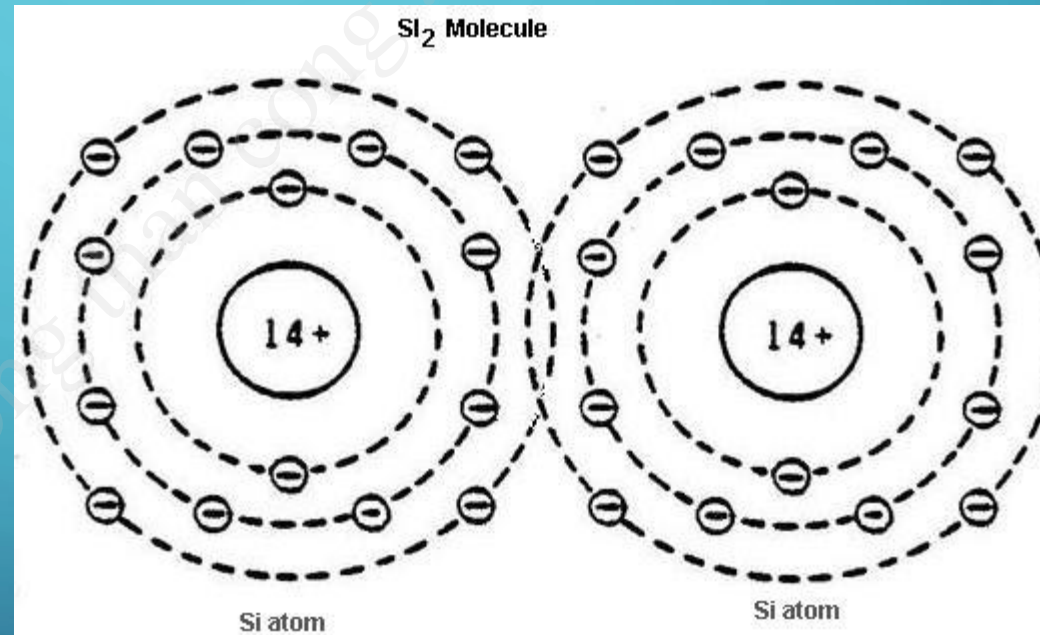
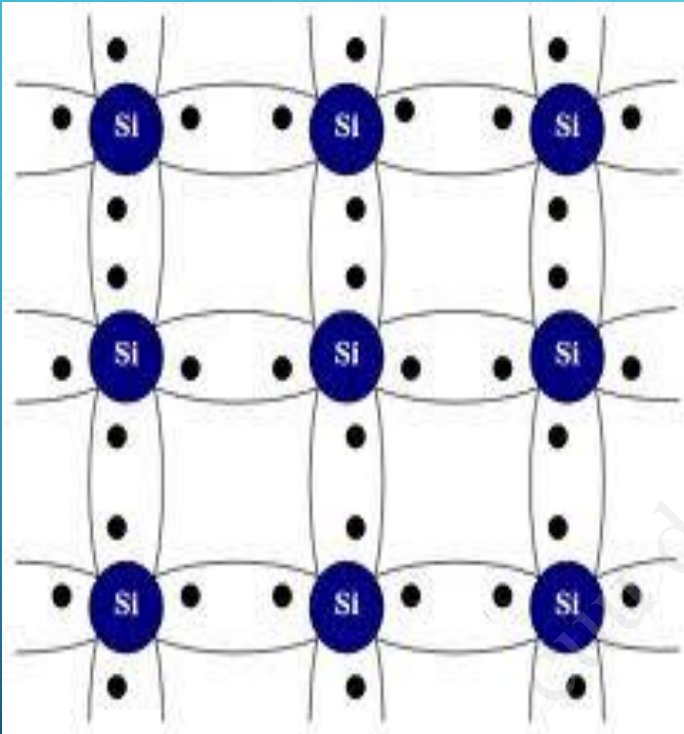
10/14 electrons: tightly bound to nucleus of atom, occupy very deep-lying energy levels

4/14 electrons: weakly bound, called valence electrons, form chemical bonds

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Semiconductor Models

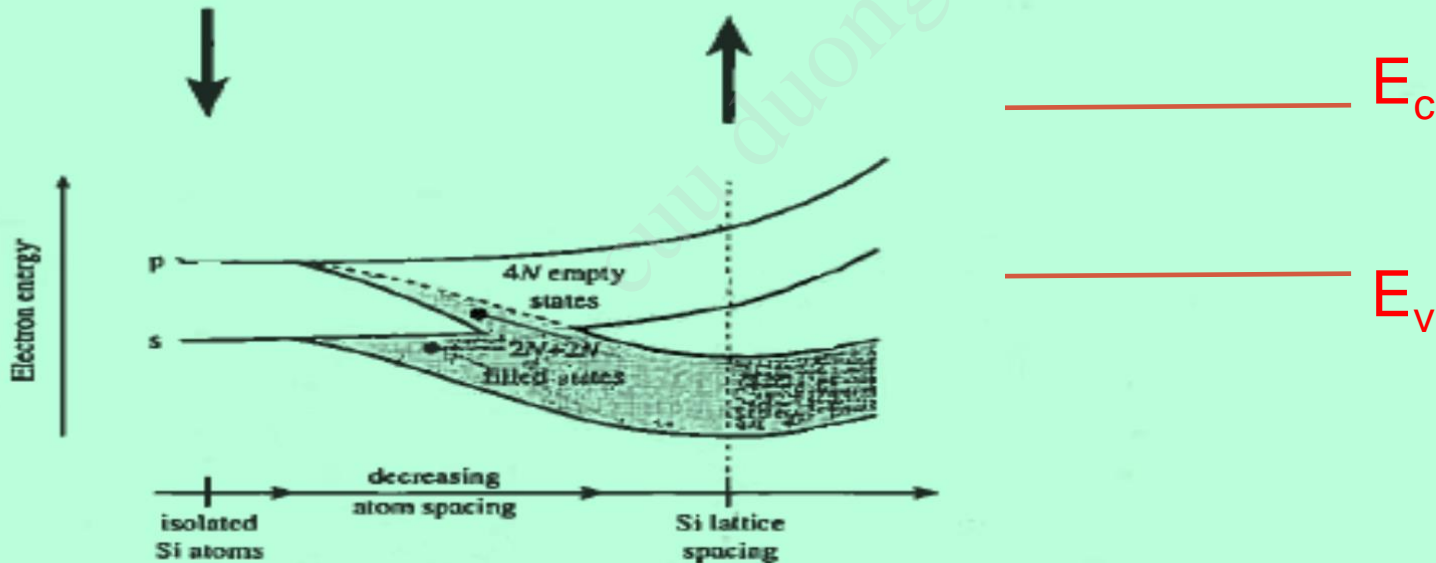
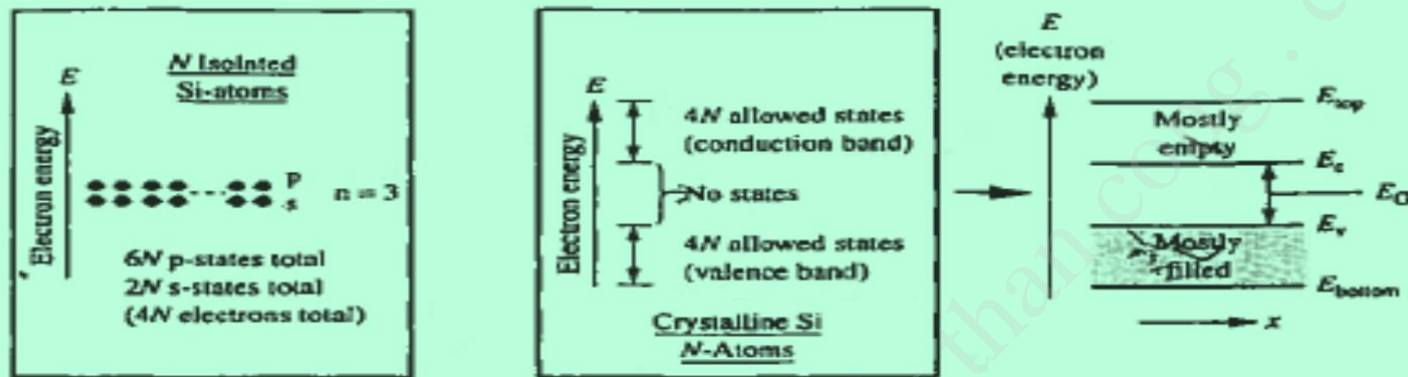
Bonding model



Covalent bonding

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Energy Band Model

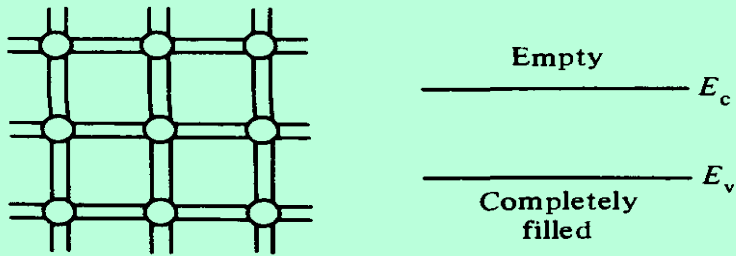


Important terms
energy bands
conduction band
valance band
forbidden band (bandgap)

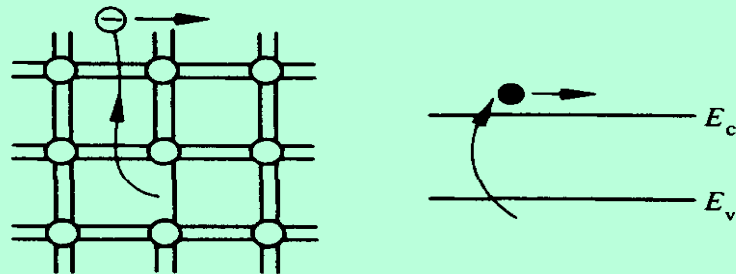
INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Carriers

