

TỔ HỢP & XÁC SUẤT

Biên soạn: Huỳnh Chí Hào - THPT Chuyên Nguyễn Quang Điều

A. TỔ HỢP

I. CÁC QUY TẮC CƠ BẢN VỀ PHÉP ĐẾM:

1. QUY TẮC CỘNG:

Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B . Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B . Khi đó công việc có thể thực hiện bởi $n + m$ cách.

TỔNG QUÁT

Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án A_1, A_2, \dots, A_k . Có n_1 cách thực hiện phương án A_1 , n_1 cách thực hiện phương án A_2, \dots và n_k cách thực hiện phương án A_k . Khi đó công việc có thể thực hiện bởi $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ cách.

2. QUY TẮC NHÂN:

Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn A và B . Công đoạn A có thể làm theo n cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo $n.m$ cách.

TỔNG QUÁT

Giả sử một công việc nào đó bao gồm k công đoạn A_1, A_2, \dots, A_k . Công đoạn A_1 có thể thực hiện theo n_1 cách, công đoạn A_2 có thể thực hiện theo n_2 cách, ..., công đoạn A_k có thể thực hiện theo n_k cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo $n_1.n_2...n_k$ cách.

III. HOÁN VỊ:

1. Định nghĩa :

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$).

Mỗi cách sắp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một **hoán vị** của n phần tử đó

n phần tử

Hoán vị

- Nhóm có thứ tự
- Đủ mặt n phần tử của A

2. Định lý :

Ký hiệu số hoán vị của n phần tử là P_n , ta có công thức:

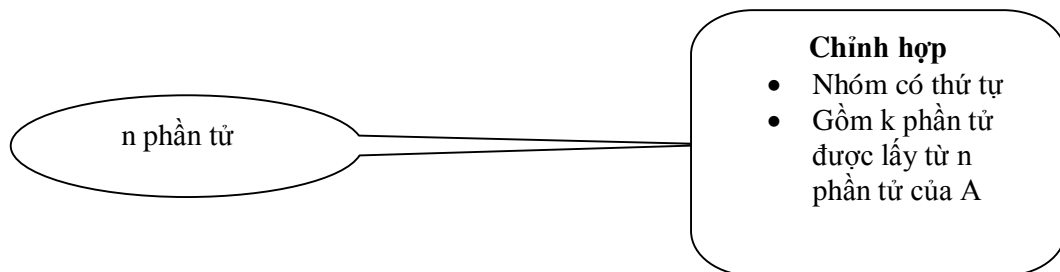
$$P_n = n!$$

(2)

IV. CHỈNH HỢP:

1. Định nghĩa:

Cho **tập hợp A** gồm **n phần tử**. Mỗi bộ gồm **k** ($1 \leq k \leq n$) **phần tử sắp thứ tự của tập hợp A** được gọi là một **chỉnh hợp chập k của n phần tử của A**.



2. Định lý:

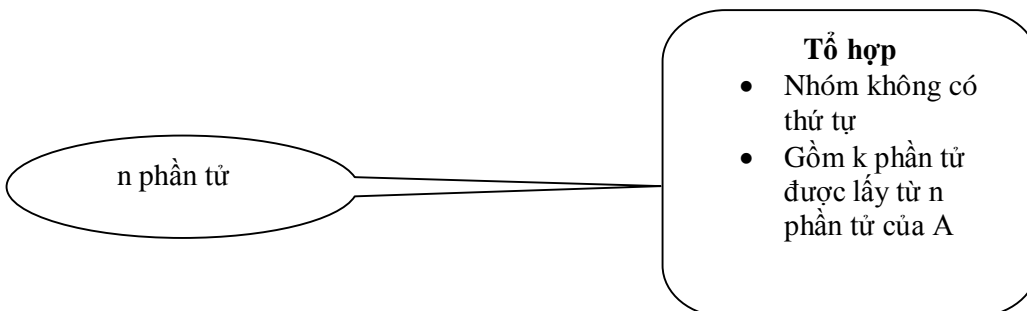
Ký hiệu số chỉnh hợp chập k của n phần tử là A_n^k , ta có công thức:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (3)$$

V. TỔ HỢP:

1. Định nghĩa:

Cho **tập hợp A** gồm **n phần tử**. Mỗi **tập con của A** gồm **k phần tử** ($1 \leq k \leq n$) của A được gọi là một **tổ hợp chập k của n phần tử đã cho**.



2. Định lý :

Ký hiệu số tổ hợp chập k của n phần tử là C_n^k , ta có công thức:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (4)$$

3. Hai tính chất cơ bản của số C_n^k

a) **Tính chất 1:** Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Khi đó

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

b) **Tính chất 2:** Cho các số nguyên n và k với $1 \leq k \leq n$. Khi đó

$$C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$$

LƯU Ý QUAN TRỌNG:

Các bài toán về giải tích tổ hợp thường là những bài toán về những hành động như :
lập các số từ các số đã cho, sắp xếp một số người hay đồ vật vào những vị trí nhất định ,
lập các nhóm người hay đồ vật thỏa mãn một số điều kiện đã cho v.v...

