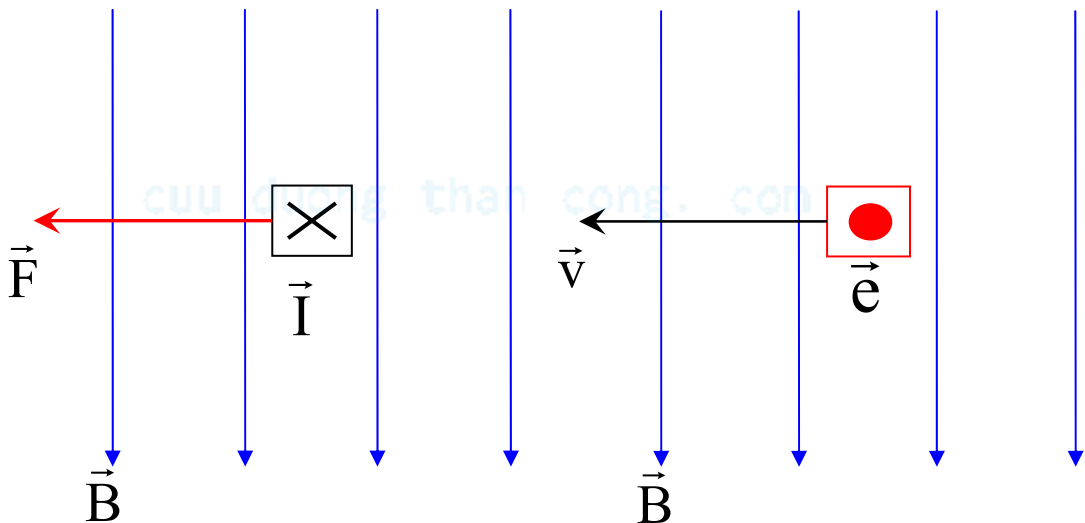
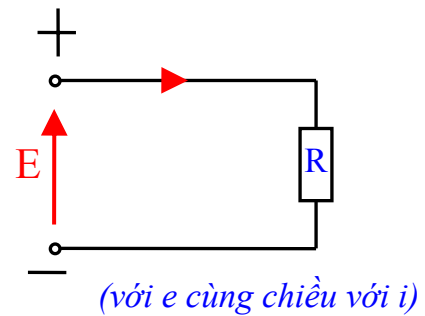
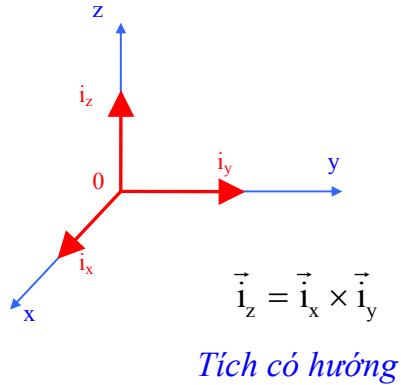
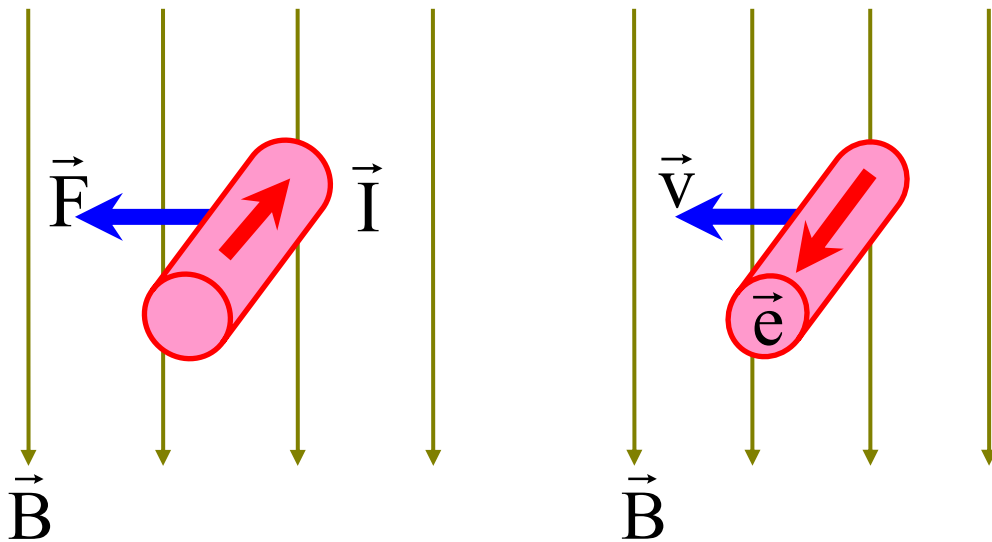


Chương I:**CƠ BẢN VỀ BIẾN ĐỔI NĂNG LƯỢNG ĐIỆN CƠ****I. Lực điện từ và sức điện động****Định luật Bio-Savart:**

$$\vec{F}_e = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

Định luật Faraday:

$$\vec{e} = (\vec{v} \times \vec{B}).l$$

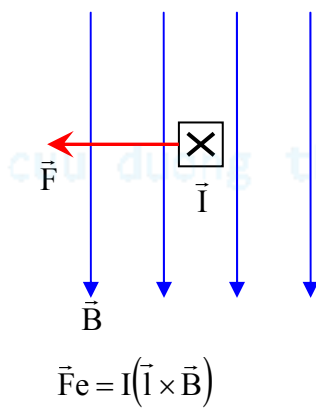


Định luật Bio-Savart:

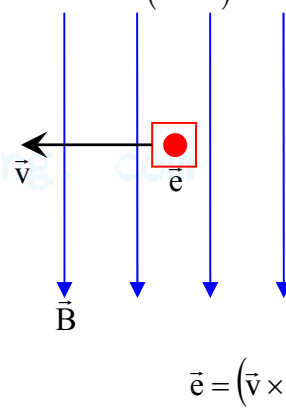
$$\vec{F}_e = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad F_e = IlB$$

Định luật Faraday:

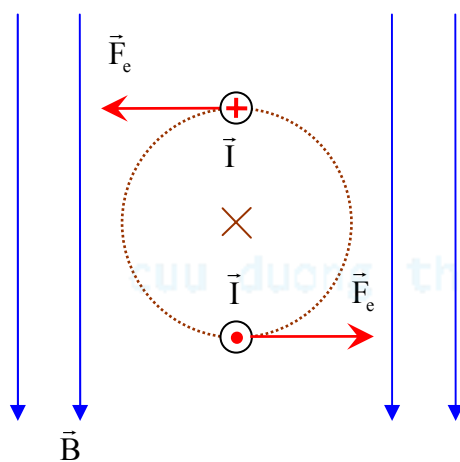
$$\vec{e} = (\vec{v} \times \vec{B})\vec{l} \quad e = vBl$$



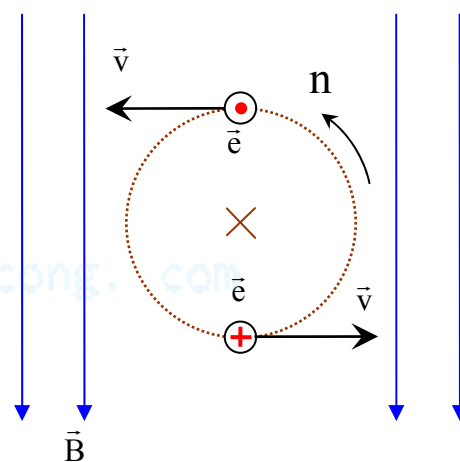
$$\vec{F}_e = I(\vec{l} \times \vec{B})$$



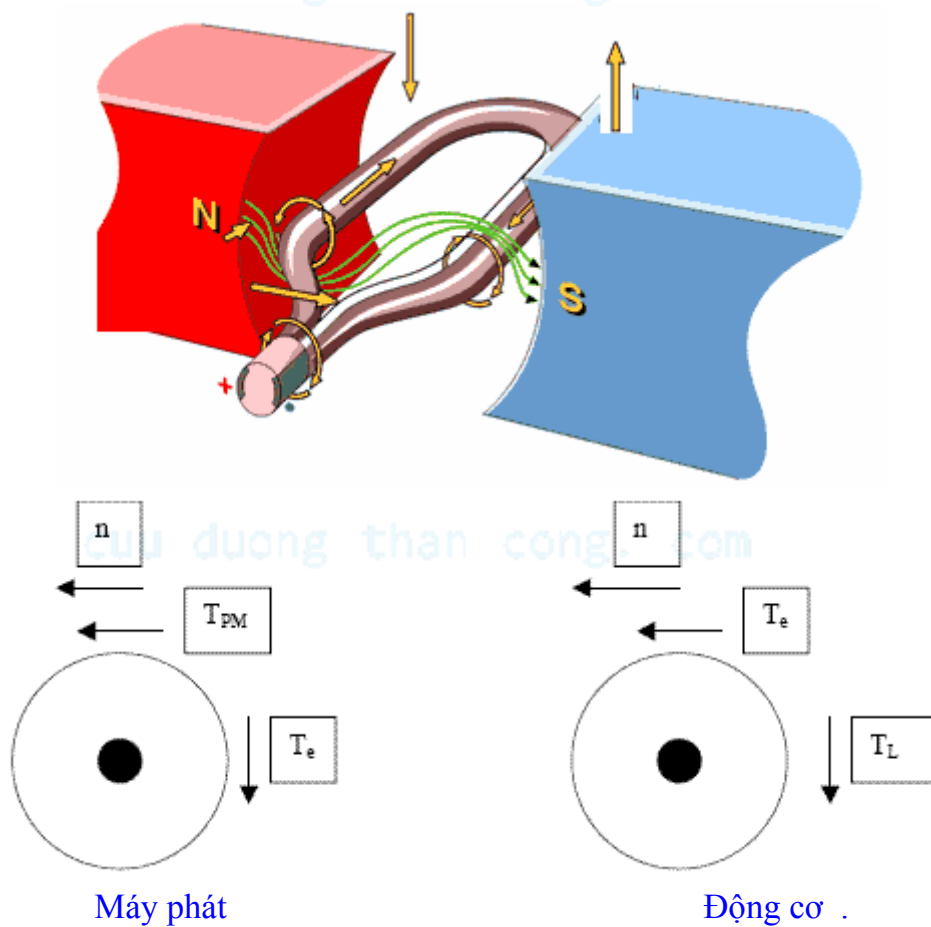
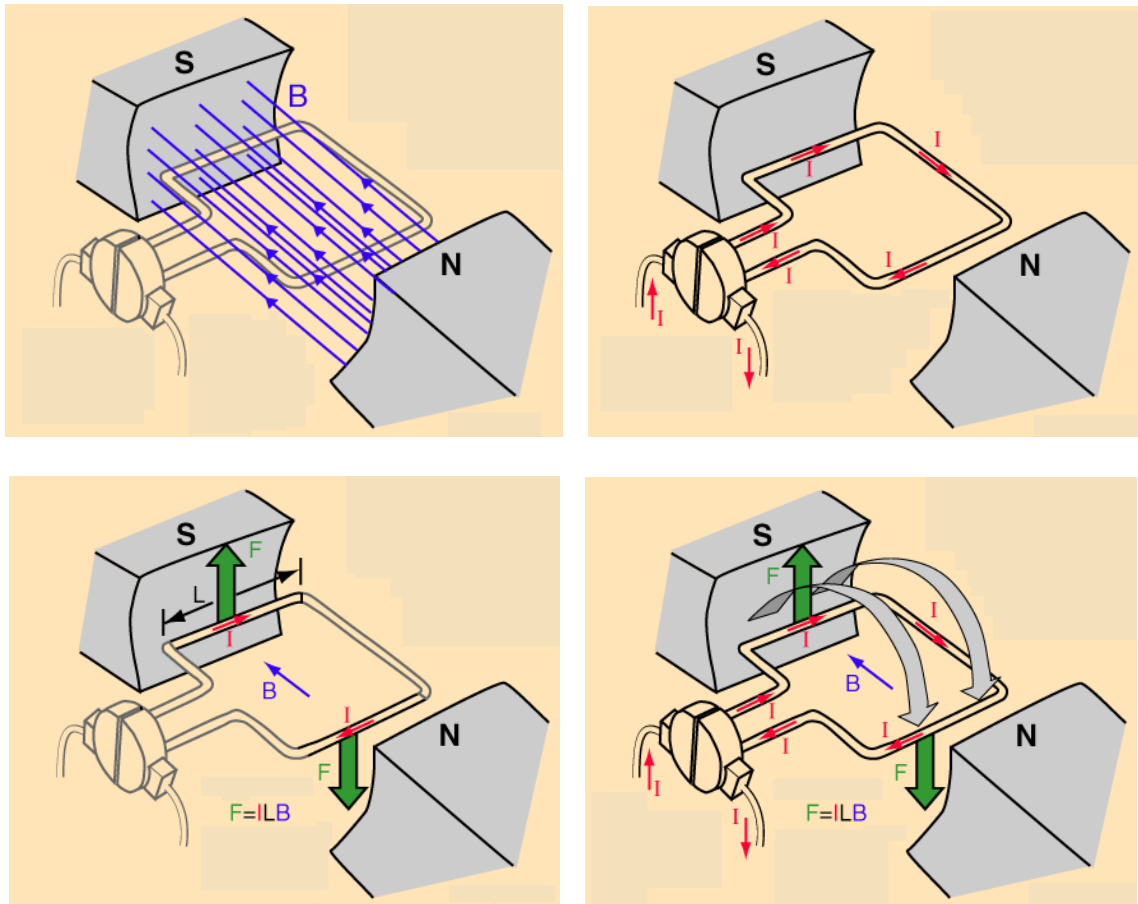
$$\vec{e} = (\vec{v} \times \vec{B})\vec{l}$$



