

NGÂN HÀNG ĐỀ THI

Môn: XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Dùng cho hệ ĐHTX, ngành CNTT và ĐTVT

Số tín chỉ: 4

LOẠI CÂU HỎI 1 ĐIỂM

Câu 1: Xác suất để khi đo một đại lượng vật lý phạm sai số vượt quá tiêu chuẩn cho phép là 0,4. Thực hiện 3 lần đo độc lập. Tìm xác suất sao cho có đúng một lần đo phạm sai số vượt quá tiêu chuẩn cho phép.

Câu 2: Một học sinh đi thi chỉ thuộc được 25 câu trong tổng số 30 câu hỏi. Mỗi phiếu thi có 3 câu. Tìm xác suất để học sinh đó trả lời được cả 3 câu.

Câu 3: Tín hiệu thông tin được phát đi 3 lần độc lập nhau. Xác suất thu được tin của mỗi lần phát là 0,4. Tính xác suất để thu được thông tin đó.

Câu 4: Có 1000 vé số trong đó có 20 vé trúng thưởng. Một người mua 30 vé, tìm xác suất để người đó trúng 5 vé.

Câu 5: Để được nhập kho, sản phẩm của nhà máy phải qua 3 vòng kiểm tra chất lượng độc lập nhau. Xác suất phát hiện ra phế phẩm ở các vòng lần lượt theo thứ tự là 0,8; 0,9 và 0,99. Tính xác suất phế phẩm được nhập kho.

Câu 6: Gieo đồng thời hai con xúc xắc. Tìm xác suất để hai mặt xuất hiện có tổng số chấm nhỏ hơn 8.

Câu 7: Biến ngẫu nhiên X có bảng phân bố

X	-3	-1	5	7
P	0,42	0,21	0,15	0,22

Tính kỳ vọng EX và phương sai DX .

Câu 8: Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận hai giá trị có thể có là x_1, x_2 . X nhận giá trị x_1 với xác suất tương ứng p_1 và x_2 với xác suất tương ứng $p_2 = 0,7$. Tìm x_1, x_2 và p_1 biết kỳ vọng $EX = 2,7$ và phương sai $DX = 0,21$.

Câu 9: Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận ba giá trị có thể có là $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$. Tìm các xác suất tương ứng p_1, p_2 và p_3 biết rằng kỳ vọng $EX = 2,3$ và $EX^2 = 5,82$.

Câu 10: Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận ba giá trị có thể có là x_1, x_2, x_3 . Biết $x_1 = 4, x_2 = 0,6$ với xác suất tương ứng $p_1 = 0,5, p_2 = 0,3$ và có kỳ vọng $EX = 8$. Tìm x_3 và p_3 .

Câu 11: Hãy tính giá trị trung bình mẫu \bar{x} và phương sai mẫu s^2 của mẫu cụ thể có bảng phân bố tần số thực nghiệm sau

x_i	21	24	25	26	28	32	34
n_i	10	20	30	15	10	10	5

Câu 12: Đo chiều cao của 100 thanh niên từ 18 tuổi đến 22 tuổi ở tỉnh A, ta thu được bảng phân bố ghép lớp sau

Chiều cao	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
n_i	10	14	26	28	12	8	2

Hãy ước lượng chiều cao trung bình của thanh niên từ 18 tuổi đến 22 tuổi ở tỉnh A.

Câu 13: Hãy tính giá trị của trung bình mẫu \bar{x} và độ lệch chuẩn mẫu s của mẫu cụ thể có bảng phân bố tần số thực nghiệm sau

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Câu 14: Hãy tính giá trị của trung bình mẫu \bar{x} , phương sai mẫu s^2 và độ lệch chuẩn mẫu s của mẫu cụ thể có bảng phân bố tần số thực nghiệm sau

x_i	-2	1	2	3	4	5
n_i	2	1	2	2	2	1

Câu 15: Hãy tính giá trị của trung bình mẫu \bar{x} , phương sai mẫu s^2 và độ lệch chuẩn mẫu s của mẫu cụ thể có bảng phân bố ghép lớp sau

Khoảng	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240	240-260	240-260
n_i	1	4	10	14	12	6	2	1

LOẠI CÂU HỎI 2 ĐIỂM

Câu 1: Hai người cùng bắn vào một mục tiêu. Khả năng bắn trúng của từng người là 0,8 và 0,9. Tìm xác suất:

- a. Chỉ có một người bắn trúng mục tiêu.
- b. Có người bắn trúng mục tiêu.