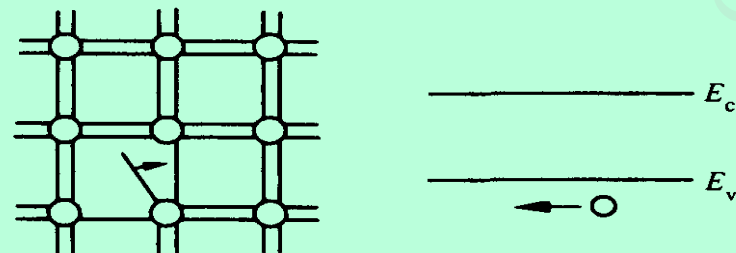
Bonding model Energy Band model



(a) No carriers



(b) The electron



(c) The hole

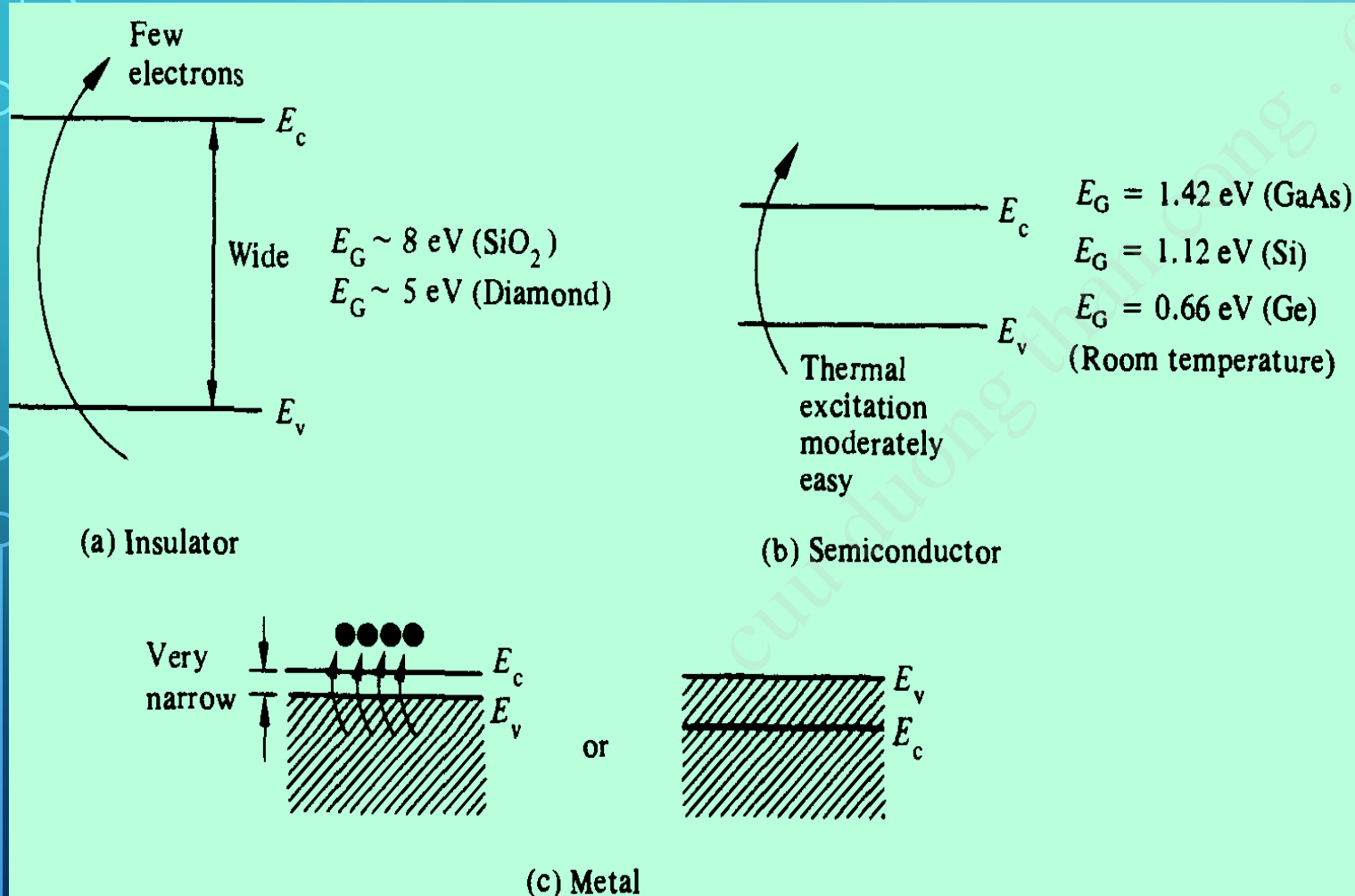
(a) Không có liên kết nào bị đứt gãy (trái) ↔ vùng dẫn hoàn toàn trống + vùng hoá trị bị lấp đầy (phải)
→ Không có hạt tải hoặc dòng điện

(b) Khi có liên kết Si-Si bị đứt gãy (electron di chuyển tự do trong mạng tinh thể) ↔ electron nhảy từ vùng hoá trị lên vùng dẫn (hạt tải)
→ Có hạt tải hoặc dòng điện

(c) Liên kết Si-Si khi đứt gãy cũng tạo ra một lỗ trống (hole) di chuyển tự do trong mạng tinh thể (do các electron khác nhảy vào lấp chỗ)
→ Có hạt tải hoặc dòng điện

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

• Band gap and Material classification



Insulators - Chất điện môi

Độ rộng vùng cấm lớn

Rất ít electron nhảy lên vùng dẫn ở nhiệt độ phòng

→ Dẫn điện kém

Metals - Kim loại

Độ rộng vùng cấm rất hẹp hoặc vùng dẫn và vùng hoá trị chồng lấp lên nhau

→ Dẫn điện tốt

Semiconductors - Chất bán dẫn

Độ rộng vùng cấm nằm giữa điện môi và kim loại

Ở nhiệt độ phòng, luôn có xác suất các electron nhảy lên vùng dẫn

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Carrier Properties

Charge

Điện tử (electron) tích điện âm, độ lớn $q = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

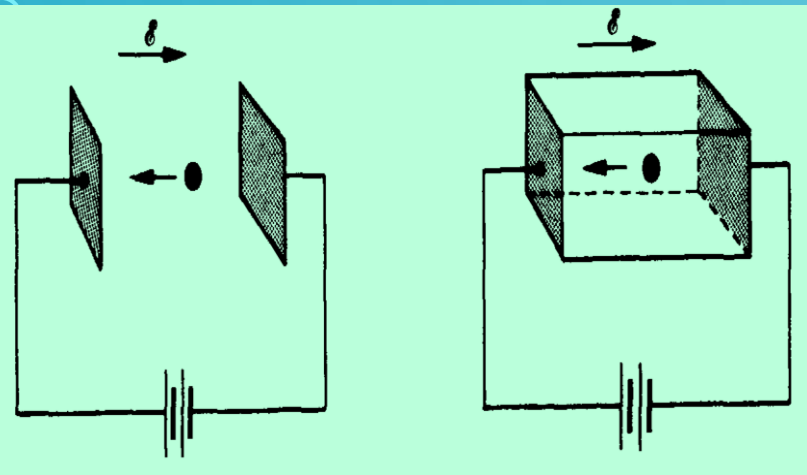
Lỗ trống (hole) tích điện dương, độ lớn $q = +1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Effective mass

Trước tiên, xét chuyển động của electron trong chân không

Electron chuyển động giữa 2 bản tụ, điện trường ngoài \mathcal{E}
Lực Newton tác dụng lên electron



$$\mathbf{F} = -q\mathcal{E} = m_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Xét electron chuyển động trong tinh thể bán dẫn, đặt nằm giữa 2 bản tụ, điện trường ngoài \mathcal{E}

m_n^* Khối lượng hiệu dụng của electron

m_p^* Khối lượng hiệu dụng của lỗ trống
(lưu ý thay $-q$ bằng $+q$)

$$\mathbf{F} = -q\mathcal{E} = m_n^* \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Lưu ý:

Khối lượng hiệu dụng thay đổi theo các hướng tinh thể khác nhau
Khối lượng hiệu dụng cũng phụ thuộc vào nhiệt độ

Density of States Effective Masses at 300 K.		
Material	m_n^*/m_0	m_p^*/m_0
Si	1.18	0.81
Ge	0.55	0.36
GaAs	0.066	0.52

Từ bảng trên, so sánh Si, Ge và GaAs?

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Carrier numbers in intrinsic material

Vật liệu thuần (intrinsic material): vật liệu có độ tinh khiết cao, rất ít tạp chất bên trong

Có hai loại hạt tải trong chất bán dẫn thuần, với nồng độ:

n – số lượng electron/cm³

p – số lượng lỗ trống/cm³

Trong điều kiện cân bằng (equilibrium conditions)

$$n = p = n_i \quad (\text{tại sao?})$$

Ở nhiệt độ phòng ($T = 300\text{K}$)

$$n_i \approx 2 \times 10^6/\text{cm}^3 \quad \text{in GaAs}$$

$$\approx 1 \times 10^{10}/\text{cm}^3 \quad \text{in Si}$$

$$\approx 2 \times 10^{13}/\text{cm}^3 \quad \text{in Ge}$$

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Manipulation of carrier numbers – Doping

Các chất pha tạp (dopant) chủ yếu với Si

Common Silicon Dopants. Arrows indicate the most widely employed dopants.

