

SEMICONDUCTOR MATERIALS & DEVICES

NGÔ HẢI ĐĂNG

CHAPTER 2: CARRIER ACTION

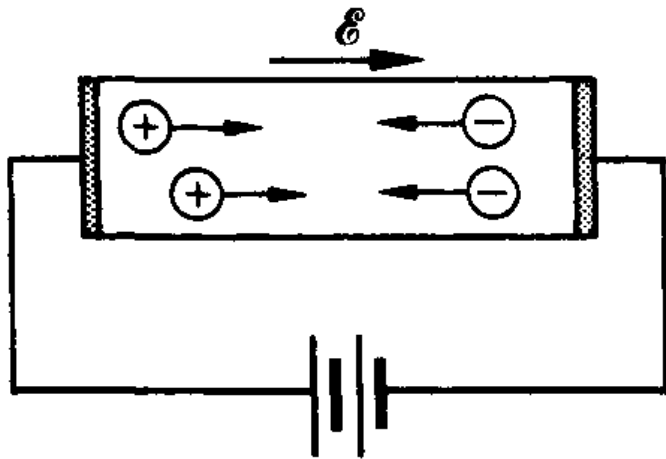
CARRIER ACTION

- Drift - Dòng trôi
- Diffusion - Dòng khuếch tán
- Recombination-Generation – Quá trình tái hợp-Phát sinh hạt tải
- Equations of state - Các phương trình trạng thái
- Supplemental concepts – Các khái niệm bổ sung

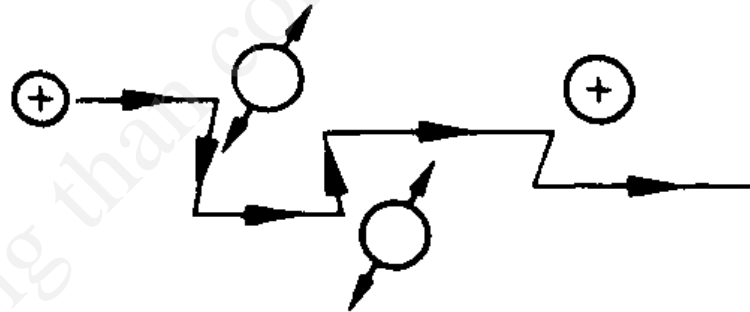
CARRIER ACTION

Drift – Dòng trôi

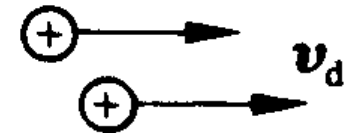
Định nghĩa: Là dòng điện sinh ra dưới tác động của điện trường ngoài



(a)



(b)



(c)

What we can measure

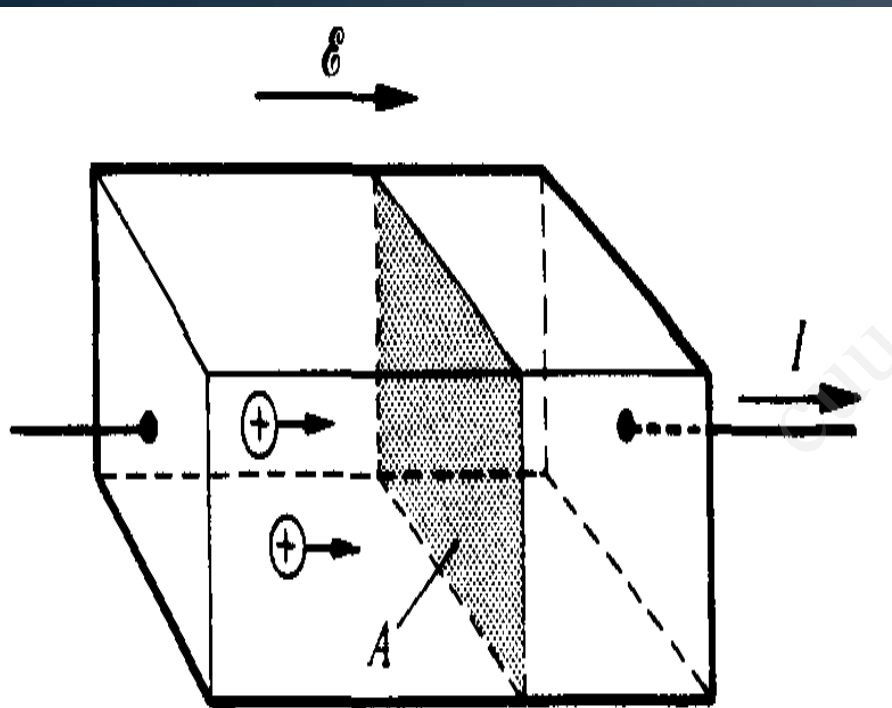
Visualization of carrier drift: (a) motion of carriers within a biased semiconductor bar; (b) drifting hole on a microscopic or atomic scale; (c) carrier drift on a macroscopic scale.

CARRIER ACTION

Drift current – Dòng (điện) trôi

Dòng điện (current) = số hạt tải trong một đơn vị thời gian đi qua mặt phẳng nằm vuông góc với chiều chuyển động của dòng hạt tải đó.

Xét khối bán dẫn loại p, áp điện trường ngoài \mathcal{E} , vận tốc dòng trôi v_d



$v_d t A$: tất cả lỗ trống trong khối sẽ đi qua mặt A trong thời gian t
 $p v_d t A$: số lỗ trống đi qua mặt A trong thời gian t
 $q p v_d t A$: tổng điện tích đi qua mặt A trong thời gian t
 $q p v_d A$: điện tích đi qua mặt A trong một đơn vị thời gian

Dòng điện trôi
(vô hướng-scalar)

$$I_{P|drift} = q p v_d A$$

Mật độ dòng trôi
(vector)

$$\mathbf{J}_{P|drift} = q p \mathbf{v}_d$$

CARRIER ACTION

- Do vận tốc dòng trôi v_d phụ thuộc vào điện trường ngoài \mathcal{E} (khi \mathcal{E} nhỏ và bão hoà khi \mathcal{E} lớn)

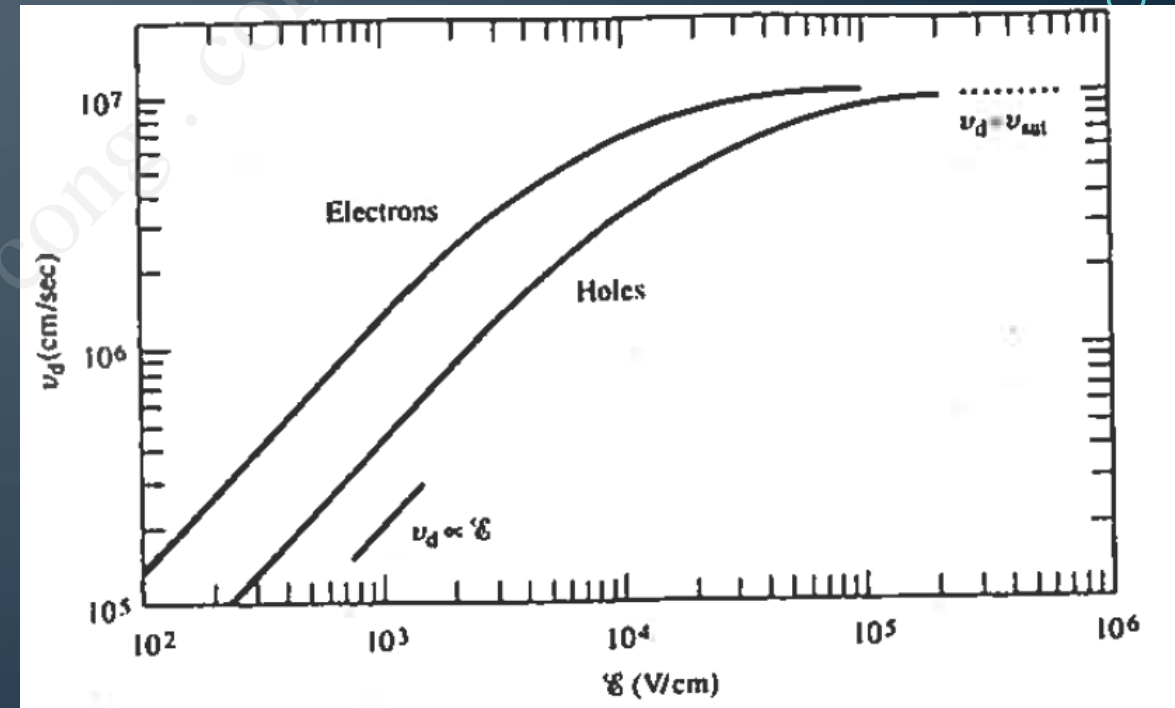
$$v_d = \frac{\mu_0 \mathcal{E}}{\left[1 + \left(\frac{\mu_0 \mathcal{E}}{v_{sat}} \right)^\beta \right]^{1/\beta}} = \begin{cases} \mu_0 \mathcal{E} & \dots \mathcal{E} \rightarrow 0 \\ v_{sat} & \dots \mathcal{E} \rightarrow \infty \end{cases}$$

Vậy khi điện trường ngoài \mathcal{E} nhỏ, ta có thể viết

$$v_d = \mu_p \mathcal{E}$$

Mật độ dòng trôi cho lỗ trống

$$J_{p|drift} = q \mu_p p \mathcal{E}$$



Mật độ dòng trôi cho electron

$$J_{n|drift} = q \mu_n n \mathcal{E}$$

CARRIER ACTION

Mobility – Độ linh động

Vai trò: là thông số cực kì quan trọng, nhằm đánh giá, so sánh và lựa chọn các chất bán dẫn cho các mục đích cụ thể.

Ý nghĩa: là mức độ hạt tải chuyển động dễ dàng trong tinh thể.

Độ linh động của electron: μ_n

Độ linh động của lỗ trống: μ_p

Đơn vị: $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$

Ví dụ:

$N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$ and $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$ doped Si

at 300 K

$(N_D \text{ or } N_A \leq 10^{15}/\text{cm}^3)$ GaAs

$$\mu_n \approx 1360 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

$$\mu_n \approx 8000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

$$\mu_p \approx 460 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

$$\mu_p \approx 320 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$$

Trong đa số các chất bán dẫn, μ_n luôn lớn hơn μ_p

CARRIER ACTION

Do: $\mu = q\langle\tau\rangle/m^*$

Trong đó

$\langle\tau\rangle$: thời gian trung bình giữa hai lần va chạm

m^* : khối lượng hiệu dụng

Các cơ chế tán xạ chủ yếu (trong bán dẫn không suy biến):

a) tán xạ với mạng tinh thể (thermal vibration of lattice)

b) tán xạ với ion tạp chất (ionized impurity, donor/acceptor sites)

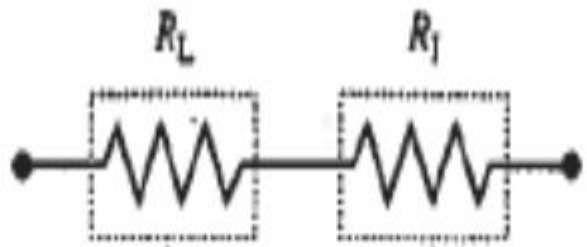
Vậy:

Độ linh động tăng khi số va chạm tán xạ (scattering) giảm và ngược lại.

Độ linh động tỉ lệ nghịch với khối lượng hiệu dụng, hạt tải “càng nhẹ” thì di chuyển càng nhanh.