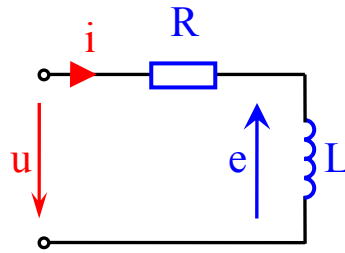
Động cơ



Máy phát .



Momen và tốc độ trong máy điện



$$e = -d\psi/dt$$

$$\psi = Li$$

$$e = -L di/dt - i dL/dt = -L di/dt - i dL/d\theta (d\theta/dt)$$

$$-e = L \frac{di}{dt} + \omega i \frac{dL}{d\theta}$$

$$\theta = \int \omega dt$$

$$\psi = N\Phi$$

II. Phân bố công suất trong máy điện

II.1. Hiệu suất và tổn hao

$$\eta = P_{out}/P_{in} = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{loss}} = 1 - \frac{P_{loss}}{P_{out} + P_{loss}} < 1$$

$$P_{loss} = P_{in} - P_{out} = P_{Cu} + P_{Fe} + P_{loss-mech}$$

$$P_{Fe} = m_{Fe} (\zeta f + \xi f^2) B_m^2$$

$$P_{loss-mech} = k\omega^2$$

II.1. Giải đồ phân bố công suất

$$W_{mech} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W_m = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad J [\text{kgm}^2]$$

$$W_e = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \psi i$$

$$W_e = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + L_{12} i_1 i_2 = \frac{1}{2} (\psi_1 i_1 + \psi_2 i_2)$$

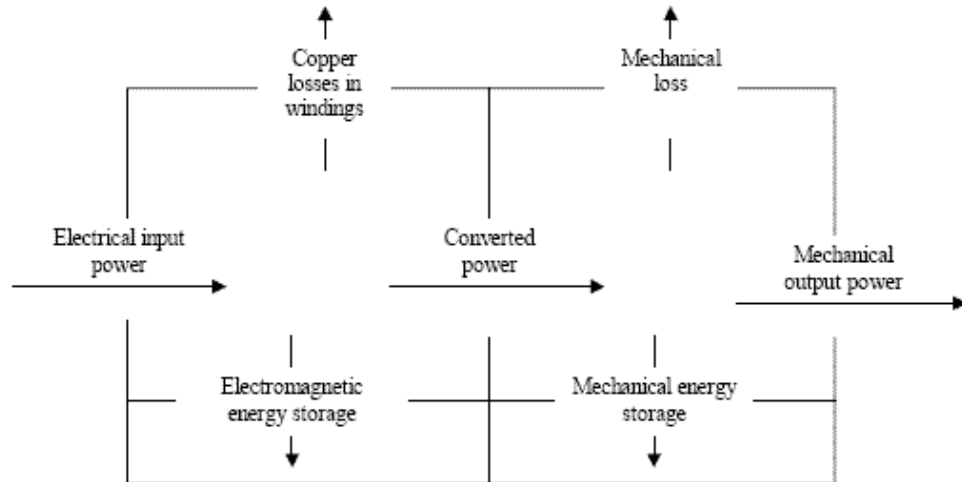
$$\psi_1 = L_1 i_1 + L_{12} i_2$$

$$\psi_2 = L_2 i_2 + L_{12} i_1$$

Động cơ:

$$p_e = p_{Cu} + \frac{dW_e}{dt} + p_c$$

$$p_c = p_{loss-mech} + \frac{dW_m}{dt} + p_m$$

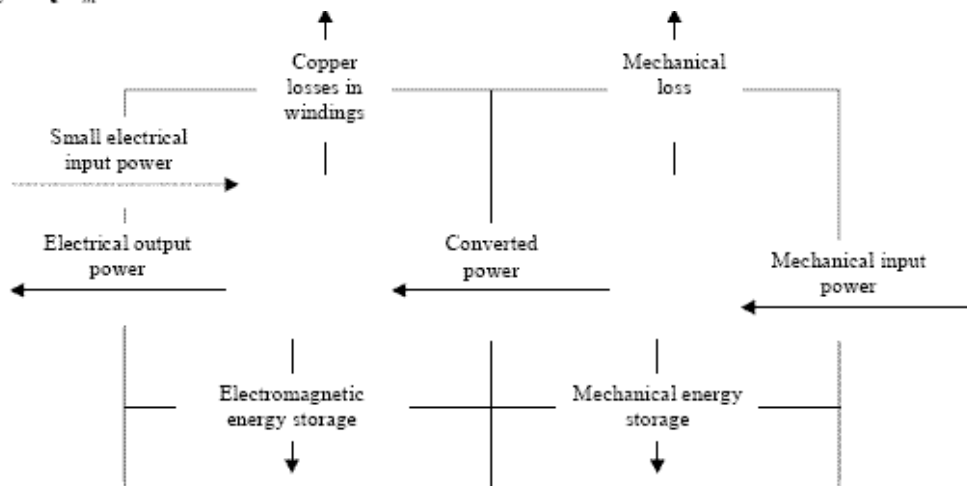


Máy phát:

$$p_m = p_{loss-mech} + \frac{dW_m}{dt} + p_c$$

$$p_c = p_{Cu} + \frac{dW_e}{dt} + p_{e1} - p_{e2}$$

$$p_c = t_e \omega_m$$



III. Mô hình toán của máy điện

Máy điện có n cuộn dây, xét cuộn dây thứ i :

$$v_i = R_i i_i - e = R_i i_i + d\psi_i / dt$$

$$\psi_i = L_{ii} i_i + L_{i1} i_1 + L_{i2} i_2 + \dots + L_{in} i_n$$

$$\underline{v} = \underline{R}\underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}$$

$$\underline{\psi} = \underline{L}\underline{i}$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_1 & & & & \\ & R_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & R_{n-1} & \\ & & & & R_n \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & \dots & L_{2n} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & \dots & L_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \dots \\ i_n \end{bmatrix} \quad \underline{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \dots \\ \psi_n \end{bmatrix}$$

