



### 1.1. TRẠNG THÁI CÂN BẰNG

### 1.2. NỘI LỰC

### 1.3. ỨNG SUẤT

### 1.4. CÁC THÀNH PHẦN ỨNG SUẤT TRONG HỆ TỌA ĐỘ ĐỀ-CÁC

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC

### 1.6. ỨNG SUẤT TIẾP TRUNG BÌNH

### 1.7. ỨNG SUẤT CHO PHÉP



### 1.1. TRẠNG THÁI CÂN BẰNG

Vật thể ở trạng thái cân bằng khi vector tổng moment tại một điểm bất kỳ và vector tổng tất cả các lực bằng tác động lên vật thể bằng không

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \sum \vec{M} = 0$$

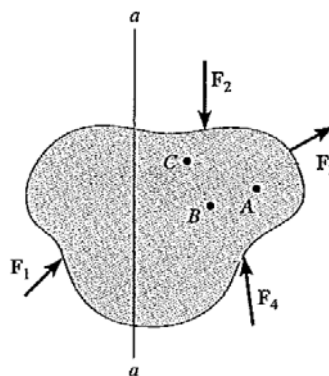
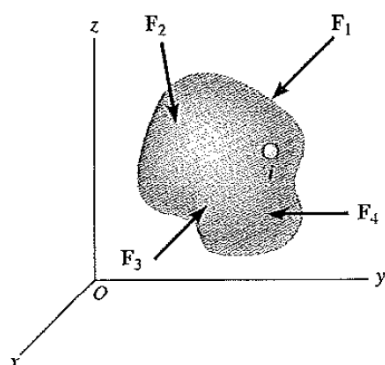
Chiếu lên trục tọa độ:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

Trong bài toán phẳng

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

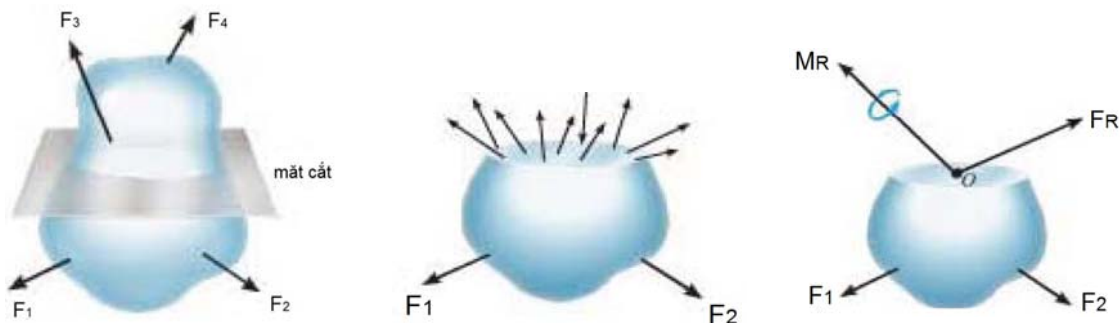




## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.2. NỘI LỰC

- Xét một vật thể chịu tác dụng một hệ lực và ở trạng thái cân bằng.
- Trước khi tác dụng lực, giữa các phân tử trong vật thể luôn tồn tại các lực tương tác giữ cho vật thể có hình dáng nhất định.
- Dưới tác dụng của ngoại lực, các phân tử của vật thể có khuynh hướng xích lại gần nhau hơn hoặc tách xa. Khi đó, lực tương tác giữa các phân tử của vật thể phải thay đổi để chống lại với khuynh hướng dịch chuyển này.
- Sự thay đổi của lực tương tác giữa các phân tử trong vật thể được gọi là **nội lực**.
- Một vật thể không chịu tác động nào từ bên ngoài như ngoại lực, sự thay đổi nhiệt độ .. được gọi là vật thể ở trạng thái tự nhiên và nội lực của nó được coi bằng **không**.



- Các thành phần nội lực tổng hợp thành một lực  $F_R$  và một moment  $M_{OR}$  tại điểm O bất kỳ. Thông thường điểm O được chọn là trọng tâm của mặt cắt.



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.2. NỘI LỰC

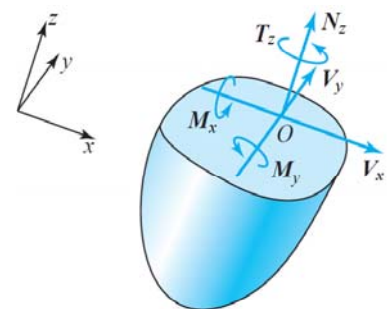
- Chiếu lực  $F_R$  & moment  $M_{OR}$  lên các hệ trục tọa độ, ta có:

✓  $N_z$ : lực pháp tuyến, có chiều tác dụng vuông góc với mặt cắt, được sinh ra khi ngoại lực tác dụng lên vật có khuynh hướng làm cho vật chịu kéo hay chịu nén.

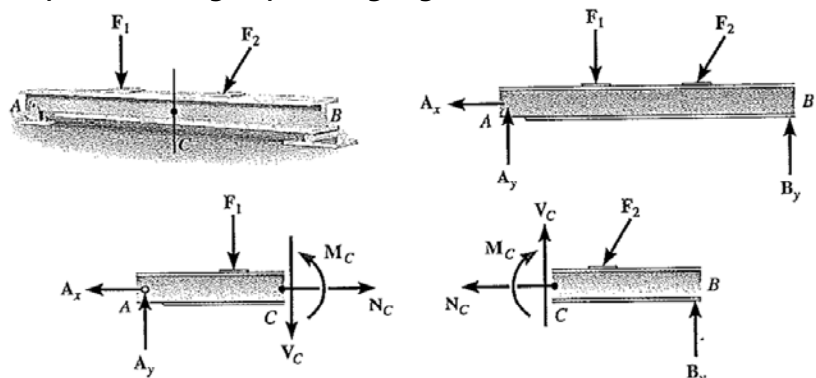
✓  $V_x$  &  $V_y$ : lực cắt, nằm trên mặt cắt ngang và được sinh ra khi ngoại lực tác dụng lên vật có khuynh hướng làm cho 02 phần của vật trượt lên nhau.

✓  $T_z = M_z$ : moment xoắn, được sinh ra khi ngoại lực tác dụng lên vật có khuynh hướng làm cho hai thành phần của vật xoắn tương đối với nhau.

✓  $M_x = M_y$ : moment uốn, được sinh ra khi ngoại lực tác dụng lên vật có khuynh hướng uốn cong vật quanh trục nằm trong mặt cắt ngang.



- Xét thanh dầm chịu hệ lực như hình dưới. Khi cắt thanh dầm, thì các thành phần nội lực tại mặt cắt của phần bên trái có chiều ngược lại các thành phần nội lực của phần bên phải

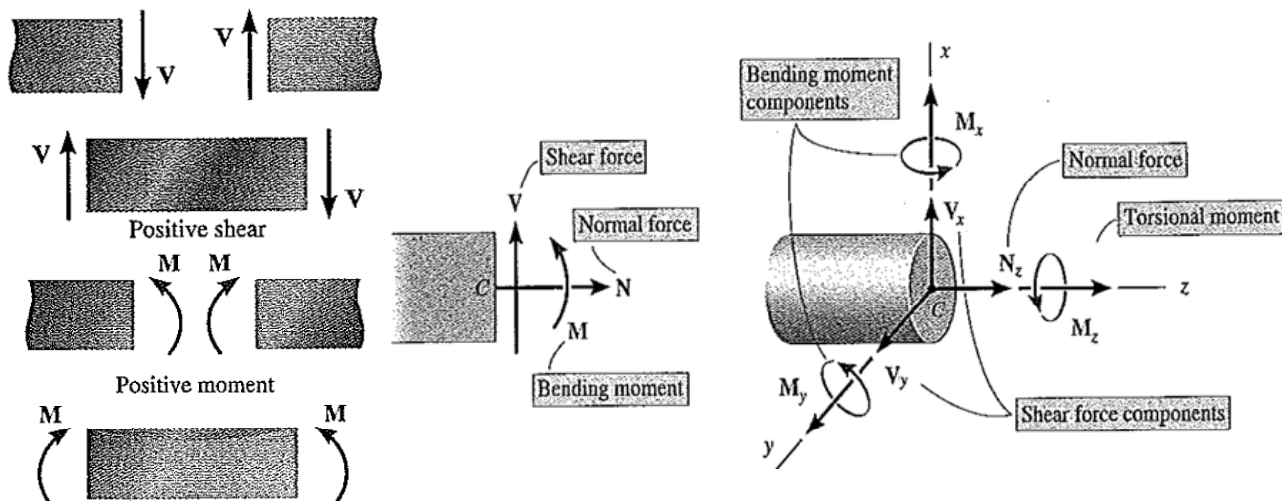




### 1.2. NỘI LỰC

Trong trường hợp bài toán phẳng, ta chỉ có 3 thành phần nội lực nằm trong mặt phẳng  $yz$ , bao gồm  $N_z$ ,  $V_y$ ,  $M_x$ . Quy ước dấu của các thành phần nội lực này như sau:

- Lực dọc xem là dương khi có chiều hướng ra ngoài mặt cắt, tức là gây kéo cho đoạn thanh đang xét.
- Lực cắt được xem là dương khi có khuynh hướng làm quay đoạn thanh đang xét theo chiều kim đồng hồ.
- Moment uốn được xem là dương khi nó làm căng thớ dưới.