CARRIER ACTION

Độ linh động phụ thuộc vào mức pha tạp

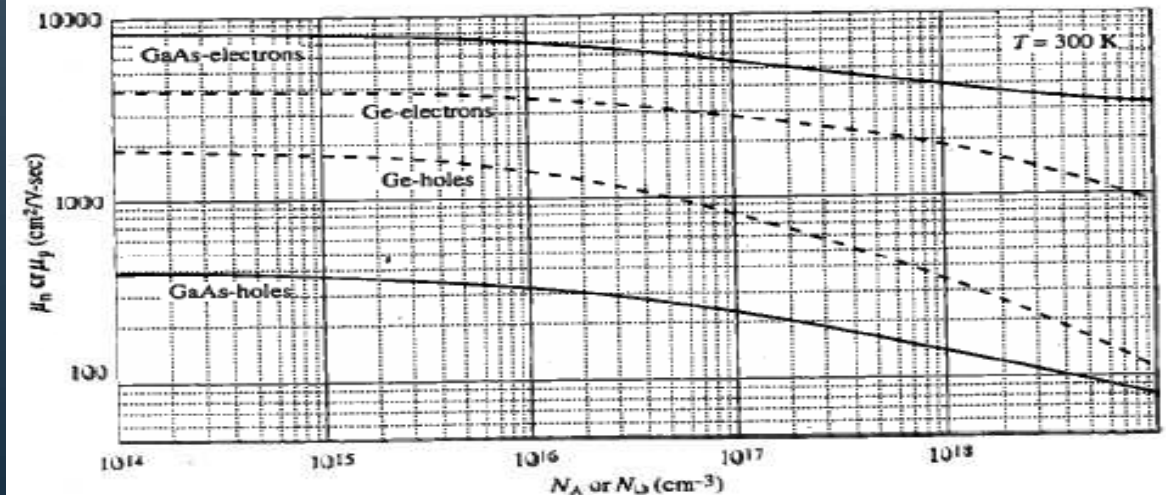
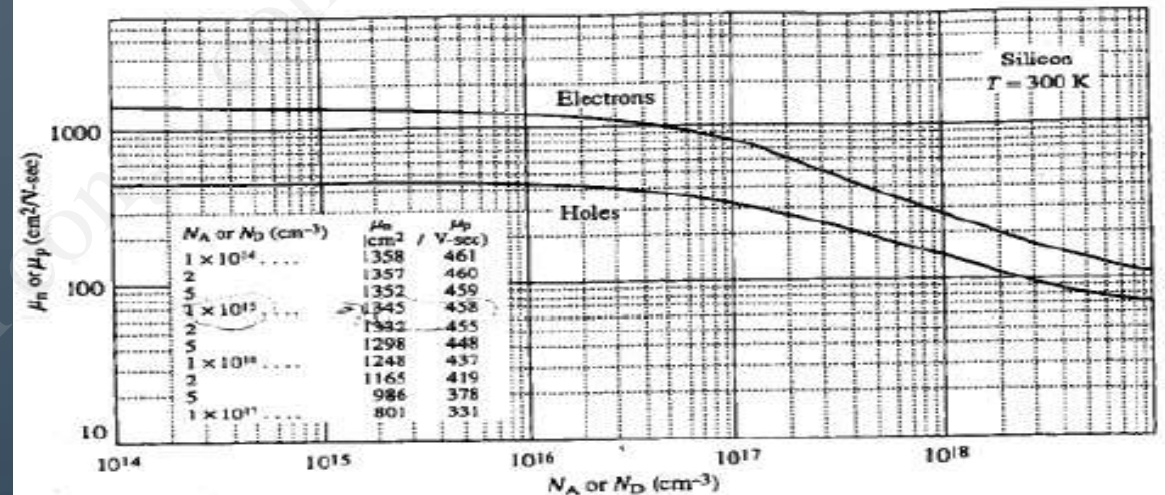


Impedance to motion due to lattice scattering:

- No doping dependence.
- Decreases with decreasing T

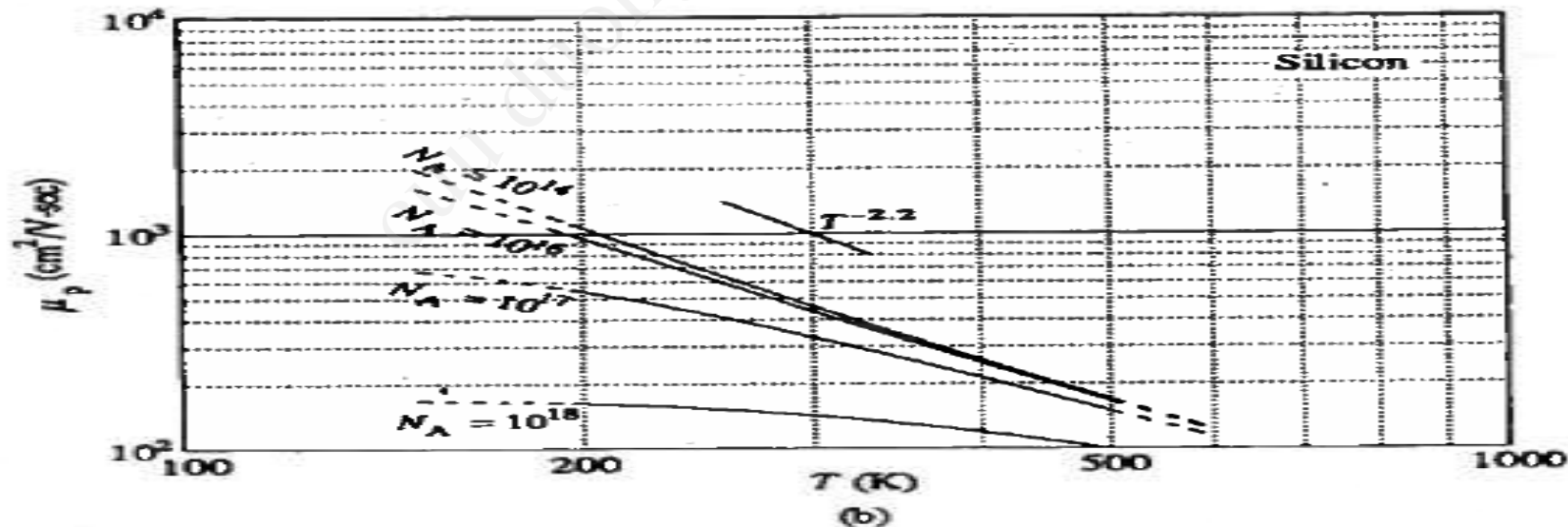
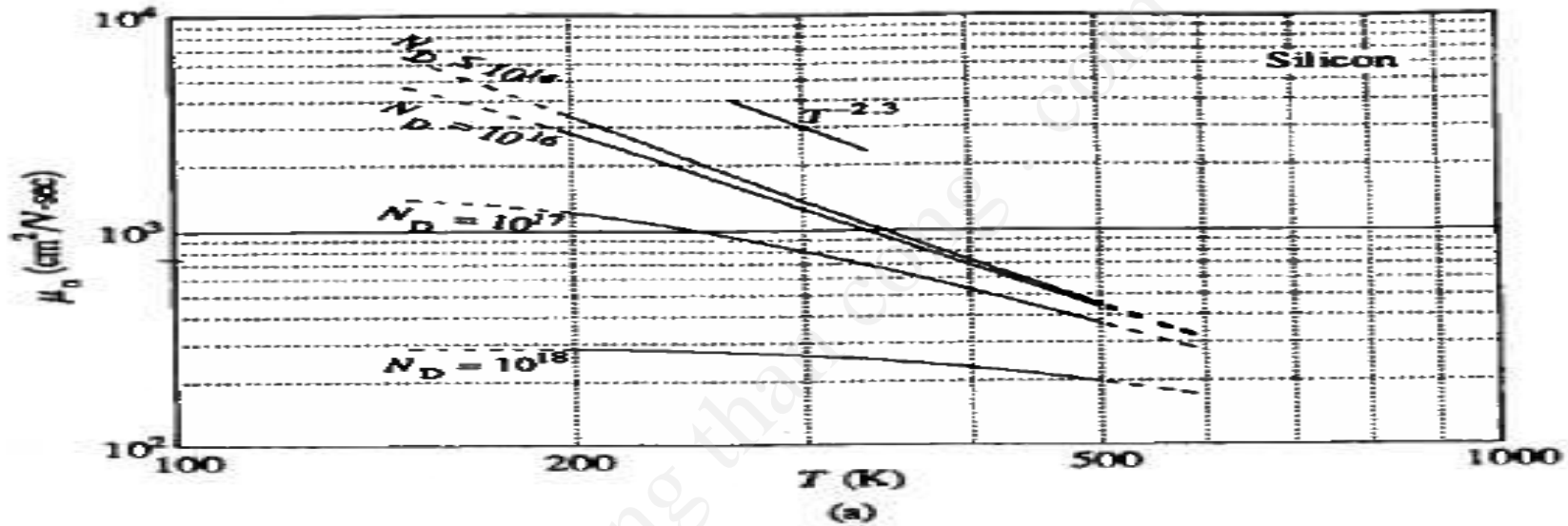
Impedance to motion due to ionized impurity scattering:

- Increases with N_A or N_D
- Increases with decreasing T .



CARRIER ACTION

Độ linh động phụ thuộc vào nhiệt độ



CARRIER ACTION

There exist surprisingly accurate "empirical-fit" relationships that are widely employed to compute the carrier mobilities at a given doping and temperature. Figures 3.5 and 3.7 were constructed using such relationships. The form of a computational relationship is typically established on an empirical basis by noting the general functional dependencies predicted theoretically and observed experimentally. Parameters in the relationship are then adjusted until an acceptable match is obtained to the best available experimental data.

The majority carrier mobility versus doping at room temperature is popularly computed from

$$\mu = \mu_{\min} + \frac{\mu_0}{1 + (N/N_{\text{ref}})^\alpha}$$

where μ is the carrier mobility (μ_n or μ_p), N is the doping concentration (N_A or N_D), and all other quantities are fit parameters. To model the temperature dependence, one additionally employs

$$A = A_{300} \left(\frac{T}{300} \right)^\eta$$

CARRIER ACTION

A in the above equation represents μ_{\min} , μ_0 , N_{ref} , or α ; A_{300} is the 300 K value of the parameter, T is temperature in Kelvin, and η is the temperature exponent. The fit parameters appropriate for Si are listed in the following table:

Parameter	Value at 300 K		Temperature Exponent (η)
	Electrons	Holes	
$N_{\text{ref}}(\text{cm}^{-3})$	1.3×10^{17}	2.35×10^{17}	2.4
$\mu_{\min}(\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec})$	92	54.3	-0.57
$\mu_0(\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec})$	1268	406.9	-2.33 electrons -2.23 holes
α	0.91	0.88	-0.146

P: (a) Construct a log-log plot of μ_n and μ_p versus N_A or N_D for $10^{14}/\text{cm}^3 \leq N_A$ or $N_D \leq 10^{19}/\text{cm}^3$ using the quoted fit relationship and the listed Si fit parameters. Compare your result with Fig. 3.5(a).

(b) Construct log-log plots of μ_n versus T and μ_p versus T for $200 \text{ K} \leq T \leq 500 \text{ K}$ and N_D or N_A stepped in decade values from $10^{14}/\text{cm}^3$ to $10^{18}/\text{cm}^3$. Compare your results with Figs. 3.7(a) and 3.7(b), respectively.

CARRIER ACTION

S: (a) MATLAB program script . . .

%Mobility versus Dopant Concentration (Si,300K)

%Fit Parameters

NDref=1.3e17; NAref=2.35e17;

$\mu_{nmin}=92$; $\mu_{pmin}=54.3$;

$\mu_{n0}=1268$; $\mu_{p0}=406.9$;

$a_n=0.91$; $a_p=0.88$

%Mobility Calculation

N=logspace(14,19);

$\mu_n = \mu_{nmin} + \mu_{n0} ./ (1 + (N/NDref).^{a_n})$;

$\mu_p = \mu_{pmin} + \mu_{p0} ./ (1 + (N/NAref).^{a_p})$;

%Plotting results

close

loglog(N, μ_n ,N, μ_p); grid;

axis([1.0e14 1.0e19 1.0e1 1.0e4]);

xlabel('NA or ND (cm⁻³)');

ylabel('Mobility (cm²/V-sec)');

text(1.0e15,1500,'Electrons');

text(1.0e15,500,'Holes');

text(1.0e18,2000,'Si,300K');

(b) Part (b) is left for the reader to complete.

CARRIER ACTION

Resistivity – Điện trở suất

Điện trở suất là thông số cho biết mức độ cản trở dòng điện của vật liệu.

Khác với điện trở (resistance), điện trở suất (resistivity) không phụ thuộc vào hình dạng khối vật liệu.

$$\mathcal{E} = \rho \mathbf{J}$$

Hoặc

$$\mathbf{J} = \sigma \mathcal{E} = \frac{1}{\rho} \mathcal{E}$$

Trong đó $\sigma = 1/\rho$ là điện dẫn suất

Trong môi trường đồng nhất (homogeneous)

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{drift}}$$



$$\mathbf{J}_{\text{drift}} = \mathbf{J}_{N|\text{drift}} + \mathbf{J}_{P|\text{drift}} = q(\mu_n n + \mu_p p) \mathcal{E}$$

Although electrons drift in the direction opposite to the applied electric field ($v_d = -\mu_n \mathcal{E}$), the current transported by negatively charged particles is in turn counter to the direction of drift ($\mathbf{J}_N \approx -qn v_d$).