Chú ý: $L_{ij} = L_{ji}$.

$$p_e = v_1 i_1 + v_2 i_2 + \dots + v_n i_n = \underline{i}^T \underline{v}$$

$$p_e = v_1 i_1 + v_2 i_2 + \dots + v_k i_k - v_{k+1} i_{k+1} - \dots - v_n i_n = \underline{i}^T \underline{v}$$

$$p_{Cu} = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + \dots + R_n i_n^2 = \underline{i}^T \underline{Ri}$$

$$W_e = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + \dots + \frac{1}{2} L_n i_n^2 + L_{12} i_1 i_2 + L_{13} i_1 i_3 + \dots + L_{1n} i_1 i_n + L_{23} i_2 i_3 + \dots + L_{(n-1)n} i_{n-1} i_n$$

$$W_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{Li}$$

Công suất cơ và tổn hao cơ:

$$p_m = t_m \omega$$

$$p_{\text{loss-mech}} = t_{\text{loss-mech}} \omega$$

$$t_{\text{loss-mech}} = k \omega$$

Tốc độ góc:

$$\theta = \int \omega dt \quad \omega = d\theta/dt$$

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n$$

Năng lượng trong cuộn dây:

$$W_m = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$CM \quad p_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i}$$

$$p_e = t_e \omega$$

$$\text{Với: } d\underline{L}/dt = (d\underline{L}/d\theta)(d\theta/dt) = (d\underline{L}/d\theta)\omega$$

Mômen điện:

$$t_e = \frac{p_e}{\omega} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i}$$

$$t_e - T_L = J \frac{d\omega}{dt} + k\omega \quad \text{motoring}$$

$$T_{PM} - |t_e| = J \frac{d\omega}{dt} + k\omega \quad \text{generation}$$

nếu $k = 0$:

$$t_e - T_L = J \frac{d\omega}{dt} \quad \text{motoring}$$

$$T_{PM} - |t_e| = J \frac{d\omega}{dt} \quad \text{generation}$$

Trạng thái ổn định:

$$t_e - T_L = 0 \quad \text{motoring}$$

$$T_{PM} - |t_e| = 0 \quad \text{generation}$$

Tóm tắt mô hình máy điện:

$$\begin{aligned} \underline{v} &= \underline{R}\underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt} \\ \underline{\psi} &= \underline{L}\underline{i} \\ t_e + t_m &= J \frac{d\omega}{dt} + k\omega \quad t_m = \begin{cases} -T_L, & t_e > 0 \\ T_{PM} & t_e < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{motoring} \\ \text{generation} \end{matrix} \\ t_e &= \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i} \\ \omega &= d\theta/dt \end{aligned}$$

Với J và k là các thông số của máy điện.

$$\begin{aligned} \underline{R} &= \begin{bmatrix} R_1 & & & & \\ & R_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & R_{n-1} & \\ & & & & R_n \end{bmatrix} & \underline{L} &= \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & \dots & L_{2n} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & \dots & L_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & L_{n3} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \\ \underline{v} &= \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} & \underline{i} &= \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \dots \\ i_n \end{bmatrix} & \underline{\psi} &= \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \dots \\ \psi_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

III. Mômen trong máy điện quay

$$\underline{v} = \underline{R}\underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}$$

$$\underline{\psi} = \underline{L}\underline{i}$$

$$\omega = d\theta/dt$$

$$t_e = \frac{1}{2} i_s^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} i$$

$$t_e + t_m = J \frac{d\omega}{dt} + k\omega$$

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad \underline{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix}$$

$$t_m = \begin{cases} -T_L, & t_e > 0 \\ T_{PM}, & t_e < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{motoring} \\ \text{generation} \end{matrix}$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_s & \\ & R_r \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{rs} & L_r \end{bmatrix}$$

Mômen điện:

$$t_e = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_s}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_r}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

$$T_e = T_e^{\text{reloc tan ce}} + T_e^{\text{fundamental}}$$

Với động cơ bình thường:

$$T_e^{\text{reloc tan ce}} = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_s}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_r}{d\theta} = 0$$

$$T_e = T_e^{\text{fundamental}} = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

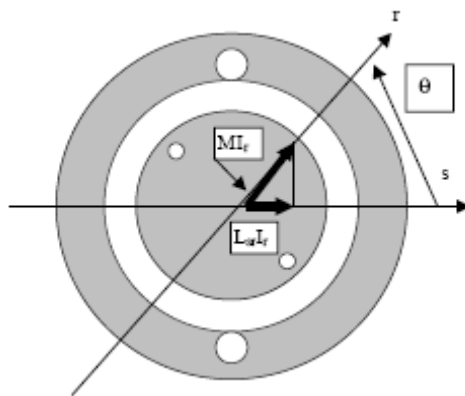
$T_e > 0$: động cơ.

$T_e < 0$: máy phát.

