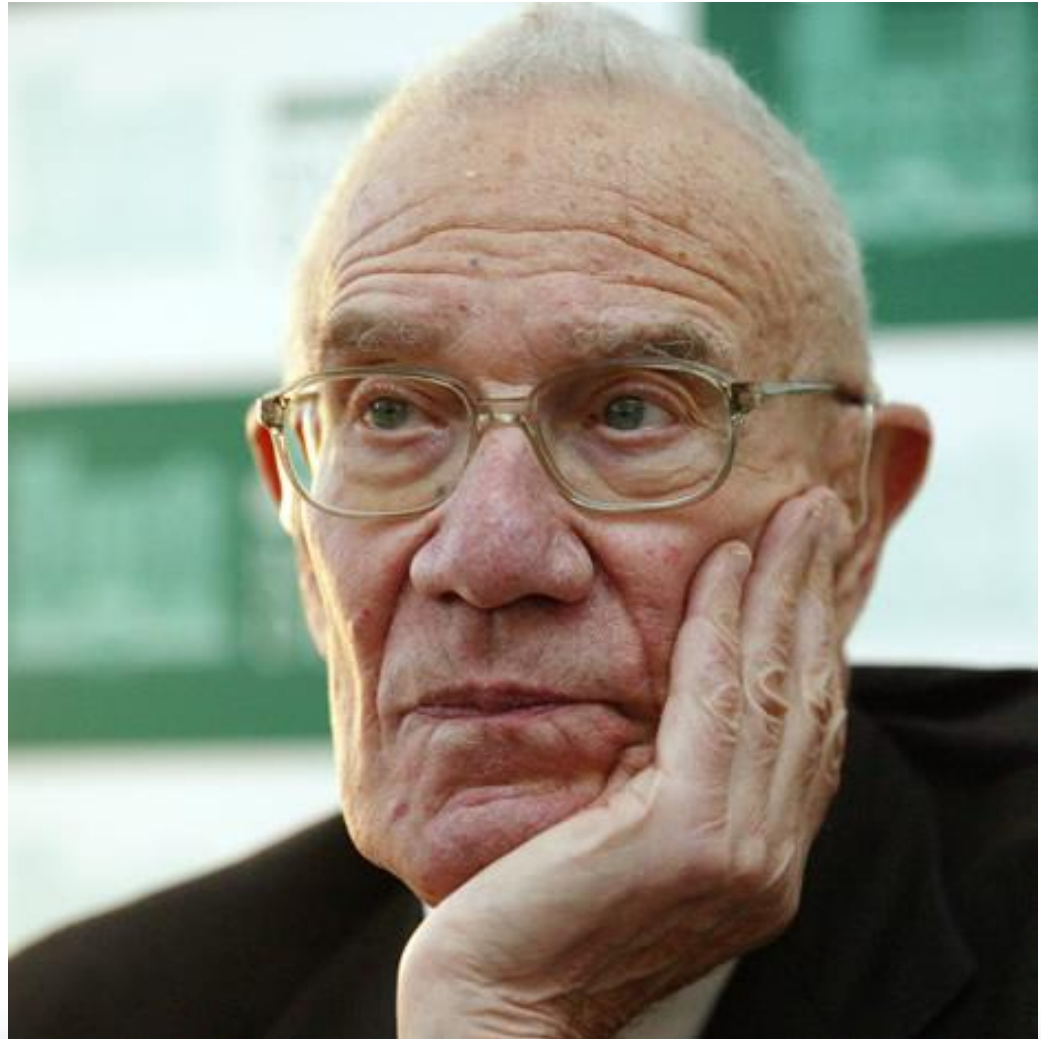


Chương 7

Mô hình tăng trưởng kinh tế của Solow

Robert Merton Solow



Robert Merton Solow

- Sinh 23/08/1924
- 9/1940 nhận học bổng vào đại học Harvard (16)
- 1961: Nhận giải thưởng John Bates Clark (37)
- 1987: Nhận giải thưởng Nobel kinh tế (63)
- 1999: Nhận giải thưởng khoa học quốc gia (75)
- Peter Diamond (Nobel 2010), Joseph Stiglitz (Nobel 2001) và George Akerlof (Nobel 2001) là học trò của Solow

Mục tiêu chương học

1. Giới thiệu về lý thuyết tăng trưởng kinh tế
 - Ý nghĩa của tăng trưởng kinh tế
 - Nguồn gốc của tăng trưởng kinh tế
 - Các trường phái tăng trưởng kinh tế
2. Mô hình tăng trưởng Solow trong nền kinh tế đóng
 - Các giả thiết và Động thái của mô hình
 - Động thái của vốn; trạng thái cân bằng ổn định
 - Trạng thái qui luật vàng; tăng trưởng cân bằng
 - Tác động của sự thay đổi trong tỷ lệ tiết kiệm đến sản lượng cân bằng; Mô hình Solow mở rộng
3. Mô hình tăng trưởng Solow trong nền kinh tế mở

Mô hình Solow

- Robert Solow,
Đã đạt được giải thưởng Nobel vì những đóng góp của ông vào nghiên cứu tăng trưởng kinh tế.
- Một mô hình mẫu quan trọng:
 - Được sử dụng rộng rãi trong việc hình thành chính sách
 - Mô hình chuẩn để so sánh các học thuyết tăng trưởng khác
- Nhìn nhận lại các yếu tố quyết định tăng trưởng kinh tế và chất lượng cuộc sống trong dài hạn

Mô hình Solow

1. **K** không cố định:
đầu tư khiến K tăng,
sự khấu hao làm K giảm.
2. **L** không cố định:
tăng trưởng dân số làm L tăng.
3. Hàm tiêu dùng đơn giản hơn.

Mô hình Solow

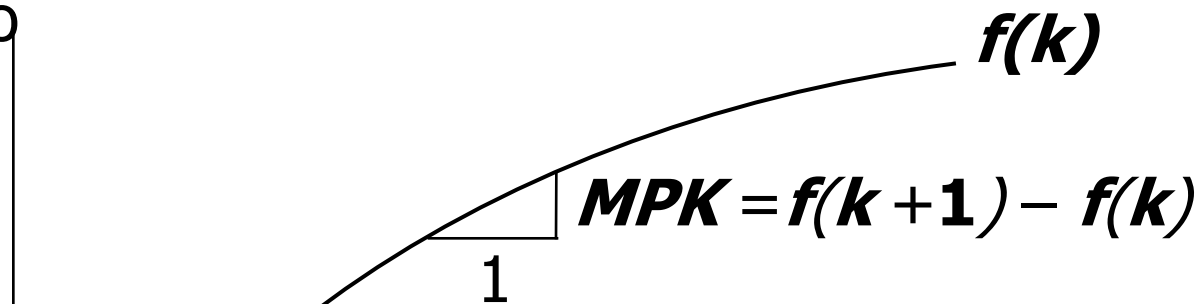
4. Không có ***G*** và ***T***
(đơn giản hóa mô hình;
Chúng ta vẫn có thể làm các thử nghiệm
chính sách tài khóa)

Hàm sản xuất

- Tổng sản lượng: $Y = F(K, L)$
- $y = Y/L$ = sản lượng/ người lao động
- $k = K/L$ = tư bản/ người lao động
- Giả định lợi suất không đổi theo quy mô:
 $zY = F(zK, zL)$ với bất kì $z > 0$
- Lấy $z = 1/L$. và
 $Y/L = F(K/L, 1)$
 $y = F(k, 1)$
 $y = f(k)$ tại $f(k) = F(k, 1)$

Hàm sản xuất

Sản lượng
trên một
người lao
động, y



Hàm sản xuất thể hiện MPK giảm dần.

Tư bản trên
một người
lao động, k

Xác định thu nhập quốc dân

- $Y = C + I$ (không có G)

- Đối với mỗi công nhân:

$$y = c + i$$

trong đó $c = C/L$ và $i = I/L$

Hàm tiêu dùng

- s = tỉ lệ tiết kiệm,
phần nhỏ của thu nhập được tiết kiệm
(s là tham số)

chú ý: s là biến “chữ nhỏ” duy nhất
không được tính bằng cách chia bởi L .

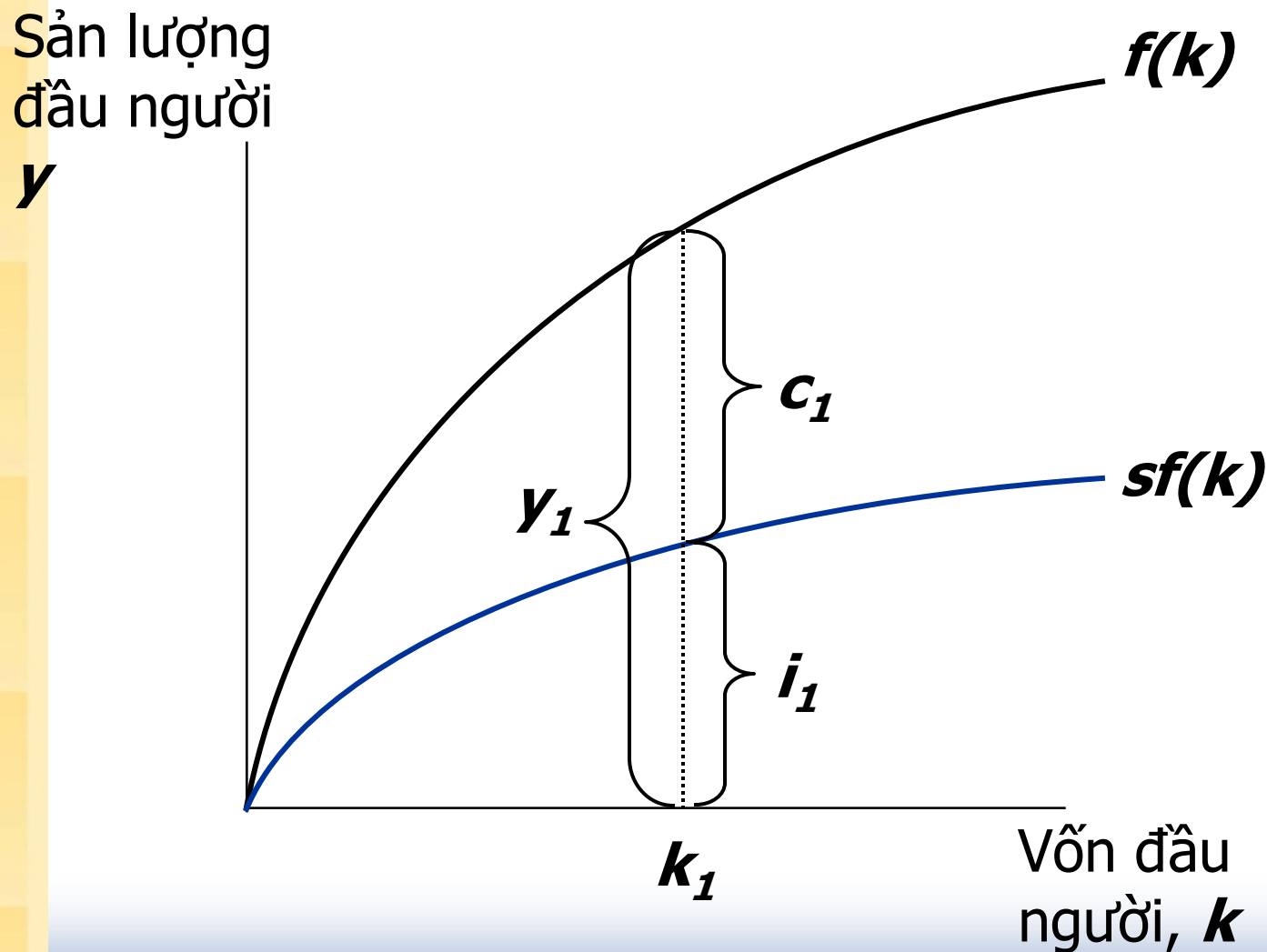
- Hàm tiêu dùng: $c = (1-s)y$
(đối với mỗi công nhân)