1. Nếu những hành động này gồm nhiều giai đoạn thì cần tìm số cách chọn cho mỗi giai đoạn rồi áp dụng quy tắc nhân.
2. Những bài toán mà kết quả thay đổi nếu ta thay đổi vị trí của các phần tử ,
thì đây là những bài toán liên quan đến hoán vị và chỉnh hợp.
3. Đối với những bài toán mà kết quả được giữ nguyên khi ta thay đổi vị trí của các phần tử
thì đây là những bài toán về tổ hợp.

Ví dụ 1: Một hộp đựng 5 viên bi trắng, 3 viên bi xanh. **Lấy ngẫu nhiên 2 bi.**

- a) Có bao nhiêu cách lấy được 2 bi ?
- b) Có bao nhiêu cách lấy được 2 bi trắng ?
- c) Có bao nhiêu cách lấy được 1 bi trắng, 1 bi xanh ?

Lời giải

- a) Có $C_8^2 = 28$ cách lấy
- b) Có $C_5^2 = 10$ cách lấy
- c) Có $C_5^1 C_3^1 = 15$ cách lấy

Ví dụ 2: Một hộp đựng 5 viên bi trắng, 3 viên bi xanh. **Lấy lần lượt 2 bi.**

- a) Có bao nhiêu cách lấy được 2 bi ?
- b) Có bao nhiêu cách lấy được 2 bi trắng ?
- c) Có bao nhiêu cách lấy được 1 bi trắng, 1 bi xanh ?

Lời giải

- a) Có $C_8^1 C_7^1 = 56$ cách lấy (hoặc $A_8^2 = 56$)
- b) Có $C_5^1 C_4^1 = 20$ cách lấy (hoặc $A_5^2 = 20$)
- c) Có $C_5^1 C_3^1 + C_3^1 C_5^1 = 30$ cách lấy

Ví dụ 3: Một hộp đựng 5 viên bi trắng, 6 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. **Lấy ngẫu nhiên 4 bi.**

- a) Có bao nhiêu cách lấy được 4 bi ?
b) Có bao nhiêu cách lấy được 4 bi có đủ cả ba màu ?

Lời giải

- a) Có $C_{18}^4 = 3060$ cách lấy
b) Có $C_5^2 C_6^1 C_7^1 + C_5^1 C_6^2 C_7^1 + C_5^1 C_6^1 C_7^2 = 1575$ cách lấy

Ví dụ 4: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đều có mặt các chữ số 8 và 9 ?

Lời giải

Giả sử số cần lập là \overline{abcd} , $d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Xét các trường hợp sau

- $d = 0$. Số cách lập \overline{abc} trong đó có các chữ số 8 và 9 là $C_7^1 \cdot 3! = 42$.
- $d = 8$. Số cách lập \overline{abc} trong đó có chữ số 9 là $C_8^2 \cdot 3! - C_7^1 \cdot 2! = 154$.
- $d \in \{2, 4, 6\}$. Số cách lập \overline{abc} trong đó có các chữ số 8 và 9 là $3 \cdot (C_7^1 \cdot 3! - 2) = 120$.

Vậy số các số lập được là $42 + 154 + 120 = 316$. \square

Ví dụ 6: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đầu và chữ số cuối của mỗi số đó đều là số chẵn?

Lời giải

- + Chữ số đầu tiên là chữ số chẵn, khác 0 nên có 4 cách chọn.
- + Chữ số tận cùng cũng là chữ số chẵn, khác với chữ số đầu tiên nên cũng có 4 cách chọn.
- + Ba chữ số ở giữa có số cách sắp xếp là A_8^3 .

Suy ra số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $4 \times 4 \times A_8^3 = 5376$. \square

Bài tập tự luyện

Bài 1: Một tập thể gồm 14 người gồm 6 nam và 8 nữ, người ta muốn chọn 1 tổ công tác gồm 6 người. Tìm số cách chọn sao cho trong tổ phải có cả nam và nữ

Kết quả: 2974

Bài 2: Từ 1 nhóm học sinh gồm 7 nam và 6 nữ. Thầy giáo cần chọn ra 5 em tham dự lễ mít tinh tại trường với yêu cầu có cả nam lẫn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

Kết quả: 1260

Bài 3: Một nhóm gồm 10 học sinh, trong đó 7 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho 7 học sinh nam phải đứng liền nhau.

Kết quả: 120960

Bài 4: Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi 1 khác nhau. (Chữ số đầu tiên phải khác 0), trong đó có mặt chữ số 0, nhưng không có mặt chữ số 1.

Kết quả: 33600

Bài 5: Hỏi từ 9 chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau sao cho trong chữ số đó có mặt chữ số 1.

Kết quả: 8400

Bài 6: Có một hộp đựng 2 viên bi đỏ, 3 viên bi trắng, 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi lấy từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để trong đó số viên bi lấy ra không đủ ba màu.

Kết quả: 105

Bài 7: Cho tập $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau từ E mà chia hết cho 5?