IV. Sức điện động trong máy điện

$$\psi_s = L_s i_s + L_{sr} i_r$$

$$\psi_r = L_r i_r + L_{sr} i_s$$



Angle θ [°]	0	90	180	270	360
$L_{sr} i_r$	$M i_r$	0	$-M i_r$	0	$M i_r$

Hỗ cảm: $L_{sr} = M \cos\theta$

Sức điện động trên cuộn dây stator:

$$-e_s = d\psi_s/dt$$

$$-e_r = d\psi_r/dt$$

$$-e_s = \left(L_s \frac{di_s}{dt} + L_{sr} \frac{di_r}{dt} \right) + \left(i_s \frac{dL_s}{d\theta} + i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \frac{d\theta}{dt}$$

$$-e_s = \left(L_s \frac{di_s}{dt} + L_{sr} \frac{di_r}{dt} \right) + \left(i_s \frac{dL_s}{d\theta} + i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$

Tương tự, sức điện động trên cuộn dây rotor:

$$-e_r = \left(L_r \frac{di_r}{dt} + L_{sr} \frac{di_s}{dt} \right) + \left(i_r \frac{dL_r}{d\theta} + i_s \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$

Nếu điện cảm trên các cuộn dây là hằng số:

$$-e_s = \left(L_s \frac{di_s}{dt} + L_{sr} \frac{di_r}{dt} \right) + \left(i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$

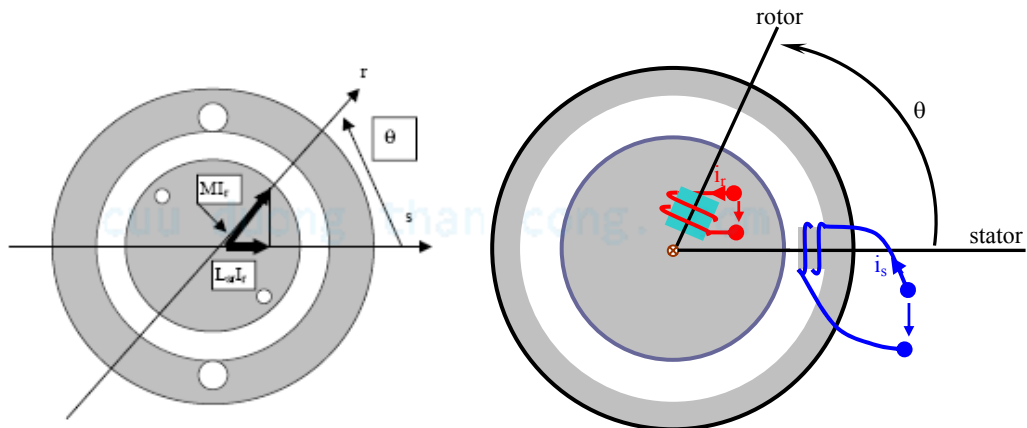
$$-e_r = \left(L_r \frac{di_r}{dt} + L_{sr} \frac{di_s}{dt} \right) + \left(i_s \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$

Nếu là máy điện DC, dòng rotor một chiều:

$$-e_s = \left(L_s \frac{di_s}{dt} \right) + \left(i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$

$$-e_r = \left(L_{sr} \frac{di_s}{dt} \right) + \left(i_s \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$

Ví dụ 1: Một hệ thống hai cuộn dây, $L_s=0,8H$, $L_r=0,2H$, $L_{sr}=0,4\cos\theta$ H, tốc độ rotor $\omega=40\text{rad/s}$, góc ban đầu (khi $t=0$) $\delta=0$. Xác định giá trị tức thời của sức điện động của cuộn dây rotor e_r khi cuộn dây rotor hở mạch. Biết dòng stator $i_s=10\cos(100t)\text{A}$.



Ví dụ 2: Một hệ thống hai cuộn dây, $L_s=0,1H$, $L_r=0,04H$, $L_{sr}=0,05\cos\theta$ H.

- a) Tốc độ rotor $\omega=200\text{rad/s}$, góc ban đầu (khi $t=0$) $\delta=0$ và biết dòng stator $i_s=10\cos(200t)$ A. Xác định giá trị tức thời của sức điện động của cuộn dây rotor e_r khi cuộn dây rotor hở mạch.
- b) Dòng điện qua hai cuộn dây đầu nối tiếp nhau $i_s=i_r=10\cos(200t)$ A. Tìm tốc độ rotor biết momen trung bình khác 0. Tính giá trị momen trung bình đó. Xác định góc tải (góc ban đầu khi $t=0$) δ để momen trung bình đạt cực đại.

Ví dụ 3: Một máy biến đổi điện-cơ có ba cuộn dây, 2 cuộn stator và 1 cuộn rotor. Hai cuộn stator đặt vuông góc nhau.

$$L_{s1}=1\text{H}, L_{s2}=1\text{H}, L_r=0,95\text{H},$$

$$L_{s1r}=0,9\cos\theta\text{ H}, L_{s2r}=0,9\sin\theta\text{ H},$$

$$L_{s1s2}=0\text{ H. Với } \theta=\omega t-\delta.$$

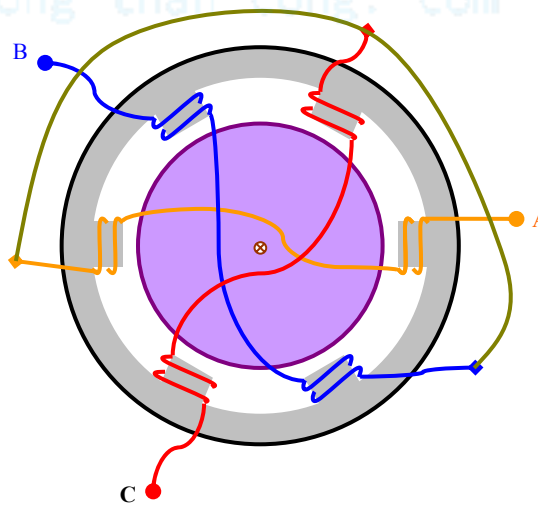
$$i_r=10\text{A dc}, i_{s1}=10\cos(\omega_s t)\text{A}, i_{s2}=10\sin(\omega_s t)\text{A}.$$

- a) Vẽ mô hình máy điện trên và xác định loại máy điện.
- b) Tính giá trị momen tức thời và momen trung bình của máy điện. Tính momen trung bình khi góc tải bằng 30° .
- c) Vẽ đồ thị phụ thuộc của momen trung bình vào góc tải, xác định vùng hoạt động của động cơ và máy phát.

