

CHƯƠNG IV: CÁC MỨC ĐỘ CỦA HIỆN TƯỢNG KT - XH

I

SỐ TUYỆT ĐỐI VÀ SỐ TƯƠNG ĐỐI TRONG THỐNG KÊ

II

CÁC MỨC ĐỘ TRUNG TÂM

III

CÁC THAM SỐ ĐO ĐỘ BIẾN THIÊN (PHÂN TÁN)

I. Số tuyệt đối và số tương đối trong thống kê

1

Số tuyệt đối trong thống kê

2

Số tương đối trong thống kê

3

Điều kiện vận dụng số tuyệt đối và số tương đối trong thống kê

1. Số tuyệt đối trong thống kê



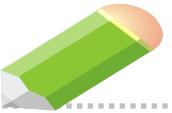
Khái niệm



Đặc điểm



Đơn vị tính



Tác dụng



Phân loại

Khái niệm

Số tuyệt đối trong thống kê biểu hiện quy mô, số lượng của hiện tượng nghiên cứu tại thời gian, địa điểm cụ thể.

Đặc điểm của số tuyệt đối

- ⊕ Bao hàm một nội dung kinh tế xã hội cụ thể trong điều kiện thời gian và địa điểm nhất định.
- ⊕ Là kết quả của điều tra thực tế và tổng hợp chính xác.
- ⊕ Có đơn vị tính cụ thể.



Đơn vị tính số tuyệt đối

- Đơn vị hiện vật: đơn vị độ dài, diện tích, thể tích, khối lượng, số lượng,...
- Đơn vị giá trị: VND, USD,...
- Đơn vị thời gian lao động: giờ, ngày, tuần, tháng,...
- Đơn vị kép: kWh,...

Tác dụng

- ⊕ Có một nhận thức cụ thể về quy mô, khối lượng thực tế của hiện tượng nghiên cứu.
- ⊕ Là cơ sở đầu tiên để tiến hành phân tích thống kê và để tính các mức độ khác.



Các loại số tuyệt đối

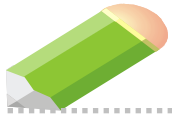


Thời kỳ: quy mô, khối lượng trong một khoảng thời gian nhất định; có thể cộng được

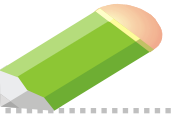
Thời điểm: quy mô, khối lượng tại một thời điểm nhất định; không thể cộng được



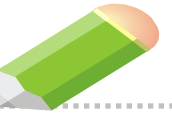
2. Số tương đối trong thống kê



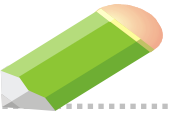
Khái niệm



Đặc điểm



Đơn vị tính



Tác dụng



Phân loại

Khái niệm

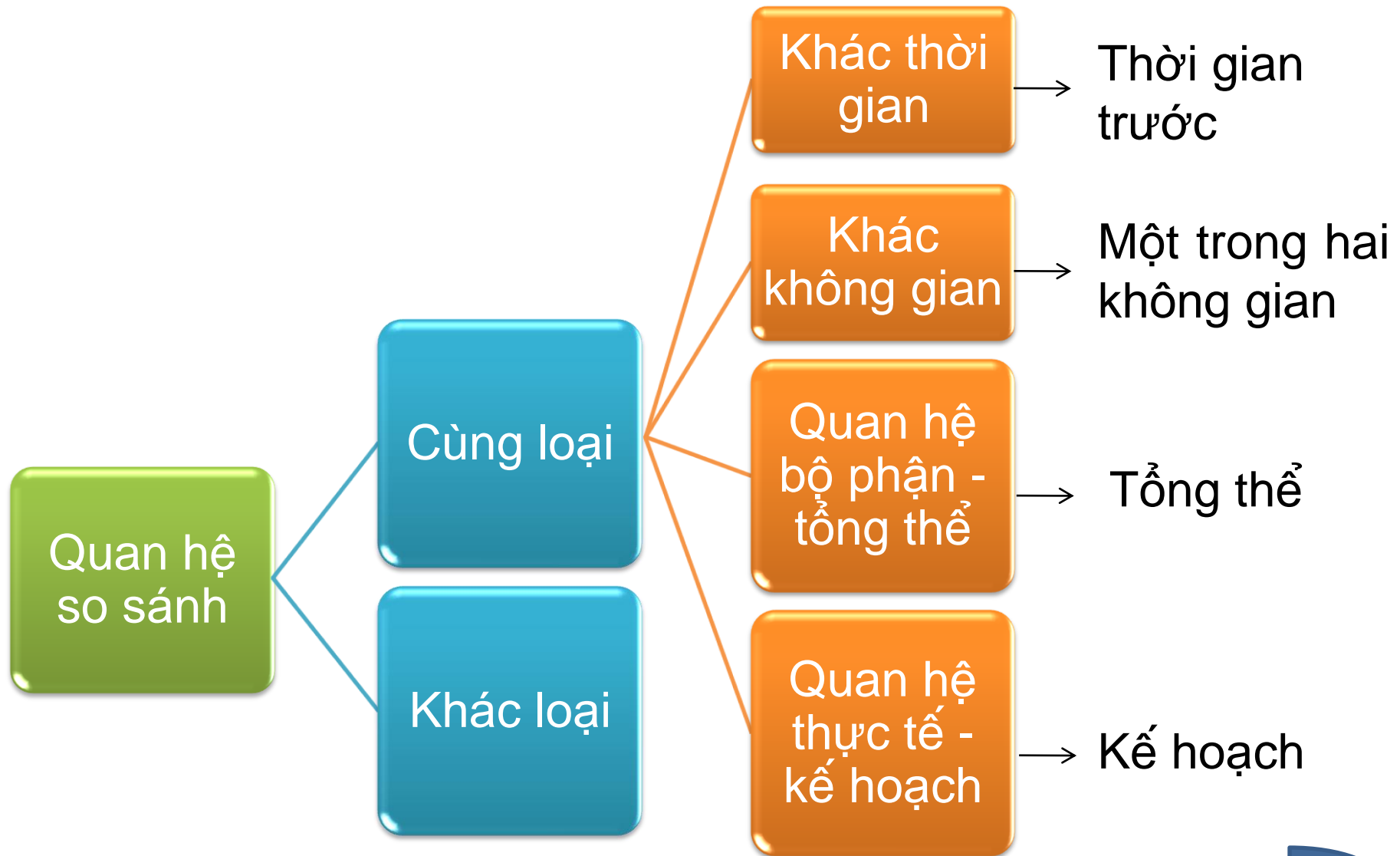
Số tương đối trong thống kê biểu hiện quan hệ so sánh giữa hai mức độ hoặc hai chỉ tiêu nào đó của hiện tượng.

Đặc điểm

- ⊕ Không trực tiếp thu được qua điều tra thống kê mà phải thực hiện thông qua quan hệ so sánh.
- ⊕ Mỗi số tương đối đều phải có gốc dùng để so sánh



Gốc so sánh



Đơn vị tính

- ✓ Lần, phần trăm (%), phần nghìn (‰)
- ✓ Đơn vị kép: người/km², sản phẩm/người...

Tác dụng

- ☞ Phân tích hiện tượng: nêu lên kết cấu, quan hệ so sánh, trình độ phát triển, mức độ hoàn thành kế hoạch, giúp nghiên cứu hiện tượng một cách sâu sắc.
- ☞ Nêu rõ tình hình thực tế trong khi cần bảo đảm được tính chất bí mật của các số tuyệt đối.



Các loại số tương đối

1. Số tương đối động thái (tốc độ phát triển)

$$t = \frac{y_1}{y_0} (\text{lần}) = \frac{y_1}{y_0} * 100(\%)$$

y_1 : mức độ kỳ nghiên cứu; y_0 : mức độ kỳ gốc

2. Số tương đối kế hoạch (lập và kiểm tra kế hoạch)

a. Số tương đối nhiệm vụ kế hoạch

$$K_N = \frac{y_{KH}}{y_0} (\text{lần}) = \frac{y_{KH}}{y_0} * 100(\%)$$

y_{KH} : mức độ kế hoạch; y_0 : mức độ thực tế kỳ gốc

Các loại số tương đối

2. Số tương đối kế hoạch (lập và kiểm tra kế hoạch)

b. Số tương đối thực hiện kế hoạch

$$K_T = \frac{y_1}{y_{KH}} (\text{lần}) = \frac{y_1}{y_{KH}} * 100(\%)$$

y_1 : mức độ thực tế; y_{KH} : mức độ kế hoạch

- Mối quan hệ: $\frac{y_1}{y_0} = \frac{y_1}{y_{KH}} * \frac{y_{KH}}{y_0} \Leftrightarrow t = K_T * K_N$