### 1.2. NỘI LỰC

**Trình tự các bước để xác định các thành phần nội lực tại một mặt cắt trên vật thể:**

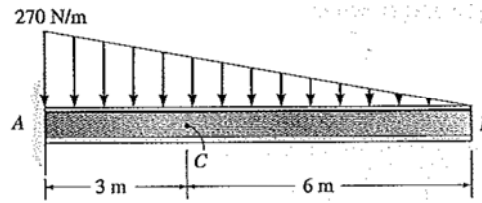
- ✓ Xác định các phản lực liên kết tác động lên hệ.
- ✓ Sơ đồ hóa hệ vật thể với tất cả các lực tác động lên hệ
- ✓ Áp dụng phương pháp mặt cắt để xác định các thành phần nội lực tại vị trí cần khảo sát.
- ✓ Sử dụng công thức trạng thái cân bằng của hệ vật thể.



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.2. NỘI LỰC

**Ví dụ 01:** Xác định các thành phần nội lực tác động lên mặt cắt tại điểm C trên thanh dầm:



Hình 1.1

Giải:

**Bước 1:** Xác định các phản lực liên kết

- Phản lực liên kết tại ngàm A:  $V_A$ ;  $N_A$ ;  $M_A$ . Tuy nhiên, để xác định các thành phần nội lực tại mặt cắt C ta không cần xác định các phản lực liên kết tại ngàm A.

**Bước 2:** Xây dựng sơ đồ tất cả các lực tác động lên vật thể ( free-body diagram)

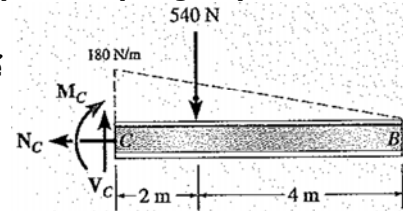
Xây dựng sơ đồ các lực tác động lên đoạn CB như hình 1.2.

**Bước 3:** Áp dụng công thức trạng thái cân bằng của vật thể

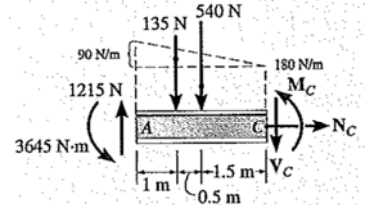
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0; & -N_C &= 0 \\ & & N_C &= 0 \\ +\uparrow \sum F_y &= 0; & V_C - 540 &= 0 \\ & & V_C &= 540 \text{ N} \\ \curvearrowright \sum M_C &= 0; & -M_C - 540(2) &= 0 \\ & & M_C &= -1080 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Dấu '-' của  $M_C$  chỉ ra rằng  $M_C$  có chiều ngược với chiều được thể hiện trong sơ đồ các lực của thanh dầm.

Có thể xác định phản lực tại ngàm A bằng việc xét sơ đồ các lực tác động lên thanh AC



Hình 1.2



Hình 1.3



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.2. NỘI LỰC

**Ví dụ 02:** Determine the resultant internal loadings acting on the cross section at C of the machine shaft shown in Fig. 2.1. The shaft is supported by bearings at A and B, which exert only vertical forces on the shaft.

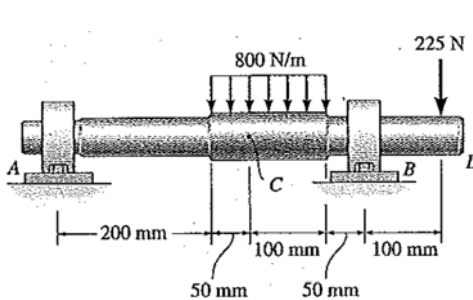


Figure 2.1

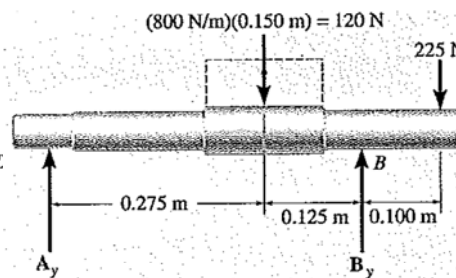


Figure 2.2

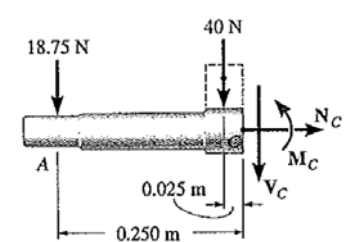


Figure 2.3

**Support Reactions.** A free-body diagram of the entire shaft is shown in Fig. 2.2. Since segment AC is to be considered, only the reaction at A has to be determined. Why?

$$\curvearrowright \sum M_B = 0; -A_y(0.400 \text{ m}) + 120 \text{ N}(0.125 \text{ m}) - 225 \text{ N}(0.100 \text{ m}) = 0$$

$$A_y = -18.75 \text{ N}$$

The negative sign for  $A_y$  indicates that  $A_y$  acts in the opposite sense to that shown on the free-body diagram.

**Free-Body Diagram.** Passing an imaginary section perpendicular to the axis of the shaft through C yields the free-body diagram of segment AC shown in Fig. 2.3

**Equations of Equilibrium.**

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0; & N_C &= 0 \\ +\uparrow \sum F_y &= 0; & -18.75 \text{ N} - 40 \text{ N} - V_C &= 0 \\ & & V_C &= -58.8 \text{ N} \\ \curvearrowright \sum M_C &= 0; & M_C + 40 \text{ N}(0.025 \text{ m}) + 18.75 \text{ N}(0.250 \text{ m}) &= 0 \\ & & M_C &= -5.69 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

What do the negative signs for  $V_C$  and  $M_C$  indicate? As an exercise, calculate the reaction at B and try to obtain the same results using segment CBD of the shaft.



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.2. NỘI LỰC

**Ví dụ 03:** The hoist in Fig. 3.1 consists of the beam  $AB$  and attached pulleys, the cable, and the motor. Determine the resultant internal loadings acting on the cross section at  $C$  if the motor is lifting the 500-N ( $\approx 50$ -kg) load  $W$  with constant velocity. Neglect the weight of the pulleys and beam.

The most direct way to solve this problem is to section both the cable and the beam at  $C$  and then consider the entire left segment.

**Free-Body Diagram.** See Fig. 3.2

**Equations of Equilibrium.**

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x &= 0; & 500 \text{ N} + N_C &= 0 & N_C &= -500 \text{ N} \\ +\uparrow \Sigma F_y &= 0; & -500 \text{ N} - V_C &= 0 & V_C &= -500 \text{ N} \\ \downarrow + \Sigma M_C &= 0; & 500 \text{ N} (1.35 \text{ m}) - 500 \text{ N} (0.15 \text{ m}) + M_C &= 0 \\ & & M_C &= -600 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

As an exercise, try obtaining these same results by considering just the beam segment  $AC$ , i.e., remove the pulley at  $A$  from the beam and show the 500-N force components of the pulley acting on the beam segment  $AC$ . Also, this problem can be worked by first finding the reactions at  $B$ , ( $B_x = 0$ ,  $B_y = 1000 \text{ N}$ ,  $M_B = 2100 \text{ N} \cdot \text{m}$ ) and then considering segment  $CB$ .

