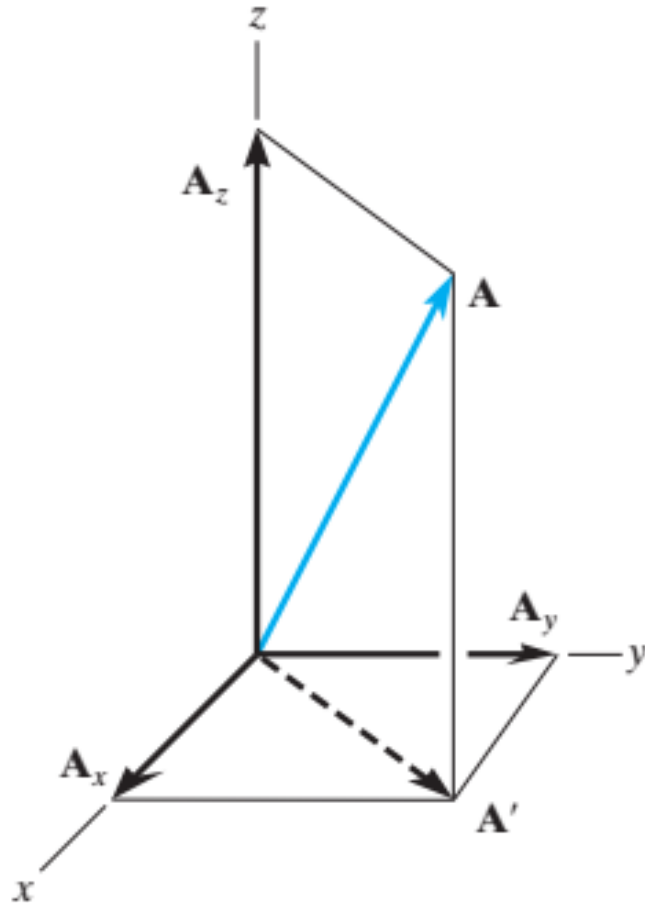


ALWAYS
LEARNING

Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Chia một vec tơ ra ba thành phần theo ba trục tọa độ:



$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z$$

A_x, A_y và A_z là ba thành phần vec tơ theo ba trục tọa độ của vec tơ **A** trong không gian.

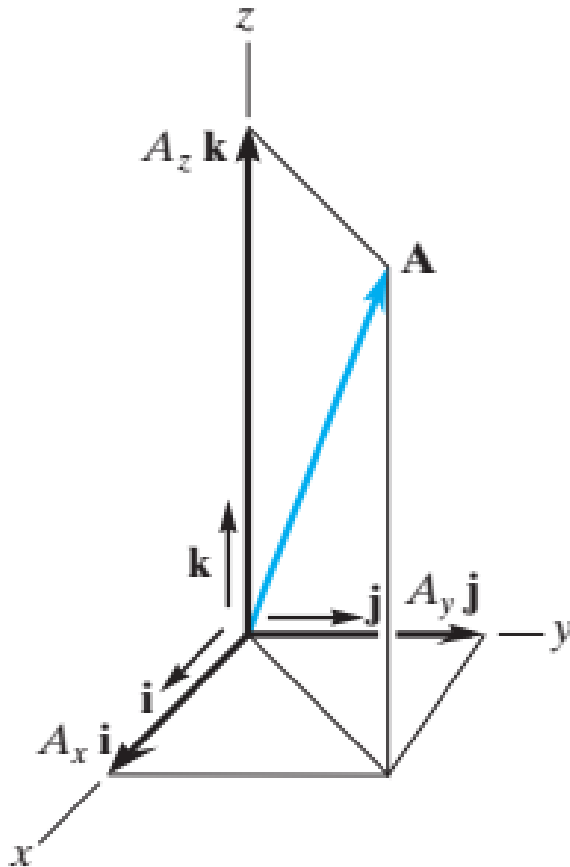
Chú ý chữ in đậm viết thay cho kí hiệu vec tơ



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Biểu diễn một vec tơ theo vec tơ đơn vị của ba trục tọa độ:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$



A_x , A_y và A_z là ba thành phần hình chiếu theo ba trục tọa độ của vec tơ \mathbf{A} trong không gian.

