



SBD/Mã SV:..... Họ Tên:

Kỳ thi: HK1 (2022-2023) CK_TCC1_C7-8_NGAY 20-12-2022_1

Môn thi: Toán cao cấp 1

Ngày thi: 20/12/2022

Thời gian: 60 phút

Bộ đề số: 444

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 1 đến câu 2)

Cho tích phân suy rộng $I = \int_3^{+\infty} \frac{(x^2\sqrt{x} - 3x + 1)^2}{(x^3 + 4x\sqrt{x} + 1)^\alpha} dx, (\alpha > 0).$

Câu 1: Tích phân I cùng tính hội tụ với tích phân nào sau đây?

A. $I = \int_3^{+\infty} \frac{x^2\sqrt{x}}{x^{3\alpha}} dx$ B. $I = \int_3^{+\infty} \frac{x^2\sqrt{x}}{x^3} dx$ C. $I = \int_3^{+\infty} \frac{x^5}{x^{3\alpha}} dx$ D. $I = \int_3^{+\infty} \frac{x^5}{x^3} dx$

Câu 2: Tìm α để tích phân I hội tụ.

A. $\alpha > 2$ B. $\alpha > \frac{4}{3}$ C. $\alpha > \frac{3}{2}$ D. $\alpha > \frac{7}{6}$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 3 đến câu 4)

Cho tích phân suy rộng $I = \int_0^1 \frac{x^\alpha}{\sqrt{x(x+1)(2-x)}} dx.$

Câu 3: Tích phân I cùng tính hội tụ với tích phân nào sau đây?

A. $I = \int_0^1 \frac{x^\alpha}{\sqrt{2-x}} dx$ B. $I = \int_0^1 \frac{x^\alpha}{\sqrt{1+x}} dx$
 C. $I = \int_0^1 \frac{x^\alpha}{\sqrt{x}} dx$ D. $I = \int_0^1 \frac{x^\alpha}{x} dx$

Câu 4: Tìm α để tích phân I hội tụ.

A. $\alpha < \frac{1}{2}$ B. $\alpha < -\frac{1}{2}$ C. $\alpha > \frac{-3}{2}$ D. $\alpha > \frac{-1}{2}$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 5 đến câu 6)

Cho chuỗi số

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \equiv 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$$

Tổng riêng thứ n của chuỗi:

$$S_n = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

Câu 5: Chọn khẳng định đúng.

$$A. S_n = 3 \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^n \right]$$

$$B. S_n = 1 - \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1}$$

$$C. S_n = 2 \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^n \right]$$

$$D. S_n = 1 - \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

Câu 6: Tổng của chuỗi đã cho là

$$A. S = \frac{2}{3}$$

$$B. S = 1$$

$$C. S = 3$$

$$D. S = 2$$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 7 đến câu 8)

Cho chuỗi số

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3} \right)^n = \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^3 + \dots + \left(\frac{2}{3} \right)^n + \dots$$

Xét tổng riêng thứ n là:

$$S_n = \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \right)^3 + \dots + \left(\frac{2}{3} \right)^n.$$

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là đúng?

$$A. S_n = 3 \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^n \right]$$

$$B. S_n = 1 - \frac{2}{3^n}$$

$$C. S_n = 2 \left[1 - \left(\frac{2}{3} \right)^n \right]$$

$$D. S_n = 1 - \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

Câu 8: Tổng của chuỗi đã cho là

$$A. S = 2$$

$$B. S = \frac{2}{3}$$

$$C. S = 3$$

$$D. S = 1$$

Câu 9: Cho chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Chuỗi trên hội tụ tuyệt đối.

B. Chuỗi trên phân kỳ.

C. Chuỗi trên hội tụ tuyệt đối nhưng không hội tụ.

D. Chuỗi trên hội tụ nhưng không hội tụ tuyệt đối.

Câu 10: Chuỗi đan dấu $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n^3+\alpha^2}$ hội tụ khi và chỉ khi

$$A. \alpha > 2$$

$$B. \alpha > 1$$

$$C. \alpha < 2$$

$$D. \alpha \in \mathbb{R}$$

Câu 11: Xét hai chuỗi:

$$S_1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}; \quad S_2 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$

Chọn khẳng định đúng.