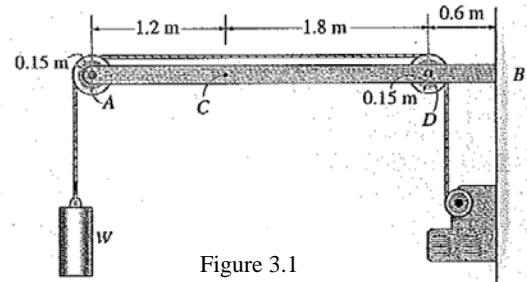


Figure 3.1

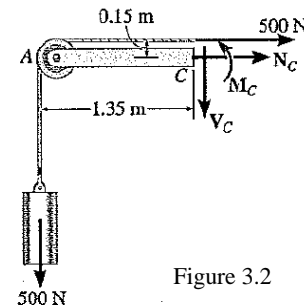


Figure 3.2



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.2. NỘI LỰC

**Ví dụ 04:** Determine the resultant internal loadings acting on the cross section at  $G$  of the wooden beam shown in Fig. 4.1. Assume the joints at  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , and  $E$  are pin connected.

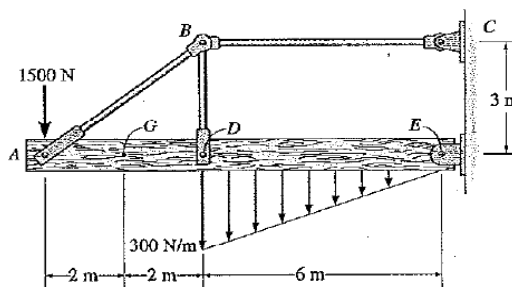


Figure 4.1

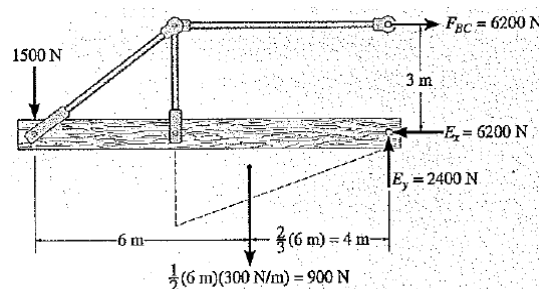


Figure 4.2

Figure 4.3

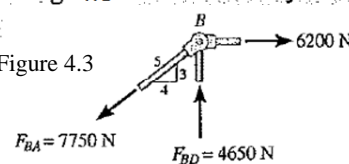
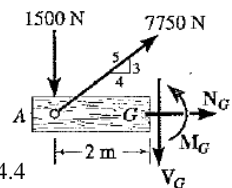


Figure 4.4



**Support Reactions.** Here we will consider segment  $AG$  for the analysis. A free-body diagram of the *entire* structure is shown in Fig. 4.2. Verify the computed reactions at  $E$  and  $C$ . In particular, note that  $BC$  is a *two-force member* since only two forces act on it. For this reason the reaction at  $C$  must be horizontal as shown.

Since  $BA$  and  $BD$  are also *two-force members*, the free-body diagram of joint  $B$  is shown in Fig. 4.3. Again, verify the magnitudes of the computed forces  $F_{BA}$  and  $F_{BD}$ .

**Free-Body Diagram.** Using the result for  $F_{BA}$ , the left section  $AG$  of the beam is shown in Fig. 4.4

**Equations of Equilibrium.** Applying the equations of equilibrium to segment  $AG$ , we have

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x &= 0; & 7750 \text{ N} \left(\frac{4}{5}\right) + N_G &= 0 & N_G &= -6200 \text{ N} \\ +\uparrow \Sigma F_y &= 0; & -1500 \text{ N} + 7500 \text{ N} \left(\frac{3}{5}\right) - V_G &= 0 \\ & & V_G &= 3150 \text{ N} \\ \downarrow + \Sigma M_G &= 0; & M_G - (7750 \text{ N}) \left(\frac{3}{5}\right) (2 \text{ m}) + 1500 \text{ N} (2 \text{ m}) &= 0 \\ & & M_G &= 6300 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

As an exercise, compute these same results using segment  $GE$ .





## 1.2. NỘI LỰC

**Ví dụ 05:** Determine the resultant internal loadings acting on the cross section at  $B$  of the pipe shown in Fig. 5.1. The pipe has a mass of  $2 \text{ kg/m}$  and is subjected to both a vertical force of  $50 \text{ N}$  and a couple moment of  $70 \text{ N} \cdot \text{m}$  at its end  $A$ . It is fixed to the wall at  $C$ .

The problem can be solved by considering segment  $AB$ , which does not involve the support reactions at  $C$ .

**Free-Body Diagram.** The  $x, y, z$  axes are established at  $B$  and the free-body diagram of segment  $AB$  is shown in Fig. 5.2. The resultant force and moment components at the section are assumed to act in the positive coordinate directions and to pass through the centroid of the cross-sectional area at  $B$ . The weight of each segment of pipe is calculated as follows:

$$W_{BD} = (2 \text{ kg/m})(0.5 \text{ m})(9.81 \text{ N/kg}) = 9.81 \text{ N}$$

$$W_{AD} = (2 \text{ kg/m})(1.25 \text{ m})(9.81 \text{ N/kg}) = 24.525 \text{ N}$$

These forces act through the center of gravity of each segment.

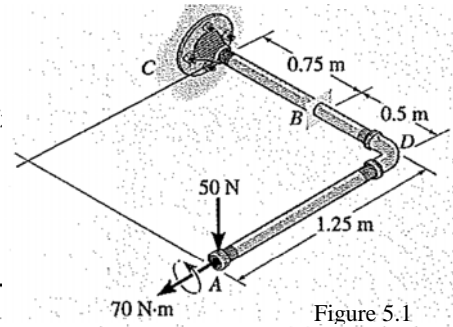


Figure 5.1

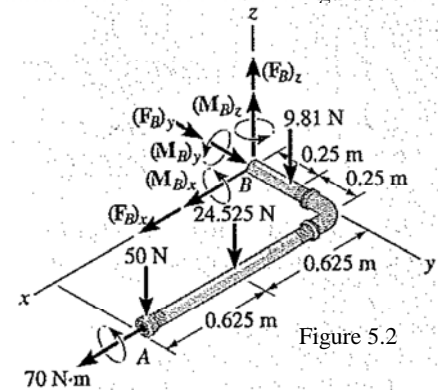


Figure 5.2



## 1.2. NỘI LỰC

**Ví dụ 05:**

**Equations of Equilibrium.** Applying the six scalar equations of equilibrium, we have\*

$$\sum F_x = 0; \quad (F_B)_x = 0$$

$$\sum F_y = 0; \quad (F_B)_y = 0$$

$$\sum F_z = 0; \quad (F_B)_z - 9.81 \text{ N} - 24.525 \text{ N} - 50 \text{ N} = 0$$

$$(F_B)_z = 84.3 \text{ N}$$

$$\sum (M_B)_x = 0; \quad (M_B)_x + 70 \text{ N} \cdot \text{m} - 50 \text{ N}(0.5 \text{ m}) - 24.525 \text{ N}(0.5 \text{ m}) - 9.81 \text{ N}(0.25 \text{ m}) = 0$$

$$(M_B)_x = -30.3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sum (M_B)_y = 0; \quad (M_B)_y + 24.525 \text{ N}(0.625 \text{ m}) + 50 \text{ N}(1.25 \text{ m}) = 0$$

$$(M_B)_y = -77.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sum (M_B)_z = 0; \quad (M_B)_z = 0$$

What do the negative signs for  $(M_B)_x$  and  $(M_B)_y$  indicate? Note that the normal force  $N_B = (F_B)_y = 0$ , whereas the shear force is  $V_B = \sqrt{(0)^2 + (84.3)^2} = 84.3 \text{ N}$ . Also, the torsional moment is  $T_B = (M_B)_y = 77.8 \text{ N} \cdot \text{m}$  and the bending moment is  $M_B = \sqrt{(30.3)^2 + (0)^2} = 30.3 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

