

**PHẦN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM (6 ĐIỂM)**

**Câu 1** Nếu A là ma trận vuông cấp 4 có  $\det A = 2$  thì

- a).  $\det(-A) = -2$       b).  $\det(A^T A^{-1}) = 1$       c).  $\det(2A^2) = 8$       d). các kết quả kia đều sai

**Câu 2** Tính định thức  $D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

- a).  $D = 0$       b). Các kết quả kia đều sai.      c).  $D = -24$       d).  $D = 24$

**Câu 3** Cho  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ . Tìm a để ma trận A KHÔNG khả nghịch.

- a).  $a \neq 3$       b).  $a \in \emptyset$       c).  $a = 3$       d).  $a \in \mathbb{R}$

**Câu 4** Cho hai ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  và  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ . Ma trận đảo của ma trận tích A.B là

- a).  $B^{-1} \cdot A^{-1}$       b).  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$       c).  $A^{-1} \cdot B^{-1}$       d).  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

**Câu 5** Tìm ma trận X thỏa mãn phương trình  $X \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

- a).  $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$       b). X không tồn tại      c).  $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$       d).  $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**Câu 6** Cho hàm số hai biến  $z = e^{2x+3y}$ . Đạo hàm riêng  $\frac{\partial^n z}{\partial x^n}$  là:

- a).  $e^{2x+3y}$       b).  $3^n e^{2x+3y}$       c).  $2^n e^{2x+3y}$       d).  $5^n e^{2x+3y}$

**Câu 7** Cho hàm  $z = x^3 - 3x + y^2 - 2y$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- a). Hàm số đạt cực đại tại  $J(1;1)$       b). Hàm số không có cực trị  
c). Hàm số đạt cực đại tại  $J(-1;1)$       d). Hàm số đạt cực tiểu tại  $J(1;1)$

**Câu 8** Cho  $I = \iint_D f(x,y) dx dy$  với  $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \leq 0\}$ . Tìm khẳng định đúng

- a).  $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy$       b).  $I = \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x,y) dy$   
c).  $I = \int_1^{\sqrt{1-y^2}} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x,y) dy$       d).  $I = \int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^0 f(x,y) dx$

**Câu 9** Tìm  $x$  sao cho ma trận  $\begin{bmatrix} 1 & x & -1 & 2 \\ 2 & -1 & x & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$  có hạng nhỏ nhất?

- a).  $x=3$  và  $x=12$       b).  $x=4$  và  $x=8$       c).  $x=3$       d).  $x \neq -3$

**Câu 10** Cho hệ phương trình tuyến tính: 
$$\begin{cases} 9x + y + 4z = 1 \\ 2x + 2y + 3z = 5 \\ 7x + y + 6z = 7 \end{cases}$$

Tính 4 định thức  $D, D_1, D_2, D_3$  trong công thức Cramer.

- a).  $D=22, D_1=16, D_2=-6, D_3=19$       b).  $D=13, D_1=-16, D_2=14, D_3=19$   
c).  $D=42, D_1=-36, D_2=6, D_3=90$       d).  $D=45, D_1=17, D_2=-13, D_3=35$

**Câu 11** Tính  $I = \iint_D (x+y^2) dx dy$  với  $D$  là tam giác có đỉnh  $A(0,1); B(1,0); C(1,1)$

- a).  $I=12/5$       b).  $I=-12/5$       c).  $I=7/12$       d).  $I=-5/12$

**Câu 12** Vi phân cấp 2 của hàm số  $z = \sin^2 x + e^{y^2}$  là:

- a).  $d^2 z = 2 \sin x dx^2 + 2ye^{y^2} dy^2$       b).  $d^2 z = -2 \cos x dx^2 + 2ye^{y^2} dy^2$   
c).  $d^2 z = 2 \cos 2x dx^2 + e^{y^2} (4y^2 + 2) dy^2$       d).  $d^2 z = \cos 2x dx^2 + e^{y^2} dy^2$