Ví dụ: GDP: Năm 2006: 947266 tỷ đồng

Năm 2007: 1144015 tỷ đồng

Kế hoạch năm 2007: 1130000 tỷ đồng

$$t = \frac{y_{07}}{y_{06}} = \frac{1144015}{947266} = 1,208 \text{ lần (120,8\%)}$$

$$K_N = \frac{y_{KH07}}{y_{06}} = \frac{1130000}{947266} = 1,193 \text{ lần (119,3\%)}$$

$$K_T = \frac{y_{07}}{y_{KH07}} = \frac{1144015}{1130000} = 1,012 \text{ lần (101,2\%)}$$



Các loại số tương đối

3. Số tương đối kết cấu (tỷ trọng)

$$d_{bpi} = \frac{y_{bpi}}{y_{tt}} * 100 (\%) = \frac{y_{bpi}}{y_{tt}} * 1000 (\text{‰})$$

y_{bpi} : mức độ bộ phận i; y_{tt} : mức độ tổng thể

Chú ý: $\sum_{i=1}^n d_{bpi} = 100\%$

VD: Một lớp học gồm 50 SV trong đó có 32 nam

$$d_{nam} = \frac{y_{nam}}{y_{tổngSV}} * 100 = \frac{32}{50} * 100 = 64\%$$

$$d_{nữ} = 100\% - d_{nam} = 36\%$$

Các loại số tương đối

4. Số tương đối cường độ: so sánh hai hiện tượng khác loại nhưng có liên quan với nhau.

$$Y_{\text{cường độ}} = \frac{Y_{\text{chỉ tiêu 1}}}{Y_{\text{chỉ tiêu 2}}}$$

5. Số tương đối không gian: so sánh hai hiện tượng cùng loại, khác không gian hoặc so sánh giữa hai bộ phận trong một tổng thể.

$$Y_{\text{không gian}} = \frac{Y_{\text{không gian 1}}}{Y_{\text{không gian 2}}}$$



3. Điều kiện vận dụng số tuyệt đối và số tương đối

- Phải xét đến đặc điểm của hiện tượng nghiên cứu để rút ra kết luận cho đúng.
- Phải vận dụng một cách kết hợp các số tương đối với số tuyệt đối.



II. Các mức độ trung tâm

1

Số bình quân (trung bình)

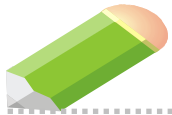
2

Mốt (Mo)

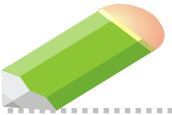
3

Trung vị (Me)

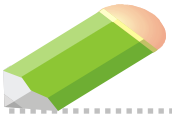
1. Số bình quân (trung bình)



Khái niệm chung



Các loại số bình quân



Đặc điểm của số bình quân



Điều kiện vận dụng

Khái niệm

Số bình quân là chỉ tiêu biểu hiện mức độ đại biểu theo một tiêu thức nào đó của một tổng thể bao gồm nhiều đơn vị cùng loại.

Tác dụng

- Phản ánh mức độ đại biểu, nêu lên đặc trưng chung nhất của tổng thể
- So sánh các hiện tượng không có cùng quy mô.
- Cho thấy xu hướng phát triển của hiện tượng.
- Lập kế hoạch và phân tích thống kê.



Các loại số bình quân

1. Số bình quân cộng (\bar{X})

a. Công thức tính

$$\bar{X} = \frac{\text{Tổng các lượng biến của tiêu thức trong tổng thể}}{\text{Tổng số đơn vị điều tra}}$$

b. Điều kiện để số bình quân là số bình quân cộng:

- Tiêu thức nghiên cứu có quan hệ tổng.
- Biết tất cả các lượng biến của tổng thể hoặc biết dãy số phân phối với tần số hoặc biết dãy số phân phối với tần suất.

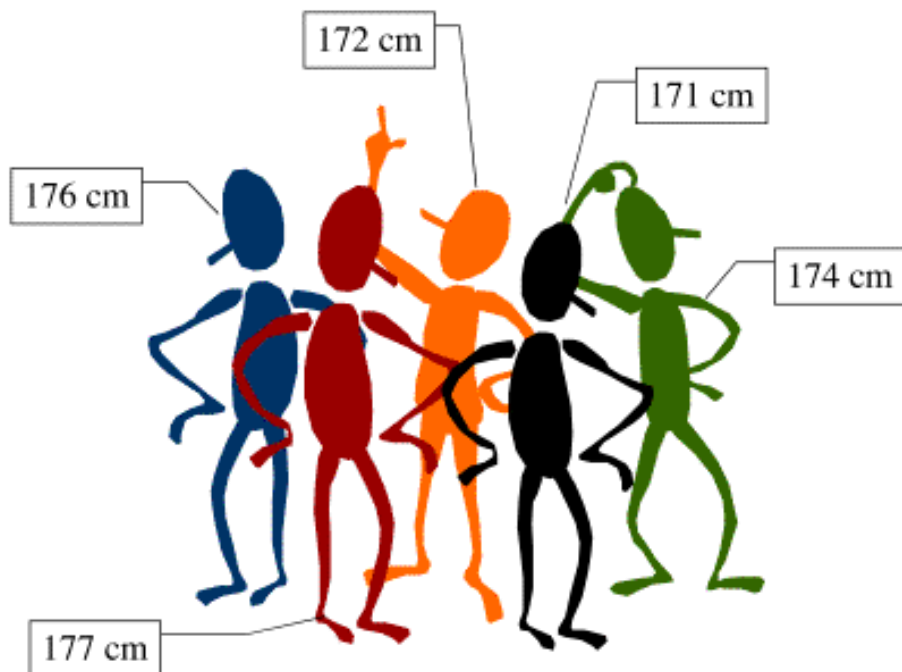
1. Số bình quân cộng (\bar{X})

c. Cách tính cụ thể

TH1: Biết tất cả các lượng biến của tổng thể

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^N x_i}{N}$$

x_i : lượng biến của đơn vị thứ i
 N : số đơn vị tổng thể



☞ Chiều cao trung bình?

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^N x_i}{N} = 174 = \frac{177 + 176 + 172 + 171 + 174}{5}$$

1. Số bình quân cộng (\bar{X})

c. Cách tính cụ thể

TH2: Biết dãy số phân phối với tần số

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^n f_i x_i}{\sum_i^n f_i}$$

x_i : lượng biến đại diện tổ thứ i

f_i : tần số của tổ thứ i , n : số tổ

☞ Khi các tổ có tần số bằng nhau:

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^n x_i}{n}$$

Lượng biến (x_i)	Tần số (f_i)
x_1	f_1
x_2	f_2
...	...
x_n	f_n
Cộng	$\sum f_i$

VD: Phân phối điểm thi TK các học sinh trong 2 tổ như sau:

Tổng lượng biến của tổ

Tổ 1		
Điểm	Số HS	$f_i x_i$
x_i	f_i	
6	1	6
7	4	28
8	5	40
9	4	36
10	2	20
Cộng	16	130

Tổ 2	
Điểm	Số HS
x_i	f_i
6	3
7	3
8	3
9	3
10	3
Cộng	15

☞ Điểm TB tổ 1?

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^n f_i x_i}{\sum_i^n f_i}$$

$$= \frac{130}{16} = 8,125$$

☞ Điểm TB tổ 2?

$$\bar{X} = \frac{\sum_i^n x_i}{n} = 8$$

$$\left(= \frac{6 + 7 + \dots + 10}{5} \right)$$

1. Số bình quân cộng (\bar{X})

c. Cách tính cụ thể

TH3: Biết dãy số phân phối với tần suất

$$\bar{X} = \sum_i^n d_i x_i \quad (4)$$

x_i : lượng biến đại diện tổ thứ i
 d_i : tần suất của tổ thứ i , n : số tổ

Lượng biến (x_i)	Tần suất (d_i)
x_1	d_1
x_2	d_2
...	...
x_n	d_n
Cộng	1

VD:

Điểm x_i	d_i	$x_i d_i$
6	0,0625	0,374
7	0,25	1,75
8	0,3125	2,5
9	0,25	2,25
10	0,125	1,25
Cộng	1	8,125

→ \bar{X}

VD: Tính số SP bình quân 1LĐ làm trong 1 ngày ở 1 công ty biết tình hình sản xuất 1 ngày như sau:

Số SP(cái)	Số LĐ f_i	x_i	$x_i f_i$
<100	10	90	900
100 – 120	30	110	3300
120 – 130	50	125	6250
130 – 135	10	132,5	1325
>135	10	137,5	1375
Cộng	110		13150

$$\begin{aligned}
 \bar{X} &= \frac{\sum_i^n f_i x_i}{\sum_i^n f_i} \\
 &= \frac{13150}{110} \\
 &= 119,545
 \end{aligned}$$