CARRIER ACTION

$$\rho = \frac{1}{q(\mu_n n + \mu_p p)}$$

Trong bán dẫn không suy biến loại n

$$N_D \gg n_i, n \approx N_D, \text{ and } p \approx n_i^2 / N_D \ll n$$

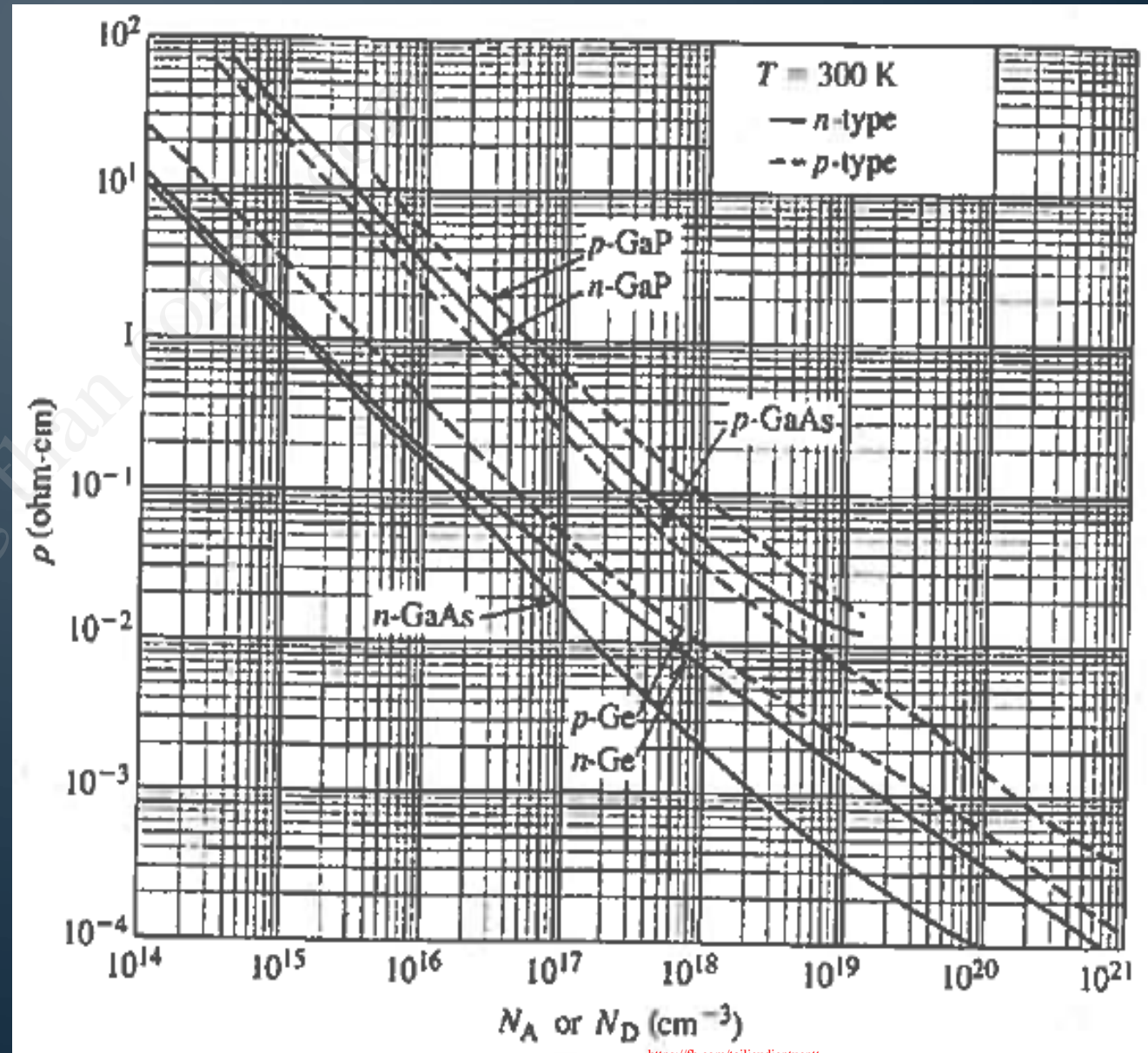
$$\mu_n n + \mu_p p \approx \mu_n N_D$$

$$\rho = \frac{1}{q\mu_n N_D}$$

Trong bán dẫn không suy biến loại p

$$\mu_n n + \mu_p p \approx \mu_p N_A$$

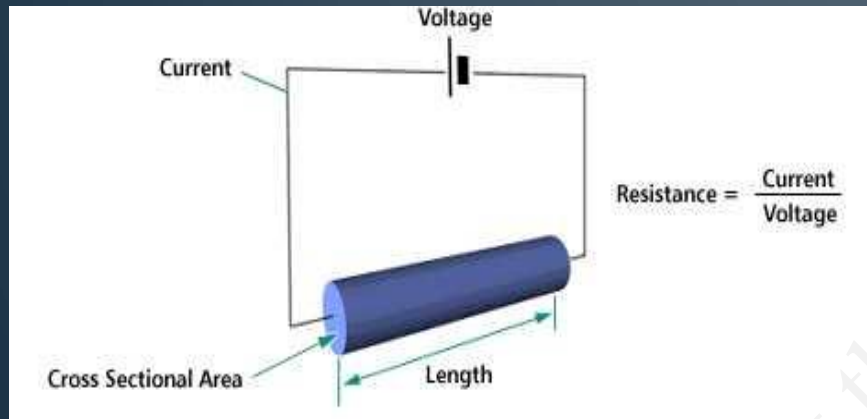
$$\rho = \frac{1}{q\mu_p N_A}$$



CARRIER ACTION

Phương pháp đo điện trở suất

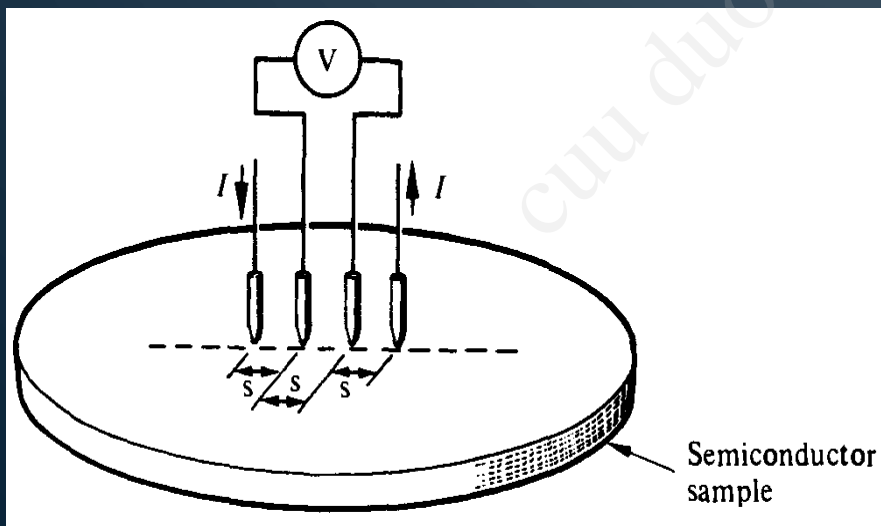
Phương pháp truyền thống



$$R(\text{resistance}) = V/I = \rho l/A$$

Ưu điểm? Khuyết điểm?

Phương pháp bốn mũi dò (four-point probe)



$$\rho = 2\pi s \frac{V}{I} \mathcal{F}$$

s : khoảng cách giữa các mũi dò
 \mathcal{F} : hệ số hiệu chỉnh

CARRIER ACTION

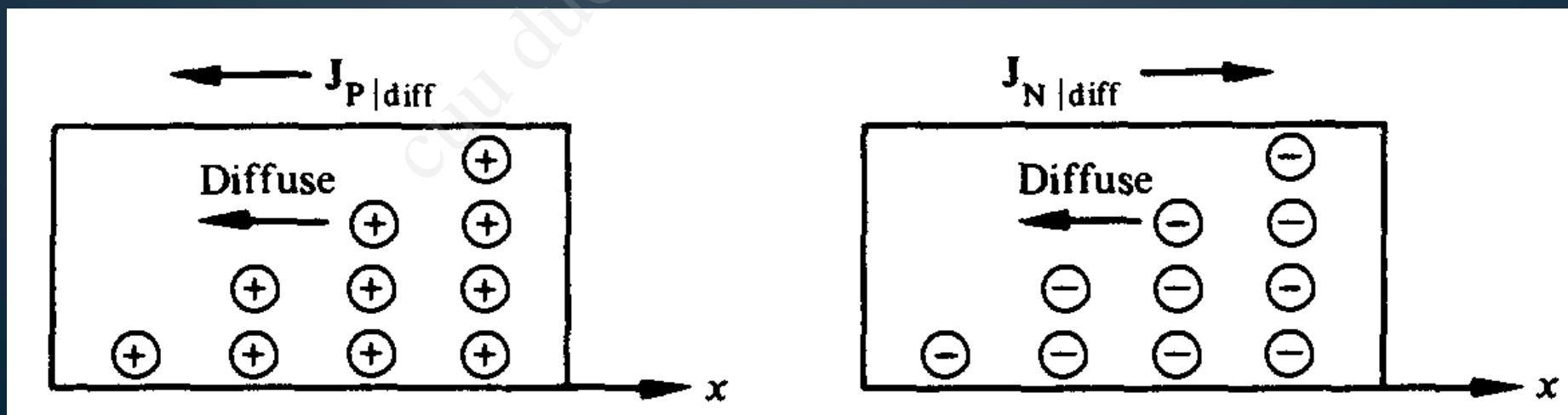
Diffusion – Dòng (điện) khuếch tán

Định nghĩa

Khuếch tán là quá trình trong đó các hạt có khuynh hướng phân tán hoặc tái phân bố do tác dụng của chuyển động nhiệt ngẫu nhiên. Các hạt này sẽ dịch chuyển từ nơi có nồng độ cao sang nơi có nồng độ thấp hơn. Kết quả là sự phân bố đồng đều của các hạt trong không gian hệ.

Chuyển động nhiệt là tác nhân chính thúc đẩy quá trình khuếch tán.

Trong chất bán dẫn, chính electron và lỗ trống sẽ khuếch tán, tạo thành dòng chuyển động của các hạt.



CARRIER ACTION

The “DiffDemo” MATLAB file listed below was written to help the user visualize the diffusion process. The program provides a pseudo-animation of a one-dimensional particle system similar to that described in the text. The `y = []` statement in the program controls the initial condition, `N` specifies the maximum number of monitored “jumps,” and the number in the `pause` statements controls the time between jumps.

```
%Simulation of Diffusion (DiffDemo)
%One-dimensional system, right and left jumps equally probable

%Initialization
close
x=[0.5 1.5 2.5 3.5 4.5];
y=[1.0e6 0 0 0 0]; %NOTE: initial position can be changed
[xp,yp]=bar(x,y);
plot(xp,yp); text (0.5,1.1e6,'t = 0');
axis([0,5,0,1.2e6]);
pause (0.5)
N=15; %NOTE: increase N for extended run
```