Câu 2: Có hai lô hàng

Lô I: Có 90 chính phẩm và 10 phế phẩm.

Lô II: Có 80 chính phẩm và 20 phế phẩm.

Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng một sản phẩm. Tính xác suất để:

- a. Lấy được một chính phẩm.
- b. Lấy được ít nhất một chính phẩm.

Câu 3: Một lô sản phẩm rất lớn được phân loại theo cách sau. Chọn ngẫu nhiên 20 sản phẩm làm mẫu đại diện. Nếu mẫu không có sản phẩm nào là phế phẩm thì lô sản phẩm được xếp loại 1. Nếu mẫu có một hoặc hai sản phẩm là phế phẩm thì lô sản phẩm được xếp loại 2. Trong trường hợp còn lại (có từ ba phế phẩm trở lên) thì lô sản phẩm được xếp loại 3.

Giả sử tỉ lệ phế phẩm của lô hàng là 3%. Hãy tính xác suất để lô hàng được xếp loại 1, loại 2, loại 3.

Câu 4: Ba phân xưởng I, II, III cùng sản xuất ra một loại sản phẩm. Tỉ lệ phế phẩm do ba phân xưởng sản xuất ra tương ứng là 0,3%, 0,8%, 1%. Rút ngẫu nhiên một sản phẩm từ một lô hàng gồm 1000 sản phẩm trong đó có 500 sản phẩm do phân xưởng I, 350 sản phẩm do phân xưởng II và 150 sản phẩm do phân xưởng III sản xuất.

- a. Tìm xác suất để sản phẩm rút được là phế phẩm (biến cố A).
- b. Tính xác suất để phế phẩm đó là do phân xưởng I, II, III sản xuất.

Câu 5: Cho biến ngẫu nhiên X có bảng phân bố xác suất như sau:

X	1	3	5	7	9
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Đặt $Y = \min\{X, 4\}$

- a. Tìm bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên Y .
- b. Tính kỳ vọng EX và EY .

Câu 6: Bắn hai lần độc lập với nhau mỗi lần một viên đạn vào cùng một bia. Xác suất trúng đích của viên đạn thứ nhất là $0,7$ và của viên đạn thứ hai là $0,4$.

- a. Tìm xác suất để chỉ có một viên đạn trúng bia (biên cố A).
- b. Sau khi bắn, quan trắc viên báo có một vết đạn ở bia. Tìm xác suất để vết đạn đó là vết đạn của viên đạn thứ nhất.

Câu 7: Một trạm chỉ phát hai tín hiệu A và B với xác suất tương ứng 0.85 và 0.15 . Do có nhiễu trên đường truyền nên $1/7$ tín hiệu A bị méo và thu được như tín hiệu B còn $1/8$ tín hiệu B bị méo và thu được như A.

- a. Tìm xác suất thu được tín hiệu A.
- b. Giả sử đã thu được tín hiệu A. Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

Câu 8: Cho biến ngẫu nhiên X liên tục với hàm mật độ như sau

$$f(x) = \begin{cases} k(1+x)^{-3} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$$

- a. Tìm k .
- b. Tính kỳ vọng EX .

Câu 9: Cho biến ngẫu nhiên X liên tục với hàm phân bố như sau

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \\ \frac{2kx}{k^2 + x^2} & \text{nếu } 0 \leq x \leq k \\ 1 & \text{nếu } x > k \end{cases}$$

- a. Tìm hàm mật độ $f(x)$.
- b. Tính kỳ vọng EX theo k .

