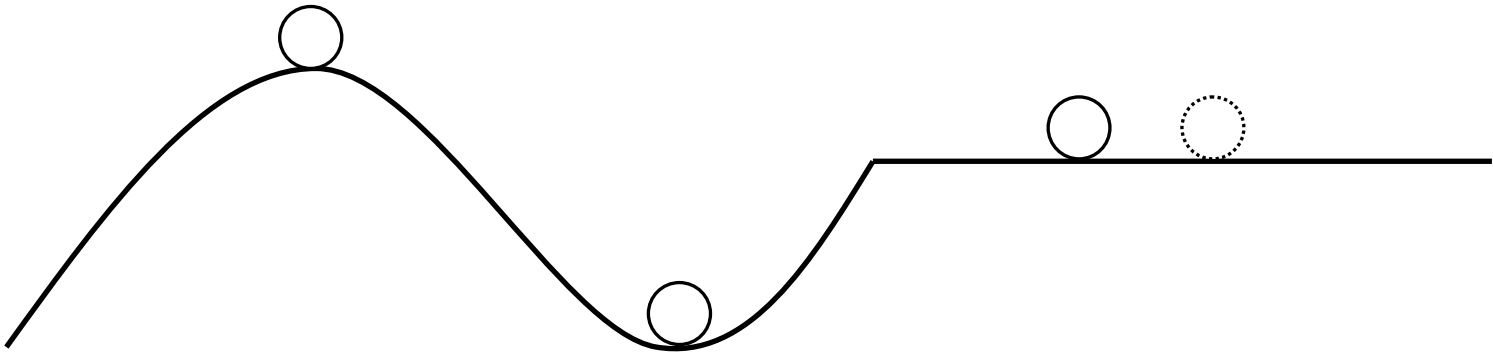


C.5: TÍNH ỔN ĐỊNH

CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN SỐ

ÔN LẠI KHÁI NIỆM VỀ ỔN ĐỊNH

- Phân biệt sự khác nhau giữa trạng thái xác lập của hệ thống và tính ổn định của hệ thống



5.1. Định nghĩa

- Hệ thống ổn định là hệ thống có quá trình quá độ tắt dần theo thời gian.
- Hệ thống không ổn định là hệ thống có quá trình quá độ tăng dần theo thời gian.
- Hệ thống ở biên giới ổn định là hệ thống có quá trình quá độ không đổi hoặc dao động không tắt dần.

➔ Muốn xác định tính ổn định của hệ thống thì phải xác định hàm quá độ: giải phương trình vi phân.

5.2. ĐIỀU KIỆN CẦN VÀ ĐỦ VỀ TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG LIÊN TỤC TUYẾN TÍNH

- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ổn định là tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều có phần thực âm.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính không ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực dương.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ở biên giới ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có phần thực bằng không và tất cả các nghiệm còn lại đều có phần thực âm.

Phương trình đặc tính: $a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$

Nghiệm của phương trình đặc tính: $p_i = \alpha_i + j\beta_i; \quad i = 1, \dots, n$