V. Từ trường quay trong máy điện 3 pha

Dòng điện 3 pha, dạng cos:

$$i_a = I_m \cos \omega t \quad i_b = I_m \cos(\omega t - 2\pi / 3) \quad i_c = I_m \cos(\omega t - 4\pi / 3)$$

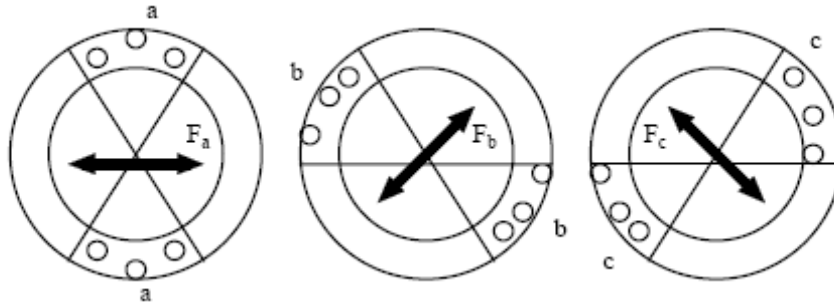


Sức tự động:

$$F_a = NI_m \cos \omega t$$

$$F_b = NI_m \cos(\omega t - 2\pi / 3)$$

$$F_c = NI_m \cos(\omega t - 4\pi / 3)$$



$$F_{res} = (F_a + \underline{a}F_b + \underline{a}^2F_c)$$

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}, \quad \underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

$$F_{res} = NI_m (\cos \omega t + \underline{a} \cos(\omega t - 2\pi/3) + \underline{a}^2 \cos(\omega t - 4\pi/3))$$

$$\cos \delta = 0.5(\exp(j\delta) + \exp(-j\delta))$$

$$F_{res} = NI \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} + \underline{a}e^{j(\omega t - 2\pi/3)} + \underline{a}e^{-j(\omega t - 2\pi/3)} + \underline{a}^2e^{j(\omega t - 4\pi/3)} + \underline{a}^2e^{-j(\omega t - 4\pi/3)}) =$$

$$F_{res} = NI_m \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} + \underline{a}\underline{a}^*e^{j\omega t} + \underline{a}\underline{a}e^{-j\omega t} + \underline{a}^2\underline{a}^{2*}e^{j\omega t} + \underline{a}^2\underline{a}^2e^{-j\omega t})$$

$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$$

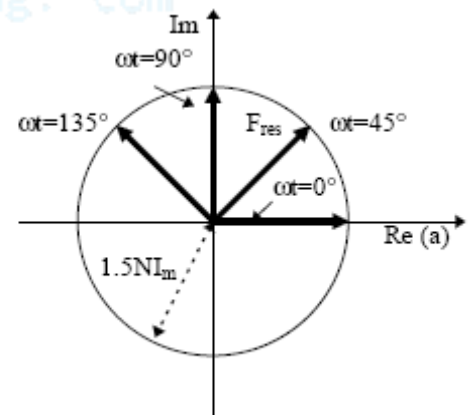
$$\underline{a}^* = \underline{a}^2 \quad \underline{a}^{2*} = \underline{a} \quad \underline{a}^3 = 1 \quad \underline{a}^4 = \underline{a}$$

$$F_{res} = NI_m \frac{1}{2} (e^{j\omega t} (1 + \underline{a}^2 \underline{a} + \underline{a}\underline{a}^2) + e^{-j\omega t} (1 + \underline{a}^2 + \underline{a})) =$$

$$F_{res} = NI_m \frac{1}{2} (e^{j\omega t} (3) + e^{-j\omega t} (0))$$

$$F_{res} = \frac{3}{2} NI_m e^{j\omega t}$$

$$F_{res} = \frac{3}{2} NI_m e^{j\omega t}$$



(Từ trường quay)

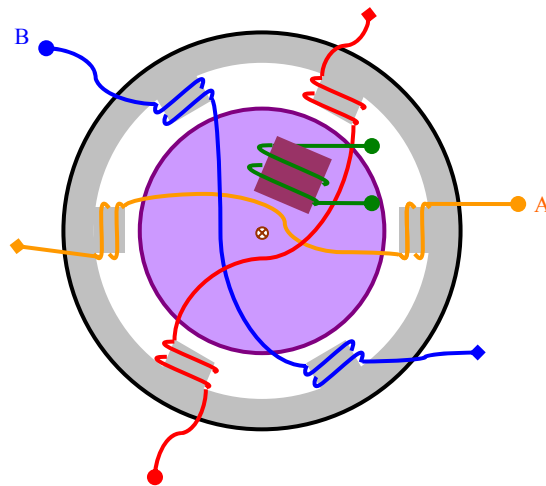
Ví dụ 4: Một máy điện 3 pha với rotor có một cuộn dây có dòng điện DC. Hồ cảm giữa các cuộn stator và rotor:

$$L_{ra} = M \cos \theta, \quad L_{rb} = M \cos(\theta - 2\pi/3), \quad L_{rc} = M \cos(\theta - 4\pi/3)$$

và dòng điện 3 pha trên các cuộn dây stator:

$$i_a = I_m \cos(\omega_s t), \quad i_b = I_m \cos(\omega_s t - 2\pi/3), \quad i_c = I_m \cos(\omega_s t - 4\pi/3)$$

Tính giá trị momen tức thời và momen trung bình của máy điện.



Ví dụ 5: Một máy điện đồng bộ 3 pha với dòng điện DC trong cuộn rotor. Máy điện làm việc như một máy phát với tốc độ không đổi ω . Các cuộn dây stator hở mạch. Xác định sức điện động trong các cuộn dây stator? Biết hồ cảm giữa các cuộn stator và rotor $L_{ra}=M\cos\theta$, $L_{rb}=M\cos(\theta-2\pi/3)$, $L_{rc}=M\cos(\theta-4\pi/3)$.