CARRIER ACTION

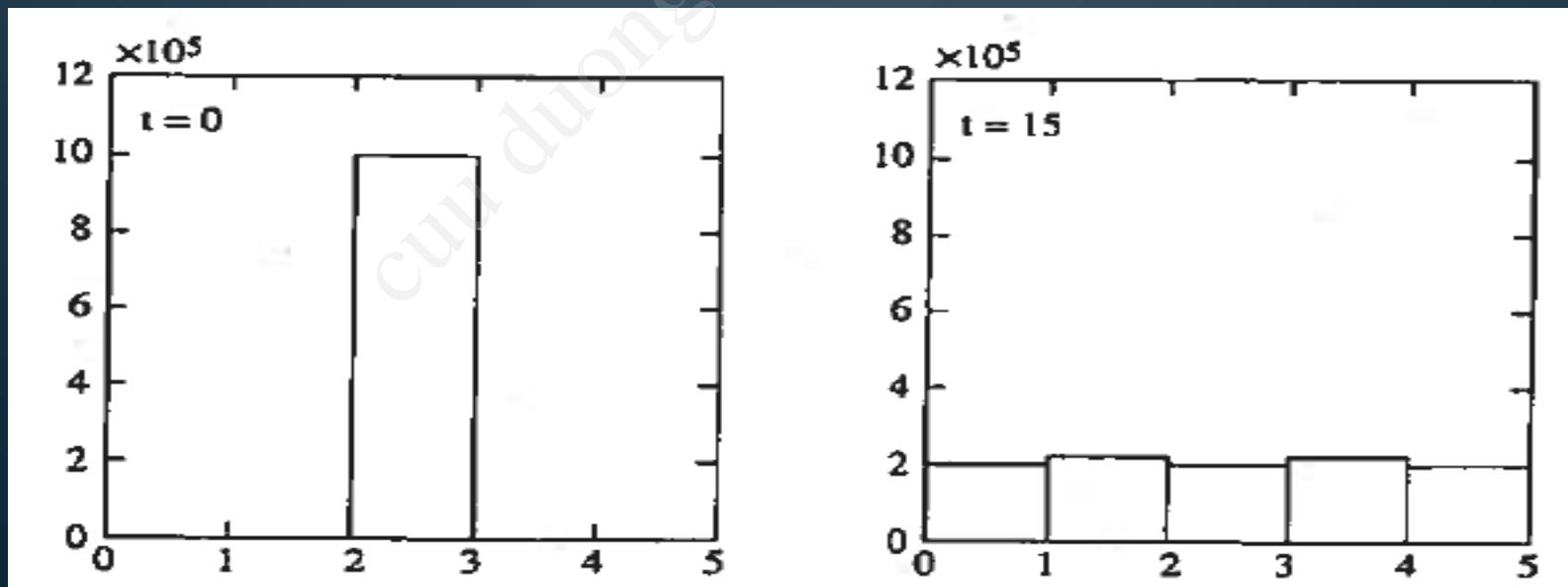
```
%Computations and Plotting
for ii=1:N,
    %Diffusion step calculation
    bin(1)=round(y(1)/2 + y(2)/2);
    bin(2)=round(y(1)/2 + y(3)/2);
    bin(3)=round(y(2)/2 + y(4)/2);
    bin(4)=round(y(3)/2 + y(5)/2);
    bin(5)=round(y(4)/2 + y(5)/2);
    y=bin;
    %Plotting the result
    [xp,yp]=bar(x,y);
    axis(axis);
    plot(xp,yp); text(0.5,1.1e6,['t = ',num2str(ii)]);
    axis([0,5,0,1.2e6]);
    pause (0.5)
end
```

CARRIER ACTION

P:

- (a) Enter the program into your computer. Run the program
- (b) Rerun the program after changing the initial conditions so that all of the carriers are in the middle box at $t=0$

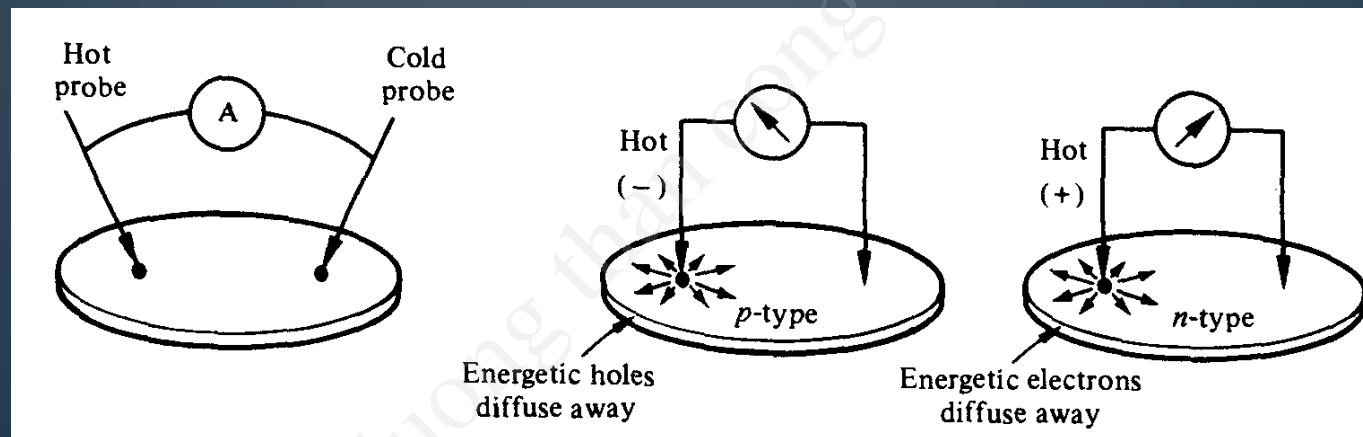
S: Sample output



CARRIER ACTION

Hot-point probe measurement – PP mũi dò nóng

Đây là pp nhanh để test mẫu bán dẫn là loại n hay p



Vùng xung quanh mũi dò nóng sẽ là các hạt tải (electron hoặc lỗ trống) có năng lượng cao hơn các hạt tải ở xa mũi dò.

Do có năng lượng cao hơn, các hạt này sẽ khuếch tán ra xa khỏi mũi dò nóng, đến các vị trí khác trong mẫu bán dẫn.

Kết quả: xung quanh mũi dò nóng sẽ thiếu hụt electron (bán dẫn loại n) và lỗ trống (bán dẫn loại p) → vị trí đó sẽ mang điện tích dương (bán dẫn loại n) và điện tích âm (bán dẫn loại p) → kim ampe kế sẽ lệch tương ứng.

CARRIER ACTION

Diffusion and Total currents – Dòng (điện) khuếch tán và dòng tổng cộng

Diffusion current – Dòng khuếch tán

Định luật Fick:

$$F = -D\nabla\eta$$

F: mật độ dòng (số hạt/cm².giây) đi qua mặt phẳng vuông góc với chiều chuyển động của dòng hạt

η : mật độ hạt

D: hệ số khuếch tán (electron hoặc lỗ trống) cm²/giây

∇ : toán tử gradient, thể hiện sự chênh lệch (nồng độ hạt) trong hệ

Mật độ dòng khuếch tán:

$$\mathbf{J}_{P|diff} = -qD_P\nabla p$$

$$\mathbf{J}_{N|diff} = qD_N\nabla n$$

CARRIER ACTION

Total current – Dòng tổng cộng

Dòng điện tổng cộng trong chất bán dẫn là tổng của dòng điện khuếch tán và dòng trôi.

Tương ứng trong chất bán dẫn loại n và loại p

$$\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{p|\text{drift}} + \mathbf{J}_{p|\text{diff}} = q\mu_p p \mathbf{E} - qD_p \nabla p$$

\updownarrow drift \updownarrow diffusion

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_{n|\text{drift}} + \mathbf{J}_{n|\text{diff}} = q\mu_n n \mathbf{E} + qD_n \nabla n$$

Vậy:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_p$$

CARRIER ACTION

Mối liên hệ giữa hệ số khuếch tán D và độ linh động μ

Hệ thức Einstein

Xét chất bán dẫn không suy biến, pha tạp không đồng đều, đang ở trạng thái cân bằng

$$J_{N|\text{drift}} + J_{N|\text{diff}} = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_N \frac{dn}{dx} = 0$$

$$\frac{D_N}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$$

Hệ thức Einstein cho electron

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

Hệ thức Einstein cho lỗ trống

"De over mu equals kTee over q"

CARRIER ACTION

Recombination-Generation – Quá trình tái hợp-Phát sinh hạt tải

Định nghĩa:

Quá trình tái hợp: electron và lỗ trống kết hợp với nhau

Quá trình phát sinh: electron và lỗ trống được tạo ra do ảnh hưởng của tác nhân bên ngoài.

Có nhiều quá trình tái hợp và phát sinh hạt tải trong chất bán dẫn

Tái hợp vùng-vùng (Band-to-band recombination)

Phát sinh vùng –vùng (Band-to-band generation)

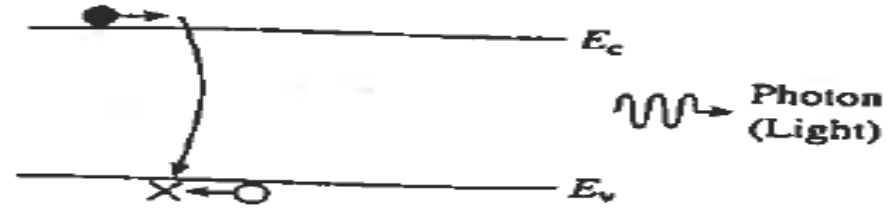
Tái hợp tại tâm (R-G center recombination)

Phát sinh qua tâm (R-G center generation)

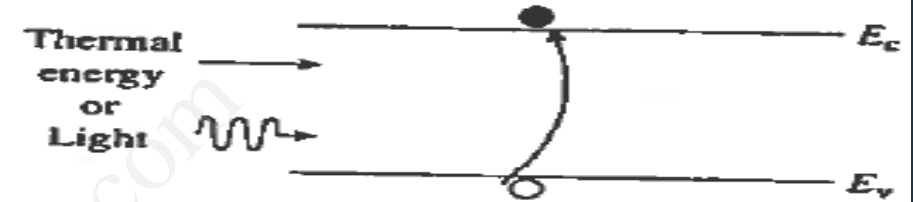
Tái hợp Auger /Oh-jay/ (Auger recombination)

Phát sinh do va chạm ion hóa (Carrier generation via impact ionization)

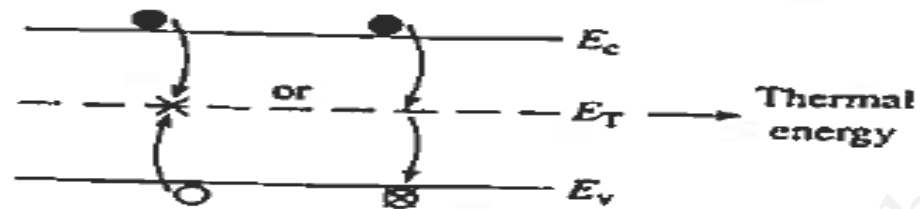
CARRIER ACTION



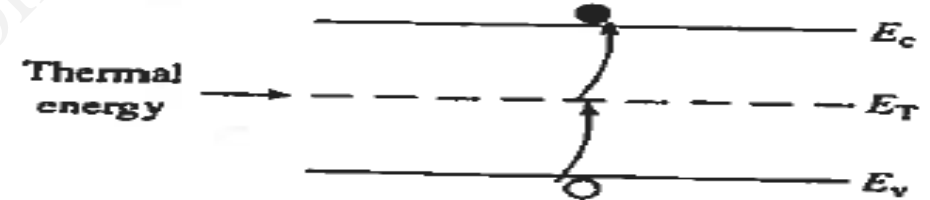
(a) Band-to-band recombination



(d) Band-to-band generation

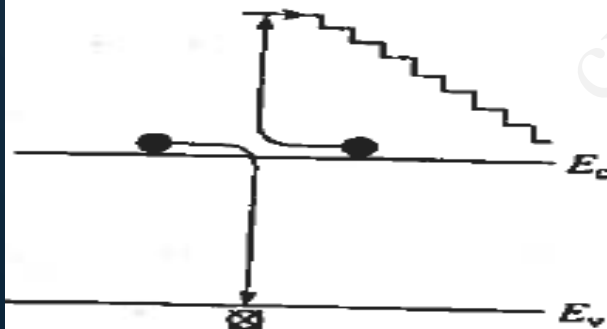


(b) R-G center recombination

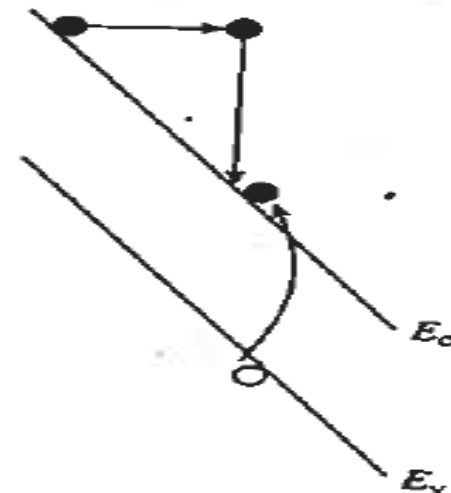


(e) R-G center generation

Centers = lattice defects, impurities
Energy level = midgap, not donor or acceptor levels



(c) Auger recombination



(f) Carrier generation via impact ionization

CARRIER ACTION

Tái hợp vùng-vùng (Band-to-band recombination)

Electron và lỗ trống tái hợp, phát sinh ra photon

Tái hợp tại tâm (R-G center recombination)

Tâm: mức năng lượng nằm giữa vùng cấm của tạp chất không mong muốn hoặc sai hỏng mạng tinh thể

Electron và lỗ trống tái hợp tại tâm, phát sinh ra phonon

Hoặc electron mất mát năng lượng 2 bước, tại tâm và tái hợp với lỗ trống.