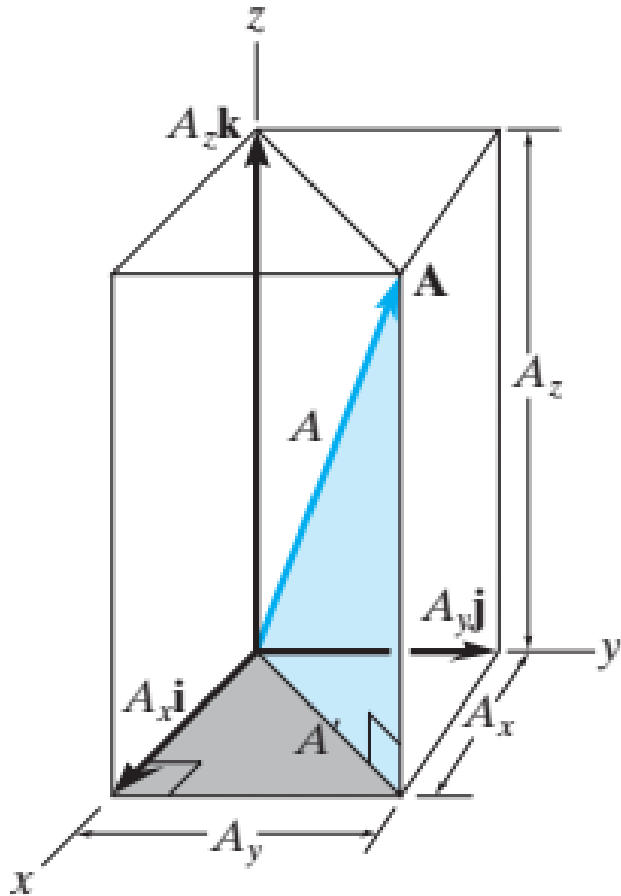
A_x , A_y và $A_z > 0$ khi cùng chiều dương trục tọa độ và < 0 khi ngược chiều dương trục tọa độ

Theo toán học có thể biểu diễn vec tơ $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Tính độ lớn vec tơ theo ba thành phần hình chiếu:



$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

Phân biệt:

A (in đậm) là kí hiệu vec tơ

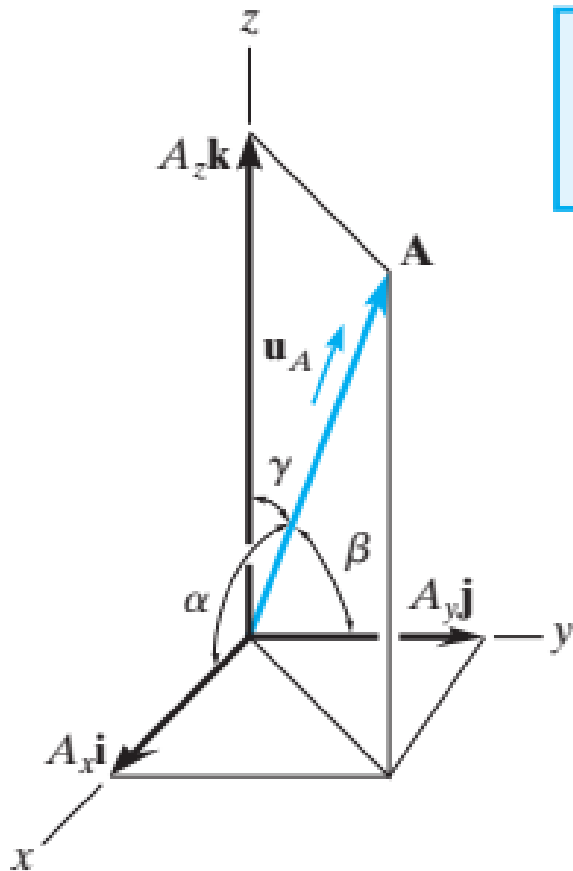
A (in thường) là kí hiệu độ lớn vec tơ

A_x , A_y , A_z là hình chiếu của vec tơ **A** (cũng là tọa độ của vec tơ **A**)



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Hướng của vec tơ trong hệ tọa độ Descartes



$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A} \quad \cos \beta = \frac{A_y}{A} \quad \cos \gamma = \frac{A_z}{A}$$

α , β , γ là ba góc hợp bởi giữa vec tơ **A** với ba trục tọa độ.