Tiết kiệm và đầu tư

- Tiết kiệm (với mỗi công nhân) = ***sy***
- Thu nhập quốc dân: ***y = c + i***

=> i = y - c = sy
(đầu tư = tiết kiệm)
- Sử dụng kết quả trên,
i = sy = sf(k)

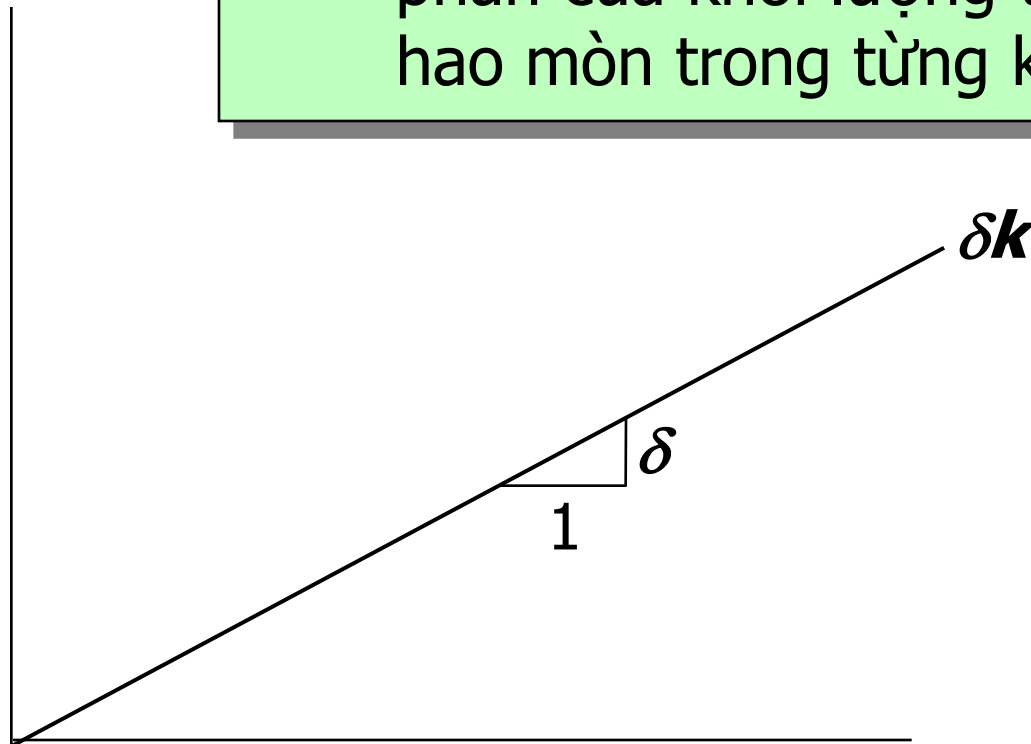
Sản lượng, tiêu dùng và đầu tư



Khấu hao

Khấu hao của mỗi công nhân, δk

δ = tỷ lệ khấu hao
= phần của khối lượng tư bản bị hao mòn trong từng kỳ



Khối lượng tư bản của mỗi công nhân, k

Tích lũy tư bản

Cơ bản:

Đầu tư làm cho vốn tư bản lớn dần, khấu hao làm nó nhỏ dần.

Tích lũy tư bản

Sự thay đổi khối lượng tư bản = đầu tư – khấu hao

$$\Delta k = i - \delta k$$

vì $i = sf(k)$, nên có:

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

Phương trình chuyển động của k

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

- Phương trình cân bằng của mô hình Solow
- Quyết định hành vi tư bản trong thời gian...
- ...lần lượt quyết định các biến nội sinh khác vì chúng đều phụ thuộc vào k .

VD thu nhập đầu người: $y = f(k)$

tiêu dùng mỗi người: $c = (1-s)f(k)$

Trạng thái dừng

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

Nếu đầu tư chỉ đủ bù đắp khấu hao,

$$[sf(k) = \delta k],$$

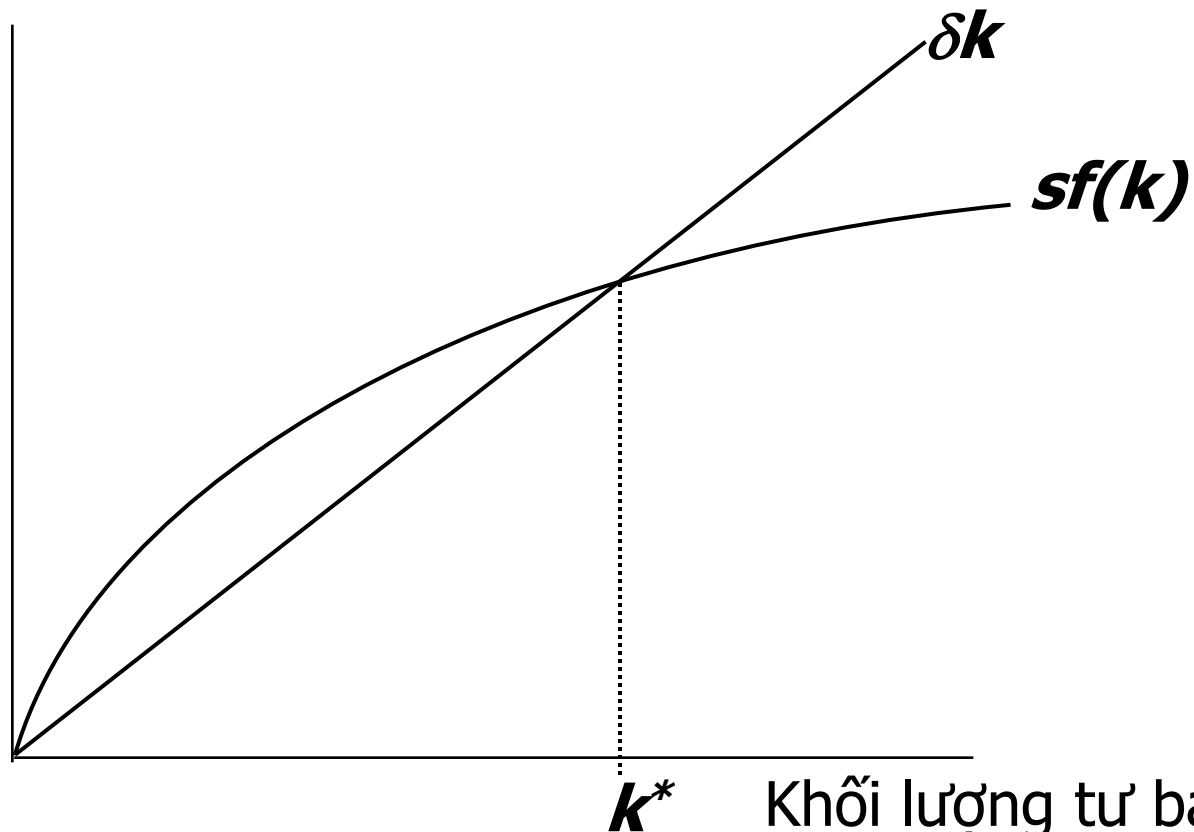
Thì tư bản đối với mỗi nhân công là không đổi:

$$\Delta k = 0.$$

Giá trị không đổi này, được biểu thị bằng k^* , và gọi là **mức tư bản trạng thái dừng**.