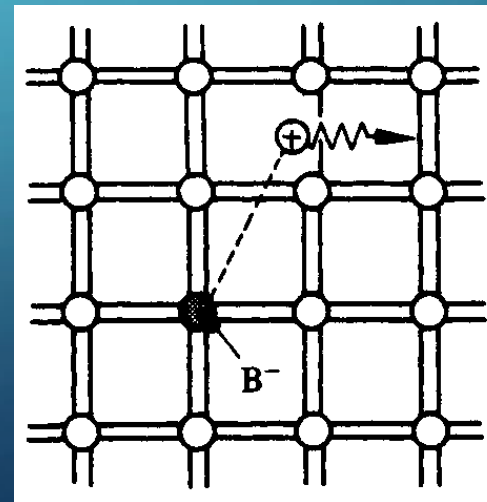
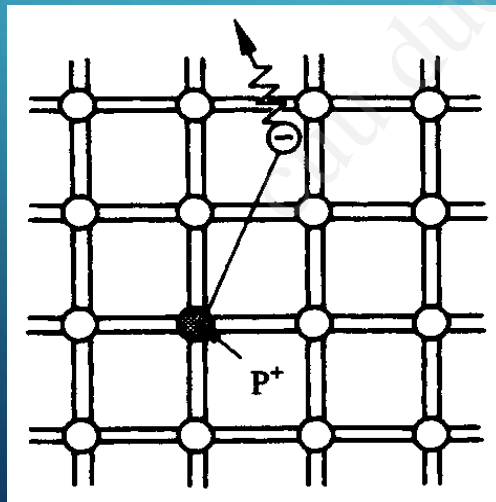
Donors (Electron-increasing Dopants)

Acceptors (Hole-increasing Dopants)

P ←
As
Sb } Column V
elements

B ←
Ga
In
Al } Column III
elements

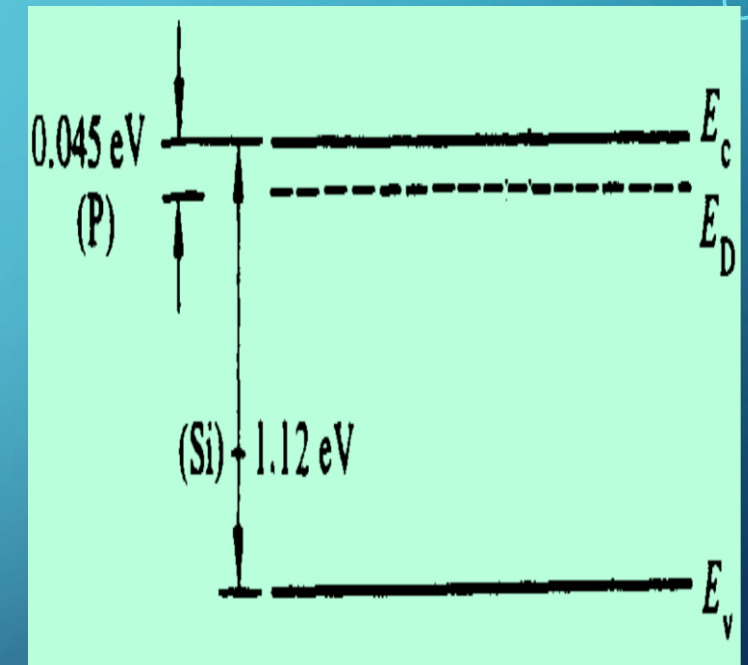
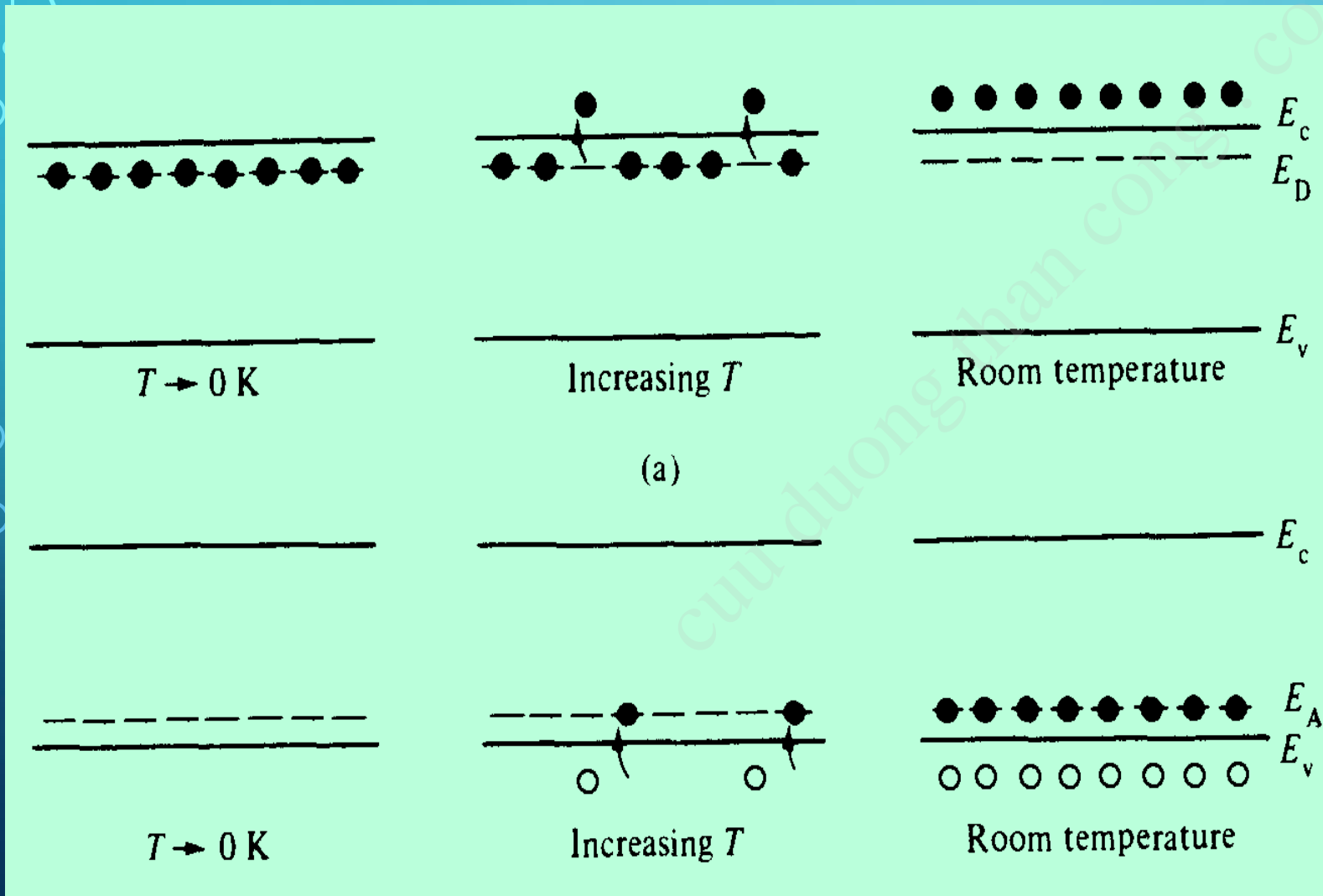
Donor



Acceptor

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Biểu diễn mức năng lượng chất pha tạp trong giản đồ năng lượng



Dopant-site Binding Energies.			
Donors	$ E_B $	Acceptors	$ E_B $
Sb	0.039 eV	B	0.045 eV
P	0.045 eV	Al	0.067 eV
As	0.054 eV	Ga	0.072 eV
		In	0.16 eV

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Carrier-related terminology

Dopants—specific impurity atoms which are added to semiconductors in controlled amounts for the express purpose of increasing either the electron or the hole concentration.

Intrinsic semiconductor—undoped semiconductor; extremely pure semiconductor sample containing an insignificant amount of impurity atoms; a semiconductor whose properties are native to the material.

Extrinsic semiconductor—doped semiconductor; a semiconductor whose properties are controlled by added impurity atoms.

Donor—impurity atom which increases the electron concentration; *n*-type dopant.

Acceptor—impurity atom which increases the hole concentration; *p*-type dopant.

***n*-type material**—a donor-doped material; a semiconductor containing more electrons than holes.

***p*-type material**—an acceptor-doped material; a semiconductor containing more holes than electrons.

Majority carrier—the most abundant carrier in a given semiconductor sample; electrons in an *n*-type material, holes in a *p*-type material.

Minority carrier—the least abundant carrier in a given semiconductor sample; holes in an *n*-type material, electrons in a *p*-type material.

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

State and carrier distribution

Density of states (DOS)

Mật độ trạng thái là số trạng thái trong một khoảng năng lượng tại mỗi mức năng lượng có thể bị electron chiếm.

Mật độ trạng thái cao → có nhiều mức năng lượng cho electron chiếm giữ

Mật độ trạng thái bằng không → không có mức năng lượng nào cho electron chiếm giữ

$$g_c(E) = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*(E - E_c)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E \geq E_c$$

$$g_v(E) = \frac{m_p^* \sqrt{2m_p^*(E_v - E)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E \leq E_v$$

$g_c(E)$: mật độ trạng thái tại mức năng lượng E trong vùng dẫn

$g_v(E)$: mật độ trạng thái tại mức năng lượng E trong vùng hoá trị

INTRODUCTION TO SEMICONDUCTOR MATERIALS

Lưu ý:

- Trước tiên, mật độ trạng thái có thể ví như số chỗ ngồi trong sân vận động. Theo đó, số ghế trên khán đài tại vị trí cách sân cỏ một khoảng tương đương với số trạng thái của mức năng lượng nằm cách E_c hoặc E_v
- Thứ hai, $g_c(E) = 0$ khi $E = E_c$ và tăng theo hàm căn bậc hai của năng lượng khi E tiến dần vào vùng dẫn. Tương tự, $g_v(E) = 0$ khi $E = E_v$ và tăng theo hàm căn bậc hai của năng lượng khi E tiến dần vào vùng hoá trị
- Thứ ba, $g_c(E)$ và $g_v(E)$ khác nhau do khối lượng hiệu dụng của các hạt tải khác nhau
Nếu $m_n^* = m_p^*$, mật độ trạng thái vùng dẫn và vùng hoá trị sẽ đối xứng gương với nhau.