$\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ được gọi là cosin chỉ hướng của vec tơ **A**

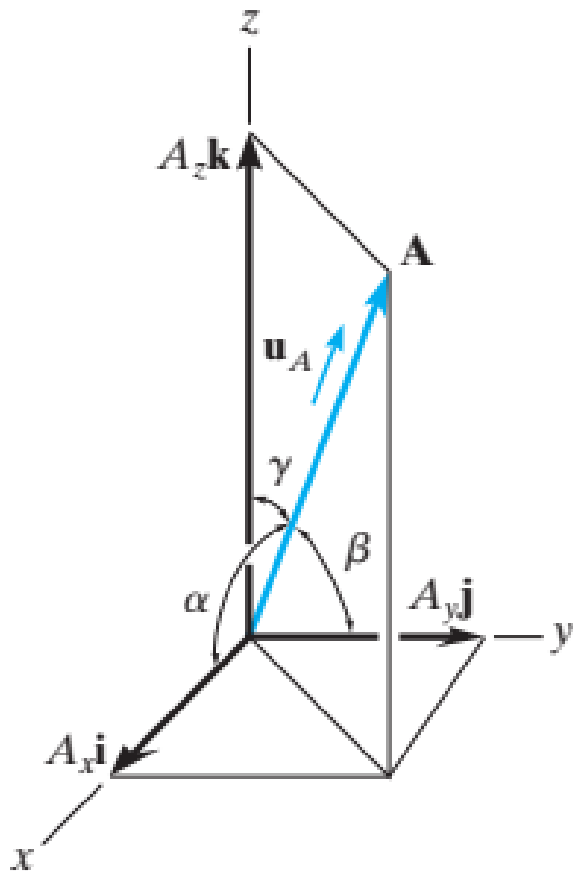
Gọi **u_A** là vec tơ đơn vị đặc trưng hướng của vec tơ **A**

$$u_A = \frac{A}{A} = \frac{A_x}{A} i + \frac{A_y}{A} j + \frac{A_z}{A} k$$



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Hướng của vec tơ trong hệ tọa độ Descartes



Có thể viết lại:

$$\mathbf{u}_A = \cos \alpha \mathbf{i} + \cos \beta \mathbf{j} + \cos \gamma \mathbf{k}$$

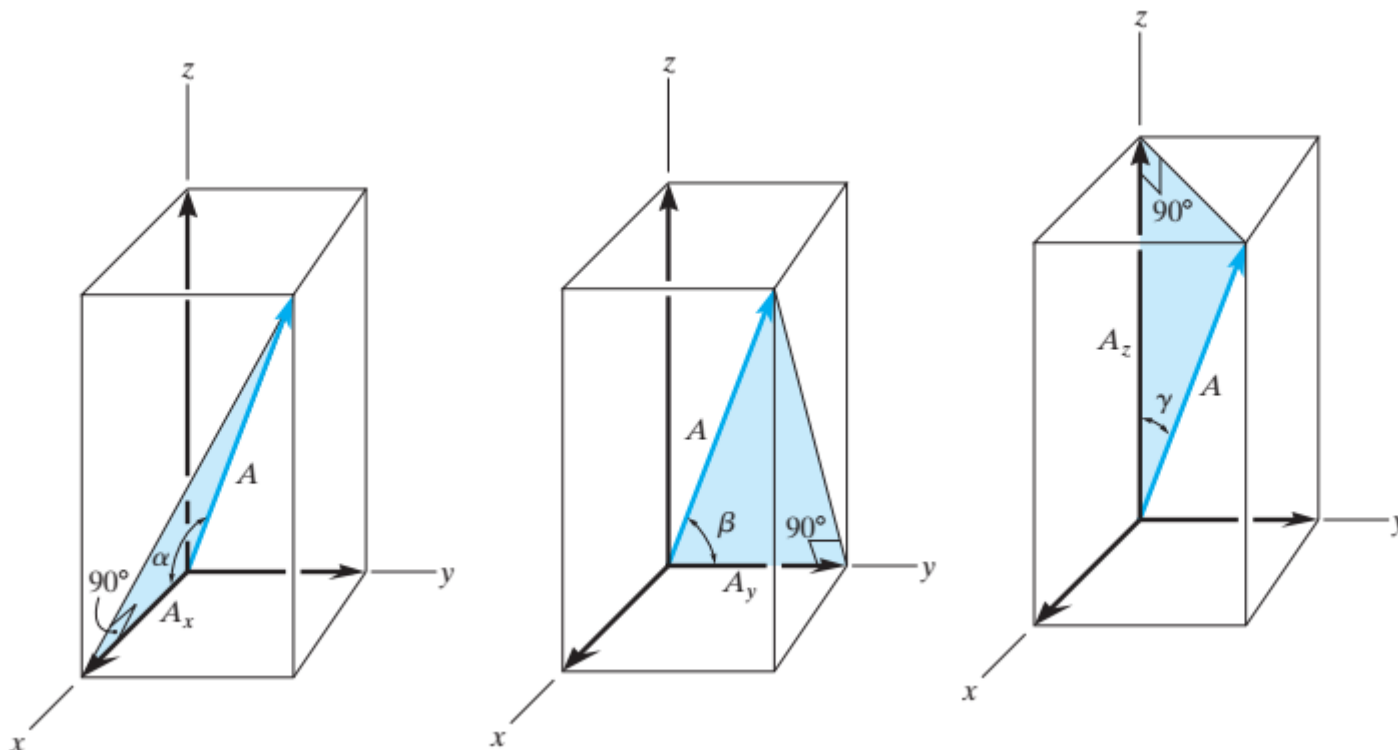
Vì \mathbf{u}_A có độ lớn bằng 1 nên:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Biểu diễn một vec tơ ra ba thành phần khi biết trước độ lớn và góc chỉ hướng