Các loại số bình quân

2. Số bình quân điều hòa (H_X)

a. Công thức tính

$$H_X = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}}$$

x_i : lượng biến của đơn vị thứ i

N : số đơn vị tổng thể

b. Điều kiện để số bình quân là số bình quân điều hòa:

- Tiêu thức nghiên cứu có quan hệ tổng.
- Biết lượng biến của từng tổ và tổng lượng biến của tổ.

$$M_i = x_i f_i \quad \rightarrow \text{tổng lượng biến của tổ thứ } i$$

2. Số bình quân điều hòa (H_X)

c. Cách tính cụ thể

TH1: Tổng lượng biến các tổ không bằng nhau

$$H_X = \frac{\sum_i^n M_i}{\sum_i^n \frac{M_i}{x_i}}$$

x_i : lượng biến đại diện của tổ thứ i
 M_i : tổng lượng biến của tổ thứ i
 n : số tổ, $i = 1..n$

☞ Bình quân điều hòa gia quyền, quyền số M_i

TH2: Tổng lượng biến các tổ bằng nhau

$$H_X = \frac{n}{\sum_i^n \frac{1}{x_i}}$$

x_i : lượng biến đại diện của tổ thứ i
 n : số tổ, $i = 1..n$

☞ Bình quân điều hòa giản đơn

VD1: Có hai công nhân cùng sản xuất một loại sản phẩm. Người thứ nhất làm trong 8h, sản xuất một sản phẩm hết 2 phút. Người thứ hai làm trong 9h, sản xuất một sản phẩm hết 6 phút. Tính thời gian hao phí bình quân để sản xuất 1 sản phẩm của hai người nói trên.

Thời gian làm ra 1 sp (phút) x_i	Tổng thời gian làm việc (phút) M_i	Số sp (cái) $\frac{M_i}{x_i} = f_i$
2	8*60	240
6	9*60	90
Cộng	1020	330

$$TGBQ = \frac{\text{Tổng thời gian}}{\text{Số sản phẩm}}$$

$$= \frac{\sum_i M_i}{\sum_i \frac{M_i}{x_i}}$$

$$\Rightarrow H_X = \frac{1020}{330} = 3,09(\text{phút})$$



VD2: Một doanh nghiệp trong 3 năm bỏ ra một số tiền như nhau để mua một loại nhiên liệu đặc biệt với giá hàng năm lần lượt là 50 – 60 – 70 nghìn đồng/đơn vị nhiên liệu. Tính giá bình quân 1 đơn vị nhiên liệu trong 3 năm nói trên.

Giá 1 đvị nhiên liệu (nghđ) x_i	Số tiền bỏ ra (nghđ) M_i
50	a
60	a
70	a
Cộng	3a

$$GBQ = \frac{\text{Tổng tiền bỏ ra}}{\text{Số đơn vị nhiên liệu}}$$

$$\Rightarrow H_X = \frac{n}{\sum_i \frac{1}{x_i}} = \frac{3}{\frac{1}{50} + \frac{1}{60} + \frac{1}{70}}$$

$$= 58,8 \text{ (nghđ)}$$

Các loại số bình quân

3. Số bình quân nhân(G_X)

a. Công thức tính

$$G_X = \sqrt[N]{x_1 x_2 \dots x_N} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i}$$

x_i : lượng biến của đơn vị thứ i

N : tổng số đơn vị tổng thể

b. Điều kiện để số bình quân là số bình quân nhân:

- Tiêu thức nghiên cứu có quan hệ tích.
- Biết tất cả các lượng biến của tổng thể hoặc biết dãy số phân phối với tần số.

3. Số bình quân nhân (G_X)

c. Cách tính cụ thể

TH1: Biết tất cả các lượng biến của tổng thể

$$G_X = \sqrt[N]{x_1 x_2 \dots x_N}$$

x_i : lượng biến của đơn vị thứ i
 N : tổng số đơn vị tổng thể

VD: Cho số liệu về tốc độ phát triển (%) của chỉ tiêu doanh thu tại 1 doanh nghiệp trong 10 năm như sau:

110; 125; 110; 125; 115; 110; 110; 115; 110; 115

$$\begin{aligned} G_X &= \sqrt[N]{x_1 x_2 \dots x_N} = \sqrt[10]{110 * 125 * \dots * 115} \\ &= 114,36\% \end{aligned}$$

3. Số bình quân nhân (G_X)

c. Cách tính cụ thể

TH2: Biết dãy số phân phối với tần số

$$G_X = \sqrt[N]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i^{f_i}}$$

x_i : lượng biến đại
diện của tổ thứ i
 f_i : tần số của tổ thứ i

n : số tổ; N : số đơn vị tổng thể, $N = \sum_{i=1}^n f_i$

☞ Khi các tổ có tần số bằng nhau:

$$G_X = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

x_i : lượng biến đại
diện của tổ thứ i
 n : số tổ

VD: A

Tốc độ phát triển (lần) x_i	Số năm (năm) f_i
1,10	5
1,25	2
1,15	3
Cộng	10

B

Tốc độ phát triển (lần) x_i	Số năm (năm) f_i
1,10	3
1,25	3
1,15	3
Cộng	9

$$G_X^A = \sqrt[n]{\prod_1^n x_i^{f_i}} = \sqrt[10]{1,10^5 * 1,25^2 * 1,15^3}$$

$$= 1,1436 \text{ (lần)} (= 114,36\%)$$

$$G_X^B = \sqrt[n]{\prod_1^n x_i} = \sqrt[3]{1,10 * 1,25 * 1,15}$$

$$= 1,165 \text{ (lần)} = 116,5\%$$

Tổng hợp cách tính số bình quân

☞ Tiêu thức nghiên cứu có quan hệ tổng

Biết	$x_i ; N$ ($i = 1..N$)	$x_i ; f_i$ ($i = 1..n$)		$x_i ; d_i$ ($i = 1..n$)
		f_i giống nhau	f_i khác nhau	
$SBQ =$ $\bar{X} =$	$\frac{\sum_i^N x_i}{N}$	$\frac{\sum_i^n x_i}{n}$	$\frac{\sum_i^n f_i x_i}{\sum_i^n f_i}$	$\sum_i^n d_i x_i$
	Bình quân cộng giản đơn		Bình quân cộng gia quyền Quyền số: d_i, f_i	

Tổng hợp cách tính số bình quân

☞ Tiêu thức nghiên cứu có quan hệ tổng

Biết	$x_i, M_i (i = 1..n)$	
	M_i giống nhau	M_i khác nhau
$SBQ =$	$\frac{n}{\sum_i^n \frac{1}{x_i}}$	$\frac{\sum_i^n M_i}{\sum_i^n \frac{M_i}{x_i}}$
$H_X =$	Bình quân điều hòa giản đơn	Bình quân điều hòa gia quyền Quyền số: M_i

Tổng hợp cách tính số bình quân

☞ Tiêu thức nghiên cứu có quan hệ tích

Biết	$x_i ; N$ ($i = 1..N$)	$x_i ; f_i (i = 1..n)$	
		f_i giống nhau	f_i khác nhau
$SBQ =$ $G_X =$	$\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i}$	$\sqrt[n]{\prod_1^n x_i}$	$\sqrt[N]{\prod_1^n x_i^{f_i}}$
	Bình quân nhân giản đơn	Bình quân nhân gia quyền Quyền số: f_i	

Số bình quân tổng quát

- Số bình quân cộng: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$
 - Số bình quân điều hòa: $H_X = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}} \Rightarrow \frac{1}{H_X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}$
 - Số bình quân nhân: $G_X = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i} \Rightarrow \log_a G_X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log_a x_i$
- ☞ Tổng quát: $f(BQ) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \Rightarrow BQ = f^{-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right)$



Đặc điểm của số bình quân

- Mang tính tổng hợp, khái quát cao.
- San bằng các chênh lệch về lượng theo tiêu thức tính bình quân.
- Chịu ảnh hưởng của tất cả các lượng biến và nhạy đối với những lượng biến đột xuất trong dãy số.
- Rất hiệu quả để đưa ra một vài suy diễn thống kê về tổng thể chung dựa trên dữ liệu của tổng thể mẫu.
- Tính đại diện giảm đối với những phân phối lệch.

Minh họa

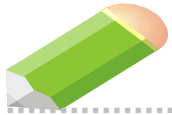


Điều kiện vận dụng số bình quân

- Số bình quân phải được tính ra từ tổng thể đồng chất.
- Số bình quân chung cần được vận dụng kết hợp với các số bình quân tổ hoặc dãy số phân phối.

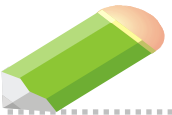


2. Mốt (M_0)

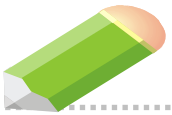


Khái niệm

Là biểu hiện phổ biến nhất (gặp nhiều nhất) của tiêu thức trong một tổng thể hay trong một dãy số phân phối.