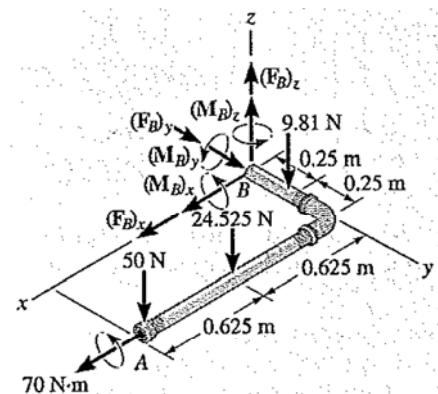


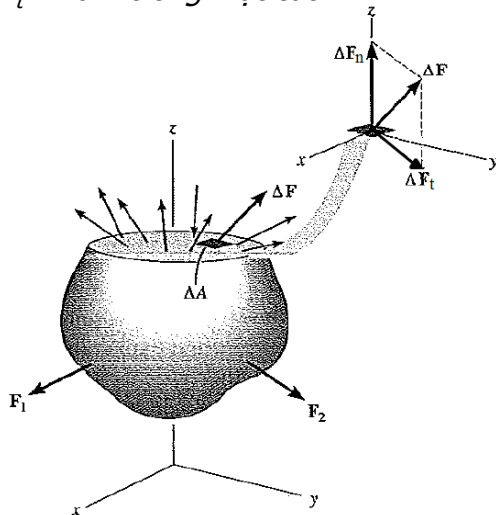
Figure 5.2

## 1.3. ỨNG SUẤT

- Ứng suất là một đại lượng cơ học đặc trưng cho mức độ chịu đựng của vật liệu tại một điểm, ứng suất vượt quá một giới hạn nào đó thì vật liệu bị phá hủy.
- Xác định ứng suất là cơ sở để đánh giá mức độ an toàn của vật liệu.
- Xét diện tích nhỏ  $\Delta A$  trên mặt cắt như hình dưới. Lực tác dụng trên diện tích này là  $\Delta F$ . Lực  $\Delta F$  có hướng bất kỳ, được chia làm hai thành phần  $\Delta F_n$  &  $\Delta F_t$ .

$\Delta F_n$  : vuông góc với mặt cắt'

$\Delta F_t$  : nằm trong mặt cắt.



- **Định nghĩa:**

$$\text{Ứng suất} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

- **Ứng suất pháp:** là thành phần ứng suất vuông góc với mặt cắt, ký hiệu:  $\sigma$

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} \quad \left( \frac{[\text{lực}]}{[\text{chiều dài}^2]} \right)$$

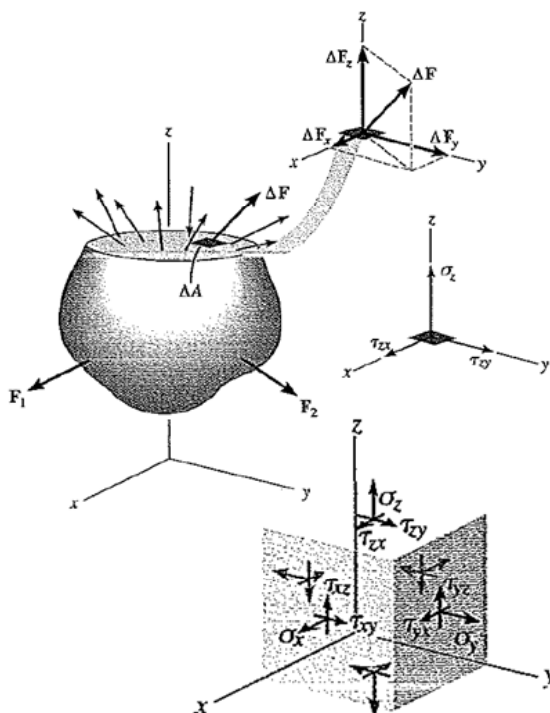
Lực pháp tuyến:  $\rightarrow$  kéo  $\rightarrow$  ứng suất kéo;  
 $\rightarrow$  nén  $\rightarrow$  ứng suất nén.

- **Ứng suất tiếp:** là thành phần ứng suất nằm trong mặt cắt, ký hiệu:  $\tau$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_t}{\Delta A} \quad \left( \frac{[\text{lực}]}{[\text{chiều dài}^2]} \right)$$

## 1.4. CÁC THÀNH PHẦN ỨNG SUẤT TRONG HỆ TỌA ĐỘ ĐỀ-CÁC

- Lực  $\Delta F$  được chia thành 3 thành phần trong hệ tọa độ Đề-các.



- Ứng suất pháp:  $\sigma_z = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A}$

$z$  : chiều vuông góc với mặt cắt

- Ứng suất tiếp:  $\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A}$

$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A}$$

$z$  : chiều vuông góc với mặt cắt;  
 $x, y$ : chiều của ứng suất tiếp

- Khi cắt vật bởi sáu mặt trực giao, ta có được phân tử hình hộp chữ nhật biểu diễn trạng thái ứng suất như hình bên

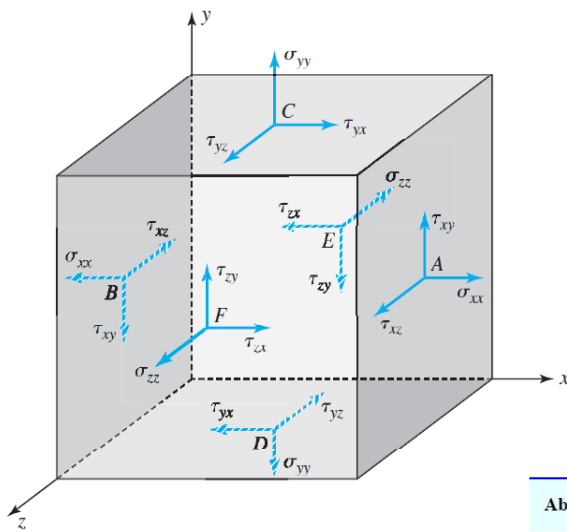
- Trạng thái ứng suất tại một điểm: là tập hợp tất cả những ứng suất trên các mặt qua điểm ấy.



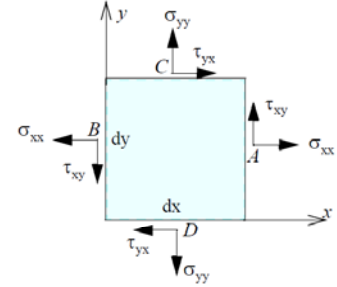
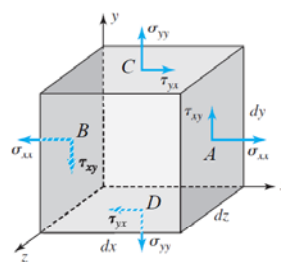
## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.4. CÁC THÀNH PHẦN ỨNG SUẤT TRONG HỆ TỌA ĐỘ ĐỀ-CÁC

#### Các yêu cầu cân bằng



$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

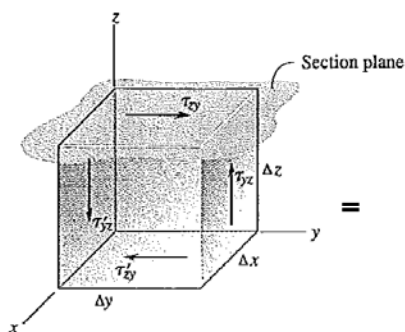
Abbreviation	Units	Basic Units
psi	Pounds per square inch	lb/in. <sup>2</sup>
ksi	Kilopounds (kips) per square inch	10 <sup>3</sup> lb/in. <sup>2</sup>
Pa	Pascal	N/m <sup>2</sup>
kPa	Kilopascal	10 <sup>3</sup> N/m <sup>2</sup>
MPa	Megapascal	10 <sup>6</sup> N/m <sup>2</sup>
GPa	Gigapascal	10 <sup>9</sup> N/m <sup>2</sup>



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.4. CÁC THÀNH PHẦN ỨNG SUẤT TRONG HỆ TỌA ĐỘ ĐỀ-CÁC

#### Các yêu cầu cân bằng



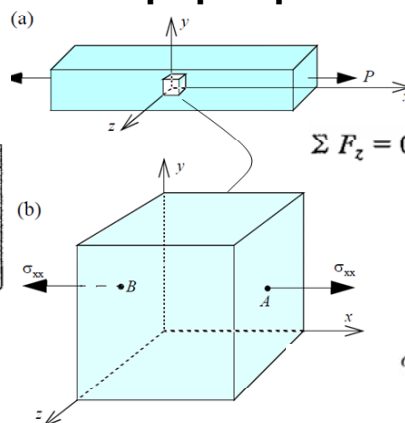
$$\sum F_y = 0;$$

$$\begin{array}{l} \text{force} \\ \text{stress} \times \text{area} \\ \tau_{zy}(\Delta x \Delta y) - \tau'_{zy} \Delta x \Delta y = 0 \\ \tau_{zy} = \tau'_{zy} \end{array}$$