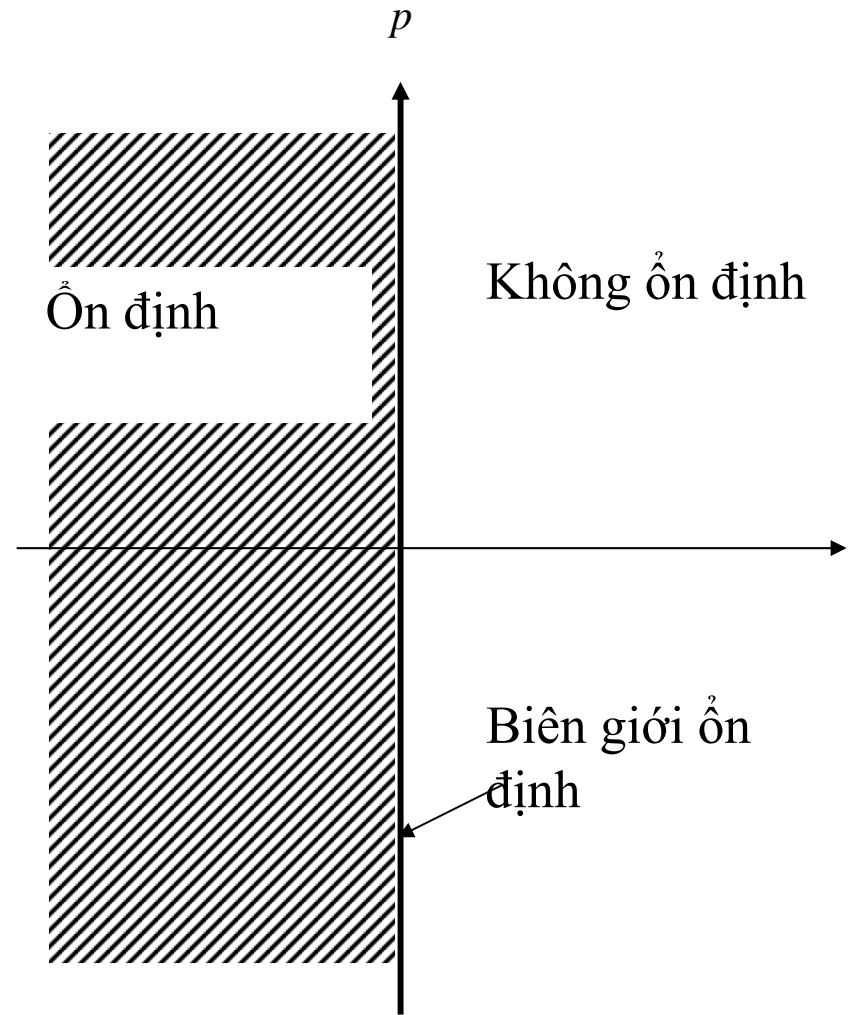
Điều kiện cần và đủ về tính ổn định của hệ thống điều khiển liên tục tuyến tính

Hệ thống ổn định $\Leftrightarrow \forall \alpha_i < 0$

Hệ thống không ổn định $\Leftrightarrow \exists! \alpha_i > 0$

Hệ thống ở biên giới ổn định $\Leftrightarrow \exists! \alpha_i = 0 \wedge \alpha_j \Big|_{j \neq i} < 0$


Nếu thể hiện nghiệm số của phương trình đặc tính lên mặt phẳng phức – được gọi là mặt phẳng p thì các nghiệm số có phần thực âm nằm bên trái mặt phẳng phức; các nghiệm số có phần thực dương nằm bên phải mặt phẳng phức; còn các nghiệm có phần thực bằng không nằm trên trục ảo. Như vậy bên trái mặt phẳng phức là miền ổn định, bên phải mặt phẳng phức là miền không ổn định, trục ảo là biên giới.



Có thể phát biểu lại đk cần và đủ

- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ổn định là tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm bên trái mặt phẳng phức.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính không ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính nằm ở bên phải mặt phẳng phức.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống liên tục tuyến tính ở biên giới ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính nằm trên trục ảo và các nghiệm khác nằm ở bên trái mặt phẳng phức.

Các tiêu chuẩn ổn định

- Định nghĩa ...
 - Điều kiện cần và đủ ...
- 
- Các tiêu chuẩn ổn định

1. Tiêu chuẩn ổn định đại số:

- Tiêu chuẩn ổn định Routh
- Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz

2. Tiêu chuẩn ổn định tần số:

- Tiêu chuẩn ổn định Mikhailov
- Tiêu chuẩn ổn định Nyquist: **chỉ dành cho hệ thống kín**