Tái hợp Auger (Auger recombination)

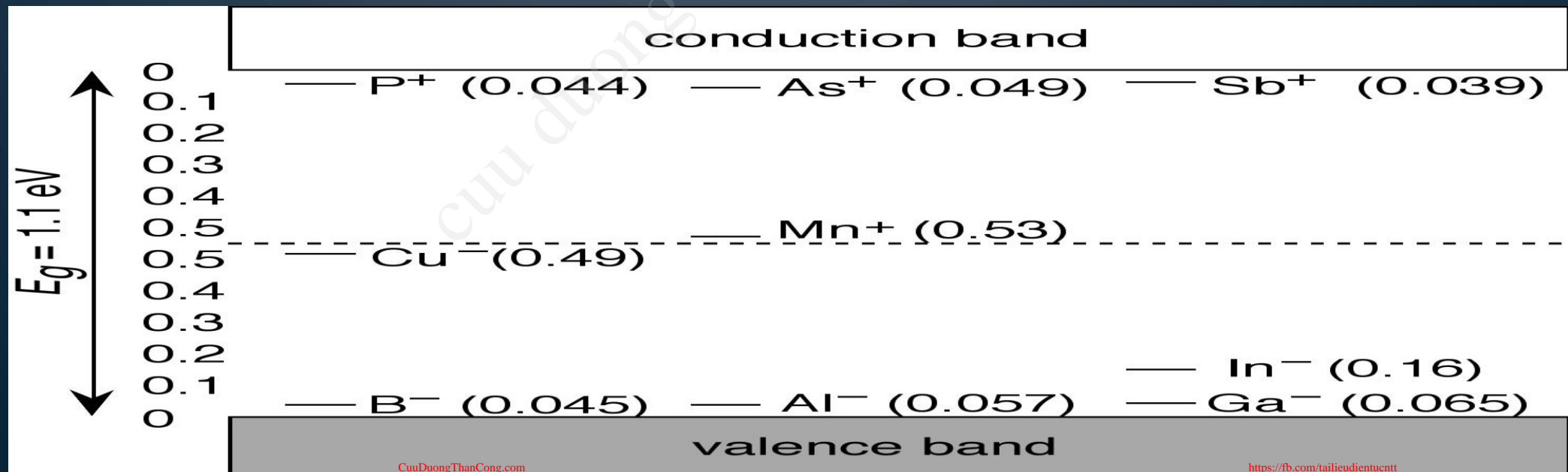
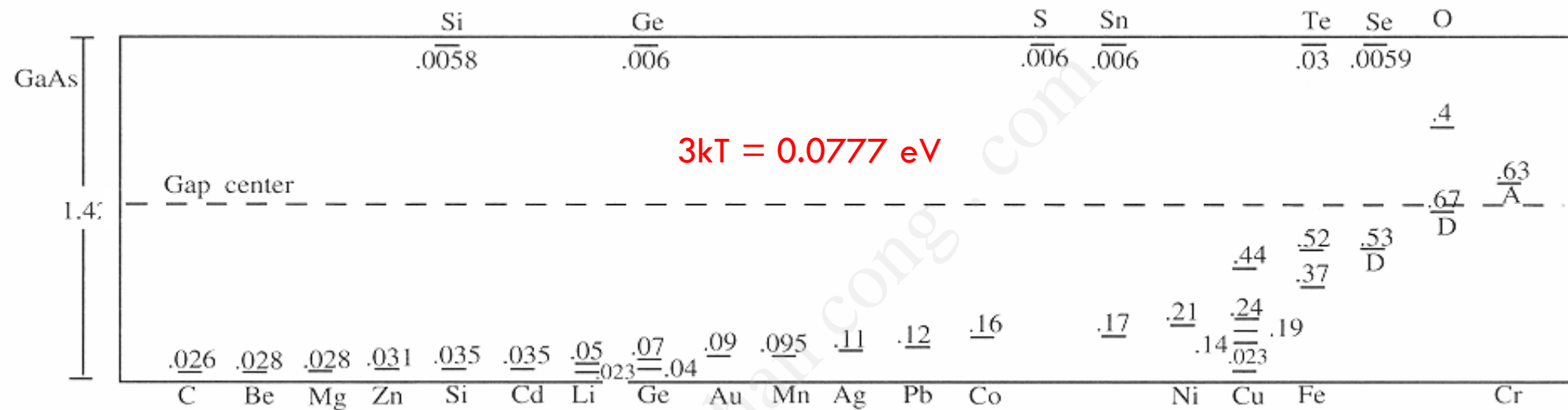
Electron và lỗ trống tái hợp, phát sinh ra photon

Photon đó được một electron khác nằm trên vùng dẫn hấp thụ

Electron nhảy lên mức năng lượng cao hơn, sau đó chuyển về mức E_c theo cách mất dần năng lượng theo hình bậc thang.

Tái hợp Auger: quan trọng với các bán dẫn pha tạp nặng

CARRIER ACTION



CARRIER ACTION

Phát sinh vùng –vùng (Band-to-band generation)

Electron hấp thụ phonon \rightarrow “direct thermal generation”

Electron hấp thụ photon \rightarrow “photogeneration”

Phát sinh qua tâm (R-G center generation)

Electron hấp thụ phonon $\rightarrow E_T \rightarrow E_C$

Phát sinh do va chạm ion hóa (Carrier generation via impact ionization)

Một electron năng lượng cao va chạm với mạng tinh thể \rightarrow mất một phần năng lượng. Electron ở vùng hóa trị nhận năng lượng đó, nhảy lên vùng dẫn \rightarrow một cặp e-h

Quan trọng khi có điện trường đủ mạnh

CARRIER ACTION

Động lượng (momentum)

Thông thường, ta không quan tâm đến tất cả các quá trình tái hợp-phát sinh xảy ra trong chất bán dẫn tại một thời điểm mà chỉ quan tâm quá trình tái hợp-phát sinh nào đang diễn ra với tốc độ nhanh nhất. Một số quá trình chỉ chiếm ưu thế trong những điều kiện đặc biệt.

Ví dụ: tái hợp Auger chiếm ưu thế khi chất bán dẫn được pha tạp nặng, hoặc quá trình ion hóa chỉ xảy ra trong vùng có điện trường lớn.

Ở nhiệt độ phòng, chỉ khi có ánh sáng bên ngoài chiếu vào khối tinh thể thì quá trình quang phát sinh (photogeneration) mới thật rõ ràng

CARRIER ACTION

Mô hình lý thuyết vùng năng lượng ở trên giúp giải thích quá trình phát sinh-tái hợp hạt tải.

Tuy nhiên, trong quá trình phát sinh-tái hợp hạt tải, cả năng lượng và động lượng đều phải bảo toàn.

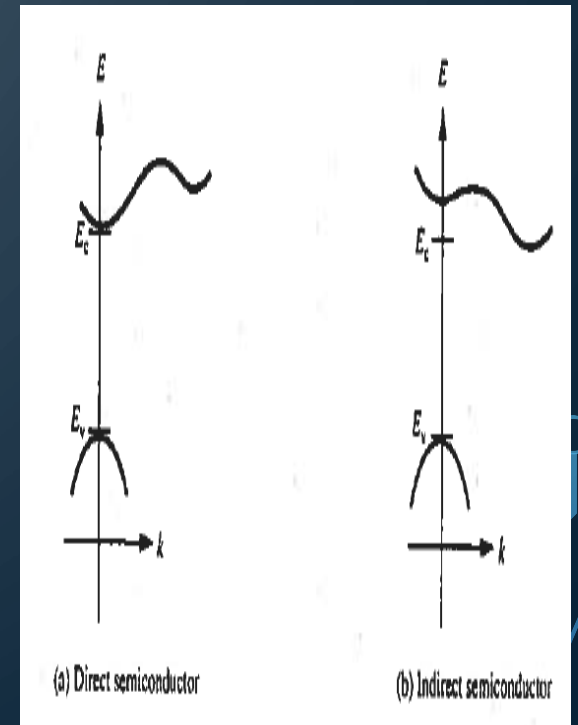
Ta xét giản đồ E-k

Đáy vùng dẫn trùng đỉnh vùng hóa trị

→ bán dẫn chuyển mức thẳng (direct semiconductor)

Đáy vùng dẫn không trùng đỉnh vùng hóa trị

→ bán dẫn chuyển mức xiên (indirect semiconductor)



CARRIER ACTION

Có hai loại hạt có liên quan đến quá trình chuyển mức: photon và phonon

Photon: có giá trị xung lượng thấp, năng lượng tùy thuộc tần số

→ Chuyển mức chỉ phụ thuộc photon là chuyển mức theo chiều dọc

Phonon: có giá trị xung lượng khá lớn, năng lượng cỡ khoảng 10-50meV

→ Chuyển mức có phụ thuộc phonon là chuyển mức theo chiều ngang

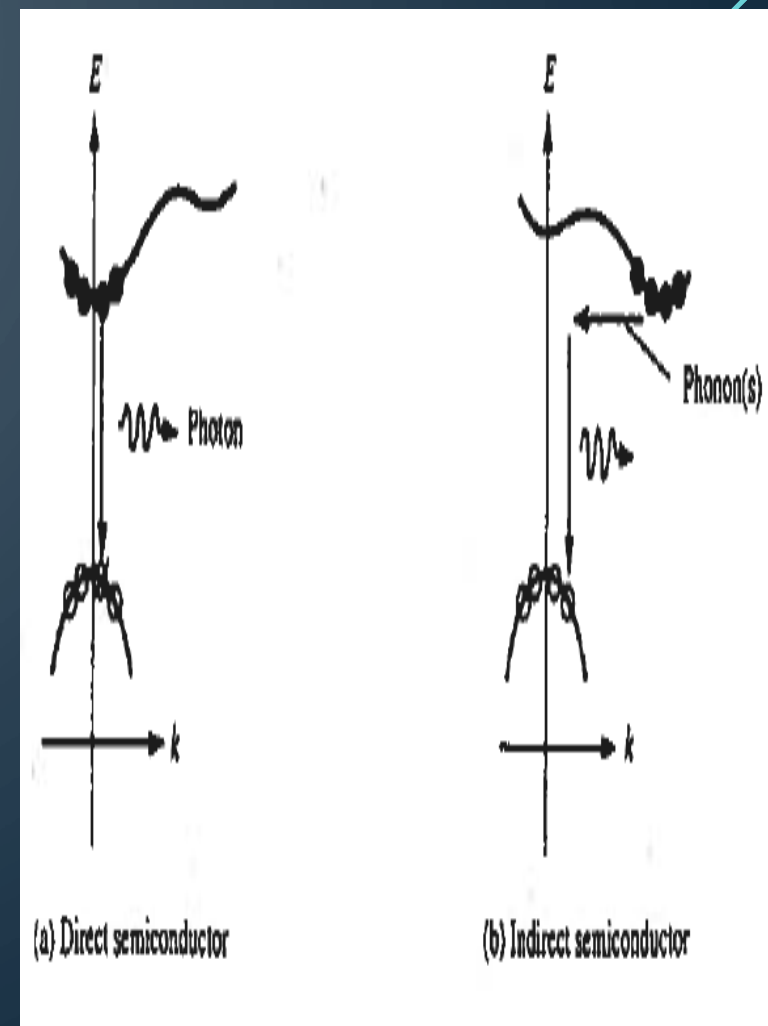
Trong bán dẫn chuyển mức thẳng, các electron và lỗ trống tập trung ở đỉnh vùng hóa trị và đáy vùng dẫn $k=0$

→ chuyển mức thẳng sẽ dễ dàng thỏa mãn nguyên lý bảo toàn năng lượng và xung lượng.

Trong bán dẫn chuyển mức xiên, sự tái hợp vẫn thỏa nguyên lý bảo toàn năng lượng nhưng không thỏa nguyên lý bảo toàn xung lượng

→ chuyển mức trong loại bán dẫn này sẽ hấp thụ hoặc phát ra một phonon.

→ tốc độ tái hợp trong bán dẫn chuyển mức xiên thấp hơn rất nhiều so với bán dẫn chuyển mức thẳng.