**Câu 13** Giải phương trình vi phân:  $\frac{dy}{dx} + y = xe^{-x}$

- a).  $y = \frac{x^2}{2} e^{-x} + Ce^{-x}$       b).  $y = xe^{-x} + Ce^{-x}$       c).  $y = -e^{-x} + \frac{C}{1+x}$       d).  $y = \frac{x^2}{2} e^{-x} + e^{-x} + C$

**Câu 14** Tìm nghiệm tổng quát của:  $y'' + \frac{3}{x} y' = 0$

- a).  $y = C_1 x^3 + C_2$       b).  $y = \frac{C_1}{x^2} + C_2$       c).  $y = \frac{C_1}{x^3} + C_2$       d).  $y = C_1 \ln |x| + C_2$

**Câu 15** Nếu  $\frac{dy}{dx} = \sin x \cos^2 x$  và  $y(\frac{\pi}{2}) = 0$  thì  $y(0) =$

- a). -1      b). 0      c). -1/3      d). 1/3

### Phần tự luận

**Câu 1** : Cho ma trận:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Chứng tỏ rằng :  $A^3 - 2A + I_3 = 0$  ( $I_3$  là ma trận đơn vị).  
Suy ra ma trận nghịch đảo của  $A$ .

**Câu 2:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:  $z = x^3 + y^3 - 3xy$  trên miền  $D = \{(x,y): x \geq 0 \text{ và } y \geq 0 \text{ và } x+y \leq 2\}$

**Câu 5** Tìm ma trận  $X$  thỏa mãn phương trình  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

- a).  $X = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$     b).  $X$  không tồn tại.    c).  $X = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$     d).  $X = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

**Câu 6** Cho tập  $D$  giới hạn bởi các đường  $y=x$  và  $y=x^2$ . Tính  $I = \iint_D x dx dy$

- a).  $I = \frac{1}{12}$     b).  $I = \frac{1}{6}$     c).  $I = -\frac{1}{12}$     d).  $I = \frac{1}{2}$

**Câu 7** Nếu  $A$  là ma trận vuông cấp 4 có  $\det A = 2$  thì

- a).  $\det(-A) = -2$     b).  $\det(2A^2) = 8$     c).  $\det(A^T A^{-1}) = 1$     d). các kết quả trên đều sai

**Câu 8** Cho tập  $D = \{(x; y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ . Tính  $I = \iint_D \frac{x^2}{y^2 + 1} dx dy$

- a).  $I = \frac{\pi}{6}$     b).  $I = 0$     c).  $I = \frac{\pi}{3}$     d).  $I = \frac{\pi^2}{24}$

**Câu 9** Điều kiện của tham số thực  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 5 \\ 5x_1 - 7x_2 - 9x_3 = m \end{cases}$  vô nghiệm là

- a).  $m \neq 11$     b).  $m = -11$     c).  $m = 11$     d). không tồn tại  $m$ .

**Câu 10** Cho tập  $D$  là tam giác có ba đỉnh là gốc tọa độ  $O$ ,  $A(1;1)$ ,  $B(0;1)$  và  $I = \iint_D f(x, y) dx dy$  thì

- a).  $I = \int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$     b).  $I = \int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$   
c).  $I = \int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx = \int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$     d).  $I = \int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$

**Câu 11** Nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 3x - y + 2z = 3 \\ 2x + y - 2z = 7 \end{cases}$  là

- a).  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 1 \end{cases}$     b).  $\begin{cases} x = 2 \\ y = \alpha, \alpha \in \mathbb{R} \\ z = \beta, \beta \in \mathbb{R} \end{cases}$     c).  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + 2\alpha \\ z = \alpha (\alpha \in \mathbb{R}) \end{cases}$     d).  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}$

**Câu 12** Hàm  $f(x, y) = x^5 + y^5 + 5xy$  đạt cực trị tại

- a).  $(1, 1)$     b).  $(0, 0)$     c).  $(-1, 1)$     d).  $(-1, -1)$

**Câu 13** Nếu  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  có  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  thì tổng  $a+b+c =$  a). -1    b). 0    c). 2    d). 1