Kết quả: 5712

Bài 8: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, thành lập từ các chữ số 1,2,3,4,5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số không bắt đầu bởi chữ số 1

Kết quả: 96

Bài 9: Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, thành lập từ các chữ số 1,2,3,4,5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số bắt đầu bởi chữ số 5.

Kết quả: 24

Bài 10: Từ 7 chữ số 1,2,3,4,5,6,7, có bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và luôn có mặt chữ số 7 và chữ số hàng ngàn là chữ số 1

Kết quả: 60

Bài 11: Cho 7 chữ số 1,2,3,4,5,6,7 có bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và luôn có mặt chữ số 7 được viết từ các chữ số đã cho

Kết quả: 480

Bài 12: Cho các số 1,2,5,7,8 có bao nhiêu cách lập ra một số gồm 3 chữ số khác nhau từ 5 chữ số trên sao cho số tạo thành là một số không có chữ số 7

Kết quả: 24

Bài 13: Cho các số 1,2,5,7,8 có bao nhiêu cách lập ra một số gồm 3 chữ số khác nhau từ 5 chữ số trên sao cho số tạo thành là 1 số chẵn

Kết quả: 24

Bài 14: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 ta có thể thành lập bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và trong đó có chữ số 4.

Kết quả: 1560

Bài 15: Với các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 ta có thể thành lập bao nhiêu số gồm 5 chữ số khác nhau trong đó phải có mặt chữ số 5.

Kết quả: 1560

Bài 16: Với các chữ số 0,1,2,3,4,5 ta có thể thành lập bao nhiêu số chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau.

Kết quả: 312

Bài 17: Cho các số 1,2,3,4,5,6,7. Tìm các số tự nhiên gồm 5 chữ số lấy từ 7 chữ số trên sao cho các chữ số đều khác nhau

Kết quả: 2520

Bài 18: Một lớp học có 20 học sinh, trong đó có 2 cán bộ lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 3 người đi dự hội nghị SV của trường sao cho trong 3 người có ít nhất 1 cán bộ lớp?

Kết quả: 324

Bài 19: Một đội văn nghệ có 20 người, trong đó 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người sao cho.

1. Có đúng 2 nam trong 5 người đó.
2. Có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ trong 5 người đó.

Kết quả: 1) 5400 2) 12900

Bài 20: Một tổ học sinh gồm 7 nam và 4 nữ. Giáo viên muốn chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

Kết quả: 161

Bài 21: Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam, 15 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh sao cho phải có ít nhất 1 nữ.

Kết quả: 78740

Bài 22: Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam, 15 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh sao cho phải có 2 nam 2 nữ.

Kết quả: 31500

Bài 23: Một nhóm học sinh gồm 10 nam và 6 nữ. Chọn 1 tổ gồm 8 người. Có bao nhiêu cách chọn để được nhiều nhất 5 nữ.

Kết quả: 12825

Bài 24: Từ 1 tập thể 8 người gồm 5 nam và 3 nữ, hỏi có bao nhiêu cách chọn một tổ công tác gồm 4 người thỏa điều kiện, trong mỗi trường hợp sau:

1. Không có điều kiện gì thêm.

2. Tổ chỉ gồm 4 nam

3. Tổ phải gồm 2 nam và 2 nữ.

Kết quả: 1) 70 2) 5 3) 30

Bài 25: Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số đôi 1 khác nhau, đôi một trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ.

Kết quả: 42000

Bài 26: Một đội văn nghệ gồm 10 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Cô giáo muốn chọn ra 1 tốp ca gồm 5 em, trong đó có ít nhất 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

Kết quả: 13152

Bài 27: Có 7 người bạn A, B, C, D, E, G, H chụp ảnh chung. Họ muốn chụp ảnh chung bằng cách đổi chỗ đứng lẫn nhau, nhưng bộ ba A, B, C bao giờ cũng đứng kề nhau theo thứ tự đó. Hỏi có bao nhiêu bức ảnh khác nhau ?

Kết quả: 120

Bài 28: Từ các số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau và trong đó mỗi số phải có mặt chữ số 9.

Kết quả: 8400

Bài 29: Một đội xây dựng gồm 10 công nhân và 3 kĩ sư. Để lập một tổ công tác cần chọn một kĩ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 5 công nhân tổ viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập tổ công tác ?

Kết quả: 3780

Bài 30: Có 9 cuốn sách khác nhau được đem tặng cho 3 em học sinh: A được 4 cuốn, B được 3 cuốn và C được 2 cuốn. Hỏi có bao nhiêu phương án tặng khác nhau ?

Kết quả: 1260

Bài 31: Cho một đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Kết quả: $n = 9$

Bài 32: Trên các cạnh AB, BC, CD, DA của hình vuông ABCD lần lượt cho 1, 2, 3 và n điểm phân biệt khác A, B, C, D. Tìm n biết rằng số tam giác có ba đỉnh lấy từ $n + 6$ điểm đã cho là 439.