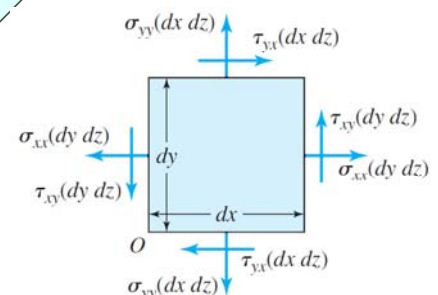
$$\sum M_x = 0;$$

$$\begin{array}{l} \text{moment} \\ \text{force} \times \text{arm} \\ \text{stress} \times \text{area} \\ -\tau_{zy}(\Delta x \Delta y) \Delta z + \tau_{yz}(\Delta x \Delta z) \Delta y = 0 \\ \tau_{zy} = \tau_{yz} \end{array}$$

$$\tau_{zy} = \tau'_{zy} = \tau_{yz} = \tau'_{yz} = \tau$$



$$\sum F_z = 0; \quad \sigma(\Delta A) - \sigma'(\Delta A) = 0 \\ \sigma = \sigma'$$



$$(\tau_{xy} dy dz) dx = (\tau_{yx} dx dz) dy$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

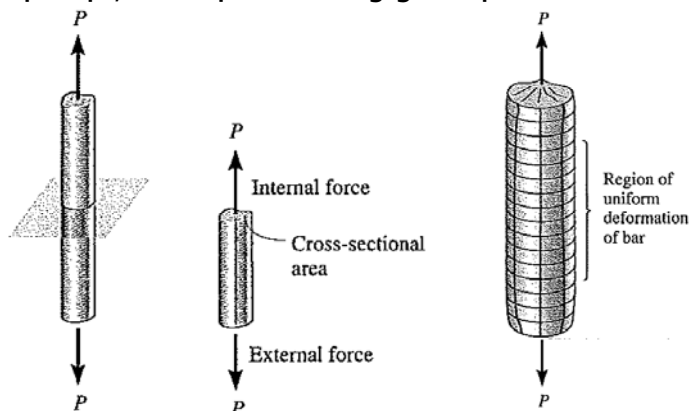




## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC

- Xét thanh chịu tải dọc trục; xét mặt cắt vuông góc trục thanh



- Các giả thiết:

- ✓ Trước và sau khi chịu lực, trong quá trình biến dạng, thanh vẫn thẳng và mặt cắt ngang của thanh luôn phẳng. (lưu ý: không xét phần ngoài cùng của thanh, nơi có thể bị biến dạng cục bộ)
- ✓ Đường tác dụng của lực  $P$  trùng với trục thanh
- ✓ Vật liệu đồng nhất: tính chất cơ học và vật lý tại mọi điểm như nhau.
- ✓ Vật liệu đẳng hướng: tính chất cơ học và vật lý xung quanh một điểm bất kỳ theo hướng bất kỳ như nhau

- Sau khi bị biến dạng, thanh bị biến dạng đều

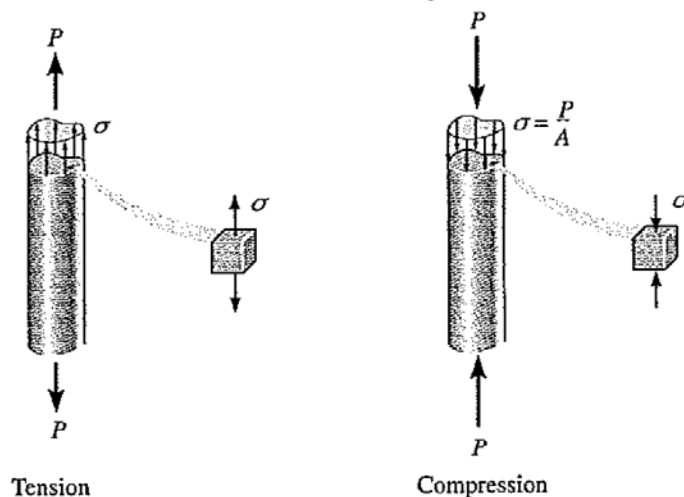


## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC

- Phân bố ứng suất trung bình:

- ✓ Sự biến dạng đều của thanh là do sự phân bố đều của ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của thanh.
- ✓ Xét diện tích nhỏ  $\Delta A$ . Lực tác dụng ở diện tích này là  $\Delta F = \sigma \cdot \Delta A$ . Tổng các lực này trên toàn mặt cắt ngang sẽ cân bằng với ngoại lực  $P$ .
- ✓ Nếu  $\Delta A \rightarrow dA$  thì  $\Delta F \rightarrow dF$  và  $\sigma$  vẫn không đổi



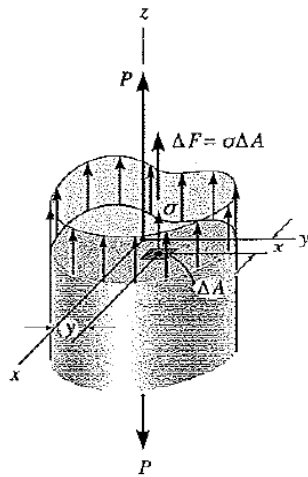
Tension

Compression



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC



$$+\uparrow F_{Rz} = \Sigma F_z;$$

$$\int dF = \int_A \sigma dA$$

$$P = \sigma A$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$\sigma$  : ứng suất pháp trung bình tại bất kỳ điểm nào trên mặt cắt ngang;

$P$  : tổng nội lực pháp tuyến, tác động qua tâm của mặt cắt ngang;

$A$  : diện tích mặt cắt ngang của thanh.

#### Kết luận:

-Thanh thẳng có vật liệu đồng nhất và đẳng hướng chịu tác dụng của tải trọng dọc trục  $P$  đi qua trọng tâm của mặt cắt của thanh, lực  $P$  sẽ gây ra sự phân bố ứng suất pháp đều trên toàn bộ mặt cắt ngang thanh. Ứng suất có độ lớn  $\sigma = P/A$  và có chiều phân bố trùng với chiều của nội lực thanh  $P$  ở mặt cắt ngang.

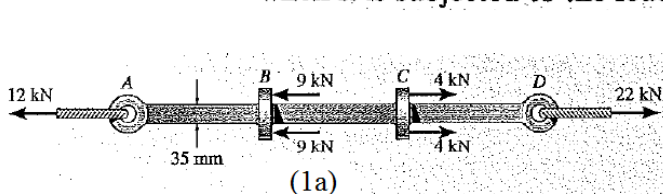
- Cần lưu ý rằng: đối với bài toán thanh thẳng chịu nén, chiều dài là một yếu tố quan trọng.



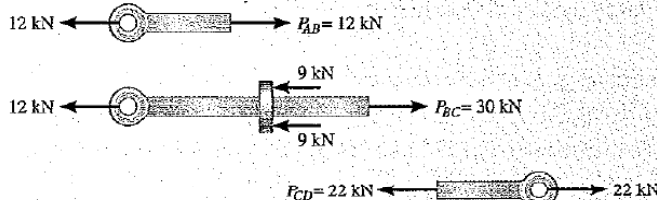
## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC

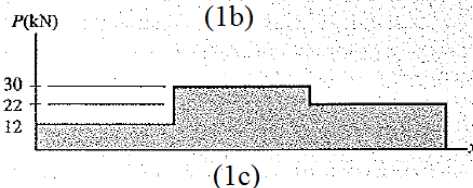
**Ví dụ: 01:** The bar in Fig. 1a has a constant width of 35 mm and a thickness of 10 mm. Determine the maximum average normal stress in the bar when it is subjected to the loading shown.