Cách xác định



Đặc điểm của Mốt



Tác dụng

Cách xác định

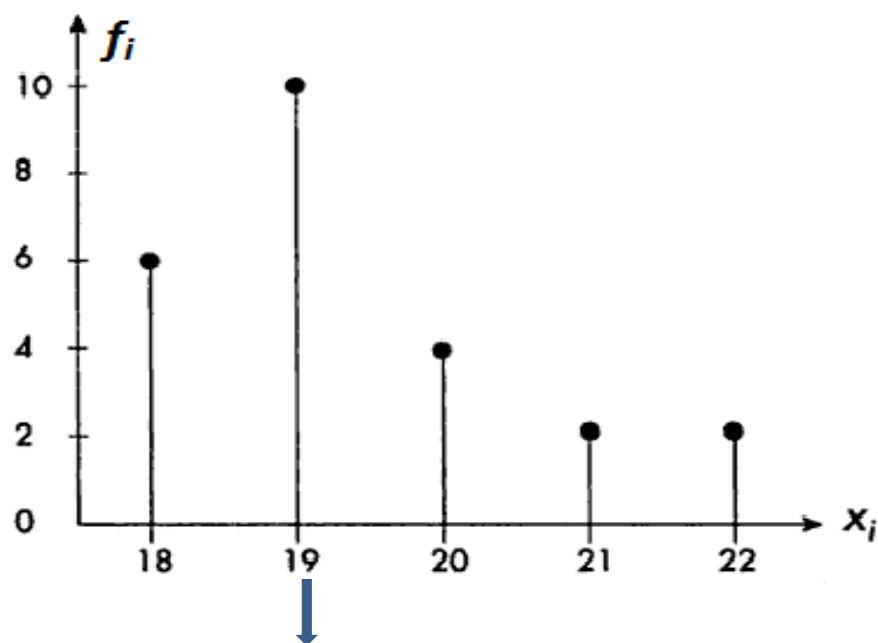
✧ Trường hợp phân tử không có khoảng cách tử

$$M_0 = x_i \text{ sao cho } f_i \text{ max hoặc } d_i \text{ max}$$

VD: Cho tuổi của các sv trong 1 lớp học như sau:

Tuổi x_i	Số SV f_i
18	6
19	10
20	4
21	2
22	2
Cộng	24

→ M_0



M_0

Cách xác định

✧ Trường hợp phân tổ có khoảng cách tổ bằng nhau

Bước 1: Xác định tổ chứa M_0 (TCM)

TCM = tổ có f_i max (hoặc d_i max)

Bước 2: Tính trị số gần đúng của M_0

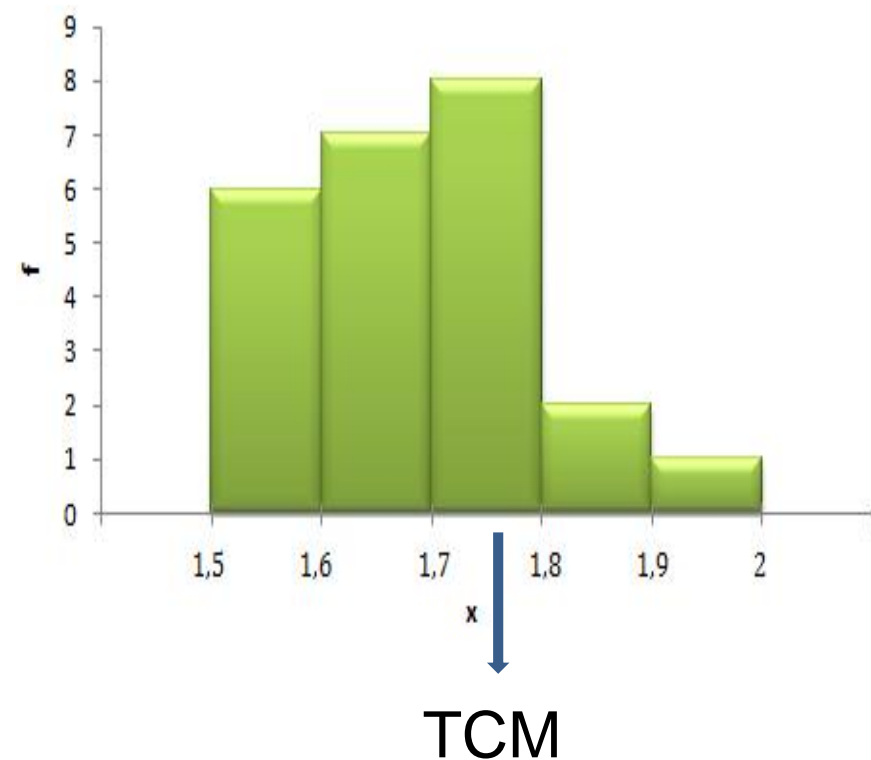
$$M_0 = x_{M_0min} + h_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{2f_{M_0} - (f_{M_0-1} + f_{M_0+1})}$$

x_{M_0min} : giới hạn dưới của TCM; h_{M_0} : khoảng cách tổ của TCM
 f_{M_0} ; f_{M_0-1} ; f_{M_0+1} : tần số của TCM, tổ đứng trước TCM và tổ đứng sau TCM.

VD: Cho chiều cao (m) của 24 SV trên như sau:

Chiều cao	Số SV f_i
<1,6	6
1,6 – 1,7	7
1,7 – 1,8	8
1,8 – 1,9	2
$\geq 1,9$	1
Cộng	24

→ TCM



☞ Xác định chiều cao M_0 của các SV?

$$M_0 = x_{M_0 \min} + h_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{2f_{M_0} - (f_{M_0-1} + f_{M_0+1})} = 1,7 + 0,1 * \frac{8 - 7}{16 - (7 + 2)} = 1,7143 (m)$$

Cách xác định

✧ Trường hợp phân tổ có khoảng cách tổ khác nhau

Bước 1: Xác định tổ chứa M_0 (TCM)

$$\text{TCM} = \text{tổ có } \left(m_i = \frac{f_i}{h_i} \right) \max$$

Bước 2: Tính trị số gần đúng của M_0

$$M_0 = x_{M_0 \min} + h_{M_0} \frac{m_{M_0} - m_{M_0-1}}{2m_{M_0} - (m_{M_0-1} + m_{M_0+1})}$$

$x_{M_0 \min}$: giới hạn dưới của TCM; h_{M_0} : khoảng cách tổ của TCM

m_{M_0} ; m_{M_0-1} ; m_{M_0+1} : mật độ của TCM, tổ đứng trước TCM và tổ đứng sau TCM.

VD: Cho trọng lượng (kg) của 24 SV trên như sau:

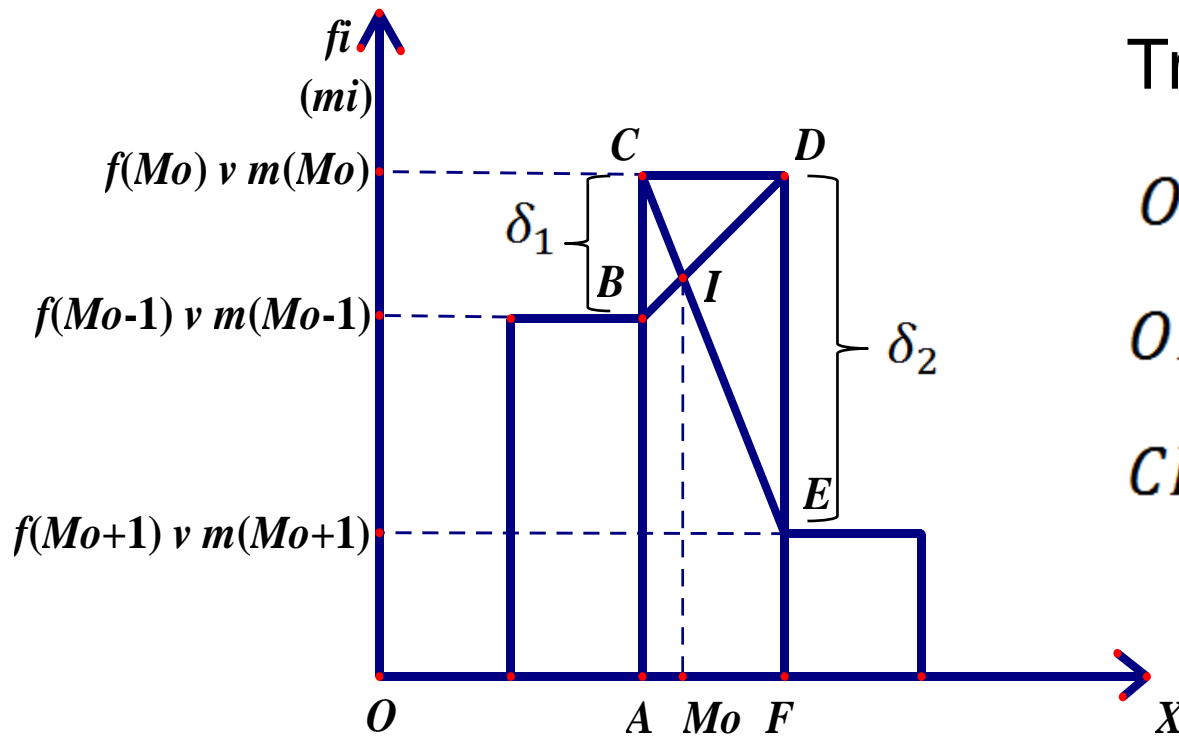
☞ Xác định trọng lượng Mo của các SV?