VI. CÔNG THỨC NHỊ THỨC NIU-TƠN

Định lý:

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n a^0 b^n \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k\end{aligned}$$

Ví dụ 1: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18}$

Lời giải

♥ Khai triển nhị thức Niuton ta có:

$$\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot x^{18-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{18-3k}$$

♥ Chọn k thỏa mãn: $18 - 3k = 12 \Leftrightarrow k = 2$

♥ Vậy hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển là $(-1)^2 C_{18}^2 = 153$. \square

Ví dụ 2: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18}$

Lời giải

♥ Khai triển nhị thức Niuton ta có:

$$\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot x^{18-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{18-3k}$$

♥ Chọn k thỏa mãn: $18 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 6$

♥ Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $(-1)^6 C_{18}^6 = 18564$. \square

Ví dụ 3: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \quad (1)$$

Lời giải

♥ Giải phương trình (1) tìm n, ta có:

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)!3!} - \frac{(n+3)!}{n!3!} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow (n+2)(n+3)(n+4) - (n+1)(n+2)(n+3) = 42(n+3)$$

$$\Leftrightarrow (n+2)(n+4) - (n+1)(n+2) = 42 \Leftrightarrow 3n+6 = 42 \Leftrightarrow n = 12$$

♥ Khai triển nhị thức Niuton ta có:

$$\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^{12-k} \cdot \left(\sqrt{x^5}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot x^{\frac{60-11k}{2}}$$

♥ Chọn k thỏa mãn: $\frac{60-11k}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4$

♥ Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển là $C_{12}^4 = 495$. □

Bài tập tự luyện

Bài 1: Tìm hệ số của x^8 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12}$.

Bài 2: Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$.

Bài 3: Tìm $n \in \mathbb{N}^*$, biết hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $(1+4x)^n$ là 240.

Bài 4: Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^n$ biết rằng: $A_n^3 - 8n^2 = 3(C_{n-1}^2 + 1)$.

Bài 5: Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $(x^2 + 2)^n$, biết $A_n^3 - 8C_n^2 + C_n^1 = 49$

Bài 6: Tính hệ số của x^{13} trong khai triển biểu thức $\left(\frac{1}{x^2} - x^3\right)^n, (x > 0)$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^1 + 8C_{n+2}^2 = 3C_{n+1}^3$.

Bài 7: Tìm hệ số của x^9 trong khai triển biểu thức $(1-2x^3)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn

$$nC_{n+1}^n - C_n^{n-2} = A_{n-1}^2 - 7.$$

Bài 8: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(3x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết rằng

$$2P_n - (4n+5).P_{n-2} = 3A_n^{n-2}$$

Bài 9: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết rằng

$$C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$$

B. XÁC SUẤT

I. Xác suất của biến cố

1) Định nghĩa

Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là tập các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số, kí hiệu là $P(A)$, được xác định bởi công thức

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$$

Như vậy, việc tính xác suất của biến cố A trong trường hợp này được quy về việc đếm số kết quả có thể của phép thử T và số kết quả thuận lợi của A

2) Định lý

Cho biến cố A . Xác suất của biến cố đối \bar{A} là

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

II. Các quy tắc tính xác suất

1) Quy tắc cộng xác suất

Định lý: Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2) Quy tắc nhân xác suất

Định lý: Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

TÍNH XÁC SUẤT BIẾN CỐ THEO ĐỊNH NGHĨA

Phương pháp giải

Để xác định xác suất theo định nghĩa ta làm theo các bước

- ♠ Xác định số phần tử của không gian mẫu $|\Omega|$
- ♠ Xét tập A là tập các kết quả thuận lợi cho biến cố A , rồi tính $|\Omega_A|$
- ♠ Sử dụng công thức $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$

Chú ý 1: Để tính $|\Omega|$, $|\Omega_A|$ ta có thể liệt kê hoặc sử dụng bài toán đếm.

Chú ý 2: Trong một số bài toán việc tính xác suất của biến cố đối \bar{A} đơn giản hơn so với biến cố A nên để tính xác suất của biến cố A ta làm như sau:

+ Xét biến cố đối \bar{A} , tính $P(\bar{A})$.

+ Khi đó $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Ví dụ 1: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm **chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa** để phân tích mẫu. Tính xác suất để **3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại**. (Khối A-2014)

Bài giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{12}^3 = 220$
- ♥ Gọi A là biến cố: “3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại”
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_5^1 C_4^1 C_3^1 = 60$
- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$. \square

Ví dụ 2: Từ một hộp chứa 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16, **chọn ngẫu nhiên 4 thẻ**. Tính xác suất để **4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn**. (Khối B-2014)

Bài giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{16}^4 = 1820$
- ♥ Gọi A là biến cố: “4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn”
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_8^4 = 70$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{70}{1820} = \frac{1}{26}$. \square

Ví dụ 3: Có hai chiếc hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. **Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi**, tính xác suất để **hai viên bi được lấy ra có cùng màu**. (Khối B-2013)

Bài giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_7^1 C_6^1 = 42$

♥ Gọi A là biến cố: “hai viên bi được lấy ra có cùng màu”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_4^1 C_2^1 + C_3^1 C_4^1 = 10$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21}$. \square

