

Đồ họa máy tính

Tuần 6: Phương pháp vẽ Bezier



KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Nội dung

6.1. Phát biểu bài toán

6.2. Phương pháp

6.3. Giải thuật

6.1. Phát biểu bài toán

- Cần tạo **đường cong bậc n** thuộc lớp **$C^{(n-1)}$** với **$n+1$ điểm điều khiển**.
- Đường cong có khả năng thuộc lớp **$C^{(n-1)}$** **tại khớp nối**
- Đường cong có **tính sửa đổi cục bộ**.
- Đường cong có **tính mỹ thuật cao** (độ cong biến thiên liên tục).

6.2. Phương pháp

Dạng tổng quát của đường cong Bezier

$$P(u) = \sum_{k=0}^n p_k BEZ_{k,n}(u) \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (1)$$

$$BEZ_{k,n}(u) = C(n, k) u^k (1-u)^{n-k} \quad (2)$$

$$C(n, k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (3)$$

$$BEZ_{k,n}(u) = (1-u)BEZ_{k,n-1}(u) + uBEZ_{k-1,n-1}(u), n > k \geq 1 \quad (4)$$

$$BEZ_{k,k}(u) = u^k, BEZ_{0,k}(u) = (1-u)^k$$

6.2. Phương pháp

Dạng tổng quát của đường cong Bezier

p_k là các điểm điều khiển,

$BEZ_{k,n}(u)$ là các hàm uốn bậc n .

6.2. Phương pháp

Tính chất đường cong Bezier

a. Đi qua 2 điểm điều khiển đầu mút

$$P(0) = p_0$$

$$P(1) = p_n$$

b. Đường cong **tiếp xúc** với 2 đoạn điều khiển tại 2 đầu mút

$$P'(0) = n(p_1 - p_0)$$

$$P'(1) = n(p_n - p_{n-1})$$

6.2. Phương pháp

Tính chất đường cong Bezier

c. **Đạo hàm bậc 2** theo thông số tại 2 đầu mút phụ thuộc vào 3 điểm điều khiển liên tiếp.

$$P''(0) = n(n-1)[(p_2 - p_1) - (p_1 - p_0)]$$

$$P''(1) = n(n-1)[(p_{n-2} - p_{n-1}) - (p_{n-1} - p_n)]$$

d. Đường cong Bezier nằm trong **bao lồi của các điểm điều khiển**

$$P(u) = \sum_{k=0}^n p_k BEZ_{k,n}(u),$$

$$1 = [u + (1-u)]^n = \sum_{k=0}^n C(n, k) u^k (1-u)^{n-k} = \sum_{k=0}^n BEZ_{k,n}(u)$$

TS. Lý Quốc Ngọc

6.2. Phương pháp

Tính chất đường cong Bezier

e. Tính bất biến affine

$$\begin{aligned} A(P(u)) + T &= A\left(\sum_{k=0}^n p_k BEZ_{k,n}(u)\right) + T \\ &= \sum_{k=0}^n A(p_k) BEZ_{k,n}(u) + T \sum_{k=0}^n BEZ_{k,n}(u) \\ &= \sum_{k=0}^n (A(p_k) + T) BEZ_{k,n}(u) \end{aligned}$$

6.2. Phương pháp

Tính chất đường cong Bezier

f. Tính chất chính xác tuyến tính

Đường cong Bezier có thể trở thành đoạn thẳng khi tất cả các điểm kiểm soát thẳng hàng vì bao lồi của đường cong Bezier suy biến thành đoạn thẳng.

6.2. Phương pháp

Phương pháp vẽ đường cong Bezier

- Xấp xỉ bằng các đoạn thẳng.
- PP. De Casteljau
- PP. Bresenham.