Câu 10: Cho biến ngẫu nhiên X liên tục với hàm mật độ như sau

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

Xét biến ngẫu nhiên $Y = 2\sqrt{X}$. Hãy tính

- a. $P\{1/2 < Y < 3/2\}$.

b. $P\{Y > 1\}$.

Câu 11: Muốn ước lượng số cá trong hồ, người ta bắt 2000 con cá trong hồ đánh dấu rồi thả lại xuống hồ. Sau đó bắt lại 400 con và thấy có 53 con có dấu. Hãy ước lượng số cá trong hồ với độ tin cậy là 0,95.

Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố chuẩn tắc $N(0;1)$ là 1,96.

Câu 12: Trọng lượng đóng bao của một loại sản phẩm X là biến ngẫu nhiên có phân bố theo quy luật chuẩn với trọng lượng trung bình theo quy định là 100kg. Nghi ngờ sản phẩm bị đóng thiếu, người ta cân thử 29 bao loại này ta thu được kết quả:

Trọng lượng (kg)	98 - 98,5	98,5 - 99	99 - 99,5	99,5 - 100	100 - 100,5	100,5 - 101
Số bao tương ứng	2	6	10	7	3	1

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,025$ hãy kết luận về điều nghi ngờ nói trên.

Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố Student 28 bậc tự do là 2,048.

Câu 13: Định mức thời gian hoàn thành sản phẩm là 14 phút. Liệu có cần thay đổi định mức không, nếu theo dõi thời gian hoàn thành sản phẩm ở 250 công nhân ta thu được kết quả như sau:

Thời gian hoàn thành X	10 - 12	12 - 14	14 - 16	16 - 18	18 - 20
Số công nhân tương ứng	20	60	100	40	30

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$ hãy kết luận về ý định nói trên.

Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố chuẩn tắc $N(0;1)$ là 1,96.

Câu 14: Cho chuỗi Markov $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ với không gian trạng thái $E = \{0, 1, 2\}$ và ma trận xác

suất chuyển $P = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,7 \\ 0,9 & 0,1 & 0,0 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \end{bmatrix}$. Biết phân bố ban đầu: $p_0 = P\{X_0 = 0\} = 0,3$;

$$p_1 = P\{X_0 = 1\} = 0,4; \quad p_2 = P\{X_0 = 2\} = 0,3.$$

a. Tính $P\{X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 2\}$.

b. Tính $P\{X_0 = 2, X_1 = 2, X_2 = 1\}$.

Câu 15: Cho chuỗi Markov $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ với không gian trạng thái $E = \{-1, 2, 5\}$ và ma trận xác

suất chuyển $P = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,6 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,5 & 0,4 \end{bmatrix}$. Biết phân bố ban đầu: $p_0 = P\{X_0 = -1\} = 0,4$;

$p_1 = P\{X_0 = 2\} = 0,25$; $p_2 = P\{X_0 = 5\} = 0,35$.

a. Tính $P\{X_0 = -1, X_1 = 2, X_2 = 5\}$.

b. Tính $P\{X_0 = 5, X_1 = 2, X_2 = -1\}$.

LOẠI CÂU HỎI 3 ĐIỂM

Câu 1: Một nhà máy sản xuất một chi tiết của điện thoại di động có tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn chất lượng là 87%. Trước khi xuất xưởng người ta dùng một thiết bị kiểm tra để kết luận sản phẩm có đạt yêu cầu chất lượng hay không. Thiết bị có khả năng phát hiện đúng sản phẩm đạt tiêu chuẩn với xác suất là 0,92 và phát hiện đúng sản phẩm không đạt tiêu chuẩn với xác suất là 0,96. Tìm xác suất để 1 sản phẩm được chọn ngẫu nhiên sau khi kiểm tra:

- a. Được kết luận là đạt tiêu chuẩn.
- b. Được kết luận là đạt tiêu chuẩn thì lại không đạt tiêu chuẩn.
- c. Được kết luận đúng với thực chất của nó.

Câu 2: Tín hiệu thông tin được phát đi 5 lần độc lập nhau. Xác suất thu được tin của mỗi lần phát là 0,8. Tính xác suất:

- a. Thu được tín hiệu đúng 1 lần.
- b. Thu được tín hiệu nhiều nhất 1 lần.
- c. Thu được tin.

