



**FINAL EXAMINATION**  
**THI HỌC KỲ - XỬ LÝ SỐ TÍN HIỆU**  
**Dated: 25 Dec. 2017 - Class EE2015**  
**Timed allowed: 90 minutes**

**Note: Không sử dụng Mobile phone và tài liệu trong giờ thi**

*+ Solutions*

**Question 1: (20 marks)**

1.1. Tìm biến đổi Z và miền hội tụ của các tín hiệu sau:

- a.  $(0.8)^n u(n) + 0.9^n u(-n-1)$
- b.  $(1/2)^n (u(n) - u(n-26))$
- c.  $(1/2)^n \cos(\pi n/3 + \pi/4) u(n)$

1.2. Tìm biến đổi ngược Z

a.  $\frac{z(z-4)}{z^2-7z+6}$ ;      b.  $\frac{z^2}{z^2+9}$       c.  $X(z) = \frac{4-0.6z^{-1}+0.2z^{-2}}{(1-0.5z^{-1})(1+0.4z^{-1})}$

**Question 2: (20 marks)**

Theo định nghĩa dãy số biến thể Fibonacci có ba số đầu  $h(0)=-1$  and  $h(1)=2$ ,  $h(2)=-1$  và các số sau đó là  $h(n) = h(n-1) + h(n-2) - h(n-3)$ .

- a. Viết 10 số đầu của dãy số nêu trên?
- b. Tính 4-DFT cho dãy số trong câu (a) bằng phương pháp ma trận..
- c. Tính 4-FFT cho dãy số trong câu (a).
- d. Tìm biến đổi ngược IFFT cho kết quả từ câu (c). Biện luận về kết quả?

**Question 3: (20 marks)**

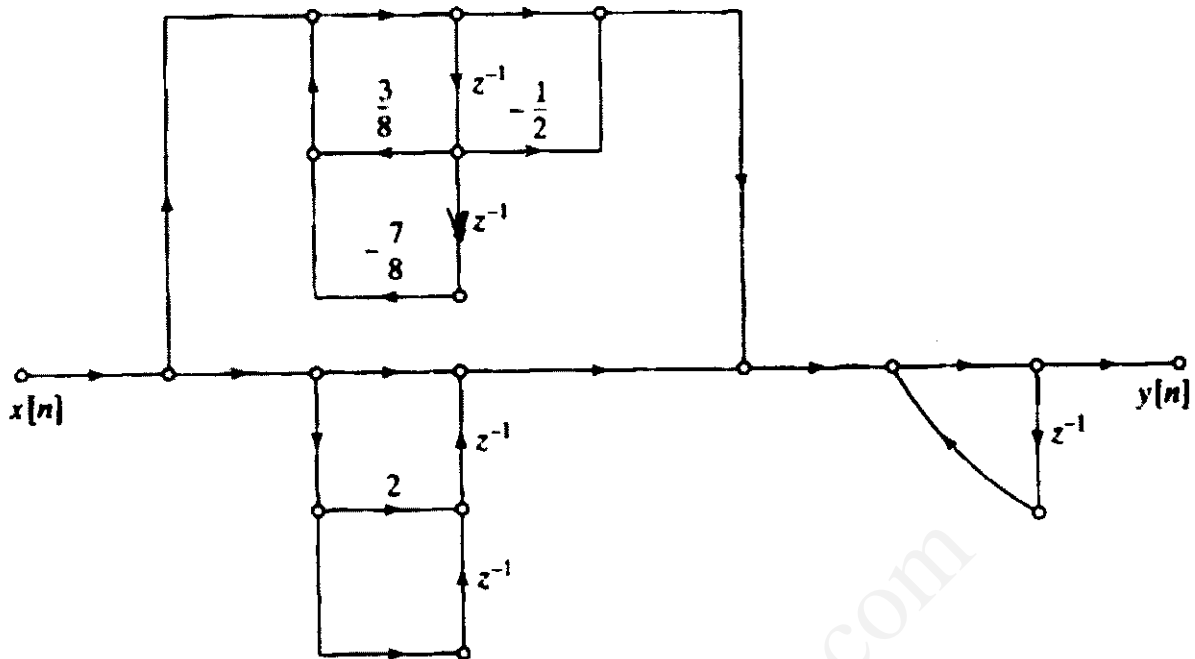
Cho biết đáp ứng xung của một bộ lọc là  $h(n)$  khác zero với  $n$  trong khoảng  $[4,7]$ . Ngõ vào của bộ lọc này là  $x(n)$  khác zero với  $n$  trong khoảng  $[10,20]$ . Cho biết công thức tích chập quan hệ vào ra như sau:

$$y(n) = \sum_m h(m) x(n-m) = \sum_m x(m) h(n-m)$$

- a. Xác định toàn tâm  $n$  của ngõ ra  $y(n)$ ?
- b. Giả sử  $h(n) = \{-1, 2, 1, 1\}$  và  $x(n) = 1$  trên toàn giá trị của  $x(n)$ . hãy tính và vẽ ngõ ra  $y(n)$  của bộ lọc. xác định các giá trị quá-độ-mở và quá-độ-tắt của bộ lọc.

**Question 4: (20 marks)**

Cho một hệ thống biểu diễn bằng sơ đồ graph dạng cascade và parallel như sau



- Tìm hàm truyền toàn bộ của hệ thống nhân quả?
- Xác định phương trình qua hệ vào ra của hệ thống
- Thực hiện sơ đồ khối của hệ thống với số phân tử delay nhỏ nhất?

**Question 5: (20 marks)**

Biết rằng ngõ vào của một bộ lọc nhân quả LTI:

$$x(n) = -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) - \frac{4}{3}2^n u(-n-1) \text{ và ngõ ra có biến đổi Z như sau:}$$

$$Y(z) = \frac{1 + z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 + 0.5z^{-1})(1 - 2z^{-1})}$$

- Xác định miền hội tụ và tìm biến đổi Z của  $x(n)$ ?
- Tìm đáp ứng xung của hệ thống?
- Hệ thống có ổn định? Biện luận?
- Vẽ sơ đồ khối của hệ thống?

135 m 5

T.S. Hà Hoàng Kha

Q1

1.1. Biến đổi  $z$  và miền hội tụ:

$$a) (0.8)^n u(n) + 0.9^n u(-n-1) \rightarrow \frac{1}{1-0.8z^{-1}} - \frac{1}{1-0.9z^{-1}}$$

$$\text{ROC: } 0.8 < |z| < 0.9$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^n (u(n) - u(n-26)) \rightarrow \frac{1}{1-0.5z^{-1}} - \frac{(0.5)^{26} z^{-26}}{1-0.5z^{-1}}$$

$$\text{ROC: } |z| > 0.5$$

$$c) \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos\left(\pi n/3 + \pi/4\right) u(n) = (0.5)^n \left[ \frac{e^{j(\pi n/3 + \pi/4)} + e^{-j(\pi n/3 + \pi/4)}}{2} \right] u(n)$$

$$= \frac{e^{j\pi/4}}{2} (0.5e^{j\pi/3})^n u(n) + \frac{e^{-j\pi/4}}{2} (0.5e^{-j\pi/3})^n u(n)$$

$$\xrightarrow{z} \frac{e^{j\pi/4}}{2} \frac{1}{1-0.5e^{j\pi/3}z^{-1}} + \frac{e^{-j\pi/4}}{2} \frac{1}{1-0.5e^{-j\pi/3}z^{-1}}$$

$$\text{ROC: } |z| > |0.5e^{j\pi/3}|$$

1.2.