Trọng lượng	Số SV f_i	K/c tổ h_i	$m_i = \frac{f_i}{h_i}$
<60	2	5	0,4
60 – 65	3	5	0,6
65 - 70	4	5	0,8
70 – 75	5	5	1
75 – 85	6	10	0,6
>=85	4	10	0,4
Cộng	24		

→ TCM

$$\begin{aligned}
 M_0 &= x_{M_0 \min} + h_{M_0} \frac{m_{M_0} - m_{M_0-1}}{2m_{M_0} - (m_{M_0-1} + m_{M_0+1})} = 70 + 5 * \frac{1 - 0,8}{2 - (0,8 + 0,6)} \\
 &= 71,667 \text{ (kg)}
 \end{aligned}$$

Bản chất ước lượng của Mo



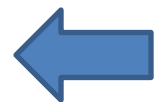
Trong đó:

$$OA = x_{M_0min};$$

$$OM_0 = M_0; CD = h_{M_0};$$

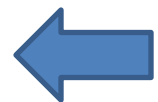
$$CB = \delta_1; DE = \delta_2$$

$$\frac{AM_0}{FM_0} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \Rightarrow \frac{AM_0}{h_{M_0}} = \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \Rightarrow M_0 = OM_0 = x_{M_0min} + h_{M_0} \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2}$$



Đặc điểm

- Kém nhạy với sự biến thiên của tiêu thức, không chịu ảnh hưởng của lượng biến động xuất. MH
- Có thể không có Mo nhưng cũng có thể có nhiều Mo. VD
- Được sử dụng đối với tiêu thức thuộc tính và tiêu thức số lượng.



Tác dụng

- Là mức độ đại biểu nên có thể thay thế hoặc bổ sung cho trung bình cộng trong trường hợp tính trung bình gặp khó khăn
- Có ý nghĩa hơn số bình quân cộng trong trường hợp dãy số có lượng biến đột xuất
- Là một trong những tham số nêu lên đặc trưng phân phối của dãy số
- Sử dụng trong bài toán lý thuyết phục vụ đám đông.



3. Trung vị (Me)



Khái niệm



Cách xác định



Đặc điểm của trung vị



Tác dụng

Khái niệm

Là lượng biến của đơn vị đứng ở vị trí giữa trong một dãy số (đã được sắp xếp tăng (giảm) dần), chia dãy số thành hai phần bằng nhau.

Cách xác định vị trí giữa (VTG)

- Nếu số đơn vị tổng thể lẻ ($\sum f_i = 2m + 1$):

$$VTG = m+1$$

- Nếu số đơn vị tổng thể chẵn ($\sum f_i = 2m$):

$$VTG = m \text{ và } VTG = m+1$$



Cách xác định

✧ Trường hợp phân tổ không có khoảng cách tổ

- Nếu số đơn vị tổng thể lẻ: $M_e = x_{m+1}$

- Nếu số đơn vị tổng thể chẵn: $M_e = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}$

VD:

Tuổi x_i	Số SV f_i	S_i
18	6	6
19	10	16
20	4	20
21	2	22
22	2	24
Cộng	24	

✎ Xác định vị trí giữa?

$$2m = 24 \rightarrow m = 12$$

\rightarrow VTG = 12 và 13

✎ Xác định tuổi M_e các SV?

$$M_e = \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = \frac{19 + 19}{2} = 19 \text{ (tuổi)}$$

Cách xác định

✧ Trường hợp phân tử có khoảng cách tử

Bước 1: Xác định tử chứa Me (TCMe): tử có Si nhỏ nhất thỏa mãn $Si \geq N/2$.

Bước 2: Tính trị số gần đúng của Me

$$Me = x_{Me_{min}} + \frac{h_{Me} \left(\frac{N}{2} - S_{Me-1} \right)}{f_{Me}}$$

$x_{Me_{min}}$; h_{Me} ; f_{Me} : Giới hạn dưới, Khoảng cách tử và Tần số của TCMe; S_{Me-1} : Tần số tích lũy của tử đứng liền trước TCMe; N : Số đơn vị tổng thể.

VD: Cho chiều cao (m) của 24 SV trên như sau:

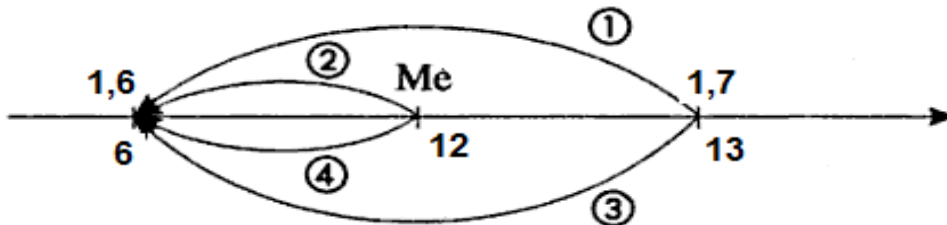
Chiều cao	Số SV f_i	Si
<1,6	6	6
1,6 – 1,7	7	13
1,7 – 1,8	8	21
1,8 – 1,9	2	23
$\geq 1,9$	1	24
Cộng	24	

☞ Xác định TCMe?

$$\frac{N}{2} = 12 \rightarrow \text{Tổ } 1,6 - 1,7$$

☞ Xác định chiều cao Me của các SV?

$$Me = x_{Me_{min}} + \frac{h_{Me} \left(\frac{N}{2} - S_{Me-1} \right)}{f_{Me}}$$

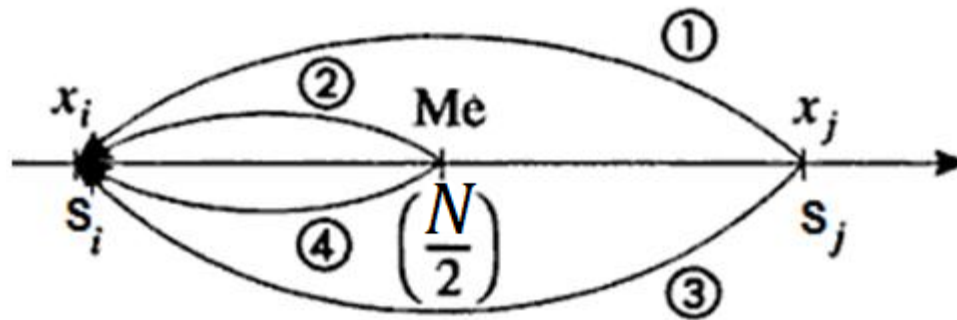


$$\frac{Me - 1,6}{12 - 6} = \frac{1,7 - 1,6}{13 - 6}$$

$$Me = 1,6 + 0,1 * \frac{12 - 6}{7}$$

$$\approx 1,686 (m)$$

Bản chất ước lượng của Me



$$x_i - x_j : \text{TCMe};$$

$$x_i = x_{Me_{min}};$$

$$x_j = x_i + h_{Me};$$

$$S_i = S_{Me-1};$$

$$S_j = S_i + f_{Me}$$

$$\Delta x = x_j - x_i \rightarrow \Delta S = S_j - S_i$$

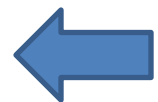
$$\Delta x = Me - x_i \rightarrow \Delta S = \frac{N}{2} - S_i$$

$$\frac{Me - x_i}{\frac{N}{2} - S_i} = \frac{x_j - x_i}{S_j - S_i} = \frac{h_{Me}}{f_{Me}} \Rightarrow Me = x_{Me_{min}} + \frac{h_{Me} \left(\frac{N}{2} - S_{Me-1} \right)}{f_{Me}}$$



Đặc điểm

- Dễ tính, dễ hiểu
- Chỉ sử dụng đối với tiêu thức số lượng
- Phụ thuộc số lượng đơn vị tổng thể mà không phụ thuộc vào lượng biến của các đơn vị đó. MH
- Thông thường kém hiệu quả hơn số bình quân trong việc đưa ra các suy diễn thống kê.
- Tính đại diện tốt hơn số bình quân đối với những phân phối lệch.