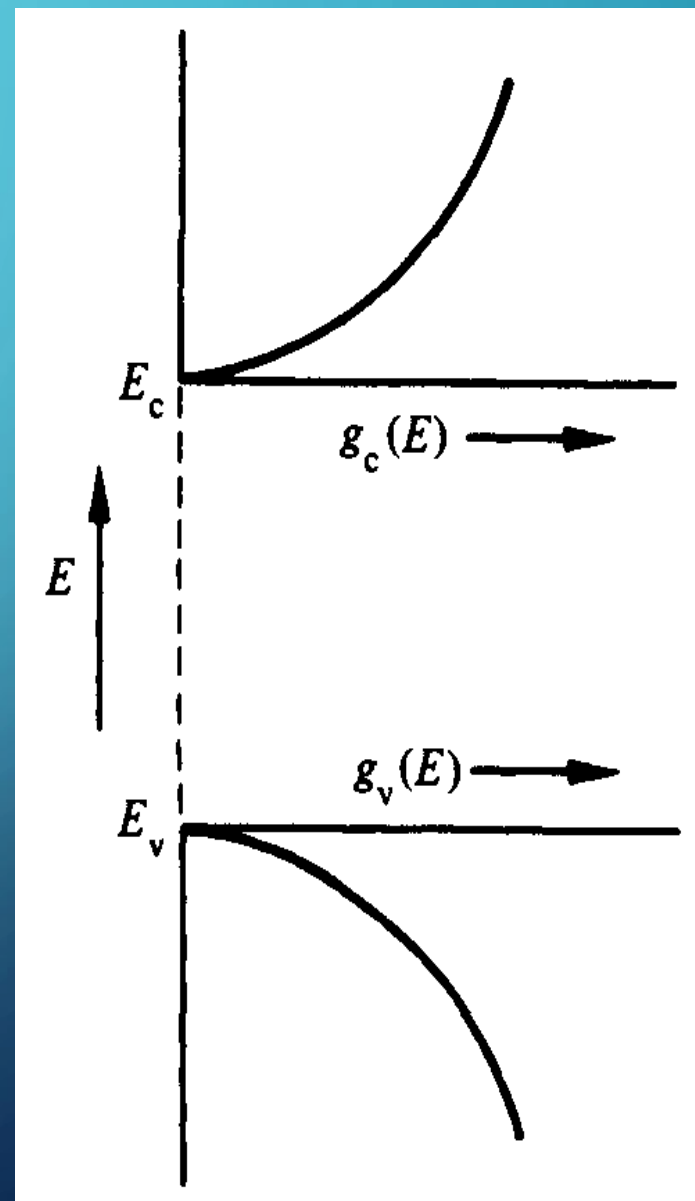
CARRIER MODELING

- Nếu xét năng lượng nằm trong khoảng từ $E \rightarrow E + dE$, ta có:
 $g_c(E)dE$: số trạng thái trong vùng dẫn/cm³ nằm trong khoảng năng lượng từ $E \rightarrow E + dE$ (nếu $E \geq E_c$)
 $g_v(E)dE$: số trạng thái trong vùng hoá trị/cm³ nằm trong khoảng năng lượng từ $E \rightarrow E + dE$ (nếu $E \leq E_v$)

- Đơn vị của $g_c(E)$ và $g_v(E)$ là:
số trạng thái/đơn vị thể tích.đơn vị năng lượng

cụ thể hơn là

số trạng thái/cm³-eV



CARRIER MODELING

Hàm phân bố Fermi

Nếu hàm mật độ trạng thái cho ta số trạng thái tồn tại ở một mức năng lượng E cho trước nào đó thì hàm phân bố Fermi $f(E)$ cho biết trong số các trạng thái đó, bao nhiêu sẽ bị electron lấp đầy.

$f(E)$: cho ta biết, trong điều kiện cân bằng (equilibrium), xác suất một trạng thái có mức năng lượng E sẽ bị electron lấp đầy.

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}}$$

E_F : năng lượng Fermi hay mức Fermi

k : hằng số Boltzmann; $8,617 \times 10^{-5}$ eV/K

T : nhiệt độ Kelvin (K)

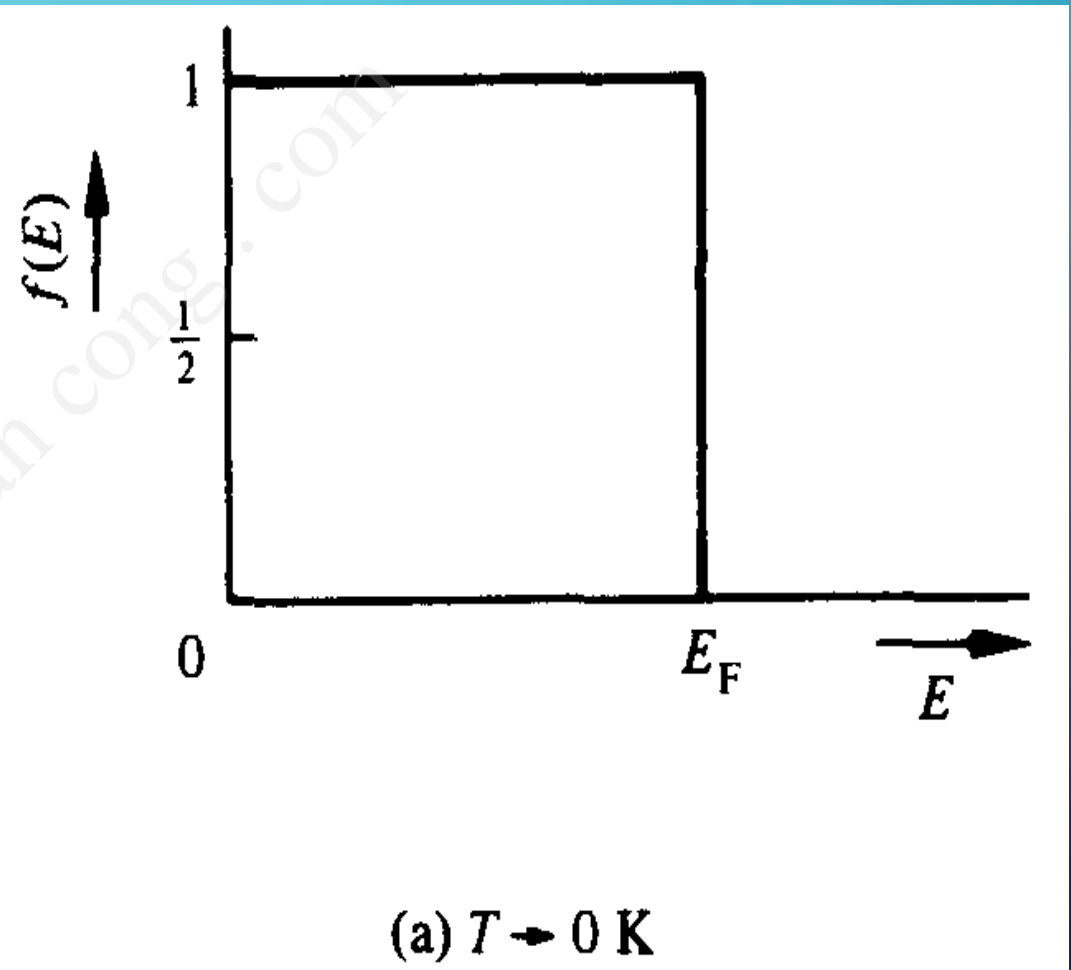
CARRIER MODELING

Khi $T \rightarrow 0$ K

$$(E - E_F)/kT \rightarrow -\infty \text{ với } E < E_F$$

$$(E - E_F)/kT \rightarrow +\infty \text{ với } E > E_F$$

$$\begin{aligned} \rightarrow f(E < E_F) &\rightarrow 1/[1 + \exp(-\infty)] = 1 \\ f(E > E_F) &\rightarrow 1/[1 + \exp(+\infty)] = 0 \end{aligned}$$



Khi $T \rightarrow 0$, các mức năng lượng $E < E_F$ sẽ bị điền đầy và các mức $E > E_F$ sẽ trống

CARRIER MODELING

Khi $T > 0\text{ K}$

Nếu $E = E_F$, $f(E_F) = \frac{1}{2}$

Nếu $E \geq E_F + 3kT$

$$\exp[(E-E_F)/kT] \gg 1$$

$$f(E) \cong \exp[-(E-E_F)/kT]$$

→ Vậy E tăng, $f(E)$ giảm về 0

Nếu $E \leq E_F - 3kT$

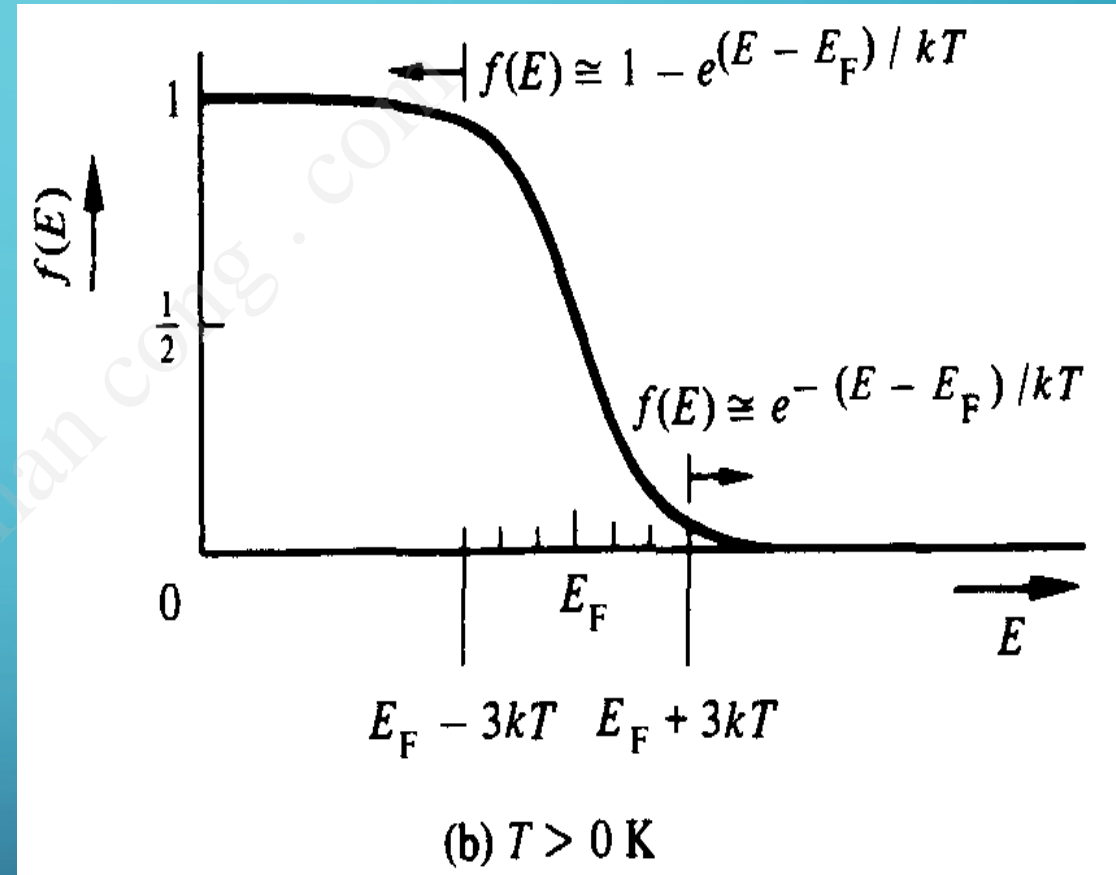
$$\exp[(E-E_F)/kT] \ll 1$$

$$f(E) \cong 1 - \exp[(E-E_F)/kT]$$

→ Vậy các trạng thái có năng lượng $E_F - 3kT$ sẽ được điền đầy.