Ví dụ 4: Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên **gọi ngẫu nhiên 4 học sinh** lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để **4 học sinh được gọi có cả nam và nữ**. (Khối B-2012)

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{25}^4 = 12650$

♥ Gọi A là biến cố: “4 học sinh được gọi có cả nam và nữ”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_{15}^1 C_{10}^3 + C_{15}^2 C_{10}^2 + C_{15}^3 C_{10}^1 = 11075$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{11075}{12650} = \frac{443}{506}$. \square

Ví dụ 5: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. **Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S**, tính xác suất để **số được chọn là số chẵn**. (Khối A-2013)

Bài giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = A_7^3 = 210$

♥ Gọi A là biến cố: “số được chọn là số chẵn”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = 3.6.5 = 90$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$. \square

Ví dụ 6: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S , tính xác suất để số được chọn có mặt chữ số 6.

Bài giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = A_6^4 = 360$
- ♥ Gọi A là biến cố: “số được chọn có mặt chữ số 6”
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = 4 \cdot A_5^3 = 240$
- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$. \square

Ví dụ 7: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên 1 số từ S , tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 8.

Bài giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = A_6^3 = 120$
- ♥ Gọi A là biến cố: “số được chọn có mặt chữ số 6”
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = 12$
- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$. \square

Ví dụ 8: Cho tập hợp $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Gọi M là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau thuộc E . Lấy ngẫu nhiên một số thuộc M . Tính xác suất để tổng các chữ số của số đó bằng 10.

Phân tích

Số các số thuộc M có 3 chữ số là $A_5^3 = 60$.

Số các số thuộc M có 4 chữ số là $A_5^4 = 120$.

Số các số thuộc M có 5 chữ số là $A_5^5 = 120$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 60 + 120 + 120 = 300$.

Gọi A là tập con của M mà mỗi số thuộc A có tổng các chữ số bằng 10.

Các tập con của E có tổng các phần tử bằng 10 gồm

$$E_1 = \{1, 2, 3, 4\}, E_2 = \{2, 3, 5\}, E_3 = \{1, 4, 5\}.$$

Từ E_1 lập được số các số thuộc A là 4!

Từ mỗi tập E_2 và E_3 lập được số các số thuộc A là 3!

Suy ra số phần tử của A là $4! + 2 \cdot 3! = 36$.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$. \square

Bài giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 60 + 120 + 120 = 300$.
- ♥ Gọi A là biến cố: “số được chọn có tổng các chữ số của số đó bằng 10”
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = 4! + 2.3! = 36$.
- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$. \square

Ví dụ 9: Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. **Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó.** Tính xác suất sao cho **4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu xanh.**

Lời giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{16}^4 = 1820$
- ♥ Gọi A là biến cố: “4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu xanh”
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_4^1 C_5^3 + C_4^1 C_7^1 C_5^2 + C_4^1 C_7^2 C_5^1 = 740$
- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{740}{1820} = \frac{37}{91}$. \square

Ví dụ 10: Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà toán học nam, 5 nhà vật lý nữ và 3 nhà hóa học nữ. **Chọn ra từ đó 4 người.** Tính xác suất trong **4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.**

Lời giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{16}^4 = 1820$
- ♥ Gọi A là biến cố: “4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn”
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_8^2 C_5^1 C_3^1 + C_8^1 C_5^2 C_3^1 + C_8^1 C_5^1 C_3^2 = 420 + 240 + 120 = 780$
- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{780}{1820} = \frac{3}{7}$. \square

Ví dụ 11: Có 40 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 40. **Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ.** Tính xác suất để trong **10 thẻ được chọn ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.**

Lời giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{40}^{10} = 847660528$

- ♥ Gọi A là biến cố: “10 thẻ được chọn ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_{20}^5 \cdot C_{16}^4 \cdot C_4^1 = 112869120$

- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{112869120}{847660528} = \frac{1680}{12617} \square$

Ví dụ 12: Một chiếc hộp đựng 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu đen. **Chọn ngẫu nhiên 6 quả từ hộp.** Tính xác suất để **6 quả cầu được chọn có 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen.**

Lời giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{12}^6 = 924$

- ♥ Gọi A là biến cố: “6 quả cầu được chọn có 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_6^3 C_4^2 C_2^1 = 240$

- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{240}{924} = \frac{20}{77} \square$

Ví dụ 13: Một tổ học sinh gồm có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. **Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh đi chăm sóc bồn hoa.** Tính xác suất để **2 học sinh được chọn đi chăm sóc bồn hoa có cả nam và nữ.**

Lời giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{12}^2 = 66$

- ♥ Gọi A là biến cố: “2 học sinh được chọn đi chăm sóc bồn hoa có cả nam và nữ”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_5^1 C_7^1 = 35$

- ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{35}{66} \square$

Ví dụ 14: Một hộp đựng 3 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. **Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi.** Tính xác suất để **3 viên bi được chọn có đủ cả ba màu.**