Trạng thái dừng

Đầu tư và
khấu hao

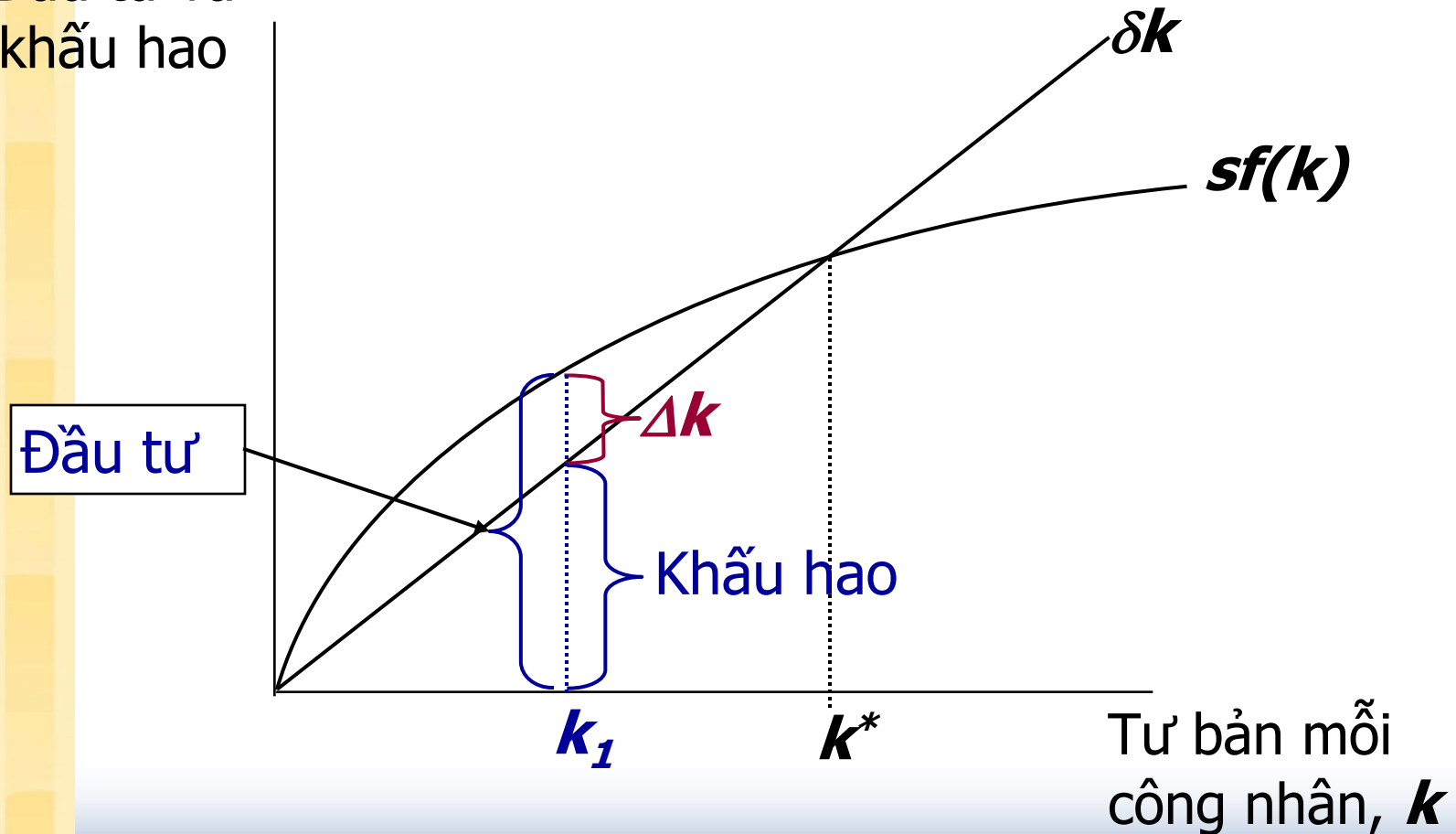


Khối lượng tư bản
mỗi công nhân, k

Tiến tới trạng thái dừng

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

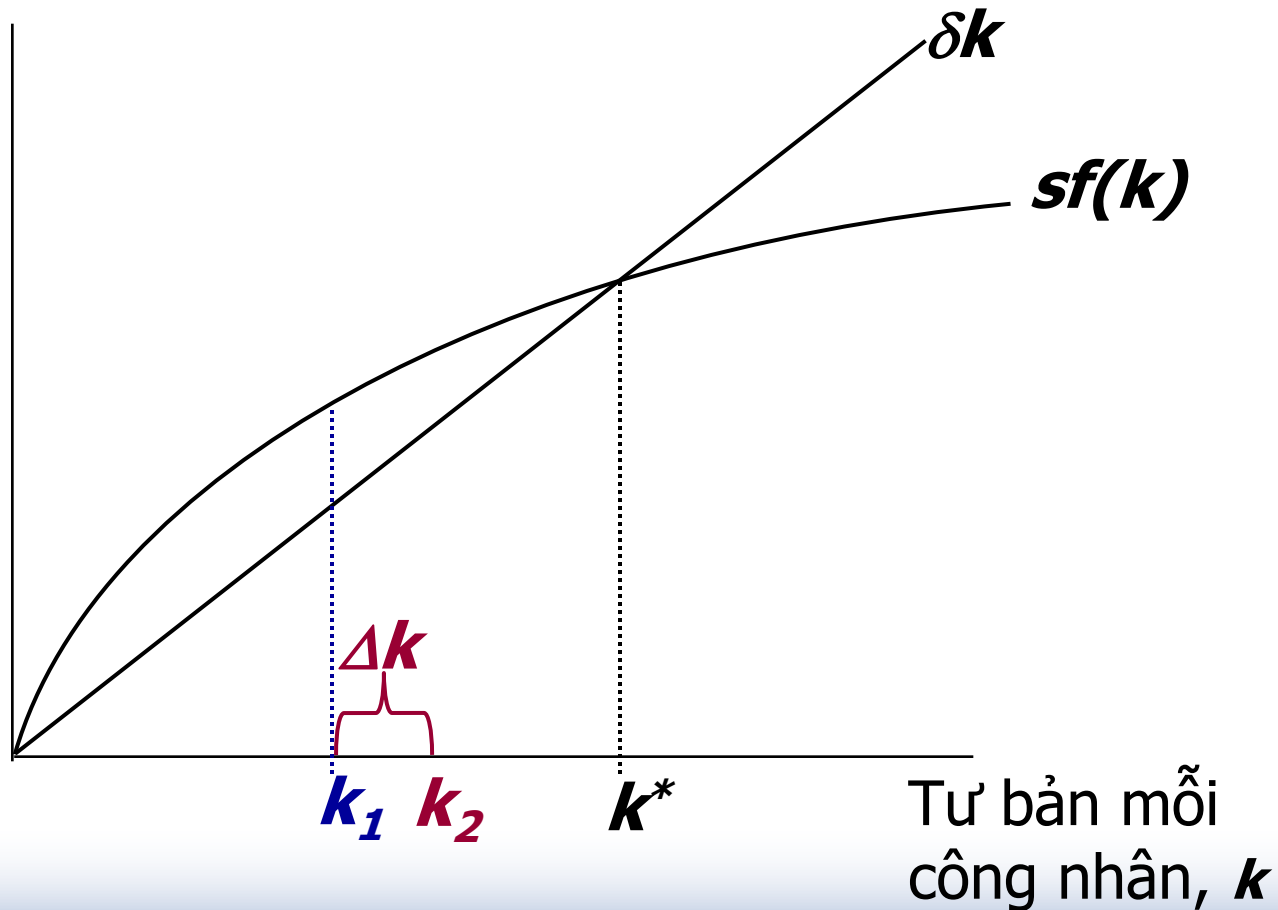
Đầu tư và
khấu hao



Tiến tới trạng thái dừng

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

Đầu tư và
khấu hao

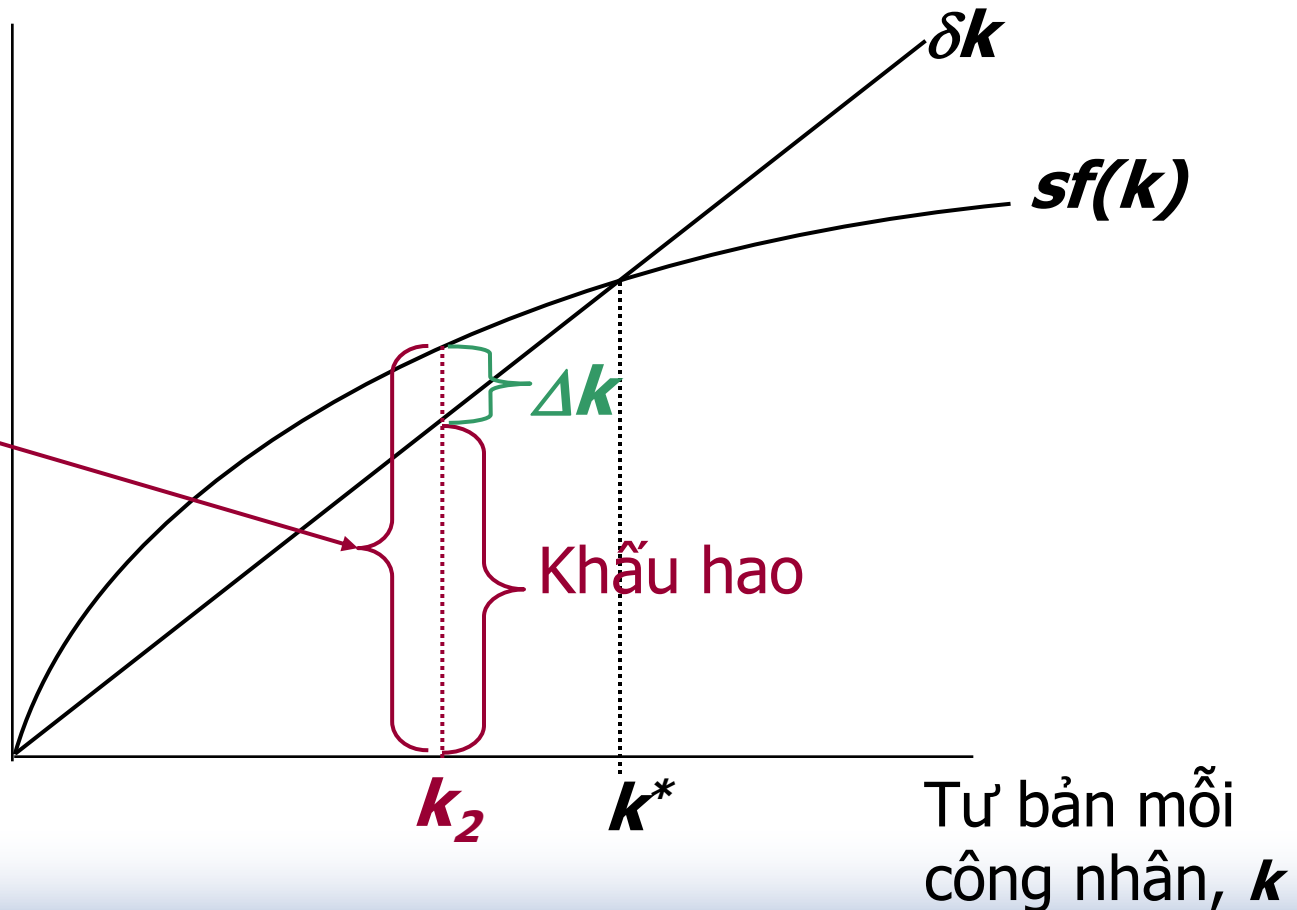


Tiến tới trạng thái dừng

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

Đầu tư và
khấu hao

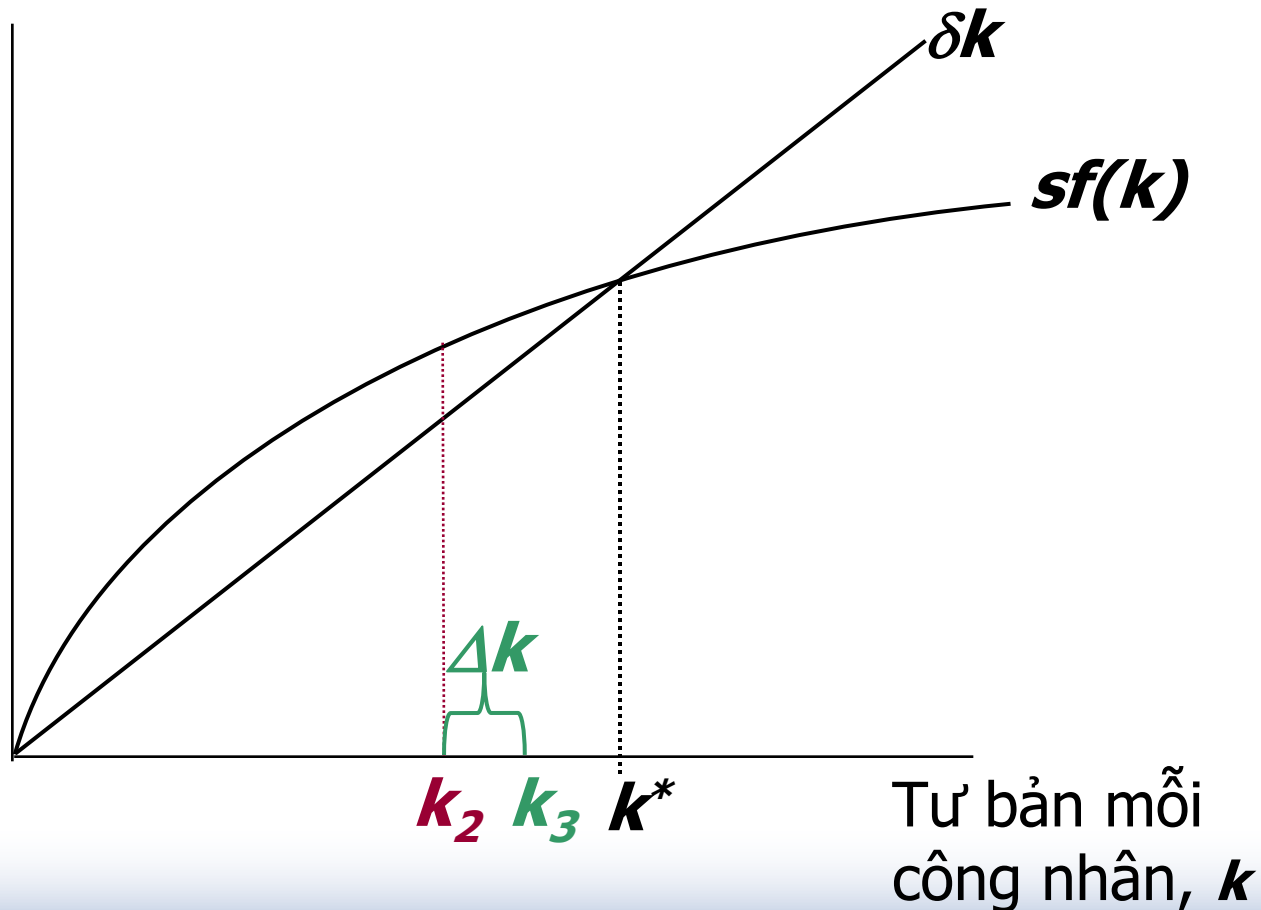
Đầu tư



Tiến tới trạng thái dừng

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

Đầu tư và
khấu hao

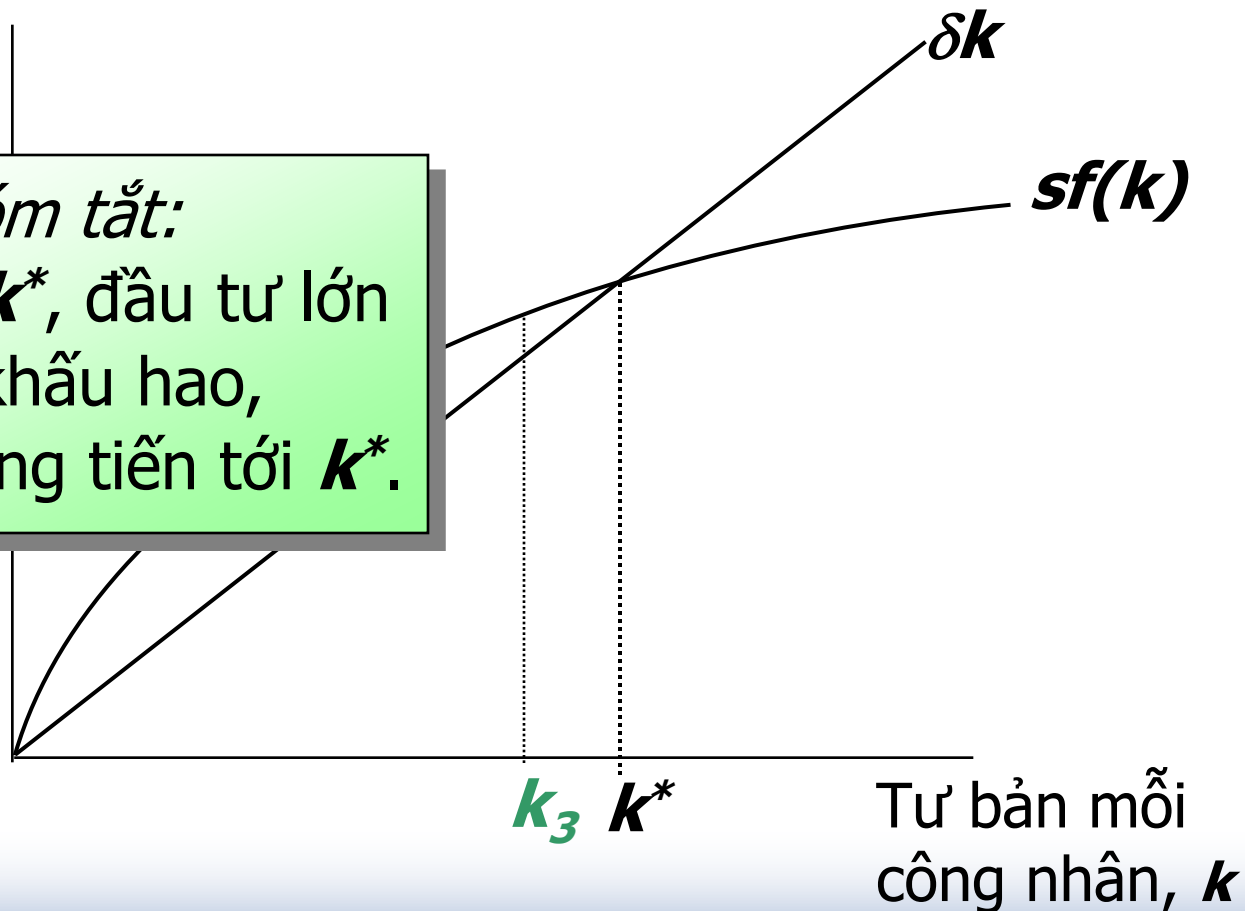


Tiến tới trạng thái dừng

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

Đầu tư và
khấu hao

Tóm tắt:
nếu $k < k^*$, đầu tư lớn
hơn khấu hao,
và k sẽ tăng tiến tới k^* .



Luyện tập

Vẽ đồ thị mô hình Solow,
đánh dấu trạng thái dừng k^* .

Trên trục hoành, lấy một giá trị lớn hơn k^*
là mức khối lượng tư bản ban đầu của nền
kinh tế. Đánh dấu k_1 .

Chỉ ra điều gì xảy ra với k trong thời gian
đó. k sẽ tiến tới hay tiến xa trạng thái cân
bằng?

Ví dụ bằng số

Hàm sản xuất (tổng lượng):