Ở nhiệt độ phòng ($T = 300\text{K}$), $kT = 0.0259\text{ eV}$ và $3kT = 0.0777\text{ eV} \ll E_g(\text{Si})$

→ $3kT$ khá nhỏ so với E_g



CARRIER MODELING

- Câu hỏi: biết rằng xác suất một trạng thái trong vùng dẫn bị chiếm bởi electron bằng với xác suất một trạng thái trong vùng hoá trị bị trống. Vậy, mức Fermi nằm đâu trong giản đồ năng lượng?
- Trả lời: hàm $f(E)$ cho ta xác suất electron chiếm trạng thái có mức năng lượng E . Xác suất một trạng thái bị trống là $1-f(E)$.

Theo đề bài: $f(E_c) = 1 - f(E_v)$

Trong đó

$$f(E_c) = \frac{1}{1 + e^{(E_c - E_F)/kT}}$$

và

$$1 - f(E_v) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(E_v - E_F)/kT}} = \frac{1}{1 + e^{(E_F - E_v)/kT}}$$



$$\frac{E_c - E_F}{kT} = \frac{E_F - E_v}{kT}$$



$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2}$$

Vậy, mức Fermi nằm giữa giản đồ năng lượng

CARRIER MODELING

P: Successively setting $T = 100, 200, 300$, and then 400 K, compute and plot $f(E)$ versus $\Delta E = E - E_F$ for $-0.2 \text{ eV} \leq \Delta E \leq 0.2 \text{ eV}$. All $f(E)$ versus ΔE curves should be superimposed on a single set of coordinates.

S: MATLAB program script . . .

```
%Fermi Function Calculation, f(ΔE,T)

% Constant
k=8.617e-5;

%Computation proper
for ii=1:4;
    T=100*ii;
    kT=k*T;
    dE(ii,1)=-5*kT;
    for jj=1:101
        f(ii,jj)=1/(1+exp(dE(ii,jj)/kT));
        dE(ii,jj+1)=dE(ii,jj)+0.1*kT;
    end
end
dE=dE(:,1:jj); %This step strips the extra dE value

%Plotting result
close
plot(dE',f'); grid; %Note the transpose (') to form data columns
xlabel('E-EF(eV)'); ylabel('f(E)');
text(.05,.2,'T=400K'); text(-.03,.1,'T=100K');
```

Program output . . .

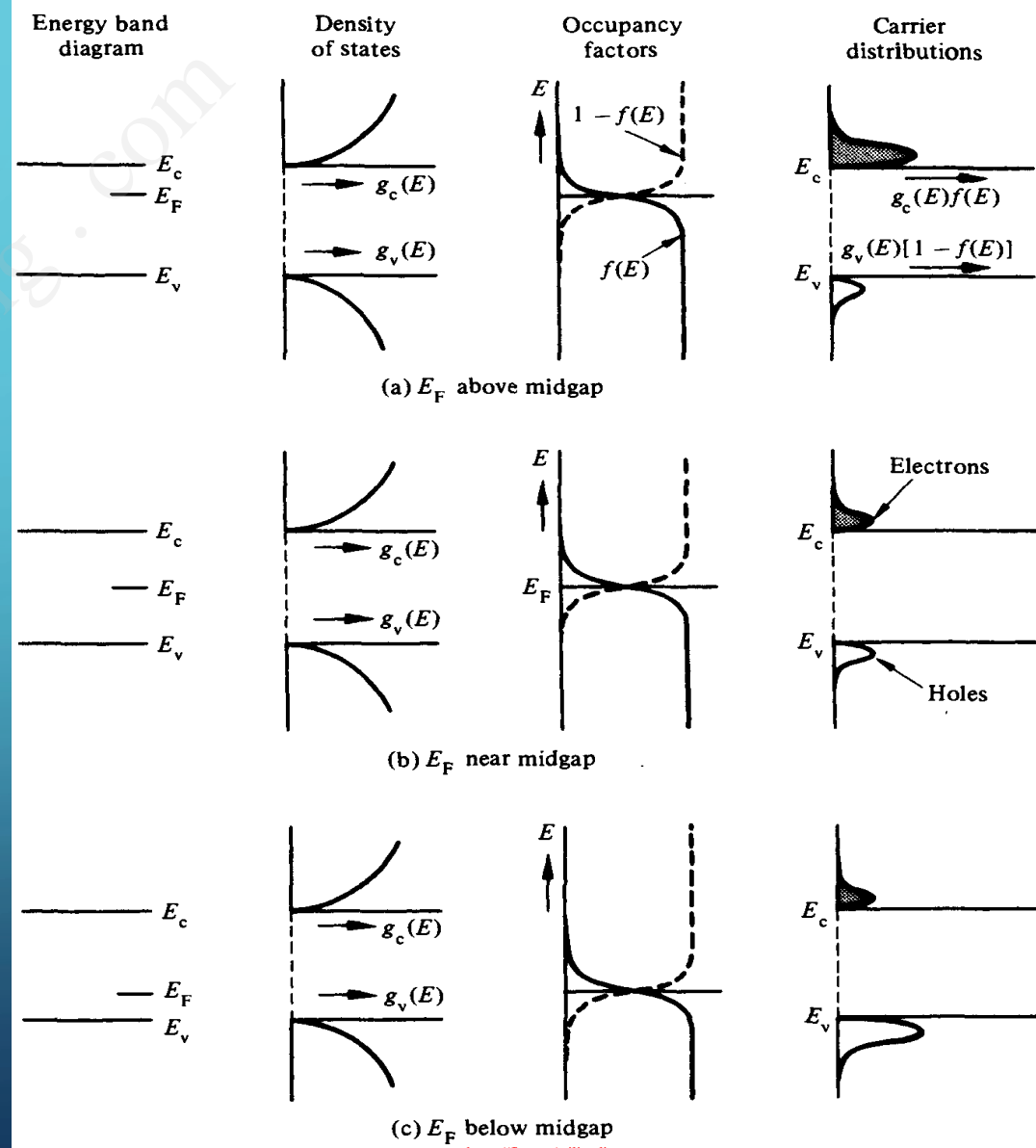
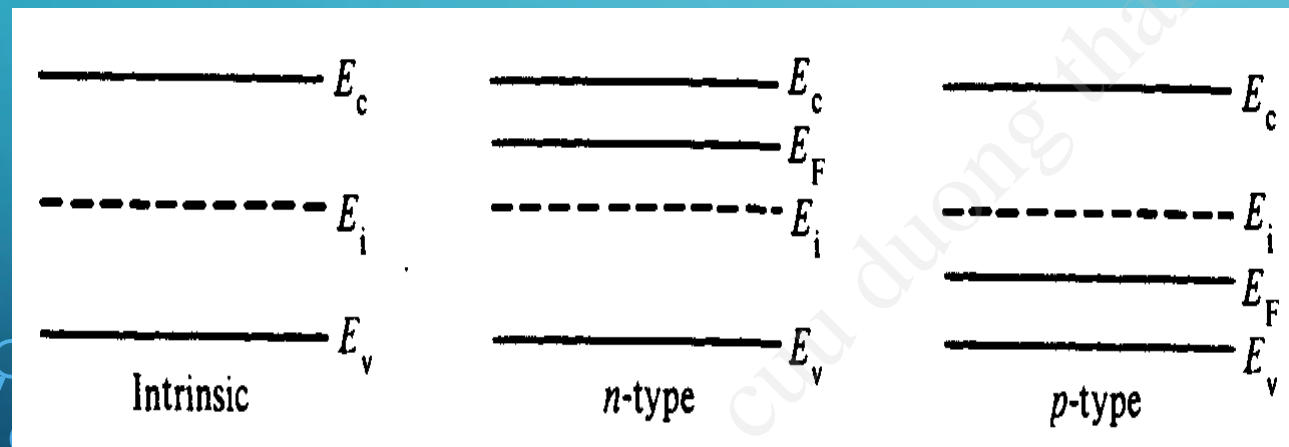
CARRIER MODELING

Equilibrium Distribution of Carriers

– Phân bố hạt tải ở trạng thái cân bằng

Phân bố electron trong vùng dẫn $g_c(E).f(E)$

Phân bố lỗ trống trong vùng hoá trị $g_v(E).[1 - f(E)]$



CARRIER MODELING

Equilibrium Carrier Concentrations-Nồng độ hạt tải ở trạng thái cân bằng

Các công thức cho n và p

Nhắc lại:

$g_c(E)d(E)$: số trạng thái trong vùng dẫn nằm trong khoảng năng lượng $E \rightarrow E+dE$

$f(E)$: xác suất electron chiếm giữ trạng thái có năng lượng E

→ $g_c(E)f(E)dE$: số electron trong vùng dẫn, nằm trong khoảng từ $E \rightarrow E+dE$

→ Lấy tích phân $g_c(E)f(E)dE$ trong toàn vùng dẫn, ta sẽ có tổng số electron nằm trong vùng dẫn.

$$n = \int_{E_c}^{E_{top}} g_c(E) f(E) dE$$
$$p = \int_{E_{bottom}}^{E_v} g_v(E) [1 - f(E)] dE$$



$$n = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*}}{\pi^2 \hbar^3} \int_{E_c}^{E_{top}} \frac{\sqrt{E - E_c} dE}{1 + e^{(E - E_F)/kT}}$$

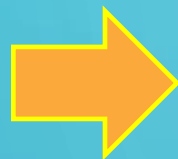
CARRIER MODELING

Đặt

$$\eta = \frac{(E - E_c)}{kT}$$

$$\eta_c = \frac{(E_F - E_c)}{kT}$$

$$E_{\text{top}} \rightarrow \infty$$



$$n = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^*} (kT)^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1 + e^{\eta - \eta_c}}$$



$$n = N_c \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_c)$$

Tích phân Fermi-Dirac

$$F_{1/2}(\eta_c) \equiv \int_0^\infty \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1 + e^{\eta - \eta_c}}$$

$$\eta_v \equiv (E_v - E_F)/kT$$

$$p = N_v \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_v)$$

Mật độ trạng thái
hiệu dụng trong
vùng dẫn và vùng
hoá trị

$$N_c = 2 \left[\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right]^{3/2}$$

$$N_v = 2 \left[\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right]^{3/2}$$