A. S_1 phân kỳ, S_2 hội tụ

B. S_1 và S_2 hội tụ

Môn thi: Toán cao cấp 1

C. S_1 hội tụ, S_2 phân kỳD. S_1 và S_2 phân kỳ

Câu 12: Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{pn^3 + 2n + 1}{n!}$ hội tụ khi và chỉ khi

A. $p < -1 \vee p > 1$ B. $p < 1$ C. $p \in \mathbb{R}$ D. $p > 1$

Câu 13: Cho chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{n^{\beta-1}} \right)$ (β là một tham số). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Chuỗi trên hội tụ khi chỉ khi $\beta < 1$ B. Chuỗi trên hội tụ khi chỉ khi $\beta > 2$

C. Chuỗi trên luôn phân kỳ.

D. Chuỗi trên hội tụ khi chỉ khi $\beta > 1$

Câu 14: Cho chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha(n^4 + 1)}{n!}$ (α là một tham số thực). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Chuỗi phân kỳ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$ B. Chuỗi hội tụ khi và chỉ khi $\alpha = 0$ C. Chuỗi phân kỳ khi và chỉ khi $\alpha = 0$ D. Chuỗi hội tụ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$

Câu 15: Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 1}{(n+1)^4 n^{\beta}}$ (β là một tham số) hội tụ khi và chỉ khi:

A. $\beta \geq 1$ B. $\beta \leq 0$ C. $\beta > 1$ D. $\beta > 0$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 16 đến câu 18)

Cho hàm hai biến số $f(x; y) = -x^3 - y^3 - 6xy + 4$.

Câu 16: Khẳng định đúng là

A. $df(x; y) = (3x^2 + 6y)dx - (3y^2 + 6x)dy$ B. $df(x; y) = (3x^2 + 6y)dx + (3y^2 + 6x)dy$ C. $df(x; y) = -(3x^2 + 6y)dx - (3y^2 + 6x)dy$ D. $df(x; y) = -(3x^2 + 6x)dx - (3y^2 + 6y)dy$

Câu 17: Hàm số đã cho có các điểm dừng là

A. $M_1(0; 0), M_2(-2; -2)$ B. $M_1(0; 0), M_2(2; 2)$ C. $M_1(0; 2), M_2(0; -2)$ D. $M_1(2; 0), M_2(-2; 0)$

Câu 18: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(-2; -2)$ B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $(0; 0)$ C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $(-2; -2)$ D. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(0; 0)$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 19 đến câu 21)

Cho hàm hai biến số $f(x; y) = -x^3 - y^3 + 3xy + 4$.

Câu 19: Khẳng định đúng là

- A. $df(x; y) = -(3x^2 - 3y)dx - (3y^2 - 3x)dy$
- B. $df(x; y) = (3x^2 - 3y)dx + (3y^2 - 3x)dy$
- C. $df(x; y) = (3x^2 - 3y)dx - (3y^2 - 3x)dy$
- D. $df(x; y) = -(3x^2 - 3y)dx + (3y^2 - 3x)dy$

Câu 20: Hàm số đã cho có các điểm dừng là

- A. $M_1(0; 0), M_2(1; 1)$
- B. $M_1(0; 0), M_2(-1; -1)$
- C. $M_1(1; 0), M_2(-1; 0)$
- D. $M_1(0; 1), M_2(0; -1)$

Câu 21: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $(1; 1)$
- B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(1; 1)$
- C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(0; 0)$
- D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $(0; 0)$

Nội dung câu hỏi nhóm (Từ câu 22 đến câu 24)

Cho hàm hai biến số $z = x^2 + 4y + 2$ với điều kiện $1 - x^2 - y^2 = 0$ và hàm Lagrange là $L(x; y) = (x^2 + 4y + 2) + \lambda(1 - x^2 - y^2)$.

Câu 22: Vi phân cấp hai của hàm $L(x; y)$ là

- A. $d^2L(x; y) = (1 - \lambda)dx^2 - \lambda dy^2$
- B. $d^2L(x; y) = (2 - 2\lambda)dx^2 - 2\lambda dy^2$
- C. $d^2L(x; y) = (1 - 2\lambda)dx^2 - 2\lambda dy^2$
- D. $d^2L(x; y) = (1 - 2\lambda)dx^2 - \lambda dy^2$

Câu 23: $L(x; y)$ có các điểm dừng là:

- A. $M_1(1; 0), M_2(-1; 0)$
- B. $M_1(0; 1), M_2(0; -1)$
- C. $M_1(0; 1), M_2(1; 0)$
- D. $M_1(0; 1), M_2(-1; 0)$

Câu 24: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(0; -1)$ và đạt cực tiểu tại $(0; 1)$
- B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(0; 1)$ và đạt cực tiểu tại $(0; -1)$
- C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $(0; -1)$
- D. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $(0; 1)$

Câu 25: Cho hai chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ thỏa $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = k$. Trong điều kiện nào sau đây hai chuỗi này sẽ đồng thời hội tụ hay phân kỳ?

- A. $k < 3$
- B. $k < 2$
- C. $0 < k < +\infty$
- D. $k < 1$

===== HẾT =====