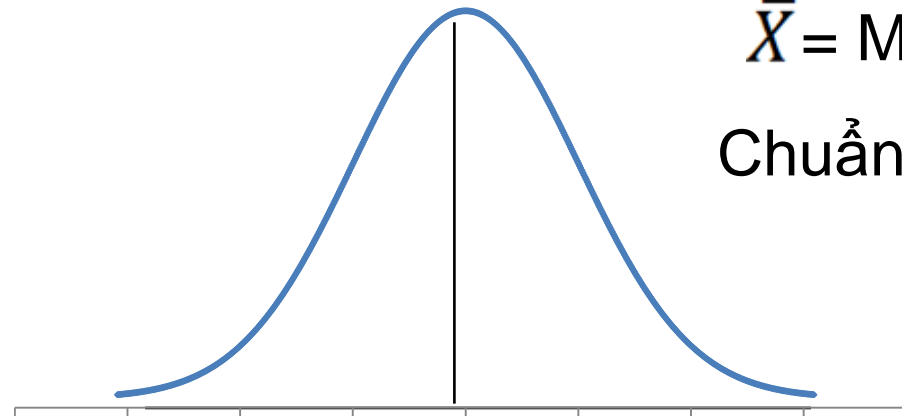


Tác dụng

- Là mức độ đại biểu nên có thể thay thế hoặc bổ sung cho trung bình cộng trong trường hợp tính trung bình gặp khó khăn
- Có ý nghĩa hơn số bình quân cộng trong trường hợp dãy số có lượng biến đột xuất
- Là một trong những tham số nêu lên đặc trưng phân phối của dãy số
- Có tác dụng trong phục vụ công cộng

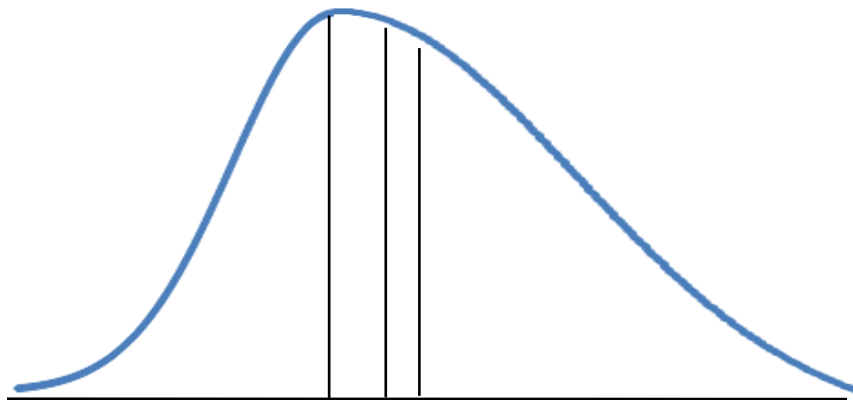
$$\sum |x_i - Me| f_i = \min$$

Đặc trưng về hình dáng phân phối của dãy số có phân phối chuẩn



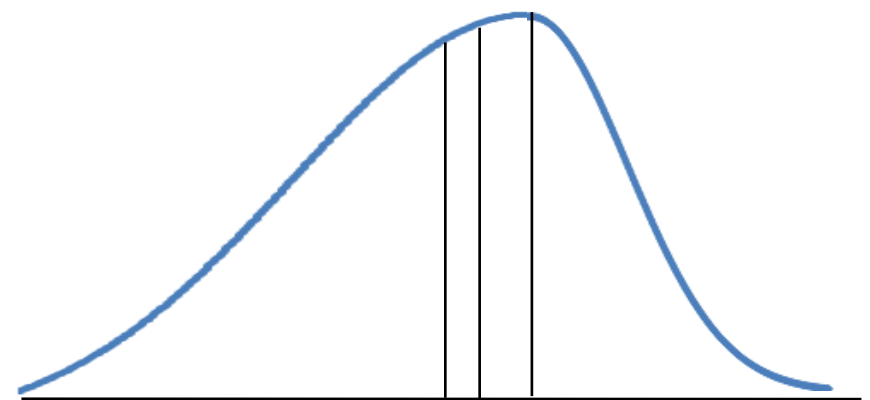
$$\bar{X} = Me = Mo$$

Chuẩn đối xứng



$$Mo < Me < \bar{X}$$

Chuẩn lệch phải



$$\bar{X} < Me < Mo$$

Chuẩn lệch trái



A hay B?

STT	Đội A	Đội B
1	280	270
2	285	270
3	290	290
4	295	290
5	300	340



☞ Xác định \bar{X} , Me, Mo của 2 đội?

$$\bar{X}_A = 290; \bar{X}_B = 292$$

$$Me_A = Me_B = 290$$



III. Các tham số đo độ phân tán (biến thiên)

1

Khoảng biến thiên

2

Độ lệch tuyệt đối bình quân

3

Phương sai

4

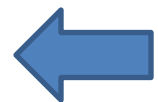
Độ lệch tiêu chuẩn

5

Hệ số biến thiên

Ý nghĩa

- Cho phép đánh giá trình độ đại biểu của số bình quân. Độ biến thiên càng lớn thì độ đại biểu càng thấp và ngược lại.
- Giúp thấy được một số đặc trưng cơ bản của dãy số như: độ đồng đều (độ biến thiên càng nhỏ càng đồng đều), kết cấu.
- Sử dụng trong việc phân tích tình hình thực hiện kế hoạch, trong phân tích thống kê (hồi quy, dự đoán,...)



1. Khoảng biến thiên

- Là chênh lệch giữa lượng biến lớn nhất và lượng biến nhỏ nhất của tiêu thức nghiên cứu.

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

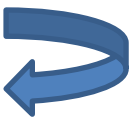
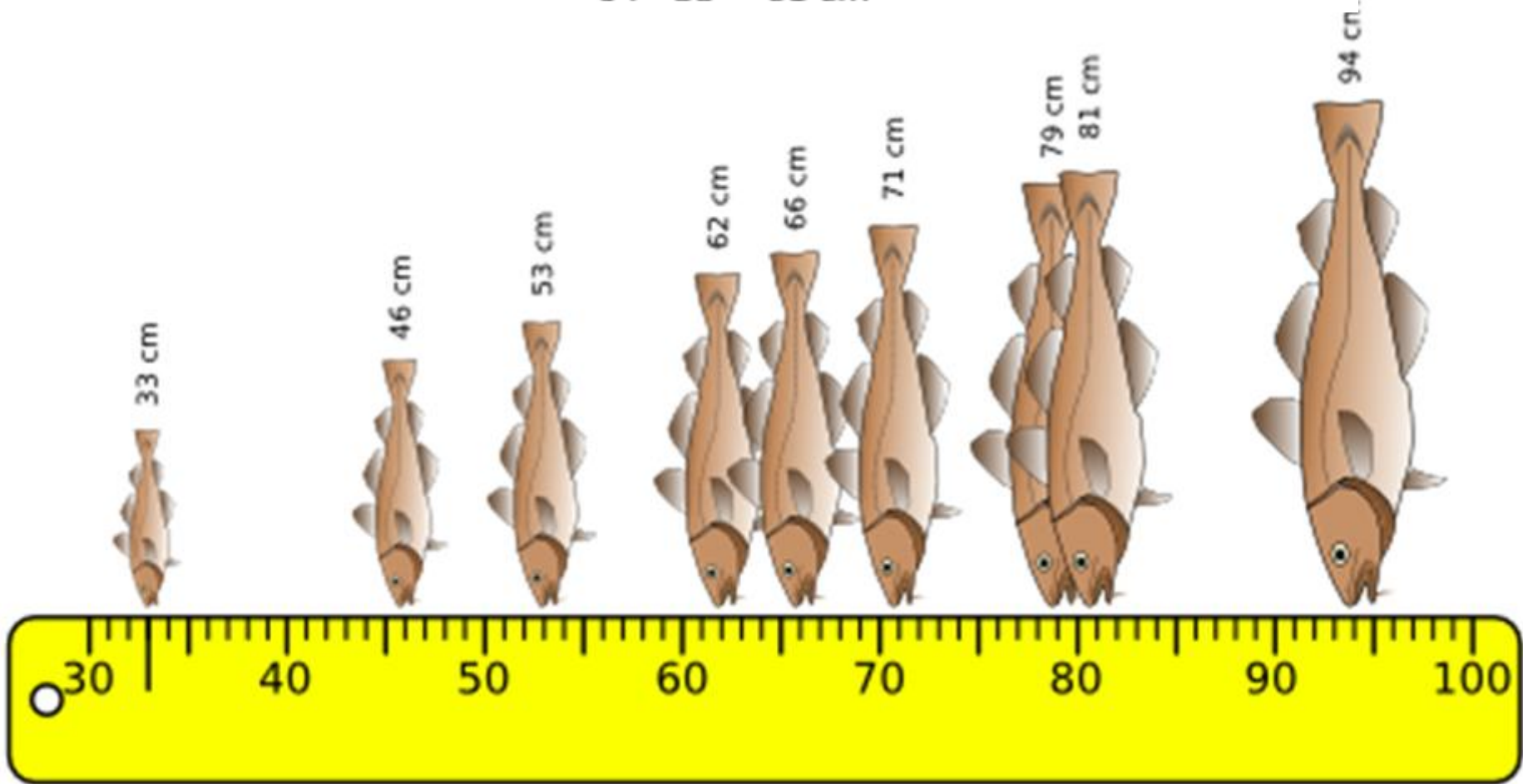
- Ưu điểm: đơn giản, dễ tính toán.
- Nhược điểm: độ chính xác không cao, khá nhạy với những lượng biến đột xuất.
- Ứng dụng: khi dãy số biến động đều đặn.