5.3. Điều kiện cần và đủ về tính ổn định của hệ thống điều khiển số

$$p = \frac{1}{T} \ln z \Rightarrow z = e^{pT}$$

$$p_i = \alpha_i + j\beta_i \quad \Rightarrow z_i = e^{p_i T} = e^{(\alpha_i + j\beta_i)T}$$

$$z_i = e^{\alpha_i T} \cdot e^{j\beta_i T} = |z_i| e^{j\beta_i T}$$

$$|z_i| = e^{\alpha_i T}$$

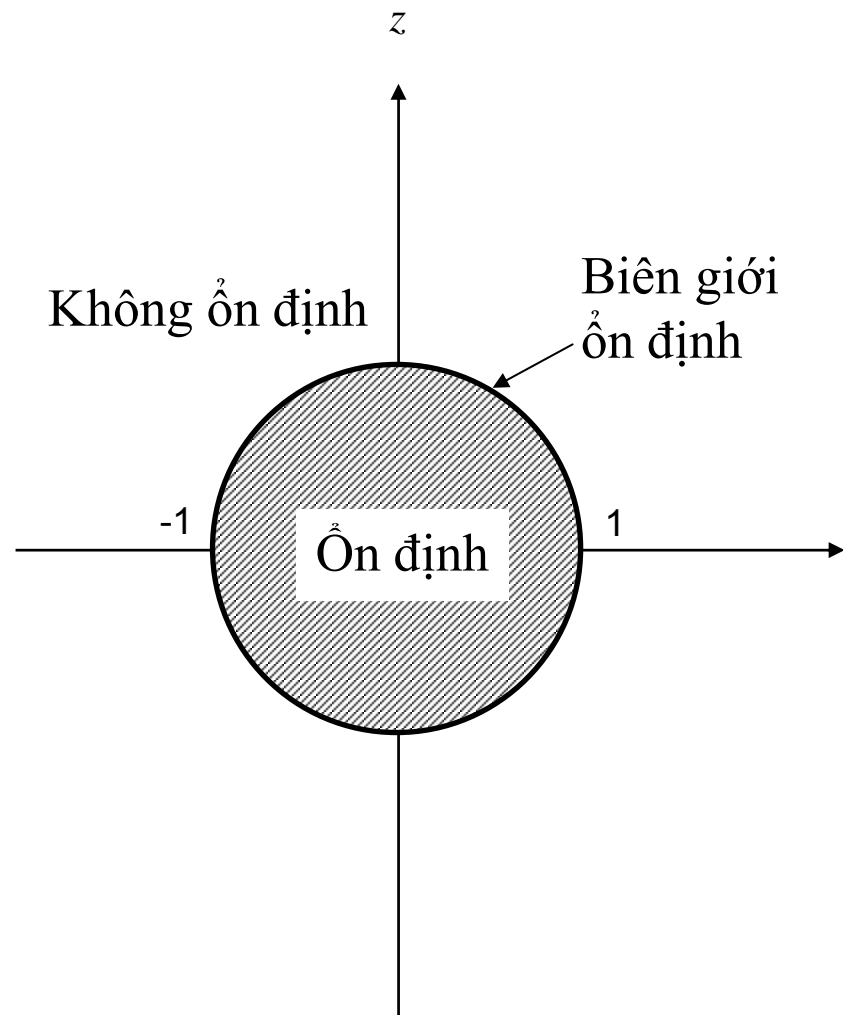
$$\alpha_i < 0 \leftrightarrow |z_i| < 1$$

$$\alpha_i > 0 \leftrightarrow |z_i| > 1$$

$$\alpha_i = 0 \leftrightarrow |z_i| = 1$$

- Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển số ổn định là tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều có modun nhỏ hơn 1.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển số không ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có modun lớn hơn 1.
- Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển số ở biên giới ổn định là có ít nhất một nghiệm của phương trình đặc tính có modun bằng 1 và tất cả các nghiệm còn lại đều có modun nhỏ hơn 1.

Nếu thể hiện nghiệm số của phương trình đặc tính lên mặt phẳng phức – được gọi là mặt phẳng z thì các nghiệm số có modun nhỏ hơn 1 nằm bên trong đường tròn đơn vị; các nghiệm số có modun lớn hơn 1 nằm bên ngoài đường tròn đơn vị; còn các nghiệm có modun bằng 1 nằm trên đường tròn đơn vị. Như vậy bên trong đường tròn đơn vị là miền ổn định, bên ngoài đường tròn đơn vị là miền không ổn định, đường tròn đơn vị là biên giới.