CARRIER ACTION

Phân tích toán học quá trình phát sinh-tái hợp hạt tải

Quá trình phát sinh- tái hợp hạt tải chỉ xảy ra cục bộ bên trong khối bán dẫn
→ không phát sinh dòng điện tích mà chỉ làm thay đổi nồng độ hạt tải

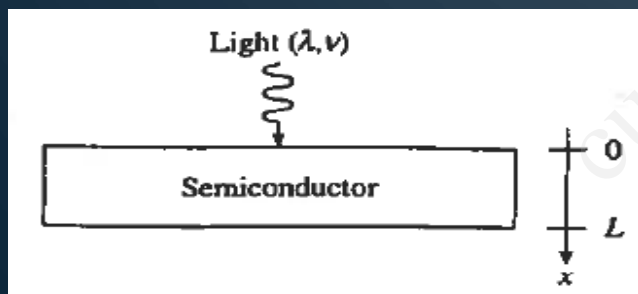
Quá trình quang phát sinh

Xét một hệ, trong đó ánh sáng đơn sắc được rọi lên khối bán dẫn. Nếu ánh sáng đó có năng lượng lớn hơn năng lượng vùng cấm E_g , nó sẽ bị chất bán dẫn hấp thụ theo quy luật

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

I_0 : cường độ ánh sáng tại $x=0$

α : hệ số hấp thụ (absorption coefficient)

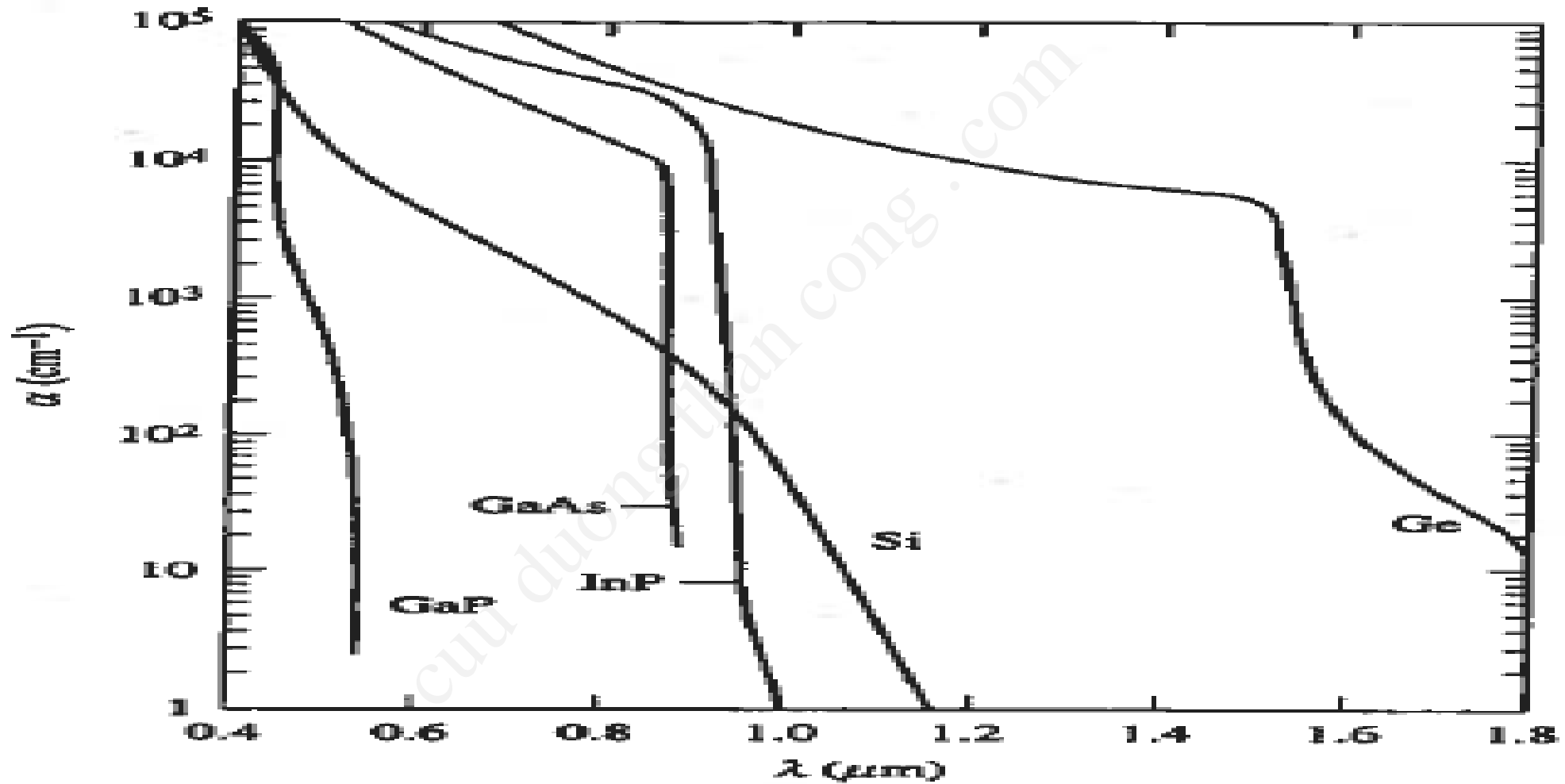


Ta có:

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{light}} = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{light}} = G_L \quad (\text{number/cm}^3\text{-sec})$$

Trong đó, $G_L(x, \lambda) = G_{L0} e^{-\alpha x}$ là tốc độ phát sinh hạt tải do hấp thụ ánh sáng. G_{L0} là tốc độ phát sinh hạt tải tại $x=0$

CARRIER ACTION



Hệ số hấp thụ α phụ thuộc vào bước sóng λ của các chất bán dẫn khác nhau

CARRIER ACTION

Trong chất bán dẫn thực, các quá trình có thể xảy ra đồng thời
→ nồng độ hạt tải tăng/giảm theo thời gian

Phương trình trạng thái mô tả sự biến thiên của nồng độ hạt tải:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{drift}} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{diff}} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\substack{\text{thermal} \\ \text{R-G}}} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\substack{\text{other processes} \\ \text{(photogen., etc.)}}}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{drift}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{diff}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\substack{\text{thermal} \\ \text{R-G}}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\substack{\text{other processes} \\ \text{(photogen., etc.)}}}$$

CARRIER ACTION

Trong đó

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{drift}} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{diff}} = \frac{1}{q} \left(\frac{\partial J_{Nx}}{\partial x} + \frac{\partial J_{Ny}}{\partial y} + \frac{\partial J_{Nz}}{\partial z} \right) = \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{drift}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{diff}} = -\frac{1}{q} \left(\frac{\partial J_{Px}}{\partial x} + \frac{\partial J_{Py}}{\partial y} + \frac{\partial J_{Pz}}{\partial z} \right) = -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_P$$

Được gọi là các phương trình liên tục (continuity equations) do hạt tải không “bỗng nhiên” xuất hiện cũng như “bỗng nhiên” biến mất.

Vậy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{thermal R-G}} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{other processes}} \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_P + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{thermal R-G}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{other processes}} \end{aligned}$$

CARRIER ACTION

Phương trình khuếch tán hạt tải thiểu số

Phương trình khuếch tán hạt tải thiểu số được suy ra từ phương trình liên tục với các giả định sau:

1. Hệ 1 chiều: các biến chỉ phụ thuộc vào trục x
2. Ta chỉ xét các hạt tải thiểu số
3. Hệ đang xét không chịu ảnh hưởng của điện trường ngoài
4. Nồng độ hạt tải thiểu số ở trạng thái cân bằng được phân bố đều, không phụ thuộc vào vị trí ($n_0 \neq n_0(x)$; $p_0 \neq p_0(x)$)
5. Trong hệ đang xét xảy ra quá trình phun hạt tải với nồng độ thấp
6. Quá trình phát sinh-tái hợp hạt tải gián tiếp do nhiệt chiếm ưu thế trong các quá trình phát sinh-tái hợp trong hệ
7. Chỉ có quá trình quang phát sinh trong hệ

CARRIER ACTION

Nếu chỉ xét electron và hệ 1 chiều, phương trình liên tục cho ta

$$\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N \rightarrow \frac{1}{q} \frac{\partial J_N}{\partial x}$$

Trong đó, do giả định (3), $E = 0$ và (4) $n_0 = \text{constant}$

$$J_N = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_N \frac{\partial n}{\partial x} \simeq qD_N \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial n_0}{\partial x} + \frac{\partial \Delta n}{\partial x} = \frac{\partial \Delta n}{\partial x}$$



$$\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N \rightarrow D_N \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2}$$

CARRIER ACTION

Theo (6) và (7), ta có

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{thermal R-G}} = - \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{other processes}} = G_L$$

trong đó, τ_n là thời gian sống của hạt tải thiểu số trước khi bị tái hợp; G_L là tốc độ quang phát sinh hạt tải (nếu không rọi ánh sáng lên hệ, $G_L = 0$)

Theo (4), ta chỉ xét nồng độ hạt tải thiểu số ở trạng thái cân bằng $n_0 \neq n_0(t)$;

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_0}{\partial t} + \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{\partial \Delta n}{\partial t}$$

Thay tất cả các giả định trên vào phương trình liên tục, ta có

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = D_N \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L$$

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_P \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L$$

Minority carrier
diffusion equations

CARRIER ACTION

Simplification statement

Mathematical simplification

Steady state

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} \rightarrow 0 \quad \left(\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} \rightarrow 0 \right)$$

No concentration gradient or no diffusion current

$$D_N \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} \rightarrow 0 \quad \left(D_P \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} \rightarrow 0 \right)$$

No drift current or $\mathcal{E} = 0$

No further simplification. ($\mathcal{E} \approx 0$ is assumed in the derivation.)

No thermal R-G

$$\frac{\Delta n_p}{\tau_n} \rightarrow 0 \quad \left(\frac{\Delta p_n}{\tau_p} \rightarrow 0 \right)$$

No light

$$G_L \rightarrow 0$$

CARRIER ACTION

Giải phương trình khuếch tán hạt tải thiểu số cho các bài toán cụ thể

Solution no. 1

GIVEN: Steady state, no light.

SIMPLIFIED

DIFF. EQN:

$$0 = D_N \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n}$$

SOLUTION:

$$\Delta n_p(x) = Ae^{-x/L_N} + Be^{x/L_N}$$

where

$$L_N \equiv \sqrt{D_N \tau_n}$$

and A, B are solution constants.

Solution no. 2

GIVEN: No concentration gradient, no light.

SIMPLIFIED

DIFF. EQN:

$$\frac{d \Delta n_p}{dt} = - \frac{\Delta n_p}{\tau_n}$$

SOLUTION:

$$\Delta n_p(t) = \Delta n_p(0) e^{-t/\tau_n}$$

Solution no. 3

GIVEN: Steady state, no concentration gradient.

SIMPLIFIED

DIFF. EQN:

$$0 = - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L$$

SOLUTION:

$$\Delta n_p = G_L \tau_n$$

Solution no. 4

GIVEN: Steady state, no R-G, no light.

SIMPLIFIED

DIFF. EQN:

$$0 = D_N \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2} \quad \text{or} \quad 0 = \frac{d^2 \Delta n_p}{dx^2}$$

SOLUTION:

$$\Delta n_p(x) = A + Bx$$

CARRIER ACTION

Giải phương trình khuếch tán hạt tải thiểu số cho các bài toán cụ thể

Bài toán 1:

Problem: A uniformly donor-doped silicon wafer maintained at room temperature is suddenly illuminated with light at time $t = 0$. Assuming $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$, $\tau_p = 10^{-6}$ sec, and a light-induced creation of 10^{17} electrons and holes per $\text{cm}^3\text{-sec}$ throughout the semiconductor, determine $\Delta p_n(t)$ for $t > 0$.

Solution: *Step 1* — Review precisely what information is given or implied in the statement of the problem.

The semiconductor is silicon, $T = \text{room temperature}$, the donor doping is the same everywhere with $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$, and $G_L = 10^{17}/\text{cm}^3\text{-sec}$ at all points inside the semiconductor. Also, the statement of the problem *implies* equilibrium conditions exist for $t < 0$.

Step 2 — Characterize the system under equilibrium conditions.

For Si at room temperature $n_i \cong 10^{10}/\text{cm}^3$. Since $N_D \gg n_i$, $n_0 = N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ and $p_0 = n_i^2/N_D = 10^5/\text{cm}^3$. Because of the uniform doping, the equilibrium n_0 and p_0 values are, of course, the same everywhere throughout the semiconductor.

CARRIER ACTION

Step 3 — Analyze the problem qualitatively.

Prior to $t = 0$, equilibrium conditions prevail and $\Delta p_n = 0$. Starting at $t = 0$ the light creates added electrons and holes and Δp_n will begin to increase. The growing excess carrier numbers, however, in turn lead to an enhanced thermal recombination rate, with $\partial p / \partial t \big|_{\text{thermal R-G}} = -\Delta p_n / \tau_p$. Consequently, as Δp_n increases as a result of photogeneration, more and more of the excess holes are eliminated per second by thermal recombination through R-G centers. Eventually, a point is reached where the carriers annihilated per second by thermal recombination balance the carriers created per second by the light, and a steady state condition is attained.