$$A_x = A \cdot \cos \alpha ;$$

$$A_y = A \cdot \cos \beta ;$$

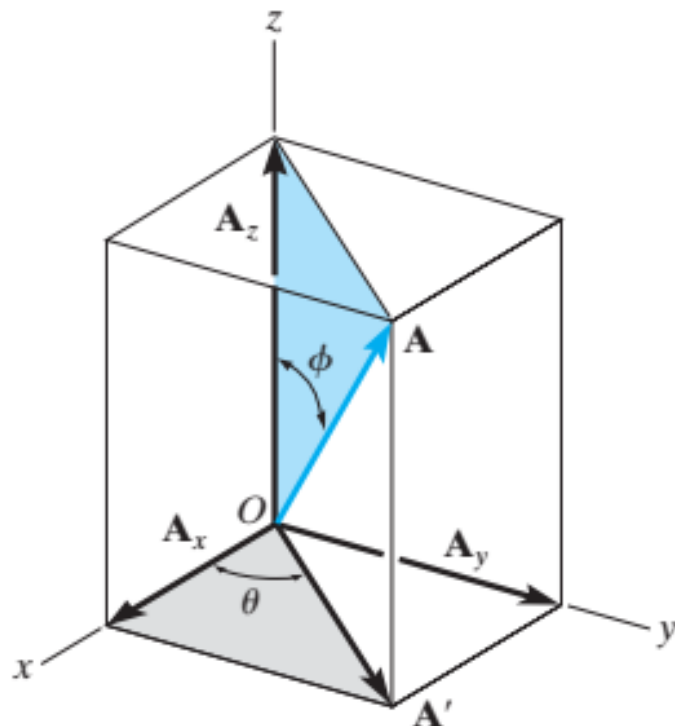
$$A_z = A \cdot \cos \gamma$$

$$\mathbf{A} = A \cos \alpha \mathbf{i} + A \cos \beta \mathbf{j} + A \cos \gamma \mathbf{k}$$



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Biểu diễn một vec tơ ra ba thành phần khi biết trước độ lớn và hai góc như hình vẽ