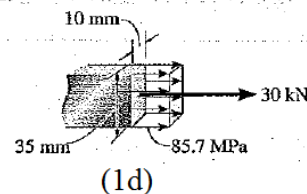
(1a)



(1b)



(1c)



(1d)

**Internal Loading.** By inspection, the internal axial forces in regions AB, BC, and CD are all constant yet have different magnitudes. Using the method of sections, these loadings are determined in Fig. 8-8b; and the normal force diagram which represents these results graphically is shown in Fig. 8-8c. By inspection, the largest loading is in region BC, where  $P_{BC} = 30$  kN. Since the cross-sectional area of the bar is *constant*, the largest average normal stress also occurs within this region of the bar.

**Average Normal Stress.** Applying Eq. 8-3, we have

$$\sigma_{BC} = \frac{P_{BC}}{A} = \frac{30(10^3) \text{ N}}{(0.035 \text{ m})(0.010 \text{ m})} = 85.7 \text{ MPa} \quad \text{Ans.}$$

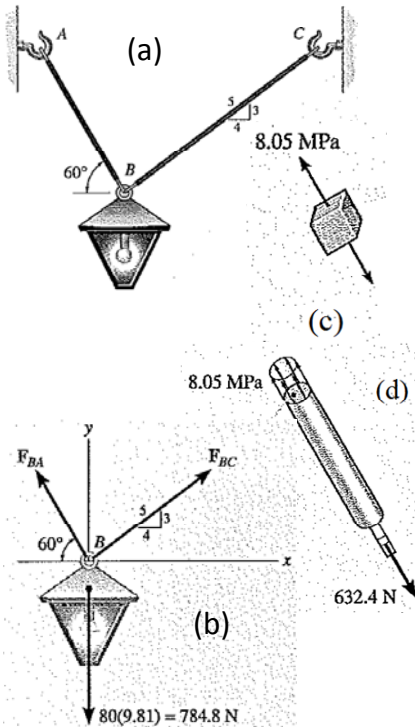
The stress distribution acting on an arbitrary cross section of the bar within region BC is shown in Fig. 8-8d. Graphically the *volume* (or "block") represented by this distribution of stress is equivalent to the load of 30 kN; that is,  $30 \text{ kN} = (85.7 \text{ MPa})(35 \text{ mm})(10 \text{ mm})$ .



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC

**Ví dụ: 02:** The 80-kg lamp is supported by two rods  $AB$  and  $BC$  as shown in Fig. 8-9a. If  $AB$  has a diameter of 10 mm and  $BC$  has a diameter of 8 mm, determine the average normal stress in each rod.



**Internal Loading.** We must first determine the axial force in each rod. A free-body diagram of the lamp is shown in Fig. (b). Applying the equations of force equilibrium yields

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x &= 0; & F_{BC}\left(\frac{4}{5}\right) - F_{BA} \cos 60^\circ &= 0 \\ +\uparrow \Sigma F_y &= 0; & F_{BC}\left(\frac{3}{5}\right) + F_{BA} \sin 60^\circ - 784.8 \text{ N} &= 0 \\ & & F_{BC} &= 395.2 \text{ N}, & F_{BA} &= 632.4 \text{ N} \end{aligned}$$

By Newton's third law of action, equal but opposite reaction, these forces subject the rods to tension throughout their length.

**Average Normal Stress.** Applying Eq. 8-3, we have

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{395.2 \text{ N}}{\pi(0.004 \text{ m})^2} = 7.86 \text{ MPa} \quad \text{Ans.}$$

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{632.4 \text{ N}}{\pi(0.005 \text{ m})^2} = 8.05 \text{ MPa} \quad \text{Ans.}$$

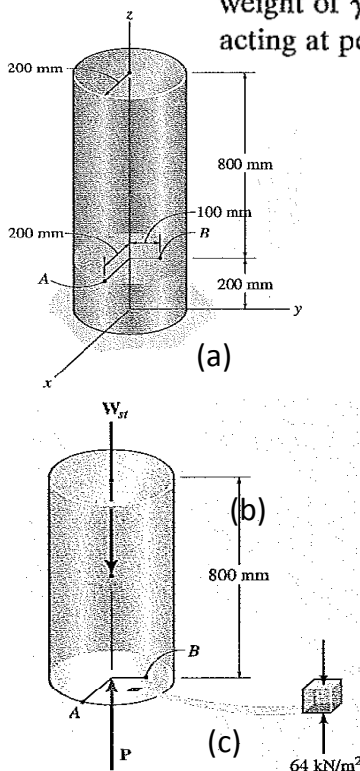
The average normal stress distribution acting over a cross section of rod  $AB$  is shown in Fig. 8-9c, and at a point on this cross section, an element of material is stressed as shown in Fig. (d)



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC

**Ví dụ: 03:** The casting shown in Fig. 8-10a is made of steel having a specific weight of  $\gamma_{st} = 80 \text{ kN/m}^3$ . Determine the average compressive stress acting at points  $A$  and  $B$ .



**Internal Loading.** A free-body diagram of the top segment of the casting where the section passes through points  $A$  and  $B$  is shown in Fig. (b). The weight of this segment is determined from  $W_{st} = \gamma_{st} V_{st}$ . Thus the internal axial force  $P$  at the section is

$$\begin{aligned} +\uparrow \Sigma F_z &= 0; & P - W_{st} &= 0 \\ & & P - (80 \text{ kN/m}^3)(0.8 \text{ m})\pi(0.2 \text{ m})^2 &= 0 \\ & & P &= 8.042 \text{ kN} \end{aligned}$$

**Average Compressive Stress.** The cross-sectional area at the section is  $A = \pi(0.2 \text{ m})^2$  and so the average compressive stress becomes

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{P}{A} = \frac{8.042 \text{ kN}}{\pi(0.2 \text{ m})^2} \\ &= 64.0 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

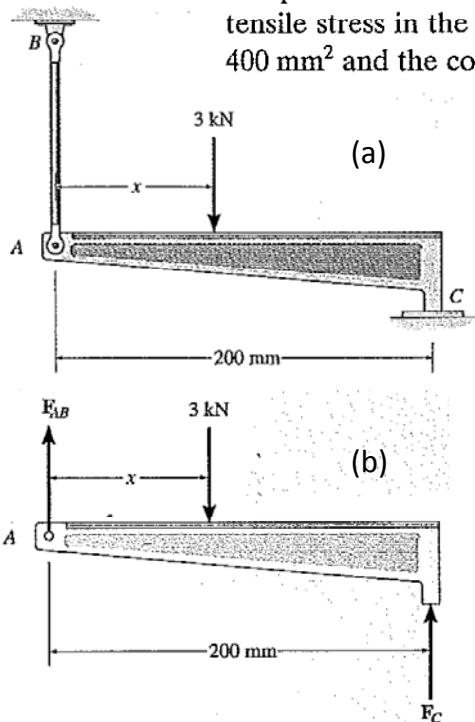
The stress shown on the volume element of material in Fig. (c) is representative of the conditions at either point  $A$  or  $B$ . Notice that this stress acts *upward* on the bottom or shaded face of the element since this face forms part of the bottom surface area of the cut section, and on this surface, the resultant internal force  $\mathbf{P}$  is pushing upward.



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.5. ỨNG SUẤT PHÁP TRUNG BÌNH CỦA THANH CHỊU TẢI DỌC TRỰC

**Ví dụ: 04:** Member  $AC$  shown in Fig. 8-11a is subjected to a vertical force of 3 kN. Determine the position  $x$  of this force so that the average compressive stress at the smooth support  $C$  is equal to the average tensile stress in the tie rod  $AB$ . The rod has a cross-sectional area of  $400 \text{ mm}^2$  and the contact area at  $C$  is  $650 \text{ mm}^2$ .