$$Y = F(K, L) = \sqrt{K \times L} = K^{1/2} L^{1/2}$$

Để xác định hàm sản xuất cho mỗi công nhân, chia cả 2 vế cho L :

$$\frac{Y}{L} = \frac{K^{1/2} L^{1/2}}{L} = \left(\frac{K}{L} \right)^{1/2}$$

Thay $y = Y/L$ và $k = K/L$, ta có:

$$y = f(k) = k^{1/2}$$

Ví dụ bằng số

Giả sử:

- $s = 0.3$
- $\delta = 0.1$
- Giá trị ban đầu của $k = 4.0$

Tiến tới trạng thái cân bằng dừng: ví dụ bằng số

Năm	k	y	c	i	δk	$\text{đ}k$
1	4.000	2.000	1.400	0.600	0.400	0.200
2	4.200	2.049	1.435	0.615	0.420	0.195
3	4.395	2.096	1.467	0.629	0.440	0.189

Tiến tới trạng thái cân bằng dừng: ví dụ bằng số

Year	k	y	c	i	δk	\dot{k}
1	4.000	2.000	1.400	0.600	0.400	0.200
2	4.200	2.049	1.435	0.615	0.420	0.195
3	4.395	2.096	1.467	0.629	0.440	0.189
4	4.584	2.141	1.499	0.642	0.458	0.184
...						
10	5.602	2.367	1.657	0.710	0.560	0.150
...						
25	7.351	2.706	1.894	0.812	0.732	0.080
...						
100	8.962	2.994	2.096	0.898	0.896	0.002
...						
∞	9.000	3.000	2.100	0.900	0.900	0.000

Bài tập: giải quyết trạng thái dừng

Tiếp tục giả định

$$s = 0.3, \quad \delta = 0.1, \quad \text{và} \quad y = k^{1/2}$$

Sử dụng phương trình chuyển động

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

để tìm các biến trạng thái dừng k , y ,
và c .

