

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN TP.HCM

ĐỀ THI CUỐI KÌ – MÔN ĐẠI SỐ B1

Các lớp ngành Vật Lý, Hải dương học, Điện tử - Viễn thông (Khóa 2011)

Thời gian làm bài: 90 phút (Sinh viên không được sử dụng tài liệu)

**Bài 1:** Cho  $V$  là một không gian vectơ trên  $R$  và  $u, v \in V$ . Chứng minh rằng  $\{u, v\}$  độc lập tuyến tính khi và chỉ khi  $\{u + v, u - v\}$  độc lập tuyến tính.

**Bài 2:** Tìm cơ sở và chiều cho không gian nghiệm  $W$  của hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$$

**Bài 3:** Cho  $B = \{u_1, u_2, u_3\}$  và  $B' = \{u'_1, u'_2, u'_3\}$  là hai cơ sở của  $R^3$  sao cho  $u_1 = (1; -1; 1)$ ,  $u_2 = (1; 2; 3)$ ,  $u_3 = (2; -1; 3)$  và ma trận chuyển cơ sở từ  $B$  sang  $B'$  là  $(B \rightarrow B') = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

a) Hãy xác định cơ sở  $B'$ .

b) Hãy xác định ma trận chuyển cơ sở từ  $B'$  sang  $B$ .

**Bài 4:** Cho toán tử tuyến tính  $f \in L(R^3)$  xác định bởi:

$$f(x, y, z) = (x + 2y + 3z, 2x + y - 3z, x + 3y + 6z).$$

a) Tìm một cơ sở của  $\text{Im } f$  và một cơ sở của  $\text{Ker } f$ .

b) Tìm ma trận biểu diễn  $f$  theo cơ sở  $B = \{(1; 0; -1), (0, -1, 1), (-1, 1, 1)\}$  của  $R^3$ .

- - - HẾT - - -