**Internal Loading.** The forces at  $A$  and  $C$  can be related by considering the free-body diagram for member  $AC$ , Fig. (b). There are three unknowns, namely,  $F_{AB}$ ,  $F_C$ , and  $x$ . To solve this problem we will work in units of newtons and millimeters.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{AB} + F_C - 3000 \text{ N} = 0 \quad (1)$$

$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad -3000 \text{ N}(x) + F_C (200 \text{ mm}) = 0 \quad (2)$$

**Average Normal Stress.** A necessary third equation can be written that requires the tensile stress in the bar  $AB$  and the compressive stress at  $C$  to be equivalent, i.e.,

$$\sigma = \frac{F_{AB}}{400 \text{ mm}^2} = \frac{F_C}{650 \text{ mm}^2}$$

$$F_C = 1.625 F_{AB}$$

Substituting this into Eq. 1, solving for  $F_{AB}$ , then solving for  $F_C$ , we obtain

$$F_{AB} = 1143 \text{ N}$$

$$F_C = 1857 \text{ N}$$

The position of the applied load is determined from Eq. 2,

$$x = 124 \text{ mm}$$

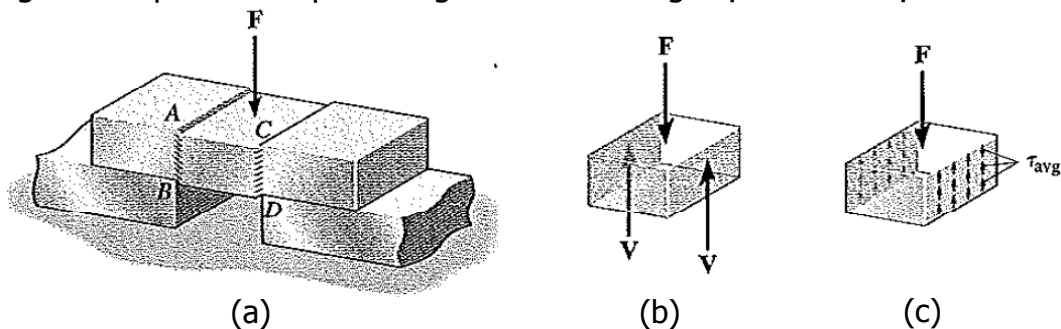
**Ans.**



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.6. ỨNG SUẤT TIẾP TRUNG BÌNH

- Ứng suất tiếp là thành phần ứng suất nằm trong mặt cắt của vật



- Xét tác dụng của lực  $F$  đối với thanh nằm ngang, hai vật đỡ  $B$  và  $D$  được xem là cứng tuyệt đối. Nếu lực  $F$  đủ lớn sẽ làm cho vật liệu của thanh biến dạng và phá hủy theo các mặt  $AB$ .

- Lực cắt ở hai mặt cắt theo  $AB$  và  $CD$  là  $V = 1/2 F$

- Ứng suất tiếp trung bình ở hai mặt cắt là  $\tau_{avg}$

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A}$$

$\tau_{avg}$  : ứng suất tiếp trung bình, được xem là như nhau cho mọi điểm trên mặt cắt này;

$V$  : lực cắt nằm trên mặt cắt,  $\tau_{avg}$  có cùng chiều với lực cắt;

$A$  : diện tích mặt cắt.



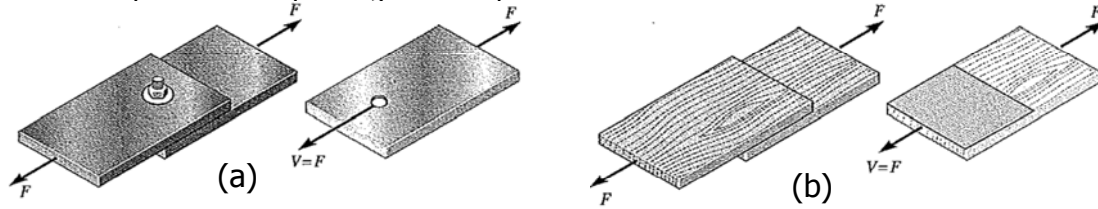


## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.6. ỨNG SUẤT TIẾP TRUNG BÌNH

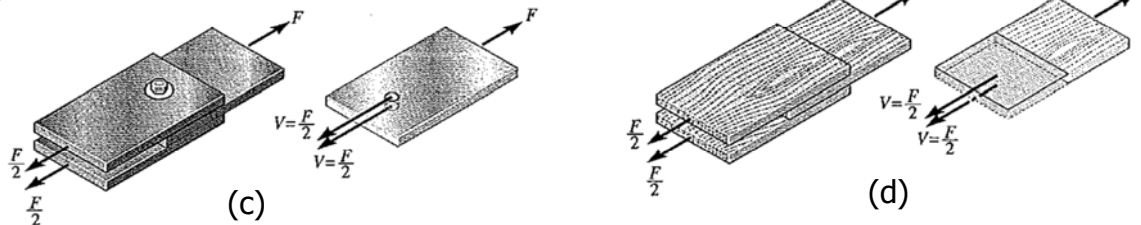
#### Lực cắt đơn:

- Xét hai tấm thép mỏng được liên kết với nhau bằng bulông như hình (a) và hai tấm gỗ được dán với nhau như hình (b).
- Giả sử rằng bulông không siết quá chặt, khi đó bỏ qua lực ma sát.
- Chiều dày hai tấm thép mỏng nên bỏ qua moment quay ra bởi hai lực  $F$ .



#### Lực cắt đôi:

- Xét các tấm thép mỏng được liên kết với nhau bằng bulông như hình (c) và các tấm gỗ được dán như hình (d).
- Xét hai mặt cắt ở các mặt liên kết, trên thân bulông và mặt liên kết các tấm gỗ sẽ có các thành phần lực cắt  $V = F/2$ .

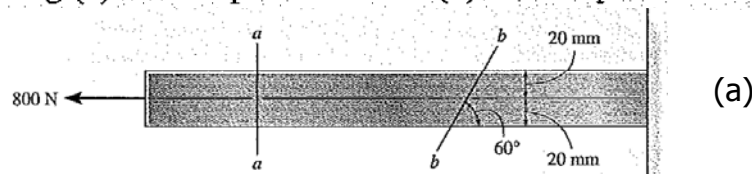


## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.6. ỨNG SUẤT TIẾP TRUNG BÌNH

#### Ví dụ: 01

The bar shown in Fig. (a) has a square cross section for which the depth and thickness are 40 mm. If an axial force of 800 N is applied along the centroidal axis of the bar's cross-sectional area, determine the average normal stress and average shear stress acting on the material along (a) section plane  $a-a$  and (b) section plane  $b-b$ .



#### Part (a)

**Internal Loading.** The bar is sectioned, Fig. (b), and the internal resultant loading consists only of an axial force for which  $P = 800$  N.

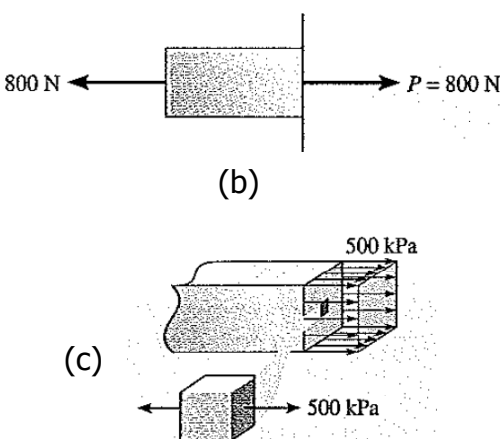
**Average Stress.** The average normal stress is determined from the following equation

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{800 \text{ N}}{(0.04 \text{ m})(0.04 \text{ m})} = 500 \text{ kPa} \quad \text{Ans.}$$

No shear stress exists on the section, since the shear force at the section is zero.

$$\tau_{\text{avg}} = 0 \quad \text{Ans.}$$

The distribution of average normal stress over the cross section is shown in Fig. (c)



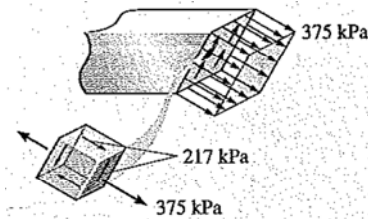
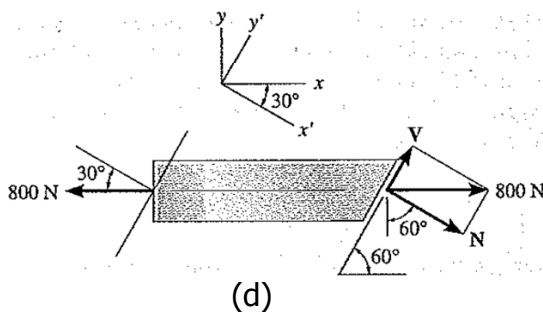




## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.6. ỨNG SUẤT TIẾP TRUNG BÌNH

#### Ví dụ: 01



#### Part (b)

**Internal Loading.** If the bar is sectioned along  $b-b$ , the free-body diagram of the left segment is shown in Fig. (d). Here both a normal force ( $N$ ) and shear force ( $V$ ) act on the sectioned area. Using  $x, y$  axes, we require