Hướng dẫn bài tập:

$$\Delta \mathbf{k} = 0$$

Khái niệm: Trạng Thái Dừng

$$\mathbf{s} \mathbf{f}(\mathbf{k}^*) = \delta \mathbf{k}^*$$

Phương trình chuyển động của K

$$\Delta \mathbf{k} = 0$$

Sử dụng những giá trị được giả định

$$0.3 \sqrt{\mathbf{k}^*} = 0.1 \mathbf{k}^*$$

$$3 = \frac{\mathbf{k}^*}{\sqrt{\mathbf{k}^*}} = \sqrt{\mathbf{k}^*}$$

Solve to get: $\mathbf{k}^* = 9$ and $\mathbf{y}^* = \sqrt{\mathbf{k}^*} = 3$

Finally, $\mathbf{c}^* = (1 - \mathbf{s}) \mathbf{y}^* = 0.7 \times 3 = 2.1$

Bài tập tình huống

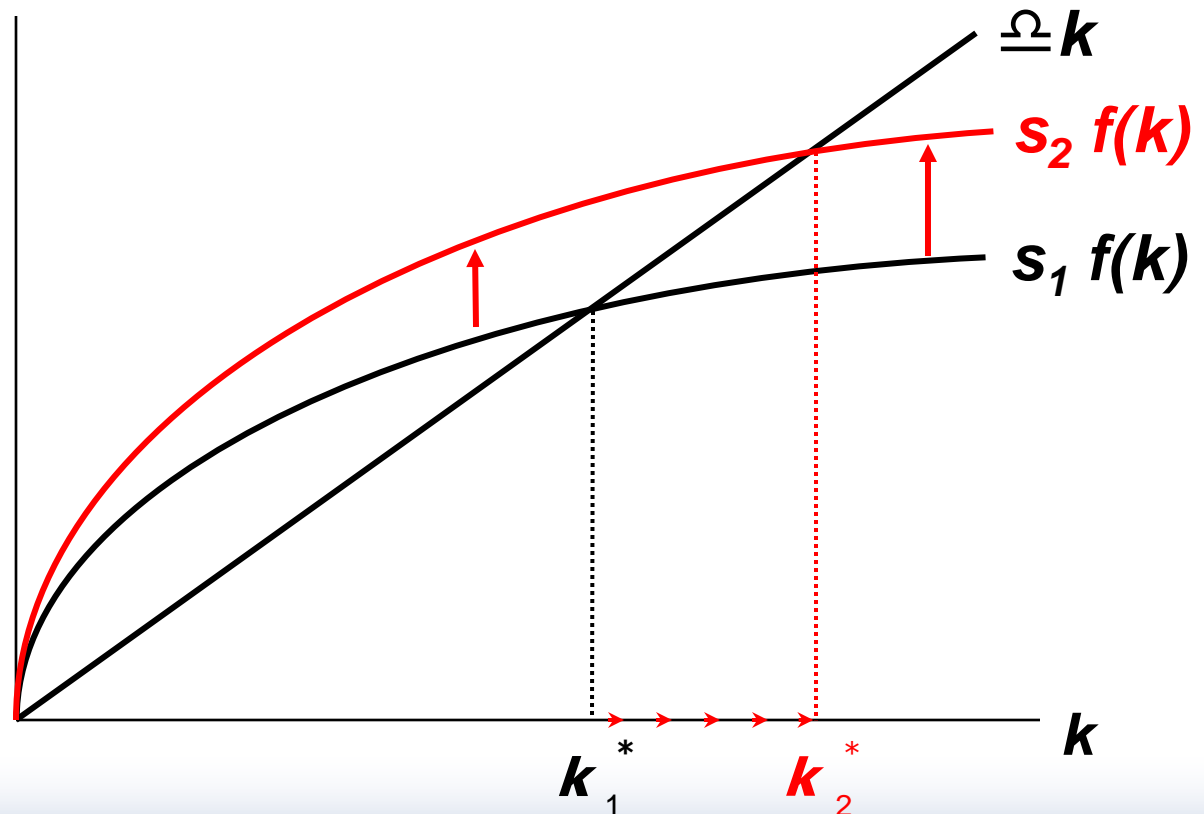
- Sử dụng mô hình Solow, giải thích tại sao tỷ lệ tăng trưởng kinh tế nhanh sau chiến tranh?
 - Chiến tranh tàn phá khối lượng tư bản lớn.
 - Tỷ lệ tiết kiệm không đổi.
 - Sau đó, k tăng và y tăng!

Tỷ lệ tiết kiệm tăng

Tỷ lệ tiết kiệm tăng làm đầu tư tăng...

...khiến khối lượng tư bản tăng và tiến tới trạng thái dừng mới:

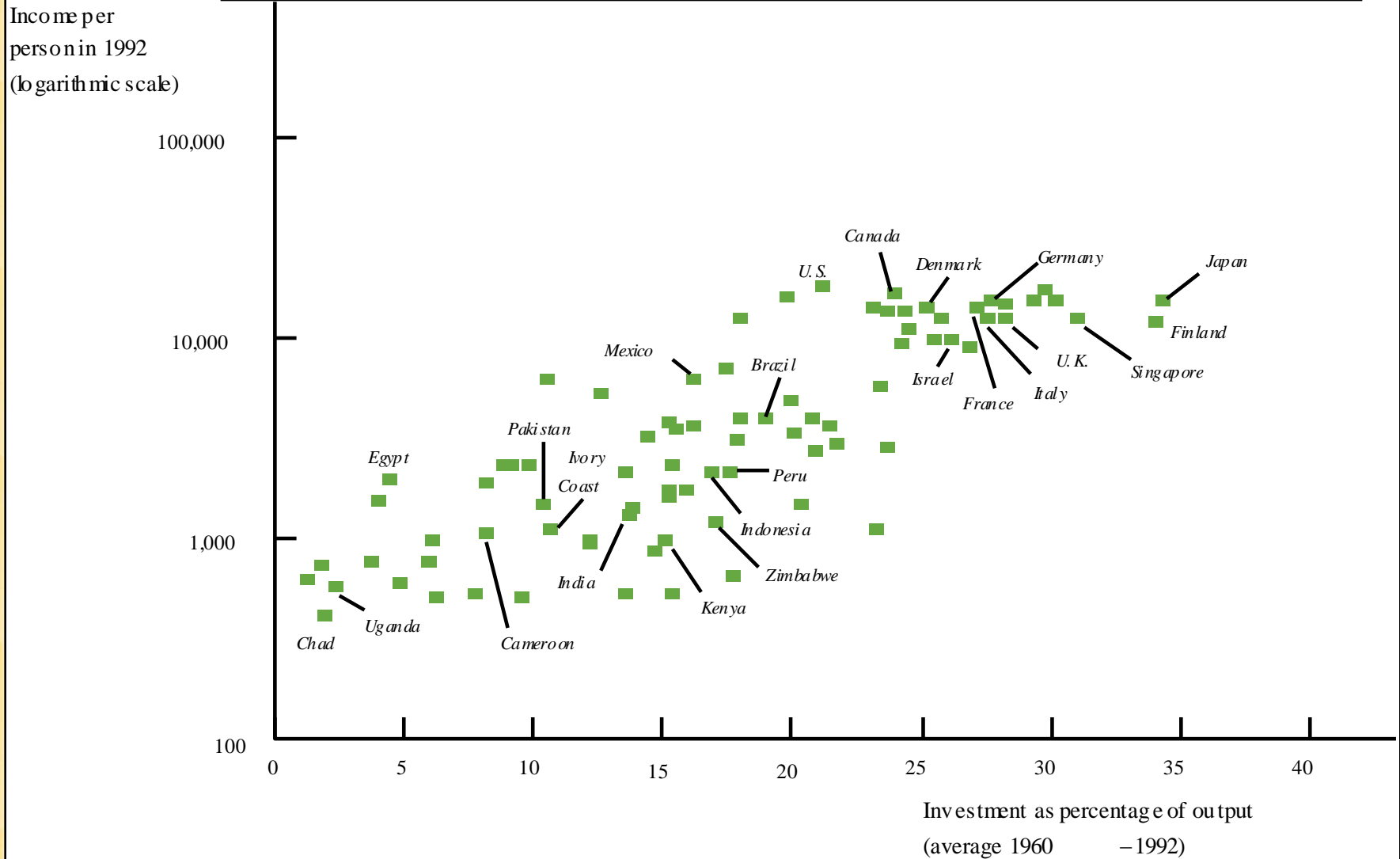
Đầu tư và
khấu hao



Dự đoán:

- s cao $\Rightarrow k^*$ cao
- vì $y = f(k)$, k^* cao $\Rightarrow y^*$ cao
- Do đó, mô hình Solow dự đoán rằng các nước có tỷ lệ tiết kiệm và đầu tư cao sẽ có mức tư bản và thu nhập cao hơn trong dài hạn.

Bảng chứng quốc tế về tỷ lệ đầu tư và thu nhập đầu người



Giới thiệu “Quy tắc vàng”

- Giá trị khác nhau của s dẫn tới các trạng thái dừng khác nhau.

Vậy trạng thái dừng nào là tốt nhất?

- Nền kinh tế giàu có phụ thuộc vào tiêu dùng, vì vậy trạng thái dừng tốt nhất có mức tiêu dùng trên đầu người cao nhất có thể: $c^* = (1-s) f(k^*)$
- s tăng
 - Dẫn đến k^* và y^* cao, làm tăng c^*
 - Giảm tiêu thụ của phần thu nhập $(1-s)$, làm giảm c^*
- Vì vậy, xác định s và k^* ra sao để tối đa hóa c^* ?

Khối lượng tư bản theo quy tắc vàng

k_{gold}^* = **mức tư bản theo quy tắc vàng,**
 k ở trạng thái dừng mà tối đa hóa
tiêu dùng.

Để tìm được, đầu tiên thể hiện c^* trong
mối liên quan với k^* :

$$\begin{aligned} c^* &= y^* - \bar{i}^* \\ &= f(k^*) - \bar{i}^* \\ &= f(k^*) - \delta k^* \end{aligned}$$

Tổng quan:

$$\bar{i} = \Delta k + \delta k$$

Trạng thái dừng:

$$\bar{i}^* = \delta k^*$$

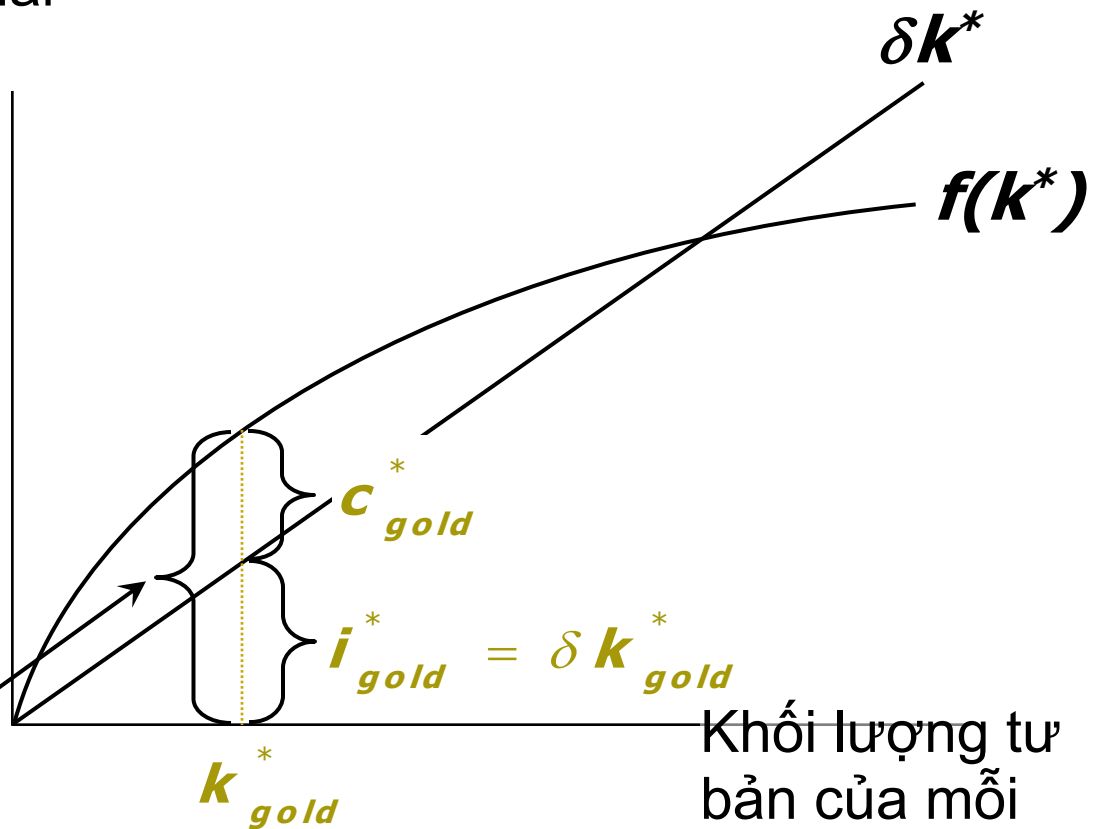
vì $\Delta k = 0$.