CARRIER MODELING

Nếu

$$E_F \leq E_c - 3kT,$$



$$F_{1/2}(\eta_c) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{(E_F - E_c)/kT}$$

$$E_F \geq E_v + 3kT$$

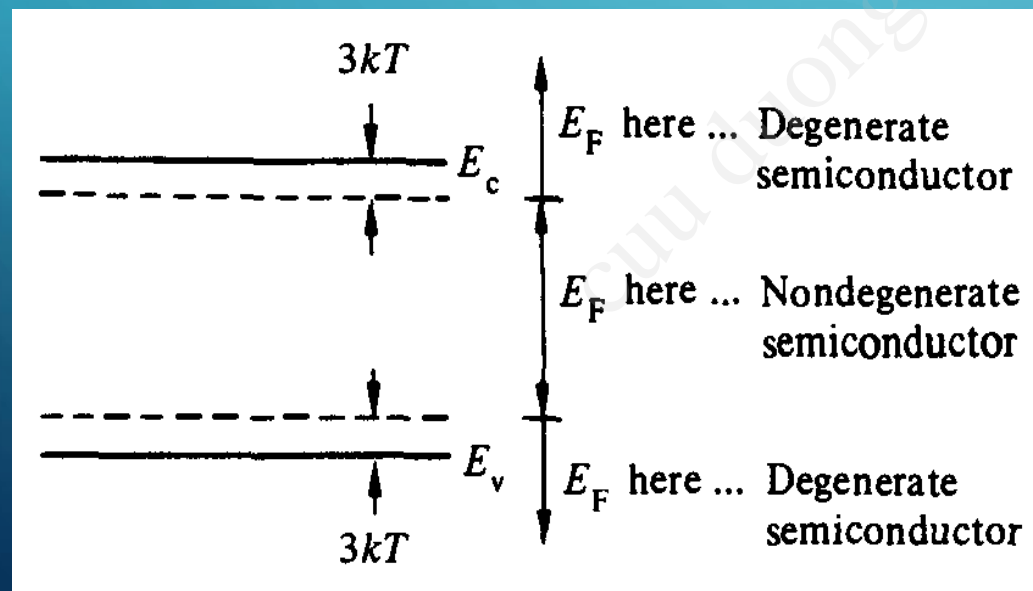


$$F_{1/2}(\eta_v) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{(E_v - E_F)/kT}$$

$$n = N_c e^{(E_F - E_c)/kT}$$

$$p = N_v e^{(E_v - E_F)/kT}$$

Phù hợp cho bán dẫn không suy biến



Bán dẫn suy biến

Bán dẫn không suy biến

Bán dẫn suy biến

CARRIER MODELING

Các công thức khác cho n và p

Trong bán dẫn thuần $n = p = n_i$ và $E_i = E_F$, ta có

$$n_i = N_C e^{(E_i - E_C)/kT}$$



$$N_C = n_i e^{(E_C - E_i)/kT}$$

$$n_i = N_V e^{(E_V - E_i)/kT}$$



$$N_V = n_i e^{(E_i - E_V)/kT}$$



$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

Phù hợp cho bán dẫn không suy biến

CARRIER MOI

Thừa số n_i và tích số $n.p$

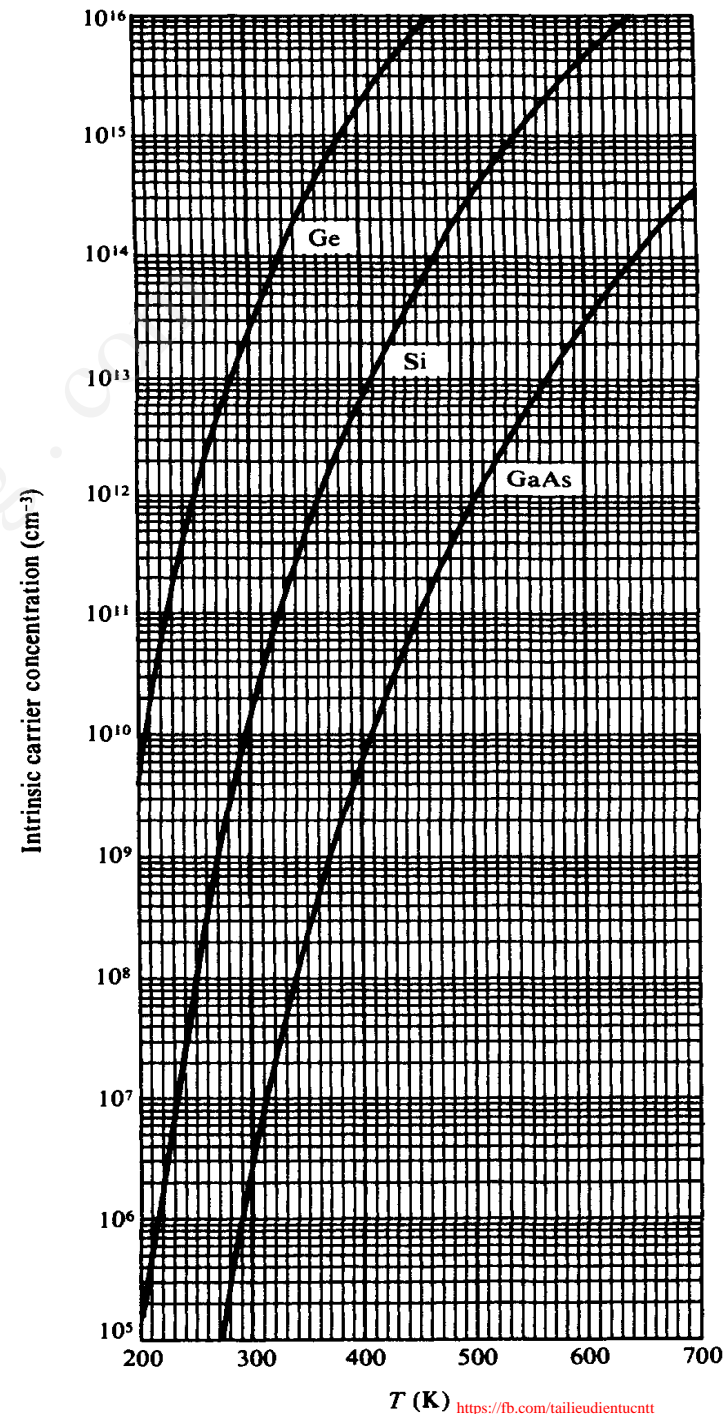
Nếu lấy hai biểu thức nhân nhau theo từng vế, ta có

$$n_i^2 = N_C N_V e^{-(E_c - E_v)/kT} = N_C N_V e^{-E_G/kT}$$



$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-E_G/2kT}$$

$$np = n_i^2$$



Si	
T (°C)	n_i (cm ⁻³)
0	1.04×10^9
5	1.70×10^9
10	2.71×10^9
15	4.28×10^9
20	6.64×10^9
25	1.02×10^{10}
30	1.54×10^{10}
35	2.29×10^{10}
40	3.37×10^{10}
45	4.90×10^{10}
50	7.06×10^{10}
300 K	1.18×10^{10}

GaAs	
T (°C)	n_i (cm ⁻³)
0	1.02×10^5
5	1.89×10^5
10	3.45×10^5
15	6.15×10^5
20	1.08×10^6
25	1.85×10^6
30	3.13×10^6
35	5.20×10^6
40	8.51×10^6
45	1.37×10^7
50	2.18×10^7
300 K	2.25×10^6

CARRIER MODELING

$$n_i = (2.510 \times 10^{19}) \left(\frac{m_n^*}{m_0} \frac{m_p^*}{m_0} \right)^{3/4} \left(\frac{T}{300} \right)^{3/2} e^{-E_G/2kT}$$

E_G and the effective masses exhibit a weak but non-negligible temperature dependence. The E_G versus T variation can be modeled to four-place accuracy by the fit relationship noted in Problem 2.1(a). As deduced from the analysis by Barber [Solid-State Electronics, 10, 1039 (1967)], the temperature dependence of the effective masses over the range $200 \text{ K} \leq T \leq 700 \text{ K}$ can be approximated by

$$\frac{m_n^*}{m_0} = 1.028 + (6.11 \times 10^{-4})T - (3.09 \times 10^{-7})T^2$$

$$\frac{m_p^*}{m_0} = 0.610 + (7.83 \times 10^{-4})T - (4.46 \times 10^{-7})T^2$$

P: (a) Confirm that the n_i versus T curve for Si graphed in Fig. 2.20 is generated employing the relationships just cited, *provided* E_G in the n_i expression is replaced by $E_G - E_{ex}$, where $E_{ex} = 0.0074 \text{ eV}$. (In the previously cited article, Barber suggested using an exciton correction factor of $E_{ex} = 0.007 \text{ eV}$. The slightly larger value employed in the Fig. 2.20 computation was specifically chosen to give $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$ at 300 K.)

CARRIER MODELING

(b) The accepted value of n_i in Si at 300 K has been revised recently to be in agreement with the experimental n_i versus T data acquired by Sproul and Green [Journal of Applied Physics, 70, 846 (July 1991)]. The authors concluded $n_i = 1.00 \pm 0.03 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ in Si at 300 K. Over the probed temperature range of $275 \text{ K} \leq T \leq 375 \text{ K}$, their experimental data could be fitted by the relationship

$$n_i = (9.15 \times 10^{19}) \left(\frac{T}{300} \right)^2 e^{-0.5928/T}$$

Compare the n_i computed from this experimental-fit relationship to the part (a) output over the temperature range of mutual validity.

CARRIER MODELING

S: (a) MATLAB program script . . .