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0, & \quad -800 \text{ N} + N \sin 60^\circ + V \cos 60^\circ = 0 \\ \sum F_y = 0; & \quad V \sin 60^\circ - N \cos 60^\circ = 0 \end{aligned}$$

or, more directly, using  $x', y'$  axes,

$$\begin{aligned} \sum F_{x'} = 0; & \quad N - 800 \text{ N} \cos 30^\circ = 0 \\ \sum F_{y'} = 0; & \quad V - 800 \text{ N} \sin 30^\circ = 0 \end{aligned}$$

Solving either set of equations,

$$\begin{aligned} N &= 692.8 \text{ N} \\ V &= 400 \text{ N} \end{aligned}$$

**Average Stresses.** In this case the sectioned area has a thickness and depth of 40 mm and  $40 \text{ mm} / \sin 60^\circ = 46.19 \text{ mm}$ , respectively, Fig. 8-16a. Thus the average normal stress is

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{692.8 \text{ N}}{(0.04 \text{ m})(0.04619 \text{ m})} = 375 \text{ kPa} \quad \text{Ans.}$$

and the average shear stress is

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A} = \frac{400 \text{ N}}{(0.04 \text{ m})(0.04619 \text{ m})} = 217 \text{ kPa} \quad \text{Ans.}$$

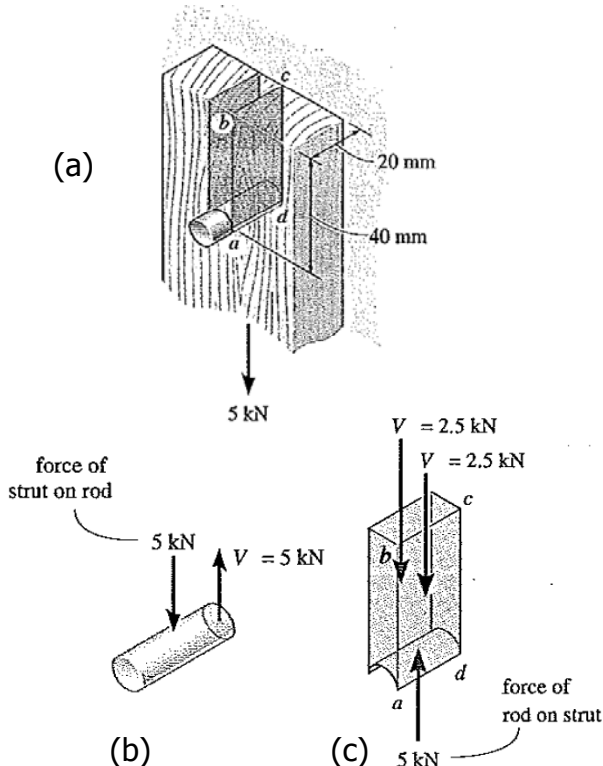
The stress distribution is shown in Fig. (e)



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.6. ỨNG SUẤT TIẾP TRUNG BÌNH

#### Ví dụ: 02



The wooden strut shown in Fig. 8-17a is suspended from a 10-mm-diameter steel rod, which is fastened to the wall. If the strut supports a vertical load of 5 kN, compute the average shear stress in the rod at the wall and along the two shaded planes of the strut, one of which is indicated as  $abcd$ .

**Internal Shear.** As shown on the free-body diagram in Fig. (b), the rod resists a shear force of 5 kN where it is fastened to the wall. A free-body diagram of the sectioned segment of the strut that is in contact with the rod is shown in Fig. (c). Here the shear force acting along each shaded plane is 2.5 kN.

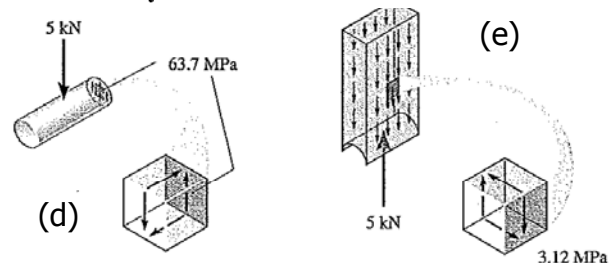
**Average Shear Stress.** For the rod,

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A} = \frac{5000 \text{ N}}{\pi(0.005 \text{ m})^2} = 63.7 \text{ MPa} \quad \text{Ans.}$$

For the strut,

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A} = \frac{2500 \text{ N}}{(0.04 \text{ m})(0.02 \text{ m})} = 3.12 \text{ MPa} \quad \text{Ans.}$$

The average-shear-stress distribution on the sectioned rod and strut segment is shown in Fig. (d) and (e), respectively. Also shown with these figures is a typical volume element of the material taken at a point located on the surface of each section. Note carefully how the shear stress must act on each shaded face of these elements and then on the adjacent faces of the elements.

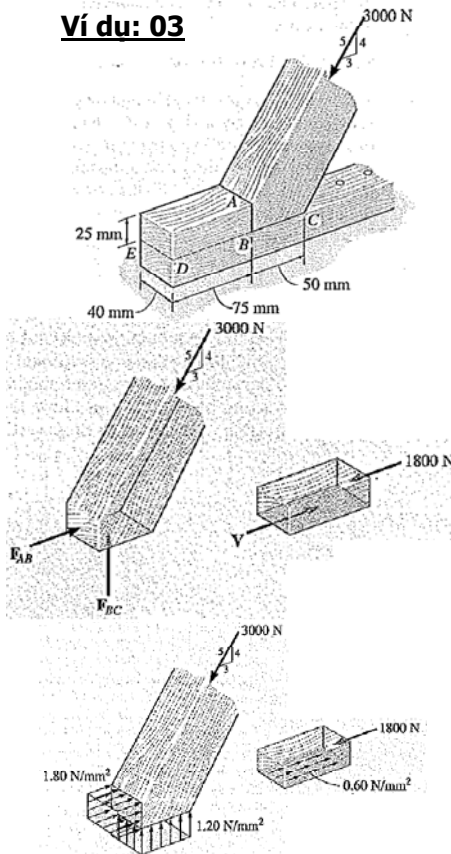




## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.6. ỨNG SUẤT TIẾP TRUNG BÌNH

#### Ví dụ: 03



The inclined member in Fig. (a) is subjected to a compressive force of 3000 N. Determine the average compressive stress along the smooth areas of contact defined by  $AB$  and  $BC$ , and the average shear stress along the horizontal plane defined by  $EDB$ .

**Internal Loadings.** The free-body diagram of the inclined member is shown in Fig. (b). The compressive forces acting on the areas of contact are

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad F_{AB} - 3000 \text{ N} \left(\frac{3}{5}\right) = 0 \quad F_{AB} = 1800 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad F_{BC} - 3000 \text{ N} \left(\frac{4}{5}\right) = 0 \quad F_{BC} = 2400 \text{ N}$$

Also, from the free-body diagram of the top segment of the bottom member, Fig. (c), the shear force acting on the sectioned horizontal plane  $EDB$  is

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad V = 1800 \text{ N}$$

**Average Stress.** The average compressive stresses along the horizontal and vertical planes of the inclined member are

$$\sigma_{AB} = \frac{1800 \text{ N}}{(25 \text{ mm})(40 \text{ mm})} = 1.80 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Ans.}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{2400 \text{ N}}{(50 \text{ mm})(40 \text{ mm})} = 1.20 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Ans.}$$

These stress distributions are shown in Fig. (d)

The average shear stress acting on the horizontal plane defined by  $EDB$  is

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{1800 \text{ N}}{(75 \text{ mm})(40 \text{ mm})} = 0.60 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Ans.}$$

This stress is shown distributed over the sectioned area in Fig. (e)



## Chương 1: ỨNG SUẤT

### 1.7. ỨNG SUẤT CHO PHÉP

Là giá trị giới hạn để đảm bảo cho vật thể làm việc, tức là ứng suất sinh ra trong quá trình làm việc không được vượt qua giá trị ứng suất cho phép.

#### Hệ số an toàn:

$$\text{F.S.} = \frac{F_{\text{fail}}}{F_{\text{allow}}}$$

$$\text{F.S.} = \frac{\sigma_{\text{fail}}}{\sigma_{\text{allow}}}$$

$$\text{F.S.} = \frac{\tau_{\text{fail}}}{\tau_{\text{allow}}}$$