Câu 3: Ở một tổng đài bưu điện các cuộc điện thoại gọi đến xuất hiện một cách ngẫu nhiên, độc lập với nhau và trung bình có 2 cuộc gọi trong một phút. Tính xác suất để:

- a. Có ít nhất một cuộc gọi trong khoảng thời gian 10 giây.
- b. Trong khoảng thời gian 3 phút có nhiều nhất ba cuộc gọi.
- c. Trong khoảng thời gian 3 phút liên tiếp mỗi phút có nhiều nhất một cuộc gọi.

Câu 4: Thời gian phục vụ khách hàng tại một điểm dịch vụ là biến ngẫu nhiên X liên tục có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} 5e^{-5x} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$$

Với x được tính bằng phút/khách hàng.

- a. Tìm xác suất để thời gian phục vụ một khách hàng nào đó nằm trong khoảng từ 0,4 đến 1 phút.
- b. Tìm thời gian trung bình để phục vụ một khách hàng.

Câu 5: Cho biến ngẫu nhiên X liên tục có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- Tìm hằng số k và hàm phân bố của X .
- Tính kỳ vọng EX .
- Tính phương sai DX .

Câu 6: Cho X là một biến ngẫu nhiên với kỳ vọng $EX = \mu$ và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = \sqrt{DX}$. Hãy tính $P\{|X - \mu| < 3\sigma\}$ trong các trường hợp sau:

- X có phân bố mũ.
- X có phân bố đều trên đoạn $[-1, 1]$.
- X có phân bố Poisson với tham số $\lambda = 0,09$.

Câu 7: Cho X_1, X_2, X_3 là ba biến ngẫu nhiên độc lập có bảng phân bố xác suất như sau:

X_1	0	2
P	0,65	0,35

X_2	1	2
P	0,4	0,6

X_3	0	2
P	0,7	0,3

Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$. Tính $E(\bar{X})$; $D(\bar{X})$.

Câu 8: Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố xác suất đồng thời

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	26	30	41	50
2,3	0,05	0,08	0,12	0,04
2,7	0,09	0,30	0,11	0,21

- Tìm bảng phân bố xác suất của các thành phần X và Y .
- Tìm bảng phân bố xác suất có điều kiện của X khi $Y = 2,7$.
- Tính kỳ vọng có điều kiện $E[X|Y = 2,7]$.

Câu 9: Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố xác suất đồng thời

$X \backslash Y$	1	3	4	8
3	0,15	0,06	0,25	0,04
6	0,30	0,10	0,03	0,07

- Tính kỳ vọng có điều kiện $E[Y|X=1]$.
- Tìm các kỳ vọng EX , EY và các phương sai DX , DY .
- Tìm covarian và hệ số tương quan của X , Y .

Câu 10: Cho biến ngẫu nhiên X liên tục có hàm mật độ

$$f(x) = ke^{-\lambda|x|}; -\infty < x < \infty.$$

- Tìm hằng số k .
- Tìm hàm phân bố của X .
- Tính kỳ vọng EX và phương sai DX .

Câu 11: Để xác định chiều cao trung bình của các cây con trong một vườn ươm người ta tiến hành đo ngẫu nhiên 40 cây. Kết quả đo được như sau:

Khoảng chiều cao (cm)	16,5-17	17-17,5	17,5-18	18-18,5	18,5-19	19-19,5
Số cây tương ứng	3	5	11	12	6	3

- Tìm khoảng tin cậy 90% cho chiều cao trung bình của vườn cây con.
- Nếu muốn khoảng ước lượng có độ chính xác $\varepsilon = 0,1$ thì cần lấy mẫu bao nhiêu cây.

Cho biết phân vị mức 0,95 của phân bố chuẩn tắc $N(0;1)$ là 1,64.