VDMH VDTH



Khoảng biến thiên

$$94 - 33 = 61 \text{ cm}$$



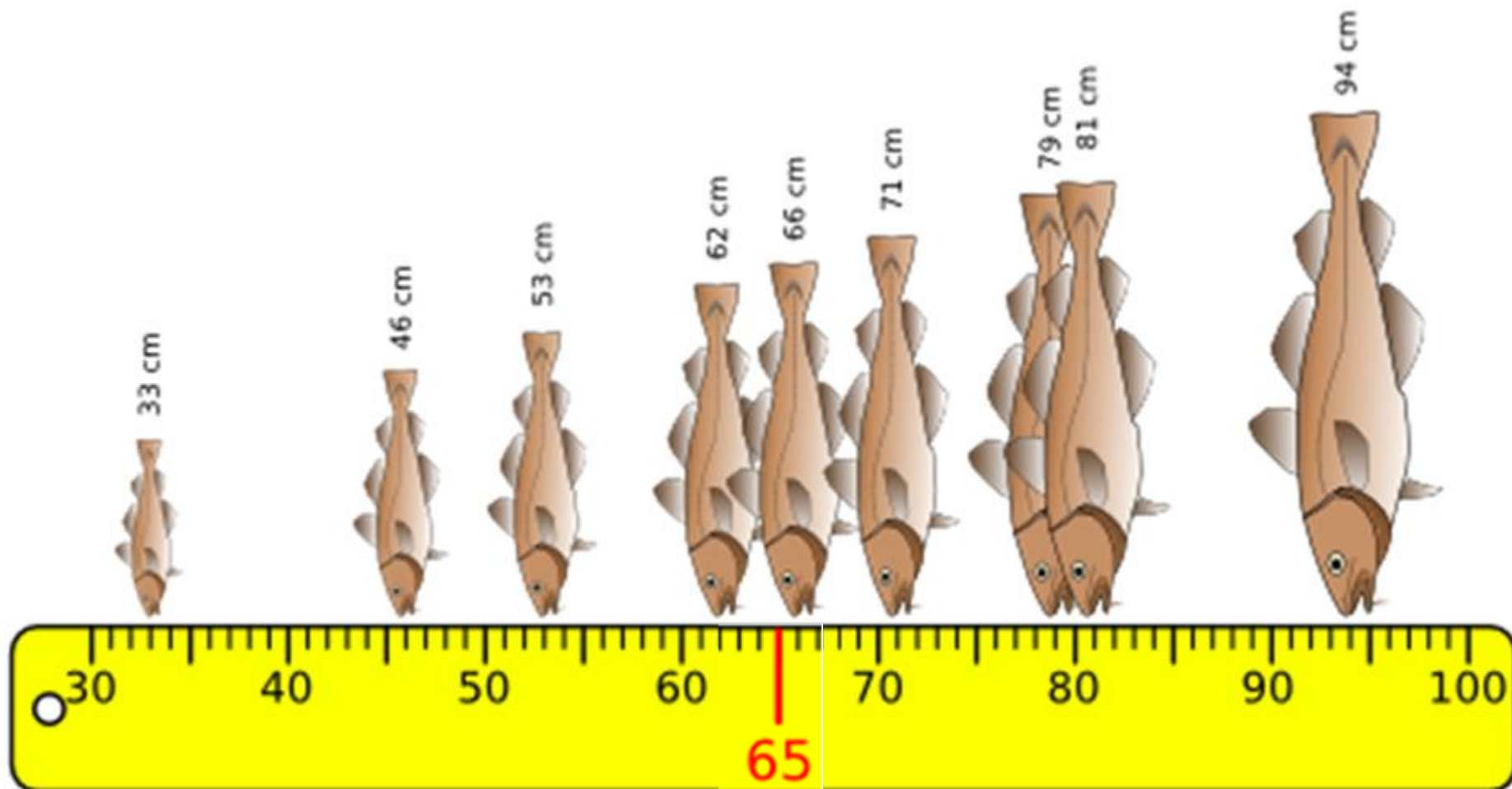
2. Độ lệch tuyệt đối bình quân

- Là số bình quân cộng của các độ lệch tuyệt đối giữa các lượng biến với số bình quân cộng của các lượng biến đó. [VD](#)

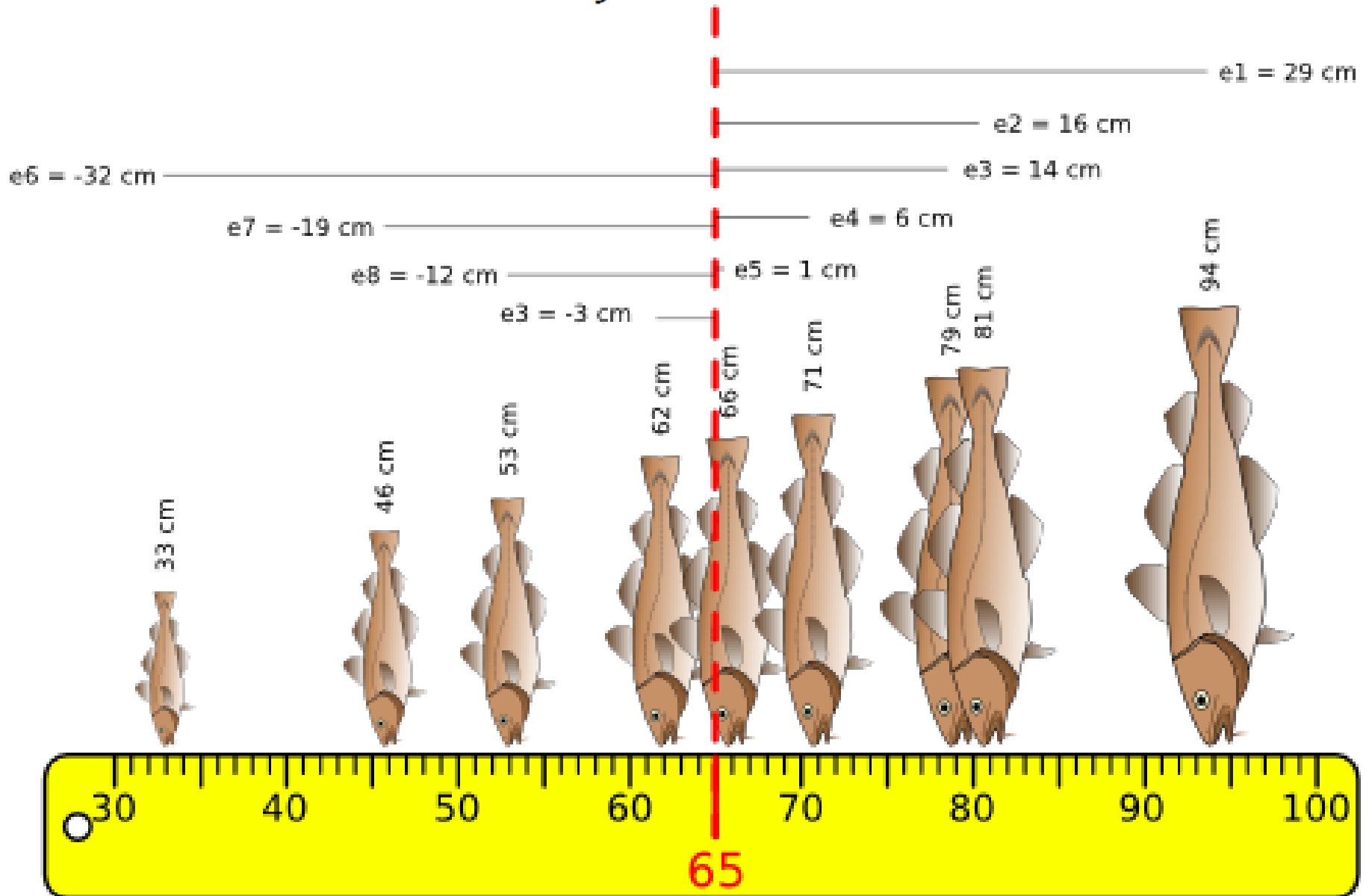
$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^N |x_i - \bar{X}|}{N} \quad \text{hoặc} \quad \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}| f_i}{N}$$