**A) PHẦN TRẮC NGHIỆM (8 điểm)**

**Câu 1** Cho hàm số  $z = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5$  và tập  $D = \{(x; y) | (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 4\}$ , Tìm khẳng định sai

- a). Biên của D là đường tròn tâm  $I(1;2)$ , bán kính  $R=2$       b). Hàm số đạt cực tiểu tại  $M(1;2)$ .  
c). Trên tập D hàm số có giá trị lớn nhất bằng 4 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0  
d). Hàm số đạt cực đại tại  $N(1;0)$ .

**Câu 2** Tìm a để hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ -x - 2y + z = 3 \\ x + y + (a^2 - 5)z = a \end{cases}$$
 có vô số nghiệm.

- a).  $a=2$       b).  $a \neq 2$  và  $a \neq -2$       c).  $a=2$  hay  $a=-2$       d).  $a=-2$

**Câu 3** Vi phân cấp một của hàm  $z = \ln \sqrt{y-x}$  là

- a).  $dz = \frac{dx - dy}{2(y-x)}$       b).  $dz = \frac{dy + dx}{\sqrt{y-x}}$       c).  $dz = \frac{dx - dy}{2(x-y)}$       d).  $dz = \frac{dy - dx}{2\sqrt{y-x}}$

**Câu 4**

Tìm ma trận X thỏa mãn phương trình  $X \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

- a). X không tồn tại      b).  $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       c).  $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$       d).  $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

**Câu 14** Cho  $I = \iint_D f(x, y) dx dy$  và tập  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \leq 0\}$ . Tìm khẳng định đúng

a)  $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$     b)  $I = \int_1^0 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x, y) dy$   
 c)  $I = \int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^0 f(x, y) dx$     d)  $I = \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x, y) dy$

**Câu 15** Điều kiện của số thực  $m$  để hệ phương trình  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_4 = 3 \\ 2x_3 + mx_4 = 1 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất là

a).  $m=1$     b).  $m=0$     c).  $m \neq 1$     d).  $m \neq 0$

**Câu 16** Vi phân cấp hai của hàm  $z = x^2 y + e^y$  là

a).  $d^2 z = 2y dx^2 + 2x dx dy + e^y dy^2$     b).  $d^2 z = 2y dx^2 + 4x dx dy + e^y dy^2$   
 c).  $d^2 z = 2dx^2 + 4x dx dy + e^y dy^2$     d).  $d^2 z = [2xy dx + (x^2 + e^y) dy]^2$

**Câu 17** Cho hai ma trận  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  và  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ . Ma trận đảo của ma trận tích A.B là

a).  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$     b).  $A^{-1} \cdot B^{-1}$     c).  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$     d).  $B^{-1} \cdot A^{-1}$

**Câu 18** Cho hàm  $z = x^3 - 3x + y^2 - 2y$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

a) Hàm số đạt cực tiểu tại  $J(1; 1)$     b) Hàm số đạt cực đại tại  $I(-1; 1)$   
 c) Hàm số không có cực trị    d) Hàm số đạt cực đại tại  $J(1; 1)$

**Câu 19** Tính định thức  $D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

a).  $D=0$     b).  $D=-24$     c).  $D=24$     d). Các kết quả a), b), c) đều sai.

**Câu 20** Cho  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ . Tìm  $a$  để ma trận A KHÔNG khả nghịch.

a).  $a \in \emptyset$     b).  $a \in \mathbb{R}$     c).  $a \neq 3$     d).  $a = 3$

**B) PHẦN TỰ LUẬN (2 điểm)**

a) Giải phương trình vi phân  $xy dx + (1+x^2)(1+y) dy = 0$ .

b) Tìm nghiệm riêng thoả điều kiện  $y(e) = \frac{e^2}{2}$  của phương trình  $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$  với  $x > 1$