Câu 12: Để ước lượng năng suất trung bình của một giống lúa mới, người ta gặt ngẫu nhiên 100 thửa ruộng trồng thí nghiệm và thu được số liệu sau:

Năng suất X (tạ/ha)	40 - 42	42 - 44	44 - 46	46 - 48	48 - 50	50 - 52
Số thửa ruộng tương ứng	7	13	25	35	15	5

Giả sử biến ngẫu nhiên chỉ năng suất X tuân theo quy luật chuẩn.

a. Tìm khoảng tin cậy 95% cho năng suất trung bình của giống lúa mới.

b. Nếu muốn khoảng ước lượng có độ chính xác $\varepsilon = 0,4$ thì cần lấy mẫu bao nhiêu cây.

Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố chuẩn tắc $N(0;1)$ là 1,96.

Câu 13: Để xác định chiều cao trung bình (cm) của trẻ em 8 tuổi ở thành phố, người ta tiến hành ngẫu nhiên đo chiều cao của 100 em học sinh lớp 3 (8 tuổi) ở một trường tiểu học và được kết quả:

Khoảng chiều cao	110-112	112-114	114-116	116-118	118-120	120-122	122-124	124-126	126-128
Số em Tương ứng	5	8	14	17	20	16	10	6	4

a. Tìm khoảng tin cậy 95% cho chiều cao trung bình của trẻ em 8 tuổi ở thành phố.

b. Nếu muốn khoảng ước lượng có độ chính xác $\varepsilon = 0,5 \text{ cm}$ thì cần phải lấy mẫu kích thước bao nhiêu.

Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố chuẩn tắc $N(0;1)$ là 1,96.

Câu 14: Cho chuỗi Markov $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ với không gian trạng thái $E = \{1, 2, 3\}$ và ma trận

xác suất chuyển $P = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.7 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0.6 & 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}$. Giả sử tại thời điểm xuất phát $n=0$, $X(0)$ có phân bố:

$$P\{X(0)=1\}=0,3; \quad P\{X(0)=2\}=0,4; \quad P\{X(0)=3\}=0,3.$$

a. Tính ma trận xác suất chuyển qua hai bước $P^{(2)}$.

b. Tìm xác suất của các biến cố $P\{X(2)=1, X(0)=3\}$, $P\{X(3)=3, X(1)=1\}$.

c. Tìm phân bố của hệ tại thời điểm $n=2$.

Câu 15: Cho chuỗi Markov $\{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$ với không gian trạng thái $E = \{-1, 0, 1\}$ và ma trận

xác suất chuyển $P = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$. Giả sử tại thời điểm xuất phát $n=0$, $X(0)$ có phân bố:

$$P\{X(0)=-1\}=0,25; \quad P\{X(0)=0\}=0,45; \quad P\{X(0)=1\}=0,30.$$

a. Tính ma trận xác suất chuyển qua hai bước $P^{(2)}$.

- b.** Tìm xác suất của các biến cố $P\{X(2) = 0, X(1) = -1, X(0) = 1\}$, $P\{X(3) = 1, X(1) = 0\}$.
- c.** Tìm phân bố của hệ tại thời điểm $n = 2$.

LOẠI CÂU HỎI 4 ĐIỂM

Câu 1: Giả sử X là biến ngẫu nhiên với kỳ vọng $EX = 5$ và phương sai $DX = 0,16$. Chứng minh rằng

a. $P\{3 < X < 7\} \geq 0,96$;

b. $P\{2 < X < 8\} \geq 0,98$;

c. $P\left\{3 < \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_9}{9} < 7\right\} \geq 0,99$; trong đó X_1, X_2, \dots, X_9 là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân bố với X .

d. Tìm cận dưới của $P\left\{3 < \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_9}{9} < 7\right\}$; trong đó X_1, X_2, \dots, X_9 là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân bố với X có phân bố nhị thức $\mathcal{B}(10; 0,4)$.

Câu 2: Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất như sau:

X	2	3	5
P	0,3	0,5	0,2

Y	1	4
P	0,2	0,8

a. Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên $Z = X + Y$.

b. Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên $T = XY$.

c. Tính kỳ vọng EZ và phương sai DZ .

d. Tính kỳ vọng ET và phương sai DT .