VI. Bài tập

Bài tập 1:

Bài tập 2:

Bài tập 3:

Bài tập 4:

Bài tập 5:

Bài tập 6:

Các công thức lượng giác:

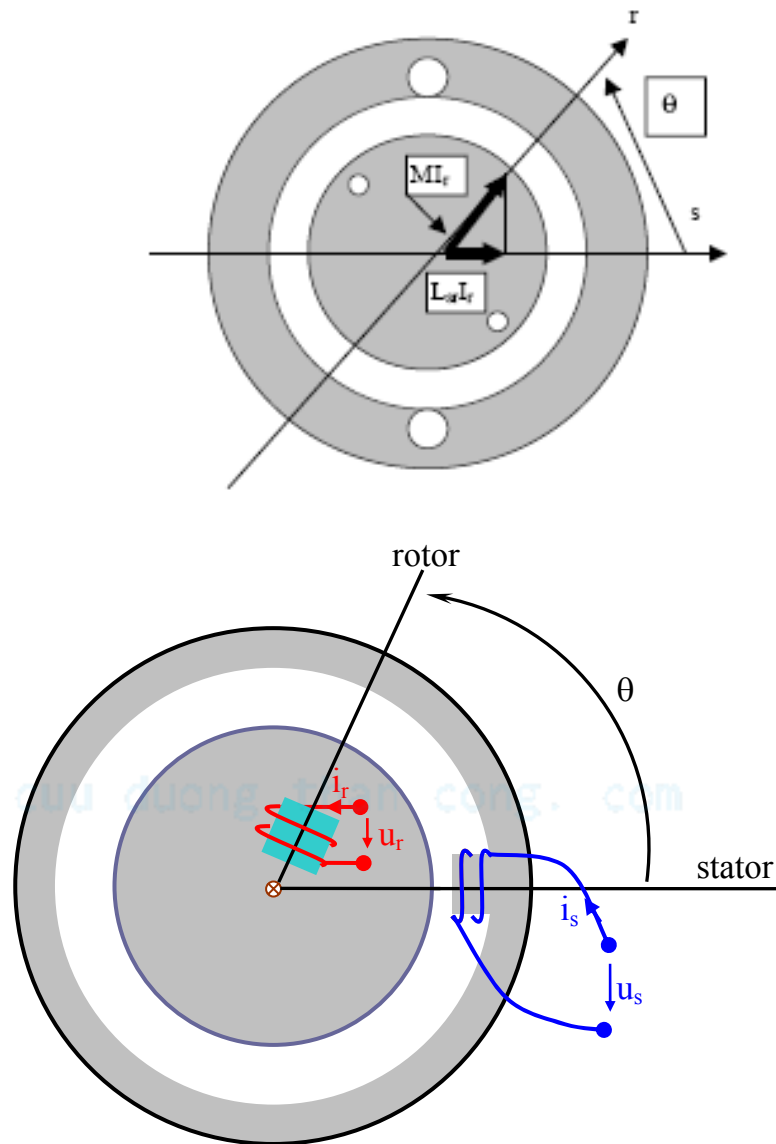
$$2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$$

$$\sin\alpha.\cos\beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$$

$$A.\sin\alpha \cos\beta + B.\cos\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}(A+B).\sin(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}(A-B).\sin(\alpha-\beta)$$

Động cơ:**Cách 1: Tính cho 2 cuộn dây:**

$$p_{in} = p_{elec} = p_{Cu} + \frac{dW_e}{dt} + p_c$$

$$p_c = p_{loss_m} + \frac{dW_m}{dt} + p_{out}$$

$$u_s(t) = R_s i_s(t) - e_s(t) = R_s i_s(t) + \frac{d\psi_s(t)}{dt}$$

$$\psi_s = L_s i_s + L_{sr} i_r$$

$$u_r(t) = R_r i_r(t) - e_r(t) = R_r i_r(t) + \frac{d\psi_r(t)}{dt}$$

$$\psi_r = L_{rs} i_s + L_r i_r$$

$$p_{in} = u_s i_s + u_r i_r$$

$$p_{Cu} = R_s i_s^2 + R_r i_r^2$$

$$W_{es} = \frac{1}{2} \psi_s i_s = \frac{1}{2} (L_s i_s^2 + L_{sr} i_r i_s)$$

$$W_{er} = \frac{1}{2} \psi_r i_r = \frac{1}{2} (L_{sr} i_r i_s + L_r i_r^2)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \psi_s i_s + \frac{1}{2} \psi_r i_r = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + \frac{1}{2} L_r i_r^2 + L_{sr} i_r i_s$$

$$u_s i_s = R_s i_s^2 + \frac{d\psi_s}{dt} i_s \quad \psi_s = L_s i_s + L_{sr} i_r$$

$$u_r i_r = R_r i_r^2 + \frac{d\psi_r}{dt} i_r \quad \psi_r = L_{rs} i_s + L_r i_r$$

$$p_{in} = u_s i_s + u_r i_r = p_{Cu} + \frac{d\psi_s}{dt} i_s + \frac{d\psi_r}{dt} i_r = p_{Cu} + \frac{dW_e}{dt} + p_c$$

$$\Rightarrow \frac{dW_e}{dt} + p_c = \frac{d\psi_s}{dt} i_s + \frac{d\psi_r}{dt} i_r$$

Trong khi: $W_e = \frac{1}{2} \psi_s i_s + \frac{1}{2} \psi_r i_r$

$$\Rightarrow \frac{d(W_e)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\psi_s}{dt} i_s + \frac{1}{2} \psi_s \frac{di_s}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d\psi_r}{dt} i_r + \frac{1}{2} \psi_r \frac{di_r}{dt}$$

$$\Rightarrow p_c = \frac{1}{2} \frac{d\psi_s}{dt} i_s - \frac{1}{2} \psi_s \frac{di_s}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d\psi_r}{dt} i_r - \frac{1}{2} \psi_r \frac{di_r}{dt}$$

$$\Leftrightarrow p_c = \frac{1}{2} \frac{d(L_s i_s + L_{sr} i_r)}{dt} i_s - \frac{1}{2} (L_s i_s + L_{sr} i_r) \frac{di_s}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d(L_{rs} i_s + L_r i_r)}{dt} i_r - \frac{1}{2} (L_{rs} i_s + L_r i_r) \frac{di_r}{dt}$$

$$\Leftrightarrow 2p_c dt = d(L_s i_s + L_{sr} i_r) i_s - (L_s i_s + L_{sr} i_r) di_s + d(L_{rs} i_s + L_r i_r) i_r - (L_{rs} i_s + L_r i_r) di_r$$

$$\Leftrightarrow 2p_c = \frac{dL_s}{dt} i_s^2 + L_s i_s \frac{di_s}{dt} + \frac{dL_{sr}}{dt} i_s i_r + L_{sr} i_s \frac{di_r}{dt} - L_s i_s \frac{di_s}{dt} - L_{sr} i_r \frac{di_s}{dt} + \frac{dL_{rs}}{dt} i_s i_r + L_{rs} i_r \frac{di_s}{dt} + \frac{dL_r}{dt} i_r^2 + L_r i_r \frac{di_r}{dt} - L_{rs} i_s \frac{di_r}{dt} - L_r i_r \frac{di_r}{dt}$$