Summarizing, we expect $\Delta p_n(t)$ to start from zero at $t = 0$, to build up at a decreasing rate, and to ultimately become constant. Since $\partial p / \partial t \big|_{\text{light}} + \partial p / \partial t \big|_{\text{thermal R-G}} = 0$ or $G_L - \Delta p_n / \tau_p = 0$ under steady state conditions, we can even state that $\Delta p_n(t \rightarrow \infty) = G_L \tau_p$.

CARRIER ACTION

Step 4 — Perform a quantitative analysis.

utilizing the diffusion equation

$$\frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L$$

subject to the boundary condition

$$\Delta p_n(t) \big|_{t=0} = 0$$

Since $\Delta p_n \neq \Delta p_n(x)$, the diffusion equation simplifies to

$$\frac{d \Delta p_n}{dt} + \frac{\Delta p_n}{\tau_p} = G_L$$

The general solution

$$\Delta p_n(t) = G_L \tau_p + A e^{-t/\tau_p}$$

Applying the boundary condition

$$A = -G_L \tau_p$$

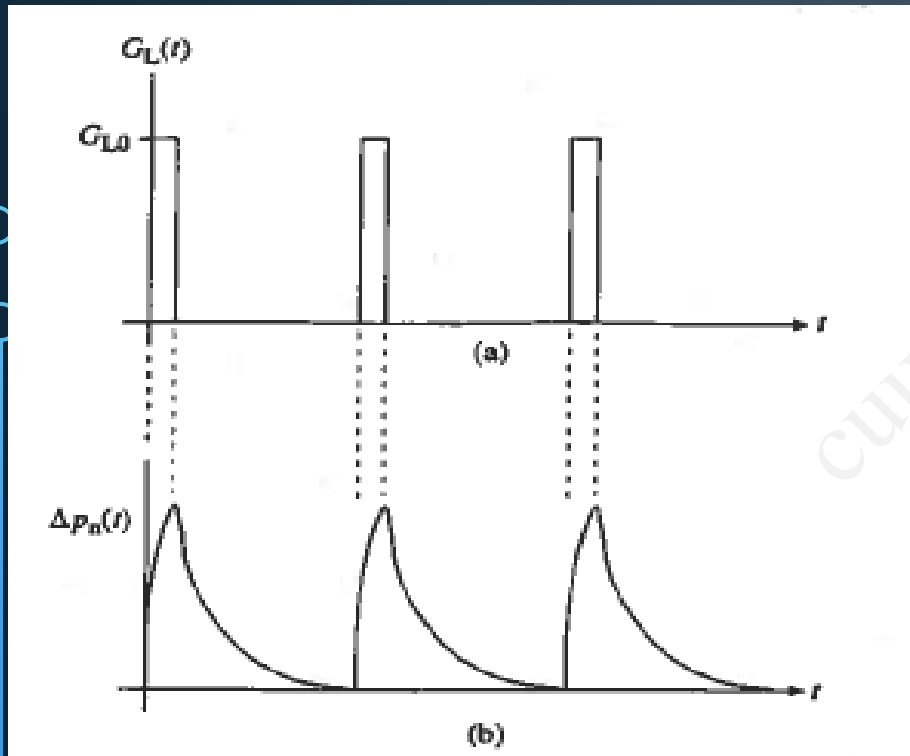
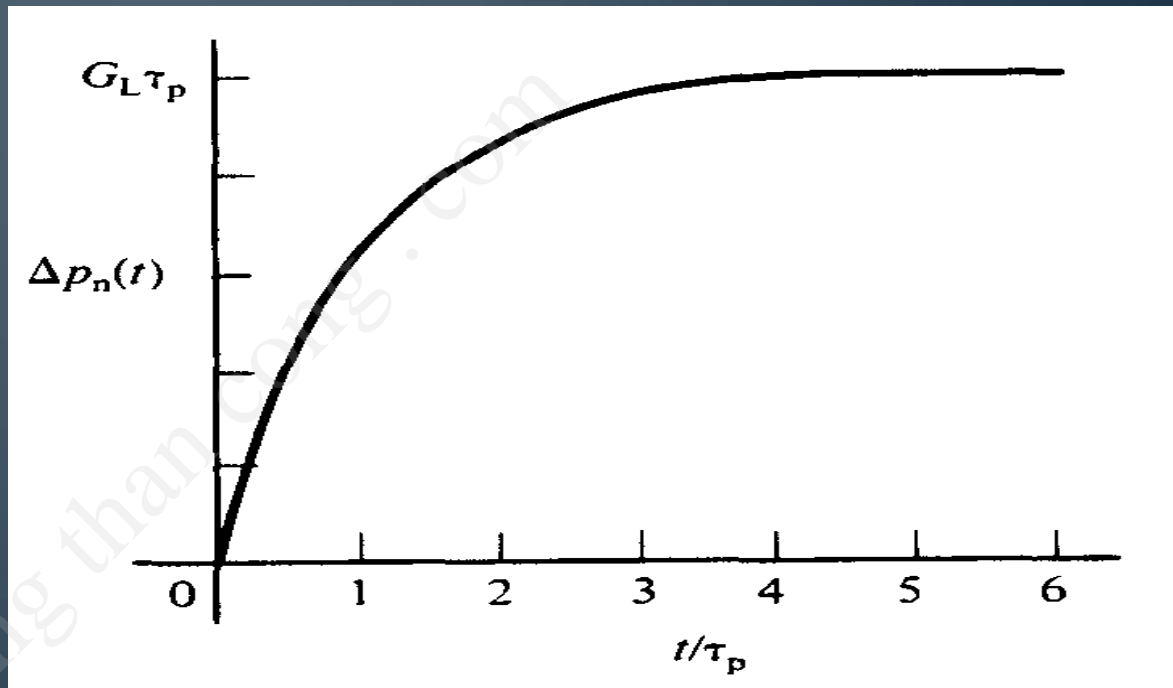


$$\Delta p_n(t) = G_L \tau_p (1 - e^{-t/\tau_p})$$

CARRIER ACTION

Step 5 — Examine the solution

Photogeneration-induced increase in the excess hole concentration as a function of time



(a) Approximate model for the light output from the stroboscope in the photoconductivity decay measurement. (b) Sketch of the combined light-on/light-off solution for the excess minority-carrier concentration.

CARRIER ACTION

Giải phương trình khuếch tán hạt tải thiểu số cho các bài toán cụ thể

Bài toán 2:

Problem: As pictured in Fig. 3.18(a), the $x = 0$ end of a uniformly doped semi-infinite bar of silicon with $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$ is illuminated so as to create $\Delta p_{n0} = 10^{10}/\text{cm}^3$ excess holes at $x = 0$. The wavelength of the illumination is such that no light penetrates into the interior ($x > 0$) of the bar. Determine $\Delta p_n(x)$.

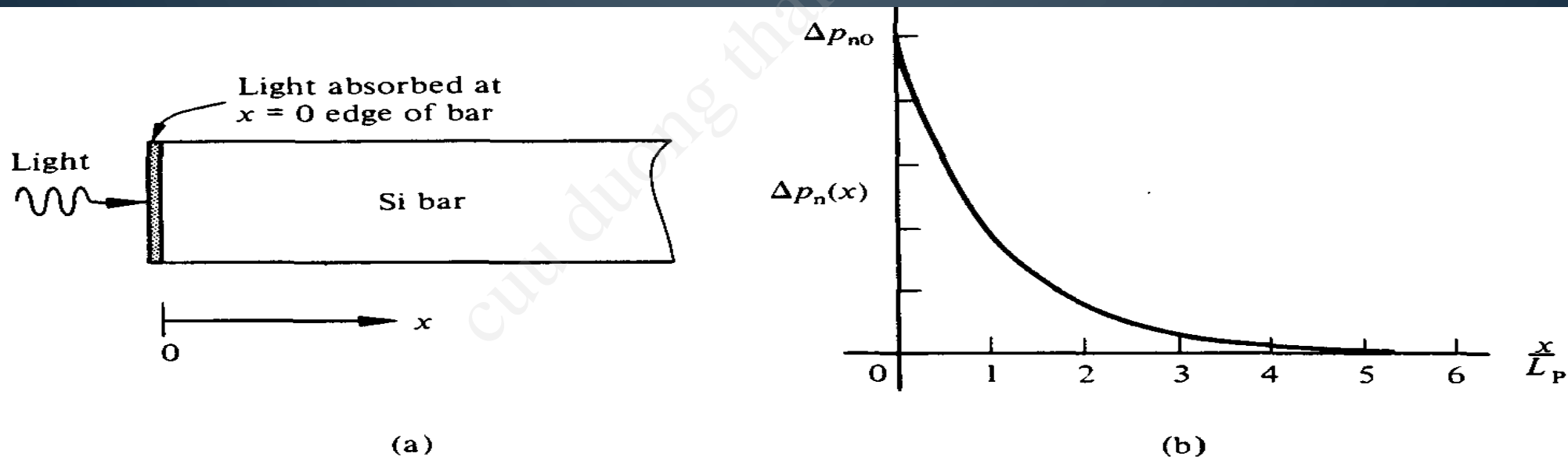


Fig. 3.18 (a) Pictorial definition of Sample Problem No. 2. (b) Solution to Sample Problem No. 2 showing the excess hole concentration inside the Si bar as a function of position.

CARRIER ACTION

Solution: The semiconductor is again silicon uniformly doped with an $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$. Steady state conditions are inferred from the statement of the problem, since we are asked for $\Delta p_n(x)$ and not $\Delta p_n(x, t)$. Moreover, at $x = 0$, $\Delta p_n(0) = \Delta p_{n0} = 10^{10}/\text{cm}^3$, and $\Delta p_n \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \infty$. The latter boundary condition follows from the semi-infinite nature of the bar. The perturbation in Δp_n due to the nonpenetrating light can't possibly extend out to $x = \infty$. The nonpenetrating nature of the light itself tells us that $G_L = 0$ for $x > 0$. Finally, note that the problem statement fails to mention the temperature of operation. When this happens it is reasonable to assume an intended $T =$ room temperature.

If we take $T =$ room temperature, the silicon bar in Problem 2 would revert to an equilibrium condition identical to that described in Problem 1 if the light were removed. Under equilibrium conditions, then, $n_0 = 10^{15}/\text{cm}^3$, $p_0 = 10^5/\text{cm}^3$, and the carrier concentrations are uniform throughout the semiconductor bar.

CARRIER ACTION

Under steady state conditions with $G_L = 0$ for $x > 0$ the hole diffusion equation reduces to the form

$$D_p \frac{d^2 \Delta p_n}{dx^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} = 0 \quad \text{for } x > 0$$

the boundary conditions

$$\Delta p_n|_{x=0^+} = \Delta p_n|_{x=0} = \Delta p_{n0}$$

and

$$\Delta p_n|_{x \rightarrow \infty} = 0$$

the general solution

$$\Delta p_n(x) = A e^{-x/L_p} + B e^{x/L_p}$$

where

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}$$

Because $\exp(x/L_p) \rightarrow \infty$ as $x \rightarrow \infty$, the only way that the boundary condition can be satisfied is for B to be identically zero

$$A = \Delta p_{n0}$$



$$\Delta p_n(x) = \Delta p_{n0} e^{-x/L_p}$$

CARRIER ACTION

Supplemental concepts – Các khái niệm bổ sung

Diffusion length – Độ dài khuếch tán

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}$$

Độ dài khuếch tán của lỗ trống (hạt tải thiểu số) trong bán dẫn loại n

$$L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n}$$

Độ dài khuếch tán của electron (hạt tải thiểu số) trong bán dẫn loại p

Độ dài khuếch tán là quãng đường trung bình hạt tải thiểu số có thể di chuyển trước khi bị kết hợp với hạt tải đa số.