Lời giải

- ♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{12}^3 = 220$

- ♥ Gọi A là biến cố: “3 viên bi được chọn có đủ cả ba màu”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_3^1 C_4^1 C_5^1 = 60$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11} \quad \square$

Ví dụ 15: Một hộp đựng 8 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. **Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp trên.** Tính xác suất để **4 viên bi được lấy ra có cả bi xanh và bi đỏ.**

Bài giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{14}^4 = 1001$

♥ Gọi A là biến cố: “4 viên bi được lấy ra có cả bi xanh và bi đỏ”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_8^1 C_6^3 + C_8^2 C_6^2 + C_8^3 C_6^1 = 916$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{916}{1001} \quad \square$

Ví dụ 16: Có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Người ta **chọn ra một cách ngẫu nhiên 4 học sinh.** Tìm xác suất để trong **4 học sinh được chọn ra có ít nhất 2 học sinh nữ.**

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{10}^4 = 210$

♥ Gọi A là biến cố: “4 học sinh được chọn ra có ít nhất 2 học sinh nữ”

Khi đó biến cố \bar{A} là: “4 học sinh được chọn ra có nhiều nhất 1 học sinh nữ”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố \bar{A} là: $|\Omega_{\bar{A}}| = C_6^4 + C_4^1 C_6^3 = 95$

Suy ra: $P(\bar{A}) = \frac{|\Omega_{\bar{A}}|}{|\Omega|} = \frac{95}{210} = \frac{19}{42}$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{19}{42} = \frac{23}{42} \quad \square$

Ví dụ 17: Một hộp đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng, 6 viên bi vàng (các viên bi có kích thước giống nhau, chỉ khác nhau về màu). Người ta **chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó.** Tính xác suất để **4 viên bi chọn ra không có đủ cả ba màu.**

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_{15}^4 = 1365$

♥ Gọi A là biến cố: “4 viên bi chọn ra không có đủ cả ba màu”

Khi đó biến cố \bar{A} là: “4 bi chọn ra có đủ cả ba màu”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố \overline{A} là: $|\Omega_{\overline{A}}| = C_4^2 C_5^1 C_6^1 + C_4^1 C_5^2 C_6^1 + C_4^1 C_5^1 C_6^2 = 720$

Suy ra: $P(\overline{A}) = \frac{|\Omega_{\overline{A}}|}{|\Omega|} = \frac{720}{1365} = \frac{48}{91}$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{48}{91} = \frac{43}{91}$ □

Ví dụ 18: Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ thành một hàng ngang. Tính xác suất để có 2 học sinh nữ đứng cạnh nhau.

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = 5!$

♥ Gọi A là biến cố: “2 học sinh nữ đứng cạnh nhau”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = 4.2!.3!$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{2}{5}$ □

Ví dụ 19: Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả hai bạn Việt và Nam nằm chung một bảng đấu.

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_8^4 = 70$

♥ Gọi A là biến cố: “cả hai bạn Việt và Nam nằm chung một bảng đấu.”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_2^1 C_6^2 = 30$

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$. □

Ví dụ 20: Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lên bảng. Tính xác suất để số vừa viết thỏa mãn trong số đó mỗi chữ số đều lớn hơn chữ số đứng trước nó.

Phân tích

Gọi A là biến cố số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số được viết ra thỏa mãn mỗi chữ số lớn hơn chữ số đứng trước nó. Khi đó

$$\Omega = \{\overline{abcd} : a \neq 0, d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}\};$$

$$\Omega_A = \{\overline{abcd} : 0 < a < b < c < d, d \text{ là số chẵn}\}.$$

Để tính $|\Omega|$ ta xét các trường hợp sau

+) $d = 0$. Trường hợp này có A_0^3 số.

+) $d \in \{2, 4, 6, 8\}$. Trường hợp này có $(A_9^3 - A_8^2) \cdot 4$ số.

Suy ra $|\Omega| = A_9^3 + 4(A_9^3 - A_8^2) = 2296$.

Để tính $|\Omega_A|$ ta xét các trường hợp sau

+) $d = 4$. Trường hợp này có 1 số.

+) $d = 6$. Trường hợp này có C_5^3 số.

+) $d = 8$. Trường hợp này có C_7^3 số.

Suy ra $|\Omega_A| = 1 + C_5^3 + C_7^3 = 46$.

Do đó $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{46}{2296} \approx 0,02$.

Lời giải

♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = A_9^3 + 4(A_9^3 - A_8^2) = 2296$.

♥ Gọi A là biến cố: “số vừa viết thỏa mãn trong số đó mỗi chữ số đều lớn hơn chữ số đứng trước nó”

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = 1 + C_5^3 + C_7^3 = 46$.

♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{46}{2296} = \frac{23}{1146}$. \square

Bài tập tự luyện

Bài 1: Trong một hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để

- Ba bi lấy ra đều là màu đỏ
- Ba viên bi lấy ra có đúng một viên bi màu xanh
- Ba viên bi lấy ra có đủ cả ba màu
- Ba viên bi lấy ra có ít nhất hai viên bi màu vàng

Bài 2: Có 8 đội tuyển bóng đá quốc gia tham dự giải AFF Cup, trong đó có đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan. Các đội chia làm 2 bảng, mỗi bảng 4 đội. Giả sử việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để cả hai đội tuyển Việt Nam và Thái Lan nằm trong cùng một bảng đấu.