%ni vs. T calculation for Si (200K - 700K) used in Fig. 2.20

%Initialization
format short e

%Constants and T-range

k=8.617e-5;

A=2.510e19;

Eex=0.0074; %Value was adjusted to match S&G ni(300K) value

T=200:25:700;

%Band Gap vs. T

EG0=1.17;

a=4.730e-4;

b=636;

EG=EG0-a.*(T.^2)/(T+b);

%Effective mass ratio (mnr=mn*/m0, mpr=mp*/m0)

mnr=1.028 + (6.11e-4).*T - (3.09e-7).*T.^2;

mpr=0.610 + (7.83e-4).*T - (4.46e-7).*T.^2;

%Computation of ni

ni=A.*(T./300).^(1.5)).*((mnr.*mpr).^(0.75)).*exp(-(EG-Eex)./(2.*k.*T));

%Display output on screen

j=length(T);

fprintf('n\n T ni\n'); %There are ten spaces between T and ni.

for ii=1:j.

fprintf(' %-10.f%-10.3e\n',T(ii),ni(ii));

end

CARRIER MODELING

(b) MATLAB program script . . .

```
%Experimental fit of Sproul-Green ni data (275K - 375K)
%ni calculation
T=275:25:375;
k=8.617e-5;
ni=(9.15e19).*(T./300).^2 .*exp(-0.5928./(k*T));
%Display result on screen
j=length(T);
fprintf('\n\n T      ni\n'); %There are ten spaces between T and ni.
for ii=1:j,
    fprintf(' %-10.f%-10.3e\n',T(ii),ni(ii));
end
```

Output from the two programs is reproduced below. Note the excellent agreement of the computational results (to within 2%) over the temperature range of mutual validity.

T (K)	(a) n_i (cm ⁻³)	(b) n_i (cm ⁻³)
200	5.246×10^4	—
275	1.059×10^9	1.051×10^9
300	1.000×10^{10}	1.006×10^{10}
325	6.798×10^{10}	6.887×10^{10}
350	3.565×10^{11}	3.623×10^{11}
375	1.518×10^{12}	1.542×10^{12}
400	5.449×10^{12}	—
500	2.716×10^{14}	—
600	3.988×10^{15}	—
700	2.865×10^{16}	—

CARRIER MODELING

Charge Neutrality Relationship – Phương trình cân bằng điện tích

Giả sử tạp chất phân bố đều trong lòng chất bán dẫn

Hệ đang ở trạng thái cân bằng

Ta có phương trình cân bằng điện tích

$$\frac{\text{charge}}{\text{cm}^3} = qp - qn + qN_D^+ - qN_A^- = 0$$



$$p - n + N_D^+ - N_A^- = 0$$

Ở nhiệt độ phòng $T=300\text{K}$

$$N_D^+ = N_D$$

$$N_A^- = N_A$$


$$p - n + N_D - N_A = 0$$

N_D : total number of donors/cm³

N_A : total number of acceptors/cm³

N_D^+ : the number of ionized donors (positively charged donors)

N_A^- : the number of ionized acceptors (negatively charged acceptors)

CARRIER MODELING

Carrier Concentration Calculations – Tính toán nồng độ hạt tải

Giả sử: bán dẫn không suy biến

các nguyên tử pha tạp bị ion hoá hoàn toàn


Từ

$$p = n_i^2/n$$

&

$$p - n + N_D - N_A = 0$$


$$n_i^2/n - n + N_D - N_A = 0$$


$$n^2 - n(N_D - N_A) - n_i^2 = 0$$

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[\left(\frac{N_D - N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{N_A - N_D}{2} + \left[\left(\frac{N_A - N_D}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

CARRIER MODELING

Các trường hợp đặc biệt

Với bán dẫn thuần: ($N_A = 0$; $N_D = 0$) $\rightarrow n = n_i$ và $p = n_i$

Với bán dẫn pha tạp, nếu $N_D - N_A \cong N_D \gg n_i$



$$n \cong N_D$$

$$p \cong n_i^2 / N_D$$

nếu $N_A - N_D \cong N_A \gg n_i$



$$p \cong N_A$$

$$n \cong n_i^2 / N_A$$

nếu $n_i \gg |N_D - N_A|$



$$n \cong p \cong n_i$$

trường hợp nhiệt độ đủ lớn, bán dẫn pha tạp trở lại thành bán dẫn thuần

Với bán dẫn bù trừ $N_D = N_A$, giống trường hợp bán dẫn thuần.

CARRIER MODELING

Q: A Si sample is doped with 10^{14} boron atoms per cm^3 .

- (a) What are the carrier concentrations in the Si sample at 300 K?
- (b) What are the carrier concentrations at 470 K?

A: (a) Boron in Si is an acceptor

Thus $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$. At 300 K, $n_i = 1.18 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ and the given N_A is clearly much greater than n_i . Moreover, since the N_D doping was omitted from the problem statement, we infer $N_D \ll N_A$. With $N_A \gg n_i$ and $N_A \gg N_D$, Eqs. (2.31) may be used to calculate the carrier concentrations: $p = N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$; $n = n_i^2/N_A = 1.39 \times 10^6/\text{cm}^3$.

- (b) As deduced from Fig. 2.20, $n_i = 10^{14}/\text{cm}^3$ at 470 K. Because n_i is comparable to N_A , Eqs. (*) must be used to calculate at least one of the carrier concentrations. (Once one of

the carrier concentrations is known, the second is more readily computed using the np product expression.) Performing the indicated calculations gives: $p = N_A/2 + [(N_A/2)^2 + n_i^2]^{1/2} = 1.62 \times 10^{14}/\text{cm}^3$; $n = n_i^2/p = 6.18 \times 10^{13}/\text{cm}^3$.

(*)

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[\left(\frac{N_D - N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{N_A - N_D}{2} + \left[\left(\frac{N_A - N_D}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

CARRIER MODELING

Determination of E_F – Tính toán mức năng lượng Fermi

(1) Mức Fermi thuần E_i

Với bán dẫn thuần $n = p$; $E_i = E_F$



$$N_C e^{(E_i - E_c)/kT} = N_V e^{(E_v - E_i)/kT}$$



$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right)$$

Do

$$\frac{N_v}{N_c} = \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{3/2}$$



$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)$$

Vậy: E_i nằm giữa vùng cấm khi $m_p^* = m_n^*$ hoặc khi $T = 0K$

Với trường hợp Si tại 300K, $m_p^*/m_n^* = 0.69$; $(3/4)kT \ln(m_p^*/m_n^*) = -0.0073 \text{ eV}$

→ E_i nằm dưới mức giữa vùng cấm một khoảng rất nhỏ: 0.0073 eV

CARRIER MODELING

(2) Bán dẫn pha tạp (không suy biến, tạp chất bị ion hoá hoàn toàn)

Từ

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$



$$E_F - E_i = kT \ln(n/n_i) = -kT \ln(p/n_i)$$

$$E_F - E_i = kT \ln(N_D/n_i)$$

$$E_i - E_F = kT \ln(N_A/n_i)$$

$$\dots N_D \gg N_A, \quad N_D \gg n_i$$

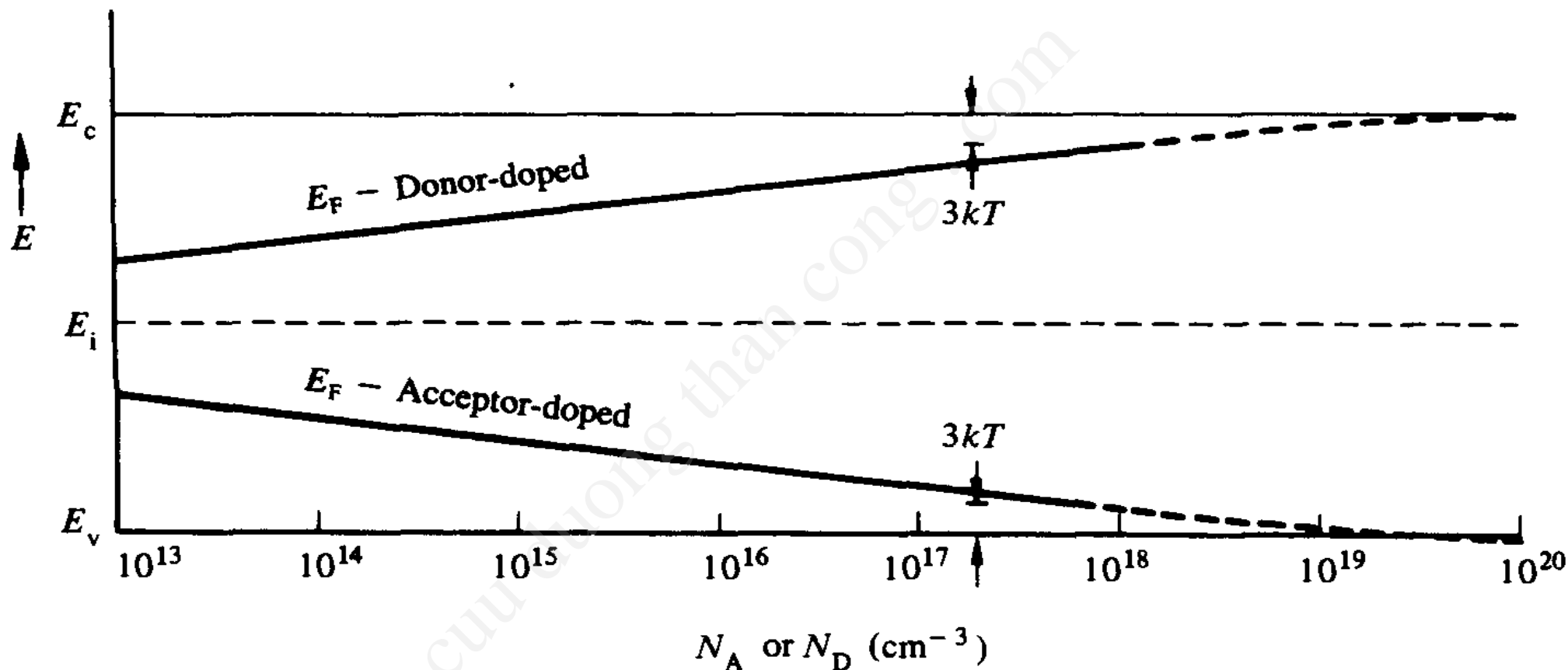
$$\dots N_A \gg N_D, \quad N_A \gg n_i$$

Vậy:

E_F sẽ tiến dần từ mức giữa vùng cấm lên đáy vùng dẫn khi nồng độ donor tăng dần

E_F sẽ tiến dần từ mức giữa vùng cấm xuống đỉnh vùng hoá trị khi nồng độ acceptor tăng dần