- Ưu điểm: Có tính đến vai trò của tất cả các lượng biến, đánh giá độ đồng đều tốt hơn khoảng biến thiên. [MH](#)
- Nhược điểm: có sai số, kém chính xác, nhạy cảm với những lượng biến đột xuất. [MH](#)





$$\bar{d} = \frac{32 + 19 + \dots + 16 + 29}{9} = 14,67$$



3. Phương sai

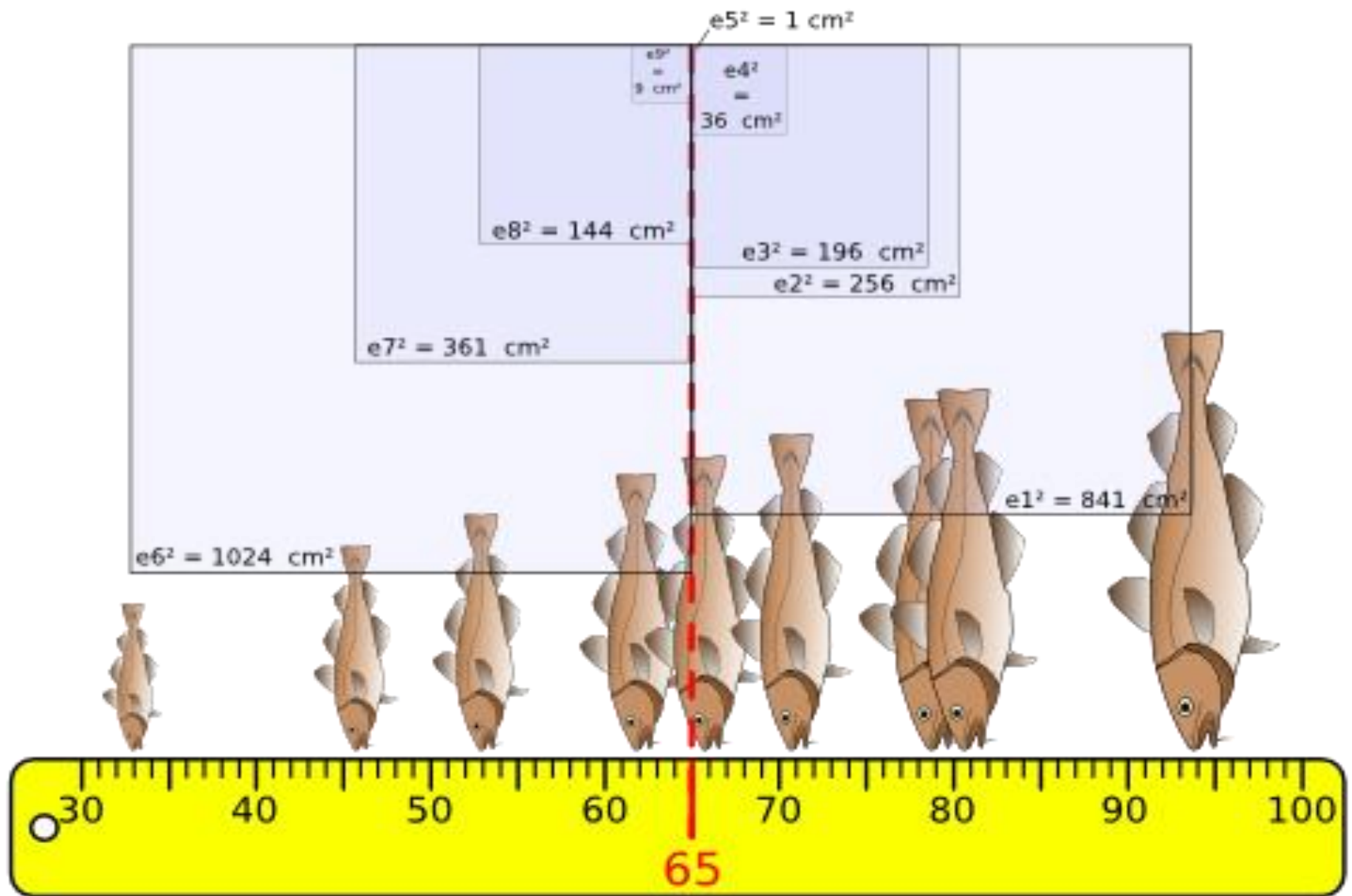
- Là số bình quân cộng của bình phương các độ lệch giữa các lượng biến với số bình quân cộng của các lượng biến đó.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right)^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2 \text{ hoặc}$$

CT định nghĩa CT thực hành CT rút gọn

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1024 + 361 + \dots + 841 + 256}{9} = 318,67$$



3. Phương sai

- Ưu điểm: đánh giá độ đồng đều tốt hơn độ lệch tuyệt đối bình quân; hạn chế sai số; ổn định. [VD](#)
- Nhược điểm: trị số bị khuếch đại và không có đơn vị tính phù hợp.

4. Độ lệch tiêu chuẩn

- Là căn bậc hai của phương sai. $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
- Đặc điểm: bao quát được tất cả các quan sát, có tính ổn định cao, giảm khuếch đại và có đơn vị tính.



VD: Cho số liệu năng suất lao động (kg) của các CN trong các tổ SX như sau:

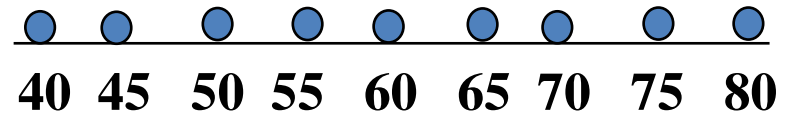
$$\bar{X}_1 = \frac{40 + \dots + 80}{9} = 60 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3$$

$$\begin{aligned} \bar{d}_1 &= \frac{|40 - 60| + \dots + |80 - 60|}{9} \\ &= 11,1 = \bar{d}_3 \quad \bar{d}_2 = 4,44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \frac{40^2 + \dots + 80^2}{9} - \left(\frac{40 + \dots + 80}{9} \right)^2 \\ &= 166,67 \end{aligned}$$

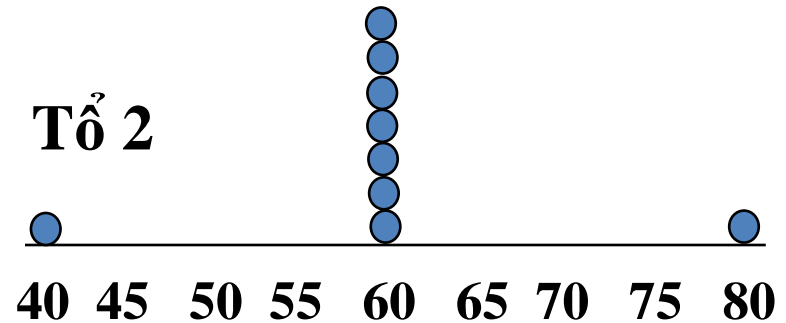
$$\sigma_2^2 = 88,89 \quad \sigma_3^2 = 155,56$$

Tổ 1



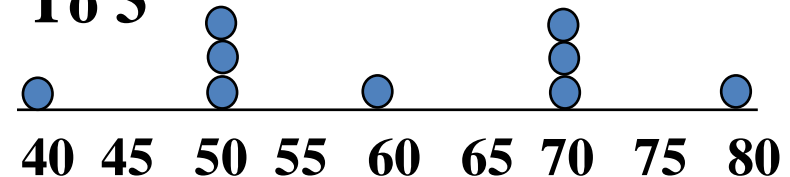
$$R_1 = 80 - 40 = 40$$

Tổ 2



$$R_2 = 80 - 40 = 40$$

Tổ 3



$$R_3 = 80 - 40 = 40$$



5. Hệ số biến thiên

- Là số tương đối (%) tính bằng cách so sánh giữa độ lệch tiêu chuẩn với số bình quân cộng

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} * 100\%$$

- Dùng để so sánh giữa các hiện tượng khác loại hoặc cùng loại và có số bình quân khác nhau

VD: Cho năng suất lúa của hai HTX như sau:

- HTX1: $\bar{X} = 30$ tạ/ha, $\sigma = 9$ tạ
 - HTX2: $\bar{X} = 40$ tạ/ha, $\sigma = 10$ tạ
- } 2 hiện tượng cùng loại nhưng \bar{X} khác nhau.

$$V_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \times 100 = \frac{9}{30} \times 100 = 30\%$$

$$V_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} \times 100 = \frac{10}{40} \times 100 = 25\%$$

$V_1 > V_2 \rightarrow$ độ biến thiên của HTX 1 lớn hơn, NS thu hoạch lúa của HTX 2 đồng đều hơn.