

## BÀI TẬP: TÍCH PHÂN BỘI HAI (HAI LỚP)

1. Đổi thứ tự tích phân sau:  $I = \int_0^1 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$

2. Đổi thứ tự tích phân sau:  $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$

3. Đổi thứ tự tích phân sau:  $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y) dx$

4. Đổi thứ tự tích phân sau:  $I = \int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$

5. Đổi thứ tự tích phân sau:  $I = \int_{-6}^0 dy \int_{\frac{y^2}{4}-1}^{2-y} f(x, y) dx$

6.  $\iint_D (x^2 + xy) dx dy$ , D giới hạn bởi  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $x = 2$ , Đ/S: 10

7.  $\iint_D xy dx dy$ , D giới hạn bởi các đường  $x - y + 4 = 0$ ,  $x^2 = 2y$ , Đ/S: 90

8.  $\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy$ , D là miền giới hạn bởi  $x^2 + y^2 \leq R^2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$

$$\text{Đ/S: } \frac{\pi}{4} \left[ (1 + R^2) \ln(1 + R^2) - R^2 \right]$$

9.  $\iint_D (4x - 3 - x^2 - y^2) dx dy$ , D giới hạn bởi  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ , Đ/S:  $\frac{\pi}{2}$

10.  $\iint_D (x + y) dx dy$ , D giới hạn bởi  $x^2 + y^2 - x - y \leq 0$ , Đ/S:  $\frac{\pi}{2}$

11.  $\iint_D (x + y) dx dy$ , D giới hạn bởi  $x + 4 = y$ ,  $y = 0$ ,  $y = (x - 2)^2$  Đ/S: 28/5

12.  $\iint_D \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy$ , D tam giác có các đỉnh  $O(0, 0)$ ;  $A(3, 3)$ ,  $B(3, 0)$  Đ/S:  $\frac{9}{4} \ln 2$

13.  $\iint_D |\cos(x + y)| dx dy$ ,  $D : \{0 \leq x \leq \pi; 0 \leq y \leq \pi - x\}$  Đ/S:  $\pi$

14.  $\iint_D |2x - x^2 - y^2| dx dy$ , D là miền  $x^2 + y^2 \leq 2y$  Đ/s:  $\pi + 2$

15.  $\iint_D \sqrt{|y-x^2|} dx dy$ ,  $D : \{-1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2\}$  Đ/s:  $\frac{\pi}{2} + \frac{5}{3}$
16.  $\iint_D (|x| + |y| + x - y) dx dy$ ,  $D: |x| + |y| \leq 1$ , Đ/s:  $4/3$
17.  $\iint_D \left(\frac{y}{x} + 1\right) dx dy$ ,  $D$  là miền giới hạn bởi:  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x$  Đ/s:  $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
18.  $\iint_D (x+y) dx dy$ ,  $D$  giới hạn bởi đường  $x^2 + y^2 = 2x + 2y$  Đ/s:  $4\pi$
19.  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ ,  $D$  giới hạn bởi  $y = x^2$  và  $x = y^2$  Đ/s:  $\frac{33}{140}$
20.  $\iint_D \frac{(1+y^3) dx dy}{(x^2 + y^2 + 1)^2}$ ,  $D$  là miền giới hạn bởi:  $x^2 + y^2 \leq x$  Đ/s:  $\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
21.  $\iint_D \left(\frac{y^2 - x^2}{y^2}\right) dx dy$ ,  $D$  là miền giới hạn bởi:  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2y$ , Đ/s:  $\sqrt{3}$
22.  $\iint_D [\ln(x^2 + y^2) - xy] dx dy$ ,  $D$  giới hạn bởi:  $e^2 \leq x^2 + y^2 \leq e^4$ ,  $|y| \leq x$ , Đ/s:  $\frac{\pi e^2}{4} (3e^2 - 1)$
23.  $\iint_D y^2 dx dy$ ,  $D$  giới hạn bởi  $y^2 = 2x$  và  $y^2 = 2(4-x)$  Đ/s:  $\frac{128}{15}$
24.  $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy$ ,  $D$  là miền giới hạn bởi:  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x$  Đ/s:  $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
25.  $\iint_D |y - (x^2 + 1)| dx dy$ ,  $D : \{-1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2\}$  Đ/s:  $\frac{12}{5}$
26. Đổi thứ tự tích phân:  $I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{8x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$  và tính tích phân trên với  $f(x, y) = 3(x + y)$   
Đ/s:  $88 + 24\sqrt{3} - 32\pi$
27.  $\iint_D (2x - y) dx dy$ , trong đó  $D$  là nửa trên hình tròn tâm  $(1, 0)$ , bán kính 1.