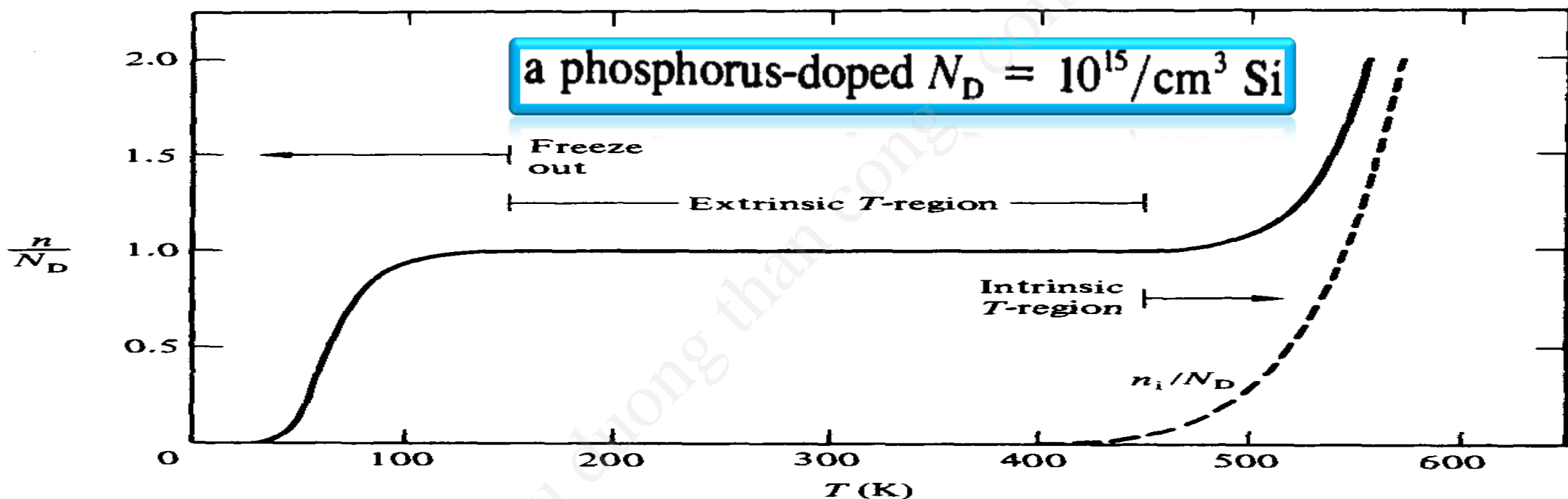
CARRIER MODELING



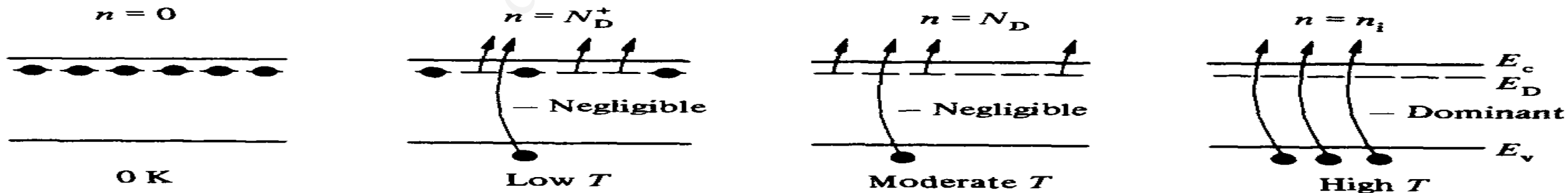
Fermi level positioning in Si at room temperature as a function of the doping concentration. The solid E_F lines were established for donor-doped material and for acceptor-doped material ($kT = 0.0259 \text{ eV}$, and $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$).

CARRIER MODELING

Carrier Concentration Temperature Dependence – Sự phụ thuộc vào nhiệt độ của nồng độ hạt tải



(a)



(b)

CARRIER MODELING

Carrier Modeling Equation Summary.

Density of States and Fermi Function

$$g_c(E) = \frac{m_n^* \sqrt{2m_n^* (E - E_c)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E \geq E_c$$

$$g_v(E) = \frac{m_p^* \sqrt{2m_p^* (E_v - E)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E \leq E_v$$

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/kT}}$$

Carrier Concentration Relationships

$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_c)$$

$$N_C = 2 \left[\frac{m_n^* kT}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2}$$

$$n = N_C e^{(E_F - E_c)/kT}$$

$$p = N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_v)$$

$$N_V = 2 \left[\frac{m_p^* kT}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2}$$

$$p = N_V e^{(E_v - E_F)/kT}$$

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

n_i , np -Product, and Charge Neutrality

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-E_i/kT}$$

$$np = n_i^2$$

$$p - n + N_D - N_A = 0$$

n , p , and Fermi Level Computational Relationships

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[\left(\frac{N_D - N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

$$E_i = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right)$$

$$n \approx N_D \quad N_D \gg N_A, N_D \gg n_i$$

$$E_F - E_i = kT \ln(n/n_i) = -kT \ln(p/n_i)$$

$$p \approx n_i^2 / N_D$$

$$p \approx N_A \quad N_A \gg N_D, N_A \gg n_i$$

$$E_F - E_i = kT \ln(N_D/n_i) \quad N_D \gg N_A, N_D \gg n_i$$

$$n \approx n_i^2 / N_A$$

$$E_i - E_F = kT \ln(N_A/n_i) \quad N_A \gg N_D, N_A \gg n_i$$

CARRIER MODELING

Bài tập:

● 2.1 E_G versus T Computation

With increasing temperature an expansion of the crystal lattice usually leads to a weakening of the interatomic bonds and an associated decrease in the band gap energy. For many semiconductors the cited variation of the band gap energy with temperature can be modeled by the empirical relationship

$$E_G(T) = E_G(0) - \frac{\alpha T^2}{(T + \beta)}$$

where α and β are constants chosen to obtain the best fit to experimental data and $E_G(0)$ is the limiting value of the band gap at 0 K. As far as Si is concerned, a fit accurate to four places is obtained by employing

$$E_G(0) = 1.170 \text{ eV}$$

$$\alpha = 4.730 \times 10^{-4} \text{ eV/K}$$

$$\beta = 636 \text{ K}$$

T in Kelvin

Make a plot of E_G versus T for Si spanning the temperature range from $T = 0 \text{ K}$ to $T = 600 \text{ K}$. Specifically note the value of E_G at 300 K.

CARRIER MODELING

2.3 Using the *energy band* model for a semiconductor, indicate how one visualizes (a) an electron, (b) a hole, (c) donor sites, (d) acceptor sites, (e) freeze-out of majority carrier electrons at donor sites as the temperature is lowered toward 0 K, (f) freeze-out of majority carrier holes at acceptor sites as the temperature is lowered toward 0 K, (g) the energy distribution of carriers in the respective bands, (h) an intrinsic semiconductor, (i) an *n*-type semiconductor, (j) a *p*-type semiconductor, (k) a nondegenerate semiconductor, (l) a degenerate semiconductor.

2.5 Develop an expression for the total number of available STATES/cm³ in the conduction band between energies E_c and $E_c + \gamma kT$, where γ is an arbitrary constant.

2.14 (a) Determine the temperature at which the intrinsic carrier concentration in (i) Si and (ii) GaAs are equal to the room temperature (300 K) intrinsic carrier concentration of Ge.

(b) Semiconductor A has a band gap of 1 eV, while semiconductor B has a band gap of 2 eV. What is the ratio of the intrinsic carrier concentrations in the two materials (n_{iA}/n_{iB}) at 300 K. Assume any differences in the carrier effective masses may be neglected.

CARRIER MODELING

2.16 Concentration questions with a twist.

- (a) A silicon wafer is uniformly doped p -type with $N_A = 10^{15}/\text{cm}^3$. At $T \approx 0$ K, what are the equilibrium hole and electron concentrations?
- (b) A semiconductor is doped with an impurity concentration N such that $N \gg n_i$ and all the impurities are ionized. Also, $n = N$ and $p = n_i^2/N$. Is the impurity a donor or an acceptor? Explain.
- (c) The electron concentration in a piece of Si maintained at 300 K under equilibrium conditions is $10^5/\text{cm}^3$. What is the hole concentration?
- (d) For a silicon sample maintained at $T = 300$ K, the Fermi level is located 0.259 eV above the intrinsic Fermi level. What are the hole and electron concentrations?
- (e) In a nondegenerate germanium sample maintained under equilibrium conditions near room temperature, it is known that $n_i = 10^{13}/\text{cm}^3$, $n = 2p$, and $N_A = 0$. Determine n and N_D .

CARRIER MODELING

2.17 Determine the equilibrium electron and hole concentrations inside a uniformly doped sample of Si under the following conditions:

- (a) $T = 300 \text{ K}$, $N_A \ll N_D$, $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$.
- (b) $T = 300 \text{ K}$, $N_A = 10^{16}/\text{cm}^3$, $N_D \ll N_A$.
- (c) $T = 300 \text{ K}$, $N_A = 9 \times 10^{15}/\text{cm}^3$, $N_D = 10^{16}/\text{cm}^3$.
- (d) $T = 450 \text{ K}$, $N_A = 0$, $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$.
- (e) $T = 650 \text{ K}$, $N_A = 0$, $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$.

2.18 (a to e) For each of the conditions specified in Problem 2.17, determine the position of E_i , compute $E_F - E_i$, and draw a carefully dimensioned energy band diagram for the Si sample. NOTE: $E_G(\text{Si}) = 1.08 \text{ eV}$ at 450 K and 1.015 eV at 650 K.

2.20 According to the text, the maximum nondegenerate donor and acceptor doping concentrations in Si at room temperature are $N_D \approx 1.6 \times 10^{18}/\text{cm}^3$ and $N_A = 9.1 \times 10^{17}/\text{cm}^3$, respectively. Verify the text statement.

CARRIER MODELING

2.23 Given an $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ doped Si sample:

Construct a MATLAB (computer) program to calculate and plot $E_F - E_i$ in the material as a function of temperature for $200 \text{ K} \leq T \leq 500 \text{ K}$.

Run your part (b) program to determine what happens if N_A is progressively increased in decade steps from $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ to $N_A = 10^{18}/\text{cm}^3$. Summarize your observations.