Khối lượng tư bản theo quy tắc vàng

Sản lượng và
khấu hao ở
trạng thái
dừng

Vẽ $f(k^*)$ và
 δk^* , và tìm
điểm mà
khoảng cách
giữa 2 đường là
lớn nhất.

$$y_{gold}^* = f(k_{gold}^*)$$



Khối lượng tư
bản của mỗi
công nhân ở
trạng thái dừng,

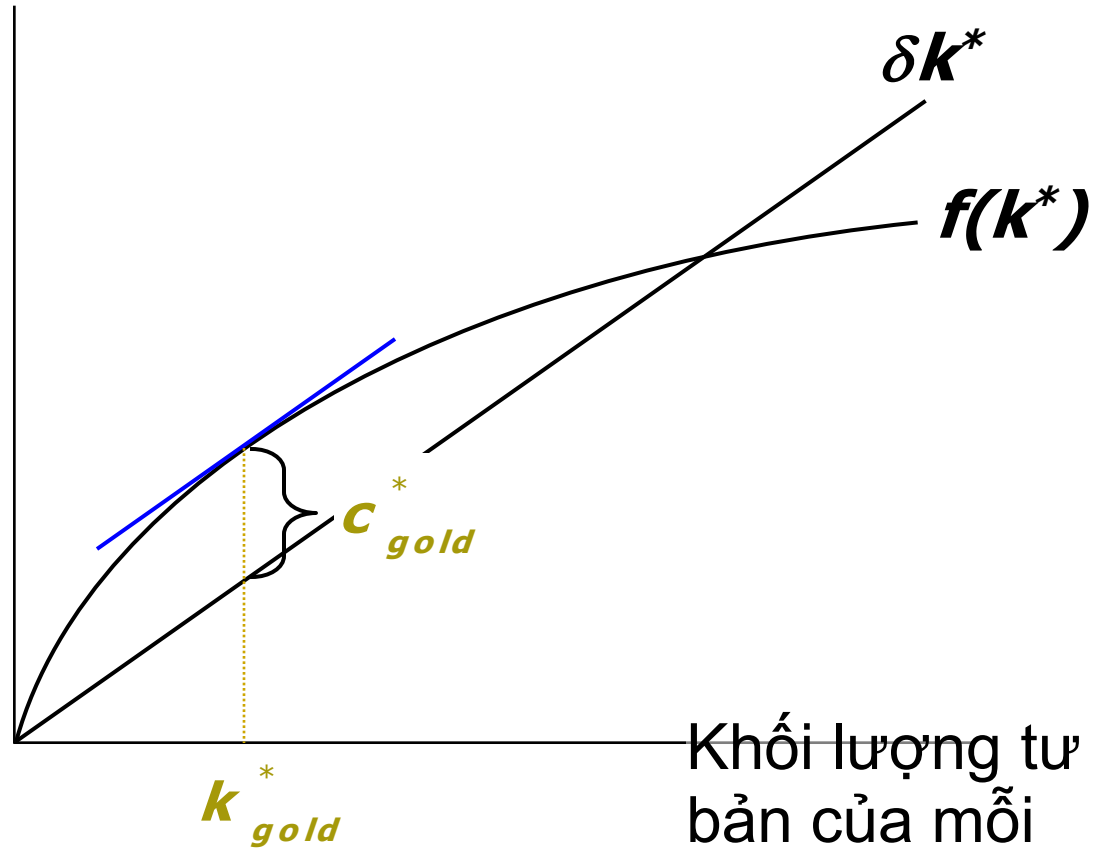
k^*

Khối lượng tư bản theo quy tắc vàng

$$c^* = f(k^*) - \delta k^*$$

là lớn nhất khi độ dốc của đường hàm sản xuất bằng độ dốc của đường khấu hao:

$$MPK = \delta$$



Khối lượng tư bản của mỗi công nhân ở trạng thái dừng, k^*

Quá trình tiến tới trạng thái vàng

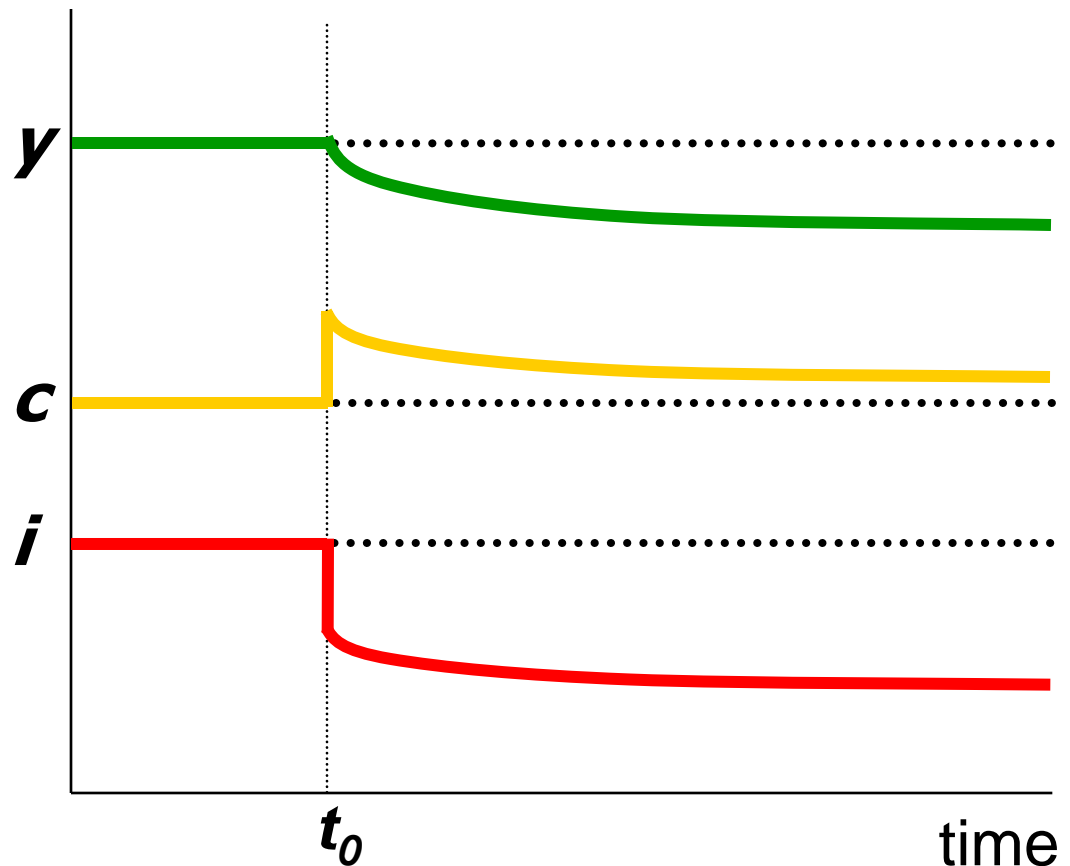
- Nền kinh tế không có xu hướng tiến tới trạng thái vàng.
- Đạt tới trạng thái vàng yêu cầu các nhà chính sách điều chỉnh **S**.
- Sự điều chỉnh dẫn đến trạng thái dừng mới với mức tiêu dùng cao hơn.
- Nhưng điều gì xảy ra với tiêu dùng khi tiến tới trạng thái vàng?

Bắt đầu với quá nhiều tư bản

If $k^* > k_{gold}^*$

Dẫn tới tăng c^*
và giảm s .

Trong quá trình
tiến tới trạng
thái vàng, thu
nhập cao hơn
tất cả các thời
điểm khác.

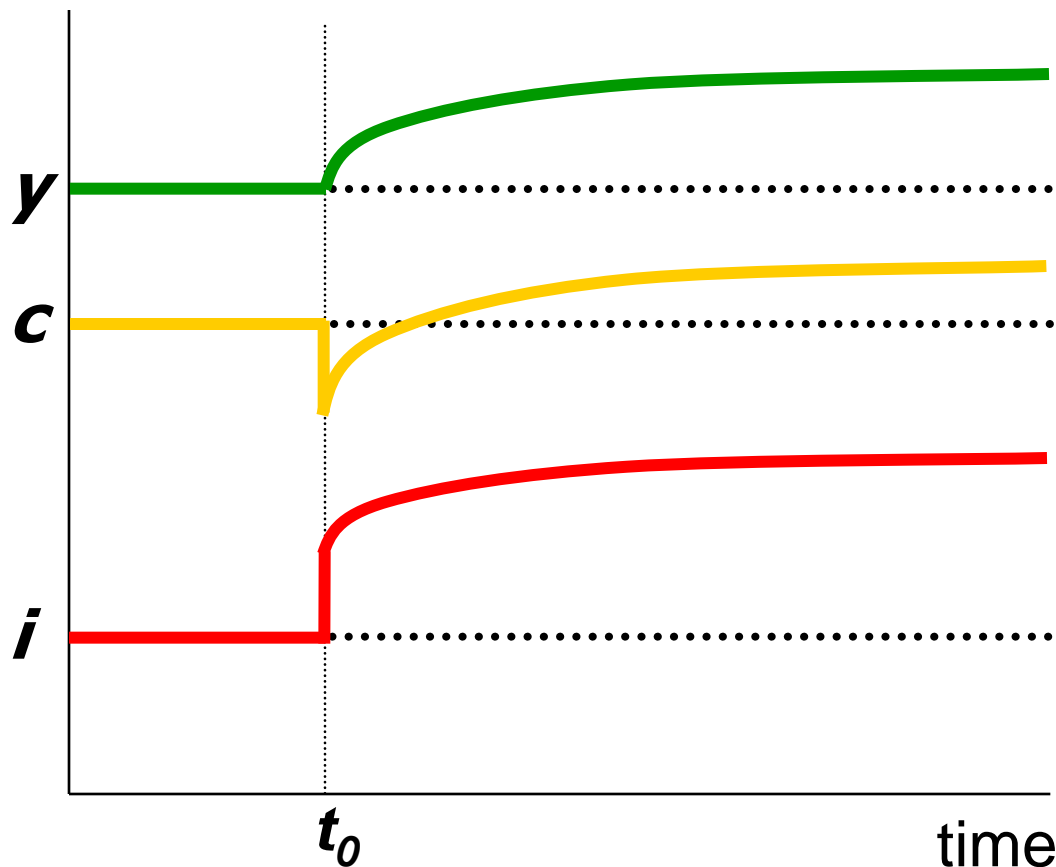


Bắt đầu với quá ít tư bản

If $k^* < k_{gold}^*$

Sự tăng c^* yêu cầu
sự tăng s .