Bài 3: Một tổ học sinh có 6 nam và 5 nữ.

- Tìm xác suất lấy ra 4 học sinh đi lao động sao cho trong đó có 1 nữ.
- Tìm xác suất lấy ra 4 học sinh đi lao động sao cho trong đó có không quá 3 nữ.

Kết quả: 1) $\frac{10}{33}$ 2) $\frac{65}{66}$

Bài 4: Một đơn vị vận tải có 10 xe ô tô, trong đó có 6 xe tốt. Điều một cách ngẫu nhiên 3 xe đi công tác. Tìm xác suất để trong 3 xe đó có ít nhất một xe tốt.

Kết quả: $\frac{29}{30}$

Bài 5: Một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Cần chọn một nhóm 4 người để trực nhật.

- Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau.
- Tính xác suất để khi chọn ngẫu nhiên một nhóm 4 người ta được nhóm có đúng 1 nữ.

Kết quả: 1) 495 2) $\frac{28}{55}$

Bài 6: Một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Cần chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người đi làm 3 công việc khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau? Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng 1 nữ.

Kết quả: $\frac{16}{55}$

Bài 7: Một hộp bóng đèn có 12 bóng, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được:

- 1) 3 bóng tốt.
- 2) Ít nhất 2 bóng tốt.
- 3) Ít nhất 1 bóng tốt.

Kết quả: 1) $\frac{7}{44}$ 2) $\frac{7}{11}$ 3) $\frac{21}{22}$

Bài 8: Trong một chiếc hộp kín có chứa 10 quả cầu trắng và 8 quả cầu đỏ. Giả thiết rằng kích thước và trọng lượng của tất cả các quả cầu nói trên là y hệt nhau. Lấy hù họa ra 5 quả cầu. Tìm xác suất của biến cố: trong 5 quả cầu được lấy ra có đúng 3 quả cầu đỏ.

Kết quả: $\frac{5}{17}$

Bài 9: Một hộp có 12 viên bi, trong đó có 4 viên màu đỏ và 8 viên màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tìm xác suất để:

- 1) Cả 3 viên bi đều màu xanh.
- 2) Cả ba viên bi đều màu đỏ.
- 3) Có đúng một viên bi màu xanh.
- 4) Có ít nhất một viên bi màu xanh.

Kết quả: 1) $\frac{56}{220}$ 2) $\frac{4}{220}$ 3) $\frac{48}{220}$ 4) $\frac{216}{220}$.

Bài 10: Một hộp có chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho:

- a) 4 quả cầu chọn được không cùng màu.
- b) 4 quả cầu chọn được có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

Kết quả: $\frac{1779}{1820}$; $\frac{37}{91}$

Bài 11: Hai xạ thủ cùng bắn một phát vào bia. Xác suất trúng đích của người thứ nhất là 0,9, của người thứ hai là 0,7. Tính các xác suất sau đây:

- 1) Cả hai phát đều trúng.
- 2) Ít nhất một phát trúng.
- 3) Chỉ một phát trúng.

Kết quả: 1) 0,63 2) 0,97 3) 0,34.

Bài 12: Xác suất trúng máy bay của mỗi quả đạn là 0,3, biết rằng muốn hạ máy bay cần ít nhất một quả trúng.

Tính xác suất hạ được máy bay khi bắn ba quả đạn.

Kết quả: 0,657

Bài 13: Trong thùng có 3 quả cầu trắng và 5 quả cầu đen giống hệt nhau về kích thước. Rút hủ họa 2 quả cầu từ thùng đó. Tính xác suất xuất hiện:

1) 2 quả trắng;

2) 1 quả trắng và 1 quả đen.

Kết quả: 1) $\frac{3}{28}$ 2) $\frac{15}{28}$

Bài 14: Một em nhỏ chưa biết chữ chơi trò chơi sắp chữ với 5 chữ cái A, B, C, O, H. Tính xác suất để em đó sắp được chữ BAC HO

Kết quả: $\frac{1}{120}$

Bài 15: Một bộ sách gồm 4 tập được xếp trên giá sách theo một thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất để chúng được xếp theo thứ tự từ trái qua phải hoặc từ phải qua trái.

Kết quả: $\frac{1}{12}$

Bài 16: Một khối lập phương có các mặt quét sơn được cưa thành 1000 khối lập phương con đều nhau. Trộn kỹ chúng rồi rút hủ họa một khối. Tính xác suất rút được khối có hai mặt đã quét sơn.

Kết quả: $\frac{96}{100}$

Bài 17: Một khóa chữ gồm 5 vành lắp trên một trục, mỗi vành gồm 6 ô khắc 6 chữ khác nhau. Khóa chỉ mở được trong trường hợp mỗi vành nằm ở một vị trí xác định đối với trục. Tính xác suất mở được khóa khi lắp ra một bộ chữ ngẫu nhiên trên các vành.