Ví dụ: tại $T = 300\text{K}$, bán dẫn Si có $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$, $\tau_p = 10^{-6} \text{ sec}$

$$\begin{aligned} L_p &= \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{(kT/q) \mu_p \tau_p} = [(0.026)(458)(10^{-6})]^{1/2} \\ &\approx 3.5 \times 10^{-3} \text{ cm} \end{aligned}$$

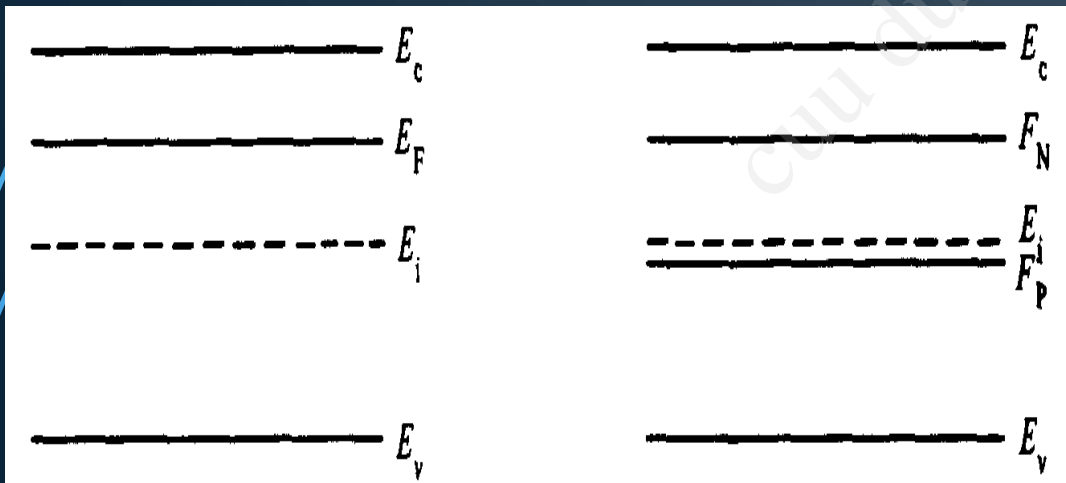
CARRIER ACTION

Supplemental concepts – Các khái niệm bổ sung Quasi-Fermi levels – Giả mức Fermi

Giả mức Fermi là mức năng lượng dùng để mô tả nồng độ hạt tải trong chất bán dẫn ở trạng thái không cân bằng (nonequilibrium conditions).

Ở trạng thái cân bằng, ta có mối quan hệ 1-1 giữa nồng độ hạt tải và mức Fermi. Khi hệ ở trạng thái không cân bằng (bị kích thích phát sinh hạt tải-bài toán 1), giả mức Fermi sẽ mô tả mối quan hệ trên.

Lưu ý: giả mức Fermi F_N và F_P là các khái niệm toán học. Khi hệ chuyển từ trạng thái kích thích trở về trạng thái cân bằng thì $F_N \rightarrow E_F$; $F_P \rightarrow E_F$



$$n \equiv n_i e^{(F_N - E_i)/kT} \quad \text{or} \quad F_N \equiv E_i + kT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$$

$$p \equiv n_i e^{(E_i - F_P)/kT} \quad \text{or} \quad F_P \equiv E_i - kT \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)$$

CARRIER ACTION

Ví dụ: Xét lại bài toán 1, khi $t \gg \tau_p$. Do $n \sim n_0 \rightarrow F_N \sim E_F$.

Nếu ta xét $p = 10^{11}/\text{cm}^3$ ($n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$ và $kT = 0.0259 \text{ eV}$), theo công thức trên, ta có

$$F_p = E_i - 0.06 \text{ eV}$$

Giả mức Fermi cũng có thể được sử dụng để tính toán phương trình truyền hạt tải trong chất bán dẫn.

Ví dụ: Từ phương trình dòng lỗ trống

Lấy đạo hàm hai vế theo vị trí của phương trình

$$p \equiv n_i e^{(E_i - F_p)/kT}$$

Ta có

$$\begin{aligned}\nabla p &= \left(\frac{n_i}{kT} \right) e^{(E_i - F_p)/kT} (\nabla E_i - \nabla F_p) \\ &= \left(\frac{qp}{kT} \right) \mathcal{E} - \left(\frac{p}{kT} \right) \nabla F_p\end{aligned}$$

$$\mathbf{J}_p = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_p \nabla p$$

CARRIER ACTION

Thay $\mathcal{E} = \nabla E_i / q$ và ∇p vào J_p , ta có

$$\mathbf{J}_P = q \left(\mu_p - \frac{qD_P}{kT} \right) p \mathcal{E} + \left(\frac{qD_P}{kT} \right) p \nabla F_P$$

Theo phương trình Einstein

$$qD_P / kT = \mu_p$$



$$\mathbf{J}_P = \mu_p p \nabla F_P$$

$$\mathbf{J}_N = \mu_n n \nabla F_N$$

CARRIER ACTION

P: In Sample Problem No. 2, nonpenetrating illumination of a semiconductor bar was found to cause a steady state, excess-hole concentration of $\Delta p_n(x) = \Delta p_{n0} \exp(-x/L_p)$. Given the prevailing low-level injection conditions, and noting that $p = p_0 + \Delta p$, we can therefore state

$$n \equiv n_0$$

$$p = p_0 + \Delta p_{n0} e^{-x/L_p}$$

for the illuminated sample.

(a) Making use of Eqs. (3.72), establish relationships for F_N and F_p in the illuminated bar.

(b) Show that F_p is a linear function of x at points where $\Delta p_n(x) \gg p_0$.

$$n \equiv n_i e^{(F_N - E_i)/kT} \quad \text{or} \quad F_N \equiv E_i + kT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$$

$$p \equiv n_i e^{(E_i - F_p)/kT} \quad \text{or} \quad F_p \equiv E_i - kT \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)$$

CARRIER ACTION

- (c) Using the results of parts (a) and (b), sketch the energy band diagrams describing the semiconductor bar of Sample Problem No. 2 under equilibrium and illuminated steady state conditions. (Assume $\mathcal{E} = 0$ in the illuminated bar.)
- (d) Is there a hole current in the illuminated bar under steady state conditions? Explain.
- (e) Is there an electron current in the illuminated bar under steady state conditions? Explain.

S: (a) Since $n \equiv n_0$, it follows from Eq. (3.72a) that $F_N \equiv E_F$. Likewise, substituting the preceding p -expression into Eq. (3.72b), we conclude

$$F_p = E_i - kT \ln(p/n_i) = E_i - kT \ln[p_0/n_i + (\Delta p_{n0}/n_i)e^{-x/L_p}]$$

CARRIER ACTION

(b) If $\Delta p_n(x) \gg p_0$, then $(\Delta p_{n0}/n_i) \exp(-x/L_p) \gg p_0/n_i$ and

$$F_p \approx E_i - kT \ln[(\Delta p_{n0}/n_i) e^{-x/L_p}]$$

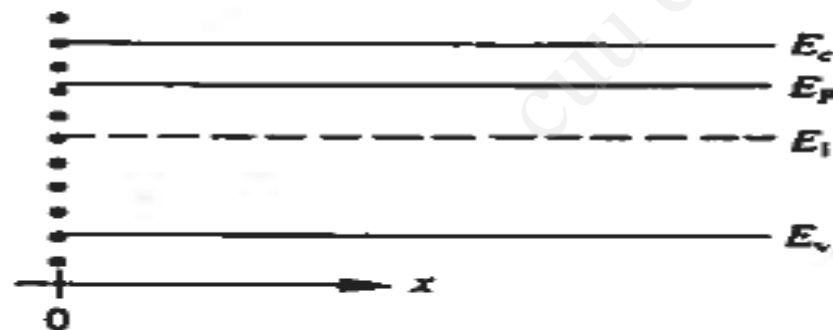
or

$$F_p = E_i - kT \ln(\Delta p_{n0}/n_i) + kT(x/L_p)$$

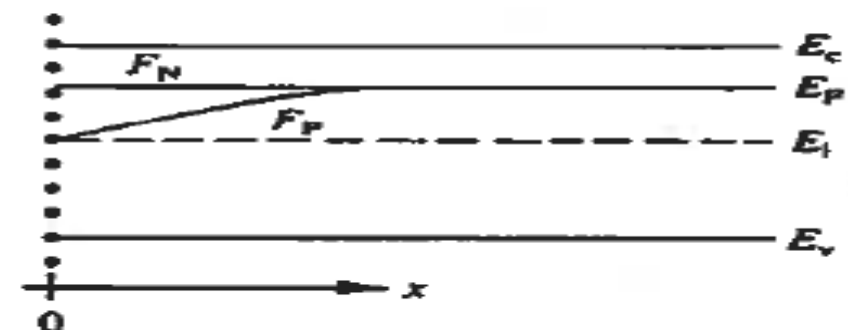
(c) We know from Sample Problem No. 2 that $\Delta p_{n0} = 10^{10}/\text{cm}^3$, $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$, and $p_0 = n_i^2/N_D = 10^5/\text{cm}^3$. Thus

- (i) Near $x = 0$, $\Delta p_n(x) \gg p_0$ and F_p is a linear function of x .
- (ii) At $x = 0$, $\Delta p_{n0} = n_i$ and we deduce from the part (b) result that $F_p = E_i$.
- (iii) For large x , F_p eventually approaches $F_N = E_F$.
- (iv) $F_N - E_i \approx E_F - E_i = kT \ln(N_D/n_i) = 0.30 \text{ eV}$.

Utilizing the preceding information, one concludes



Equilibrium



Steady state illuminated

CARRIER ACTION

(d) Assuming $p \neq 0$, it follows from Eq. (3.76a) that there will be a hole current whenever $dF_p/dx \neq 0$. There is obviously a hole current in the illuminated bar near $x = 0$.

(e) Appearances can sometimes be deceiving; $J_N \neq 0$ near $x = 0$! One might conclude from the part (c) result that $dF_N/dx = 0$ and therefore $J_N = 0$. Under steady state conditions, however, one must have $J(\text{total current}) = J_N + J_p = \text{constant}$ at all points in the bar. Since no current leaves the bar at $x = 0$, J moreover must vanish at $x = 0$. Thus $J_N(x) = -J_p(x)$ and we know $J_p \neq 0$ near $x = 0$. The apparent discrepancy here stems from the fact that J_N is proportional to both n and ∇F_N . Because the majority carrier electron concentration is much larger than the minority carrier hole concentration, dF_N/dx must be correspondingly smaller than dF_p/dx . The slope in F_N simply cannot be detected by inspecting the energy band diagram.

CARRIER ACTION

Numerical Values for Key Parameters.

Quantity	Approximate Value (Si, $T = 300$ K)
kT	0.026 eV
E_G	1.12 eV
n_i	$10^{10}/\text{cm}^3$
μ_n and μ_p	1360 and 460 $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{sec}$ (for N_D or $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$)
τ_n and τ_p	$\sim 10^{-6}$ sec (actual values can range from 10^{-3} to 10^{-9} sec)
L_N and L_P	$\sim 10^{-2} - 10^{-3}$ cm

CARRIER ACTION

Carrier Action Equation Summary.

Equations of State

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_N + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{thermal R-G}} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{other processes}} & \frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} &= D_N \frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{\tau_n} + G_L \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_P + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{thermal R-G}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{other processes}} & \frac{\partial \Delta p_n}{\partial t} &= D_P \frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} + G_L\end{aligned}$$

Current and R-G Relationships

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_N &= \mathbf{J}_{N\text{drift}} + \mathbf{J}_{N\text{diff}} = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_N \nabla n & \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{i-thermal R-G}} &= -\frac{\Delta n}{\tau_n} \\ &\quad \uparrow \text{drift} \quad \quad \uparrow \text{diffusion} \\ \mathbf{J}_P &= \mathbf{J}_{P\text{drift}} + \mathbf{J}_{P\text{diff}} = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_P \nabla p & \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{i-thermal R-G}} &= -\frac{\Delta p}{\tau_p} \\ \mathbf{J} &= \mathbf{J}_N + \mathbf{J}_P\end{aligned}$$

Key Parametric Relationships

$$\begin{aligned}L_N &\equiv \sqrt{D_N \tau_n} & \frac{D_N}{\mu_n} &= \frac{kT}{q} & \tau_n &= \frac{1}{c_n N_T} \\ L_P &\equiv \sqrt{D_P \tau_p} & \frac{D_P}{\mu_p} &= \frac{kT}{q} & \tau_p &= \frac{1}{c_p N_T}\end{aligned}$$

Resistivity and Electrostatic Relationships

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{q(\mu_n n + \mu_p p)} & \rho &= \frac{1}{q\mu_n N_D} \quad \dots n\text{-type semiconductor} \\ & & \rho &= \frac{1}{q\mu_p N_A} \quad \dots p\text{-type semiconductor} \\ \mathcal{E} &= \frac{1}{q} \frac{dE_s}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_v}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx} & V &= -\frac{1}{q} (E_c - E_{\text{ref}})\end{aligned}$$

Quasi-Fermi Level Relationships

$$\begin{aligned}F_N &\equiv E_i + kT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) & \mathbf{J}_N &= \mu_n n \nabla F_N \\ F_P &\equiv E_i - kT \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) & \mathbf{J}_P &= \mu_p p \nabla F_P\end{aligned}$$

CARRIER ACTION

cuu duong than cong . com