Các thể hệ tương lai
được hưởng mức
tiêu dùng cao hơn,
nhưng thế hệ hiện
tại trải qua sự giảm
sút ban đầu về tiêu
dùng.



Hạn chế trong mô hình cơ bản

- Mô hình cơ bản Solow không thể giải thích được sự tăng trưởng kinh tế bền vững. Nó chỉ ra đơn thuần là tỷ lệ tiết kiệm cao dẫn đến sự tăng trưởng cao tạm thời, nhưng nền kinh tế cuối cùng vẫn đạt trạng thái dừng.
- Chúng ta cần kết hợp 2 nguồn phát triển để giải thích sự tăng trưởng kinh tế bền vững: **dân số** và **tiến bộ công nghệ**.

Gia tăng dân số trong mô hình Solow

- Giả định dân số--nguồn lao động-- tăng trưởng với tỷ lệ **n** . (**n** là biến ngoại sinh)

$$\frac{\Delta L}{L} = n$$

- VD: giả sử **$L = 1000$** trong năm 1 và dân số tăng trưởng với tỷ lệ 2%/năm (**$n = 0.02$**).

có $\Delta L = nL = 0.02 \times 1000 = 20$,
do đó **$L = 1020$** trong năm 2.

Đầu tư hòa vốn

$(\delta + n)k = \text{đầu tư hòa vốn,}$
lượng vốn cần thiết để giữ k không đổi.

Đầu tư hòa vốn bao gồm:

- δk để thay thế tư bản khi bị hao mòn
- nk để cung cấp tư bản cho công nhân mới

(mặt khác, k sẽ giảm khi khối lượng tư bản không đủ cung cấp cho số nhân công tăng lên)

Phương trình chuyển động của k

- Với gia tăng dân số, phương trình chuyển động của k là

$$\Delta k = sf(k) - (\delta + n)k$$

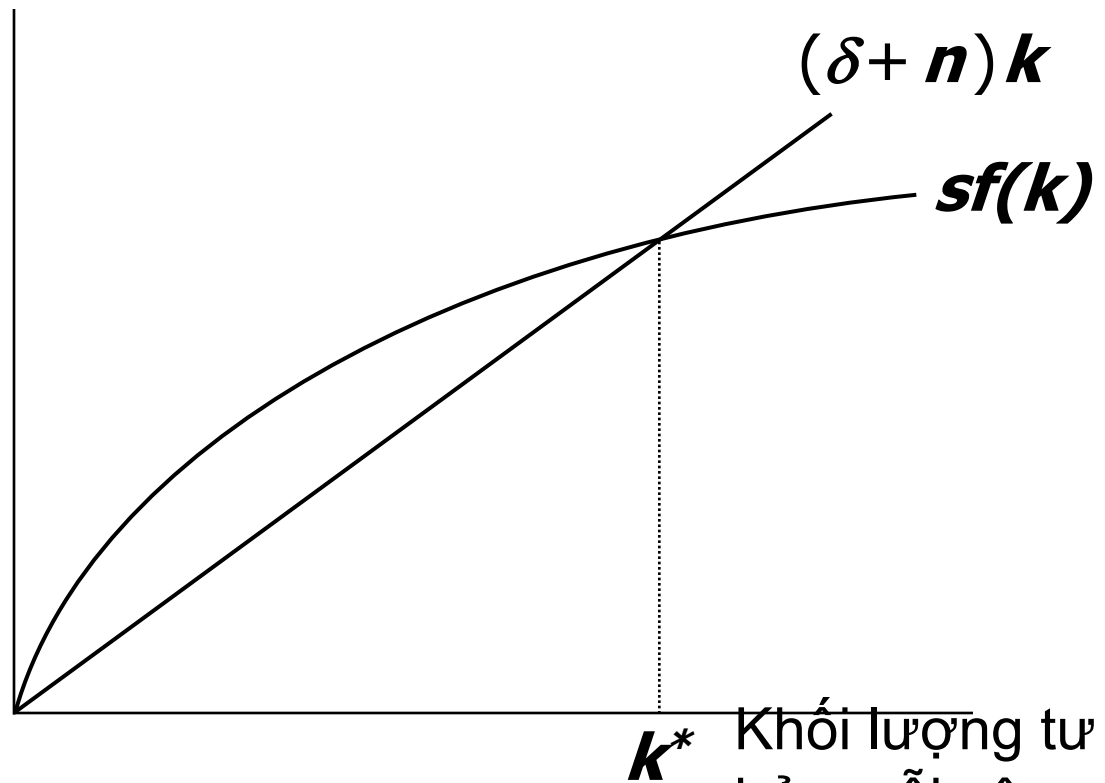
Đầu tư thật

Đầu tư hòa
vốn

Đồ thị mô hình Solow

$$\Delta k = s f(k) - (\delta + n)k$$

Đầu tư, đầu tư
hòa vốn



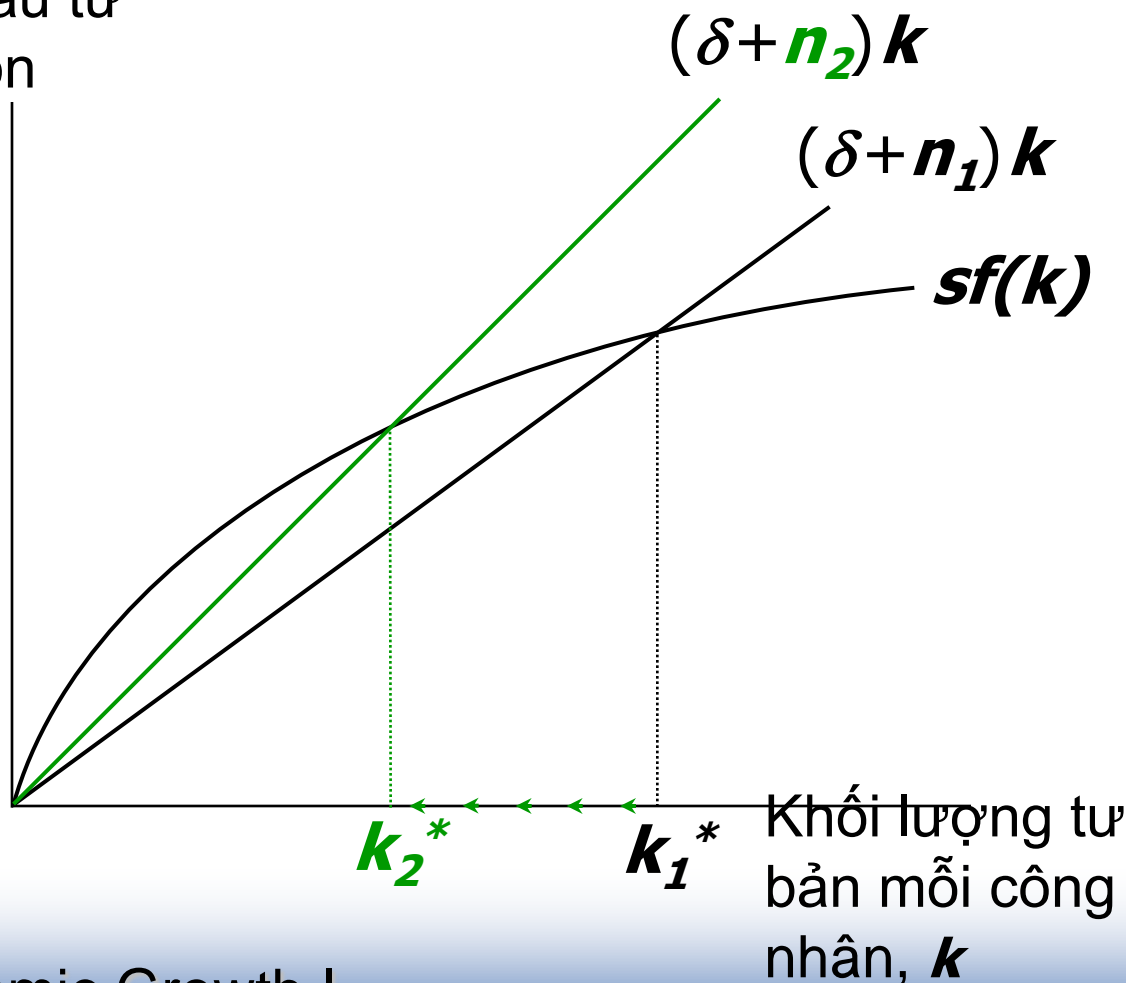
Khối lượng tư
bản mỗi công
nhân, k

Tác động của gia tăng dân số

Đầu tư, đầu tư
hòa vốn

Sự tăng n dẫn đến
đầu tư hòa vốn
tăng,

Kèm theo mức
trạng thái dừng
của k thấp.