Kết quả: $\frac{1}{6^5}$

Bài 18: Có 5 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 5. Rút hủ họa 3 tấm rồi đặt cạnh nhau theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất để thu được một số chẵn (ví dụ 134, 532,...)

Kết quả: $\frac{2}{5}$

Bài 19: Trong 10 vé có 2 vé trúng thưởng. Một người mua 5 vé. Tính xác suất sao cho có:

1) một vé trúng thưởng;

2) hai vé trúng thưởng;

3) có ít nhất một vé trúng thưởng.

Kết quả: 1) $\frac{5}{9}$ 2) $\frac{2}{9}$ 3) $\frac{7}{9}$

Bài 20: Một lớp học có 20 học sinh gồm ba loại: 5 người giỏi, 10 người khá và 5 người trung bình. Theo danh sách chọn ngẫu nhiên 3 người. Tính xác suất để trong 3 người đó:

- 1) mỗi loại có đúng một người;
- 2) có ít nhất một người giỏi.

Kết quả: 1) $\frac{C_5^1 C_{10}^1 C_5^1}{C_{20}^3}$ 2) $1 - \frac{C_{15}^3}{C_{20}^3}$

Bài 21: Tại một câu lạc bộ khiêu vũ có 10 cặp nhảy, trong số đó có 4 cặp đạt giải đôi nhảy đẹp. Chọn hù họa 3 người. Tính xác suất để trong 3 người đó:

- 1) có một cặp đạt giải;
- 2) không có ai thuộc các cặp đạt giải.

Kết quả: 1) $\frac{C_4^1 C_{18}^1}{C_{20}^3}$ 3) $\frac{C_{12}^3}{C_{20}^3}$

Bài 22: Bốn học sinh ôn tập học kỳ đến cùng một tầng gồm 5 phòng học. Giả sử mỗi người có thể vào một phòng bất kỳ. Tính xác suất để:

- 1) cả bốn người vào cùng một phòng;
- 2) bốn người vào bốn phòng khác nhau.

Kết quả: 1) $\frac{5}{C_5^4}$ 2) $\frac{1}{14}$

Bài 23: Xác suất để làm một thí nghiệm thành công là 0,4. Một nhóm 5 học sinh, mỗi học sinh độc lập với nhau tiến hành cùng thí nghiệm trên. Tính xác suất để:

- 1) cả nhóm không có ai làm thí nghiệm thành công;
- 2) ít nhất có một học sinh trong nhóm làm thí nghiệm thành công.

Kết quả: 1) $(0,6)^5$ 2) $1 - (0,6)^5$

Bài 24: Gieo một con súc sắc cân đối ba lần. Tính xác suất để có đúng hai lần xuất hiện mặt 6 chấm.

Kết quả: $\frac{15}{261}$

Bài 26: Ba người đi săn A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào một mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu A, B và C tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để:

- 1) xạ thủ A bắn trúng còn hai xạ thủ kia bắn trượt;
- 2) có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

Kết quả: 1) 0,14 2) 0,94

Bài 26: Hai xạ thủ mỗi người bắn một phát đạn vào bia, xác suất trúng đích của người thứ nhất là 0,9 và của người thứ hai là 0,7. Tính các xác suất:

- 1) có đúng một phát trúng đích;
- 2) cả hai phát đều trúng;
- 3) có ít nhất một phát trúng.

Kết quả: 1) 0,34 2) 0,63 3) 0,97

Bài 27: Một người thợ lắp máy có tất cả 16 chi tiết loại I và 4 chi tiết loại II. Rút hủ họa 2 chi tiết. Tính xác suất rút được ít nhất một chi tiết loại II.

Kết quả: $\frac{92}{95}$

Bài 28: Một học sinh đi thi môn lịch sử chỉ nắm được 20 trong số 25 câu hỏi của chương trình. Mỗi phiếu thi gồm 3 câu. Tính xác suất để anh ta trả lời được cả 3 câu hỏi

Kết quả: $\frac{57}{115}$

Bài 29: Một lô hàng gồm 50 sản phẩm, trong đó có 7 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó ra 5 sản phẩm. Tìm xác suất để trong 5 sản phẩm lấy ra có đúng 3 sản phẩm tốt.

Kết quả: $\frac{259161}{2118760}$

Bài 30: Có 10 người, trong đó có 6 nữ và 4 nam, đăng ký làm 6 công việc khác nhau nhưng mỗi công việc chỉ cần một người làm. Tìm xác suất để cả 6 nữ được chọn.

Kết quả: $\frac{1}{210}$

Bài 31: Trong một cuộc thi học sinh giỏi Toán, toàn trường có 3 em đạt giải nhất, 5 em đạt giải nhì và 12 em đạt giải ba. Chọn ngẫu nhiên 2 em để báo cáo thành tích. Tính xác suất để trong số đó có ít nhất một em đạt giải nhất.

Kết quả: $\frac{27}{95}$

-----**Hết**-----