$$\frac{z(z-4)}{z^2-7z+6} = \frac{1-4z^{-1}}{1-7z^{-1}+6z^{-2}} = \frac{2/5}{1-6z^{-1}} + \frac{3/5}{1-z^{-1}}$$

$$h(n) = \begin{cases} \frac{2}{5} 6^n u(n) + \frac{3}{5} u(n); & |z| > 6 \\ -\frac{2}{5} 6^n u(-n-1) + \frac{3}{5} u(n); & 1 < |z| < 6 \\ -\frac{2}{5} 6^n u(-n-1) - \frac{3}{5} u(-n-1); & |z| < 1 \end{cases}$$

$$d) \frac{z^2}{z^2+9} = \frac{1}{1+9z^{-2}} = \frac{1/2}{1+3jz^{-1}} + \frac{1/2}{1-3jz^{-1}}$$

$$\Rightarrow h(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} (-3j)^n u(n) + \frac{1}{2} (3j)^n u(n); & |z| > 3 \\ -\frac{1}{2} (-3j)^n u(-n-1) - \frac{1}{2} (3j)^n u(-n-1); & |z| < 3 \end{cases}$$

$$e) \frac{4-0.6z^{-1}+0.2z^{-2}}{(1-0.5z^{-1})(1+0.4z^{-1})} = \frac{2}{1-0.5z^{-1}} + \frac{3}{1+0.4z^{-1}}$$

$$h(n) = \begin{cases} 2(0.5)^n u(n) + 3(0.4)^n u(n); & |z| > 0.5 \\ -2(0.5)^n u(-n-1) + 3(-0.4)^n u(n); & 0.4 < |z| < 0.5 \\ -2(0.5)^n u(-n-1) - 3(-0.4)^n u(-n-1); & |z| < 0.4 \end{cases}$$

Q2

a)  $h(n) = (-1, 2, -1, 2, -1, 2, -1, 2)$

b)  $\tilde{h}(n) = (-3, 6, -2, 4)^T$

$$4\text{-DFT}(H) = \tilde{A} \tilde{h}(n) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1-2j \\ -15 \\ -1+2j \end{bmatrix}$$

c) 4-FFT

$$\begin{array}{ccc} \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} & \xrightarrow{2\text{FFT}} & \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} & \xrightarrow{2\text{FFT}} & \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ -1-2j \\ -15 \\ -1+2j \end{bmatrix}$$

d) IFFT cho kết quả  $\tilde{h}(n) = (-3, 6, -2, 4)^T$

Q3

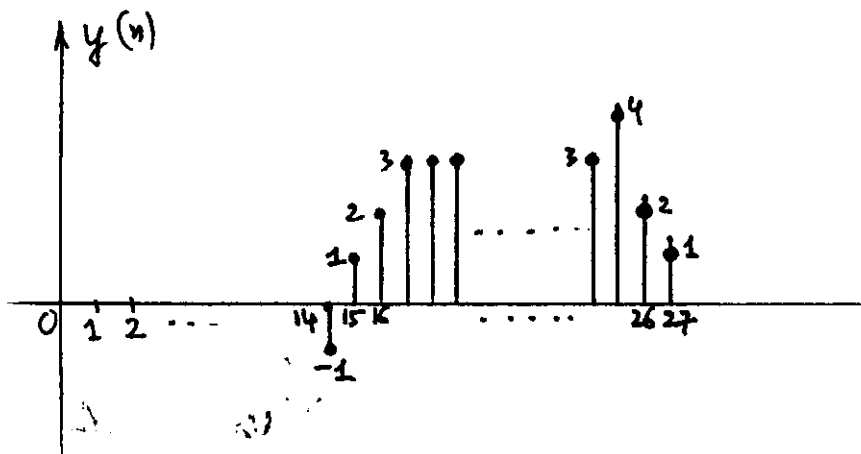
a)  $y(n) = \sum_m h(m) x(n-m) = \sum_m x(m) h(n-m) \quad (1)$

$h(n): n \in [4, 7] + (1) \Rightarrow 4 \leq m \leq 7 \quad (2) \Rightarrow 14 \leq n \leq 27$   
 $x(n): n \in [10, 20] + (1) \Rightarrow 10 \leq n-m \leq 20 \quad (3)$  Giá trị cho  $y(n)$

b) (2) kết hợp (3)  $\Rightarrow \max(4, -20+n) \leq m \leq \min(-10+n, 7) \quad (4)$

Suy ra các giá trị của  $y(n)$  trong (1) với điều kiện (4)

$y(n) = \{-4, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 2, 1\}$  với  $n \in [14, 27]$