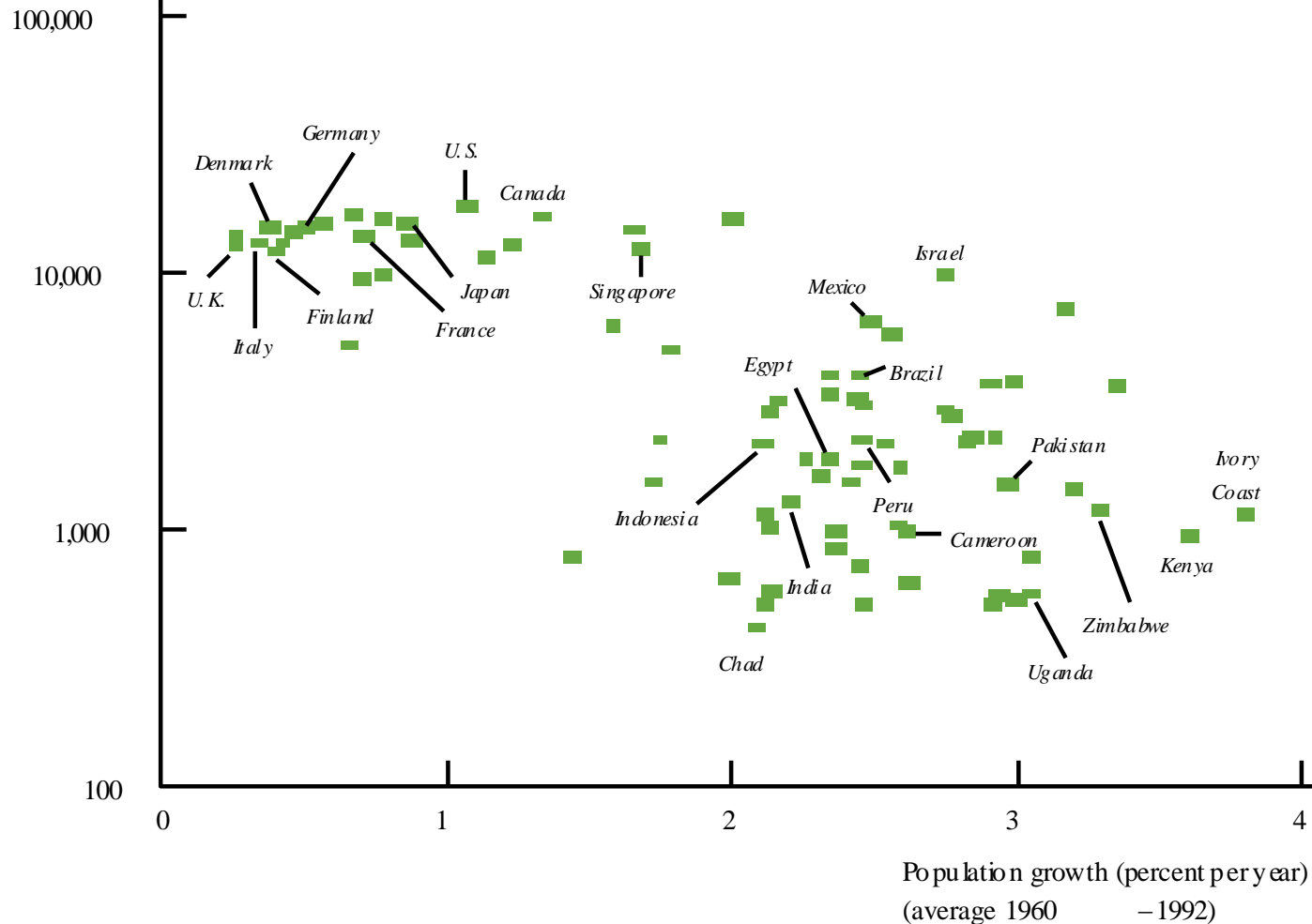


Dự đoán:

- n cao $\Rightarrow k^*$ thấp
- vì $y = f(k)$,
 k^* thấp $\Rightarrow y^*$ thấp
- Do đó, mô hình Solow dự đoán rằng các nước có tỷ lệ gia tăng dân số cao thì mức độ tư bản và thu nhập mỗi công nhân giảm trong dài hạn.

Bảng chứng quốc tế về gia tăng dân số và thu nhập đầu người

Income per person in 1992
(logarithmic scale)



Quy tắc vàng với gia tăng dân số

Để tìm ra khối lượng tư bản theo quy tắc vàng, cần tìm lại c^* liên quan tới k^* :

$$\begin{aligned} c^* &= y^* - i^* \\ &= f(k^*) - (\delta + n) k^* \end{aligned}$$

c^* tối đa hóa khi

$$MPK = \delta + n$$

Hoặc tương tự,

$$MPK - \delta = n$$

Trong trạng thái vàng, sản phẩm biên của tư bản trừ khấu hao bằng tỷ lệ gia tăng dân số.

Tiến bộ công nghệ trong mô hình Solow

- Biến số mới : E = lao động hiệu quả
- Giả định:

tiến bộ công nghệ làm tăng giá trị lao động:
tăng hiệu quả lao động theo tỷ lệ ngoại sinh
 g

$$g = \frac{\Delta E}{E}$$

Sự tiến bộ công nghệ trong mô hình Solow

- Hàm sản lượng được viết lại là :

$$Y = F (K , L \times E)$$

- Với $L \times E$ = số lượng công nhân hiệu quả.
 - Vì vậy, tăng lượng lao động hiệu quả có tác động tương tự như khi tăng lực lượng lao động.

Sự tiến bộ công nghệ trong mô hình Solow

- Ghi chú:

$y = Y/LE$ = sản lượng theo một đơn vị lao động hiệu quả

$k = K/LE$ = vốn trên một đơn vị lao động hiệu quả

- Hàm sản lượng trên một đơn vị lao động hiệu quả:

$$y = f(k)$$

- Tiết kiệm và đầu tư trên một đơn vị lao động hiệu quả :

$$s y = s f(k)$$

Sự tiến bộ công nghệ trong mô hình Solow

$(\delta + n + g)k$ = đầu tư hòa vốn:
lượng đầu tư cần thiết để duy trì k không đổi.

Bao gồm:

δk để thay thế lượng vốn bị bao mòn

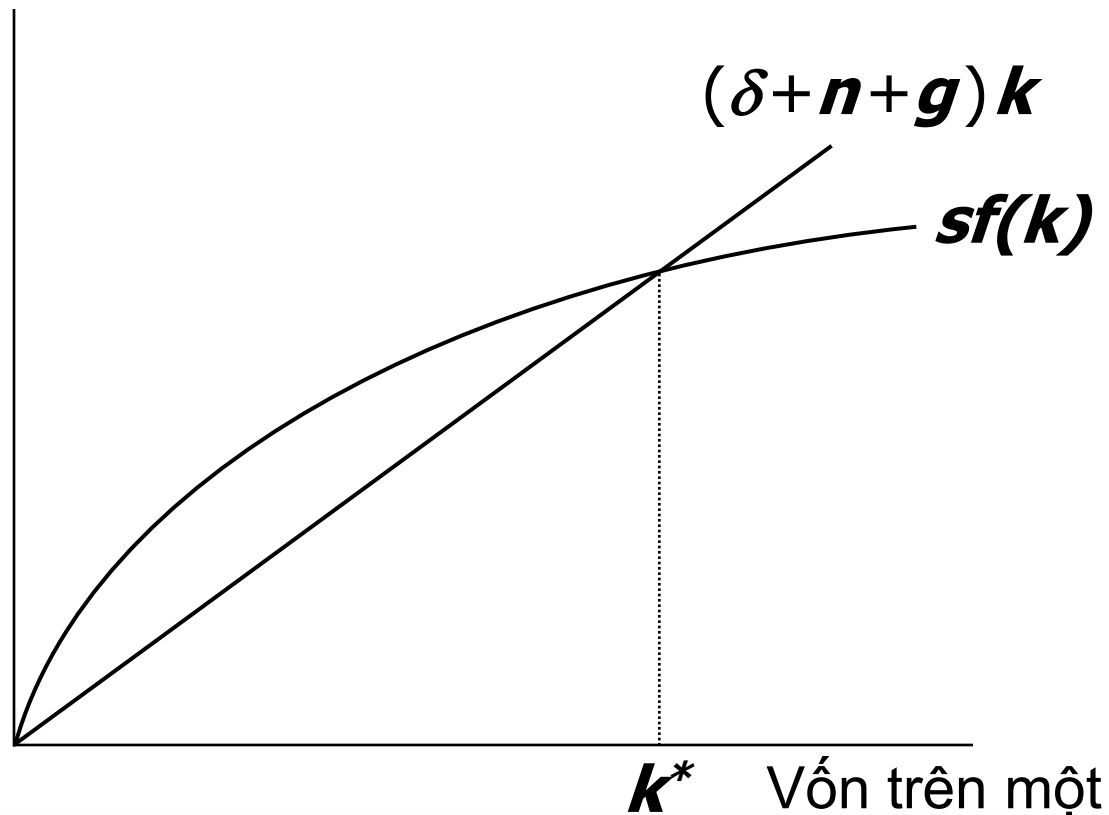
nk để cung cấp vốn cho những lao động mới

gk để cung cấp vốn cho những lao động hiệu quả được tạo ra bởi công nghệ tiến bộ

Sự tiến bộ công nghệ trong mô hình Solow

Đầu tư, đầu tư
hòa vốn

$$\Delta k = s f(k) - (\delta + n + g)k$$



Trạng thái tăng trưởng ổn định trong mô hình Solow với tiến bộ công nghệ

Biến số	Ký hiệu	Trạng thái tăng trưởng ổn định
Vốn trên một đơn vị lao động hiệu quả	$k = K/(L \times E)$	0
Sản lượng trên một đơn vị lao động hiệu quả	$y = Y/(L \times E)$	0
Sản lượng trên một đơn vị lao động	$(Y/L) = y \times E$	g
Tổng sản lượng	$Y = y \times E \times L$	$n + g$

Quy luật vàng

Để tìm trạng thái quy luật vàng của vốn, biểu diễn c^* theo k^* :

$$\begin{aligned} c^* &= y^* - i^* \\ &= f(k^*) - (\delta + n + g) k^* \end{aligned}$$

c^* lớn nhất khi

$$MPK = \delta + n + g$$

Hoặc tương đương với,

$$MPK - \delta = n + g$$

Theo trạng thái Quy luật vàng của vốn, sản phẩm biên của vốn trừ đi khấu hao bằng tốc độ tăng dân số cộng với tỷ lệ tiến bộ công nghệ.

Tóm tắt chương

1. Mô hình tăng trưởng Solow chỉ ra rằng, trong dài hạn, chất lượng cuộc sống của một đất nước có mối quan hệ:
 - Thuận với tỷ lệ tiết kiệm.
 - Nghịch với tỷ lệ gia tăng dân số.
2. Tỷ lệ tiết kiệm tăng dẫn đến:
 - Sản lượng cao hơn trong dài hạn
 - Tăng trưởng nhanh tạm thời
 - Nhưng tăng trưởng trạng thái dừng không nhanh.

Tóm tắt chương

3. Nếu nền kinh tế có mức tư bản cao hơn trạng thái vàng, thì giảm tiết kiệm làm tăng tiêu dùng hơn bất cứ thời điểm nào, và các thể hệ đều khá hơn.

Nếu nền kinh tế có mức tư bản thấp hơn trạng thái vàng, thì tăng tiết kiệm làm tăng tiêu dùng cho các thế hệ tương lai, nhưng giảm tiêu dùng cho các thế hệ hiện tại.