Câu 3: Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố xác suất

X	0	1	2	3	4	5
P	0,15	0,30	0,25	0,20	0,08	0,02

Y	0	1	2	3	4	5
P	0,30	0,20	0,2	0,15	0,10	0,05

a. Tính kỳ vọng EX, EY .

b. Tính phương sai DX, DY .

c. Tính xác suất $P\{X+Y \leq 3\}$, kỳ vọng $E(X-Y)$ và phương sai $D(X-Y)$ nếu X, Y độc lập.

Câu 4: Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố xác suất đồng thời

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,12	0,15	0,03
2	0,28	0,35	0,07

- Tìm bảng phân bố xác suất của các thành phần X và Y .
- X, Y có độc lập không?
- Tìm bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên $Z = XY$.
- Tính EZ .

Câu 5: Cho ba biến ngẫu nhiên X, Y, Z độc lập lần lượt có phân bố nhị thức $\mathcal{B}(3;0,1)$, $\mathcal{B}(4;0,1)$, $\mathcal{B}(3;0,1)$.

- Chứng minh $X+Y$ có phân bố nhị thức $\mathcal{B}(7;0,1)$.
- Chứng minh $X+Y+Z$ có phân bố nhị thức $\mathcal{B}(10;0,1)$.
- Tính xác suất $P\{X+Y+Z=4\}$ có phân bố nhị thức $\mathcal{B}(3;0,1)$.
- Tính kỳ vọng $E[X+Y+Z]$ và phương sai $D[X+Y+Z]$.

Câu 6: Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} kx & \text{nếu } 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

- Tìm hằng số k ;
- Tìm hàm mật độ của X ;
- Tìm hàm mật độ của Y ;
- X và Y có độc lập không.

Câu 7: Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên liên tục có hàm phân bố đồng thời

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 2^{-x} - 2^{-y} + 2^{-x-y} & \text{nếu } x \geq 0; y \geq 0 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

- Tìm hàm mật độ của X ;
- Tìm hàm mật độ của Y ;
- Tính kỳ vọng EX , EY ;
- Tính xác suất $P\{(X, Y) | 1 \leq X \leq 2; 3 \leq Y \leq 5\}$.

Câu 8: Cho X , Y là hai biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \frac{1}{\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2 + 2xy + 5y^2)}$$

- Tìm hàm mật độ của X ;
- Tìm hàm mật độ của Y ;
- X và Y có độc lập không?
- Tính kỳ vọng EX , EY và phương sai DX , DY .

Câu 9: Cho X , Y là hai biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} e^{-(4x^2 + 6xy + 9y^2)}$$

- Tìm hàm mật độ của X ;
- Tìm hàm mật độ của Y ;
- X và Y có độc lập không?
- Tìm mật độ có điều kiện $f(x|y)$, $f(y|x)$.

Câu 10: Cho X , Y là hai biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ đồng thời

$$F(x, y) = \begin{cases} k & \text{nếu } 0 < x + y < 1; x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

- Tìm hằng số k ;
- Tìm hàm mật độ của X , hàm mật độ của Y ;
- Tính kỳ vọng EX , EY và phương sai DX , DY ;
- Tính $\text{cov}(X, Y)$ và hệ số tương quan $\rho(X, Y)$.

Câu 11:

a. Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng mức xăng hao phí trung bình cho một loại mô tô chạy trên cùng một đoạn đường từ A đến B dựa vào bảng số liệu sau

Mức xăng hao phí X (lít)	4,6-4,8	4,8-5,0	5,0-5,2	5,2-5,4	5,4-5,6
Số xe tương ứng	3	7	12	8	4

biết rằng X là ĐLNN có phân bố chuẩn.

b. Một công ty có một hệ thống máy tính có thể xử lý 1300 hoá đơn trong 1 giờ. Công ty mới nhập một hệ thống máy tính mới, hệ thống này chạy kiểm tra trong 40 giờ cho thấy số hoá đơn xử lý trung bình trong 1 giờ là 1378 với độ lệch tiêu chuẩn 215. Với mức ý nghĩa 2,5% hãy nhận định xem hệ thống mới có tốt hơn hệ thống cũ hay không?

Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố chuẩn tắc $N(0;1)$ là 1,96.

Câu 12:

a. Để xác định giá trung bình đối với một loại hàng hoá trên thị trường, người ta điều tra ngẫu nhiên tại 100 cửa hàng thu được số liệu sau đây

Giá X (nghìn đồng)	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101
Số cửa hàng tương ứng	6	7	12	15	30	10	8	6	4	2

Với độ tin cậy 95% hãy tìm khoảng tin cậy cho giá trung bình của loại hàng hoá nói trên.

b. Trọng lượng đóng bao của một loại sản phẩm X là biến ngẫu nhiên có phân bố theo quy luật chuẩn với trọng lượng trung bình theo quy định là 50kg. Nghi ngờ sản phẩm bị đóng thiếu, người ta cân thử 27 bao loại này ta thu được kết quả:

Trọng lượng X (kg)	48,0 - 48,5	48,5 - 49,0	49,0 - 49,5	49,5 - 50,0	50,0 - 50,5
Số bao tương ứng	2	6	10	7	2

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,01$ hãy kết luận về điều nghi ngờ nói trên.

Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố chuẩn tắc $N(0;1)$ là 1,96. Phân vị mức 0,99 của phân bố Student 26 bậc tự do là 2,479.

Câu 13: Cho chuỗi Markov $\{X(n)\}_{n=1}^{\infty}$ với không gian trạng thái $E = \{0, 1, 2\}$ và ma trận xác

suất chuyển $P = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \\ 0,7 & 0,1 & 0,2 \end{bmatrix}$. Giả sử tại thời điểm xuất phát $n=0$, $X(0)$ có phân bố:

$$P\{X(0)=1\}=0,2; P\{X(0)=2\}=0,5; P\{X(0)=3\}=0,3.$$

- Tính ma trận xác suất chuyển 2 bước.
- Tính $P\{X(3)=1|X(1)=2\}; P\{X(3)=1|X(0)=1\}$.
- Tìm phân bố của hệ tại thời điểm $n=2$.
- Tìm phân bố dừng.

Câu 14: Cho chuỗi Markov $\{X(n), n=0,1,2,\dots\}$ với không gian trạng thái $E = \{1,2,3\}$ và ma

trận xác suất chuyển $P = \begin{bmatrix} 0,40 & 0,50 & 0,10 \\ 0,10 & 0,70 & 0,20 \\ 0,30 & 0,50 & 0,20 \end{bmatrix}$. Giả sử tại thời điểm xuất phát $n=0$, $X(0)$

có phân phối: $P\{X(0)=1\}=0,3; P\{X(0)=2\}=0,1; P\{X(0)=3\}=0,6$.

- Tính ma trận xác suất chuyển qua hai bước $P^{(2)}$.
- Tìm xác suất của các biến cố $P\{X(2)=1, X(0)=3\}, P\{X(3)=2, X(1)=1\}$.
- Tìm phân bố của hệ tại thời điểm $n=2$.
- Tìm phân phối dừng.

Câu 15: Xét một kênh gồm nhiều trạm thu phát chuyển tiếp các tín hiệu 0, 1. Giả sử mỗi trạm nhận sai tín hiệu với xác suất không đổi bằng $\alpha; 0 < \alpha < 1$. Gọi $X(0)$ là tín hiệu ở trạm phát đầu tiên và $X(n)$ là tín hiệu nhận được ở trạm thứ n . Cho biết $\{X(n), n=0,1,2,\dots\}$ lập thành một chuỗi Markov. Hai tín hiệu 0, 1 đồng khả năng xuất hiện ở trạm phát đầu tiên.

- Tính xác suất $P\{X(0)=0, X(1)=0, X(2)=0\}$.
- Tính $P\{X(0)=0, X(1)=0, X(2)=0\} + P\{X(0)=0, X(1)=1, X(2)=0\}$.
- Tính $P\{X(3)=1, X(1)=0\}$.
- Tìm phân phối giới hạn.