$$\Leftrightarrow 2p_c = \frac{dL_s}{dt} i_s^2 + \frac{dL_{sr}}{dt} i_s i_r + \frac{dL_{rs}}{dt} i_s i_r + \frac{dL_r}{dt} i_r^2$$

$$\Leftrightarrow p_c = \frac{1}{2} \frac{dL_s}{dt} i_s^2 + \frac{dL_{rs}}{dt} i_s i_r + \frac{1}{2} \frac{dL_r}{dt} i_r^2$$

$$\Leftrightarrow p_c = \frac{1}{2} \frac{dL_s}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} i_s^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_r}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} i_r^2 + \frac{dL_{rs}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} i_s i_r \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Leftrightarrow p_c = \left[\frac{1}{2} \frac{dL_s}{d\theta} i_s^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_r}{d\theta} i_r^2 + \frac{dL_{rs}}{d\theta} i_s i_r \right] \omega$$

$$\Leftrightarrow t_e = \frac{p_c}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{dL_s}{d\theta} i_s^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_r}{d\theta} i_r^2 + \frac{dL_{rs}}{d\theta} i_s i_r$$

$$t_e = \left(\frac{1}{2} \frac{dL_s}{d\theta} i_s^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_r}{d\theta} i_r^2 \right) + \left(\frac{dL_{rs}}{d\theta} i_s i_r \right) = T_e^{\text{reluc tan ce}} + T_e^{\text{fundamental}} = T_e^{\text{tu tro}} + T_e^{\text{co ban}}$$

Động cơ rotor cực từ  n:

$$T_e^{\text{reluc tan ce}} = \frac{1}{2} \frac{dL_s}{d\theta} i_s^2 + \frac{1}{2} \frac{dL_r}{d\theta} i_r^2 = 0$$

$$T_e^{\text{fundamental}} = \frac{dL_{rs}}{d\theta} i_s i_r$$

C  thể vi t: $p_c = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i}$

$$t_e = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i} \quad \text{với:} \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{rs} & L_r \end{bmatrix}$$

cuuduongthancong.com

Cách 2: Tính cho 2 cuộn d y dưới dạng ma trên (t ng qu t):

$$p_{in} = p_{elec} = p_{Cu} + \frac{dW_e}{dt} + p_c$$

$$p_c = p_{loss_m} + \frac{dW_m}{dt} + p_{out}$$

$$u_s(t) = R_s i_s(t) - e_s(t) = R_s i_s(t) + \frac{d\psi_s(t)}{dt} \quad \psi_s = L_s i_s + L_{sr} i_r$$

$$u_r(t) = R_r i_r(t) - e_r(t) = R_r i_r(t) + \frac{d\psi_r(t)}{dt} \quad \psi_r = L_{rs} i_s + L_r i_r$$

cuuduongthancong.com

$$\text{V i:} \quad \underline{u} = \begin{bmatrix} u_s \\ u_r \end{bmatrix} \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{rs} & L_r \end{bmatrix} \quad \underline{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} = \underline{L} \underline{i}$$

$$\underline{u} = \underline{R} \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt}$$

$$p_{Cu} = R_s i_s^2 + R_r i_r^2 = \underline{i}^T \underline{R} \underline{i}$$

$$p_{in} = u_s i_s + u_r i_r = \underline{i}^T \underline{u}$$

$$p_{in} = \underline{i}^T \left(\underline{R} \underline{i} + \frac{d\underline{\psi}}{dt} \right) = \underline{i}^T \underline{R} \underline{i} + \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}}{dt} = p_{Cu} + \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}}{dt}$$

$$\text{mà } p_{in} = p_{Cu} + \frac{dW_e}{dt} + p_c$$

$$\text{nên } \frac{dW_e}{dt} + p_c = \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}}{dt}$$

$$W_{es} = \frac{1}{2} \underline{\psi}_s^T \underline{i}_s = \frac{1}{2} (L_s i_s^2 + L_{sr} i_r i_s)$$

$$W_{er} = \frac{1}{2} \underline{\psi}_r^T \underline{i}_r = \frac{1}{2} (L_{sr} i_r i_s + L_r i_r^2)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \underline{\psi}_s^T \underline{i}_s + \frac{1}{2} \underline{\psi}_r^T \underline{i}_r = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + \frac{1}{2} L_r i_r^2 + L_{sr} i_r i_s = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{L} \underline{i} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \underline{\psi}$$

$$\Rightarrow \frac{dW_e}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\underline{i}^T}{dt} \underline{\psi} + \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}}{dt}$$

$$\text{vậy: } p_c = \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}}{dt} - \left(\frac{1}{2} \frac{d\underline{i}^T}{dt} \underline{\psi} + \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}}{dt} \right) = \underline{i}^T \frac{d\underline{\psi}}{dt} - \frac{1}{2} \frac{d\underline{i}^T}{dt} \underline{\psi}$$

$$p_c = \underline{i}^T \frac{d(\underline{L} \underline{i})}{dt} - \frac{1}{2} \frac{d\underline{i}^T}{dt} (\underline{L} \underline{i}) = \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i} + \underline{i}^T \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt} - \frac{1}{2} \frac{d\underline{i}^T}{dt} \underline{L} \underline{i}$$

$$\text{vì: } \underline{i}^T \underline{L} \frac{d\underline{i}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\underline{i}^T}{dt} \underline{L} \underline{i}$$

$$\Rightarrow p_c = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{dt} \underline{i}$$

$$\Rightarrow t_e = \frac{p_c}{\omega} = \frac{1}{2} \underline{i}^T \frac{d\underline{L}}{d\theta} \underline{i}$$

Ví dụ: Chứng minh sức điện động trên cuộn dây stator và rotor:

$$-e_s = d\underline{\psi}_s / dt \quad \text{tương đương} \quad -e_s = \left(L_s \frac{di_s}{dt} + L_{sr} \frac{di_r}{dt} \right) + \left(i_s \frac{dL_s}{d\theta} + i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$

$$-e_r = d\underline{\psi}_r / dt \quad \text{tương đương} \quad -e_r = \left(L_r \frac{di_r}{dt} + L_{sr} \frac{di_s}{dt} \right) + \left(i_r \frac{dL_r}{d\theta} + i_s \frac{dL_{sr}}{d\theta} \right) \omega$$