Bài 4

Q4

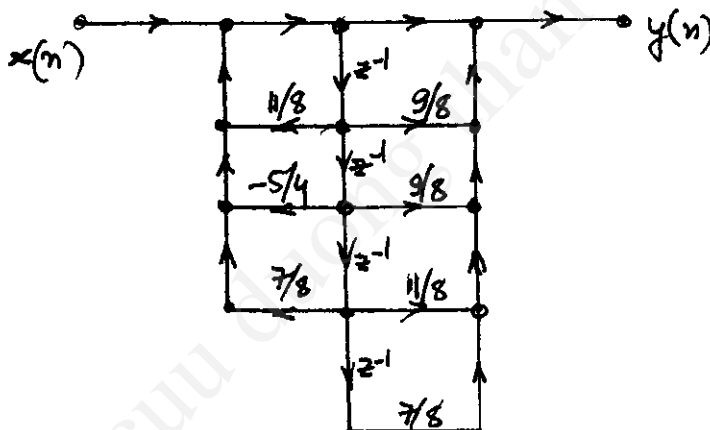
$$a) H(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} \left[ \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - \frac{3}{8}z^{-1} + \frac{7}{8}z^{-2}} + 1 + 2z^{-1} + z^{-2} \right]$$

$$= \frac{2 + \frac{9}{8}z^{-1} + \frac{9}{8}z^{-2} + \frac{11}{8}z^{-3} + \frac{7}{8}z^{-4}}{1 - \frac{11}{8}z^{-1} + \frac{5}{4}z^{-2} - \frac{7}{8}z^{-3}}$$

$$b) y(n] = 2x(n) + \frac{9}{8}x(n-1) + \frac{9}{8}x(n-2) + \frac{11}{8}x(n-3) + \frac{7}{8}x(n-4)$$

$$+ \frac{11}{8}y(n-1) - \frac{5}{4}y(n-2) + \frac{7}{8}y(n-3)$$

c) Để có thể thực hiện phần tử Flow diagram với số delay nhỏ nhất thì dạng trực tiếp II hay Canonical Form là hình quả nhát.



Bài 5

Q5

a) Miêu tả hệ thống biến đổi  $z$  của  $x(n]$ :

$$X(z) = -\frac{1}{3} \frac{1}{1-0.5z^{-1}} + \frac{4}{3} \frac{1}{1-2z^{-1}} = \frac{1}{(1-0.5z^{-1})(1-2z^{-1})}$$

$$ROC: 0.5 \leq |z| \leq 2$$

b) Đáp ứng xung của hệ thống.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{(1+z^{-1})(1-0.5z^{-1})(1-2z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+0.5z^{-1})(1-2z^{-1})}$$

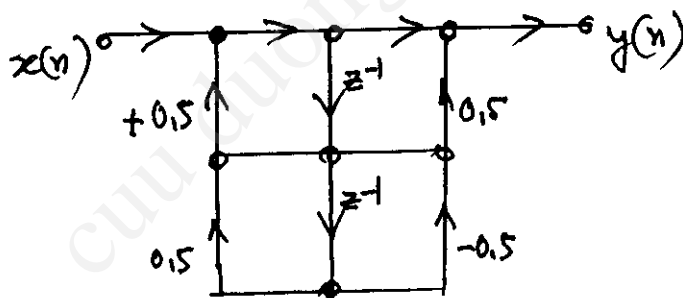
$$= \frac{(1+z^{-1})(1-0.5z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+0.5z^{-1})} = \frac{1+0.5z^{-1}-0.5z^{-2}}{1-0.5z^{-1}-0.5z^{-2}}$$

$$\Rightarrow y(n] = x(n] + 0.5x(n-1] - 0.5x(n-2] + 0.5y(n-1] + 0.5y(n-2]$$

c) Cực của  $H(z)$  là  $p_1 = 1$  và  $p_2 = -0.5$

do hệ thống nhân quả nên ROC là  $|z| > 1$   
vì vậy hệ thống không ổn định (biên giới ổn định)

d) Sơ đồ khối hệ thống.



Đã môn duyệt

*[Signature]*

T.S. Hà Hoàng Kha

*[Signature]*  
Cố.TS. LÊ TIẾN THƯỜNG