Ví dụ

- Hệ thống có hàm truyền đạt:

$$G(z) = \frac{1 - e^{-T}}{(z - e^{-T})(z - e^{-2T})}$$

Các cực của $G(z)$ là:

1. $z_1 = e^{-T} \rightarrow |z_1| = e^{-T} < 1$
2. $z_2 = e^{-2T} \rightarrow |z_2| = e^{-2T} < 1$

→ Hệ thống đã cho ổn định

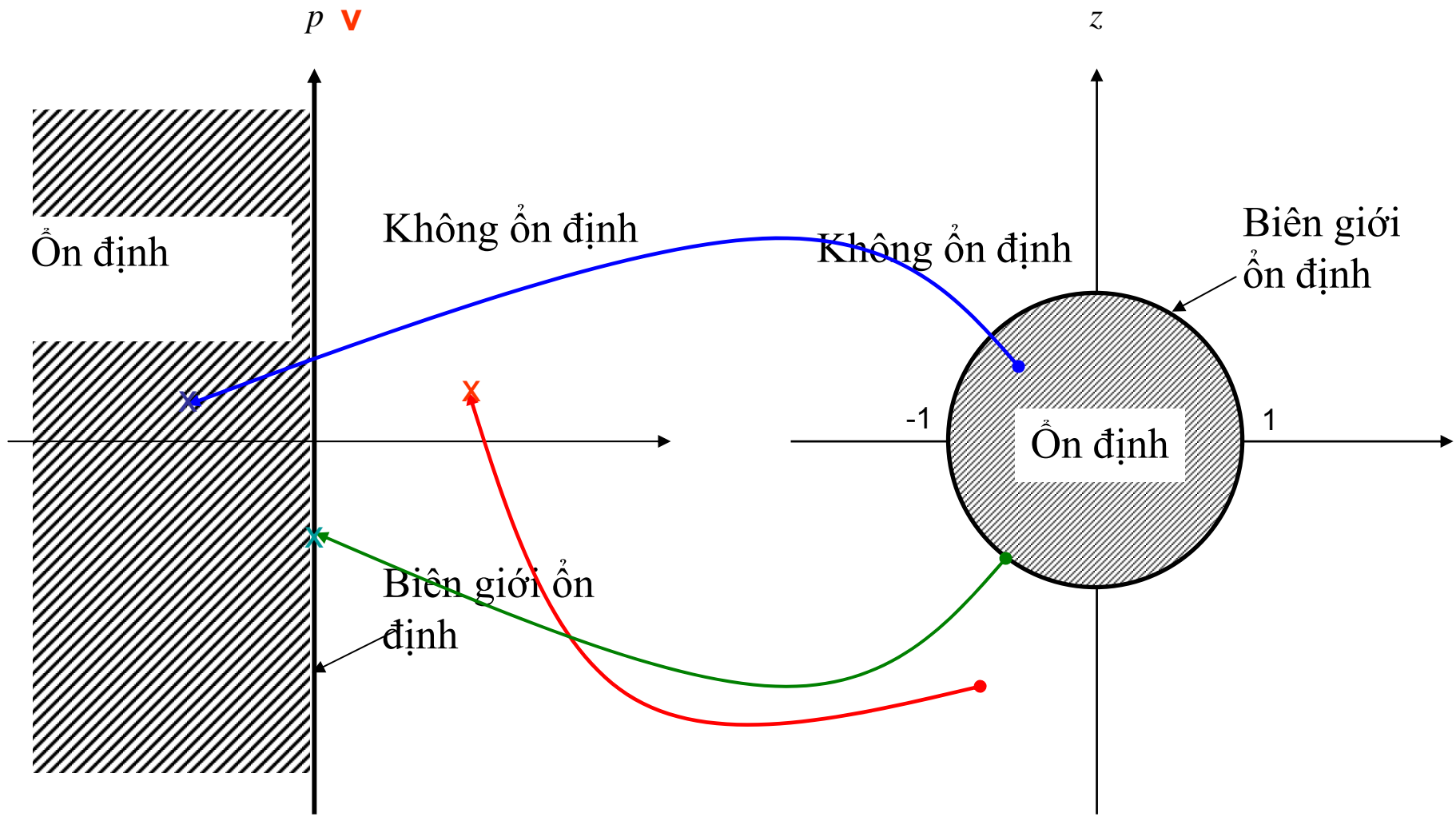
- Hệ thống có hàm truyền đạt:

$$G(z) = \frac{1}{z^2 + 4}$$

Các cực của $G(z)$ là:

1. $z_1 = j2 \rightarrow |z_1| = 2 > 1$
2. $z_2 = -j2 \rightarrow |z_2| = 2 > 1$

→ Hệ thống đã cho không ổn định



$$v = \frac{z-1}{z+1};$$

$$z = \frac{v+1}{-v+1}$$

Phép biến đổi lượng tuyến tính

Kết luận 1

- Sau khi thực hiện phép biến đổi lượng tuyến tính, điều kiện cần và đủ về tính ổn định của hệ thống điều khiển số cũng giống như điều kiện cần và đủ về tính ổn định của hệ thống điều khiển liên tục. Mặt phẳng v cũng chính là mặt phẳng p

Kết luận 2

- Định nghĩa – giống nhau...
- Điều kiện cần và đủ - giống nhau ...

→ Các tiêu chuẩn ổn định giống nhau

→ Sau khi thực hiện phép biến đổi lượng tuyến tính, có thể sử dụng các tiêu chuẩn ổn định của hệ thống điều khiển liên tục để xét tính ổn định của hệ thống điều khiển số

Ví dụ

- Xét tính ổn định của hệ thống có hàm truyền đạt: $G(z) = \frac{1}{z^2 + z + 0.5}$

Đa thức đặc tính: $\Delta(z) = z^2 + z + 0.5$

Thực hiện phép biến đổi lượng tuyến tính:

$$\begin{aligned}\Delta(z)\Big|_{z=\frac{v+1}{-v+1}} &= \left(\frac{v+1}{-v+1}\right)^2 + \frac{v+1}{-v+1} + 0.5 \\ &= \frac{0.5v^2 + v + 2.5}{(1-v)^2} \end{aligned} \quad \Rightarrow \Delta(v) = 0.5v^2 + v + 2.5$$

$$\Rightarrow \Delta(v) = 0.5v^2 + v + 2.5$$

- Lập bảng Routh:

0.5	2.5
1	
2.5	

→ Hệ thống đã cho ổn định

- Đối với hệ thống có đa thức đặc tính bậc một hoặc bậc hai, điều kiện cần cũng chính là điều kiện đủ → hệ thống đã cho ổn định

5.4. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH JURY

- Hệ thống có đa thức đặc tính bậc 2:

$$\Delta(z) = a_0 z^2 + a_1 z + a_2$$

- $\Delta(z)|_{z=1} > 0$
- $\Delta(z)|_{z=-1} > 0$
- $|a_2| < a_0$

- Hệ thống có đa thức đặc tính bậc 3:

$$\Delta(z) = a_0 z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3$$

- $\Delta(z)|_{z=1} > 0$
- $\Delta(z)|_{z=-1} < 0$
- $|a_3| < a_0$
- $|a_3^2 - a_0^2| > |a_1 a_3 - a_0 a_2|$

Ví dụ

$$G(z) = \frac{1}{z^2 + z + 0.5}$$

$$\Delta(z) = z^2 + z + 0.5$$

- $\Delta(z)|_{z=1} = 2.5 > 0$ ✓
- $\Delta(z)|_{z=-1} = 0.5 > 0$ ✓
- $|0.5| < 1$ ✓

→ Hệ thống đã ổn định

Ví dụ

$$G(z) = \frac{1}{z^3 - 3z^2 + 3.25z - 0.5}$$

$$\Delta(z) = z^3 - 3z^2 + 3.25z - 0.5$$

- $\Delta(z)|_{z=1} = 1 - 3 + 3.25 - 0.5 = 0.75 > 0$ ✓
- $\Delta(z)|_{z=-1} = -1 - 3 - 3.25 - 0.5 = -7.75 < 0$ ✓
- $|-0.5| < 1$ ✓
- $\left|(-0.5)^2 - 1^2\right| < \left|(-0.5) \cdot (-3) - 3.25 \cdot 1\right|$ ✗

→ Hệ thống đã cho không ổn định