$$A_z = A \cos \phi$$

$$A' = A \sin \phi$$

$$A_x = A' \cos \theta = A \sin \phi \cos \theta$$

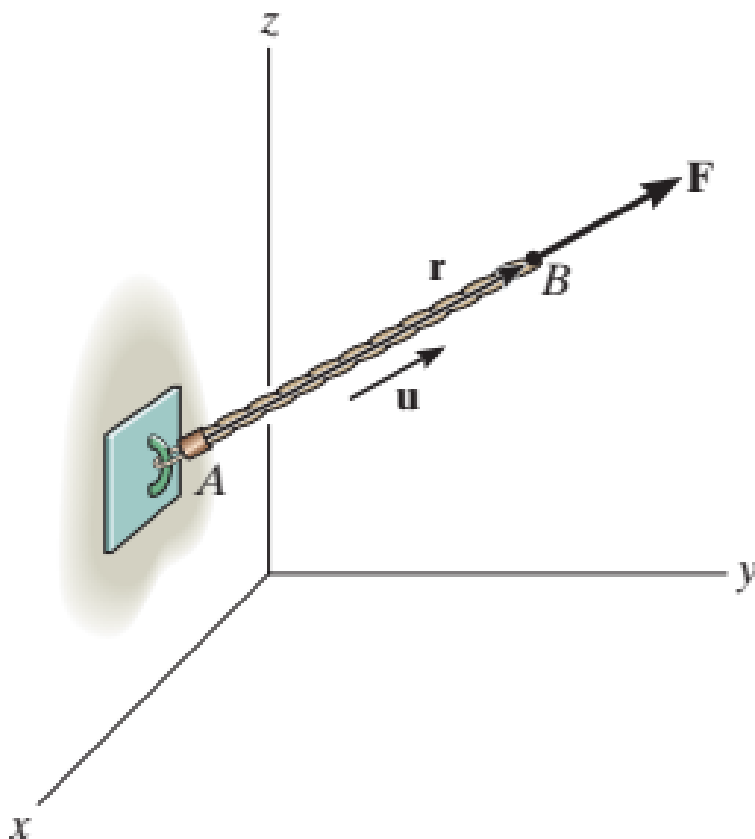
$$A_y = A' \sin \theta = A \sin \phi \sin \theta$$

$$\mathbf{A} = A \sin \phi \cos \theta \mathbf{i} + A \sin \phi \sin \theta \mathbf{j} + A \cos \phi \mathbf{k}$$



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Biểu diễn một vec tơ ra ba thành phần khi biết trước độ lớn và tọa độ hai điểm nằm trên giá của vec tơ



Giả sử có vec tơ **F** biết trước độ lớn F và đi qua 2 điểm biết trước tọa độ $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$:

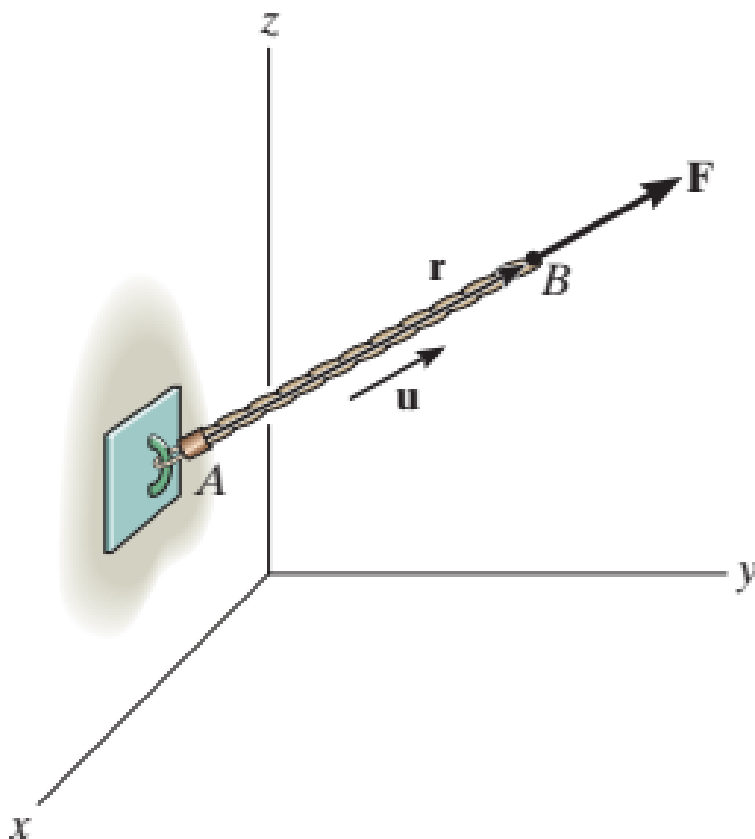
$$\mathbf{r} = \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$$

Gọi **u** là vec tơ đơn vị của vec tơ **r**, cũng là vec tơ đơn vị của vec tơ **F**



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Biểu diễn một vec tơ ra ba thành phần khi biết trước độ lớn và tọa độ hai điểm nằm trên giá của vec tơ



$$\mathbf{u} = \mathbf{r}/r = \mathbf{F}/F$$
$$= \left(\frac{(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}} \right)$$

Suy ra

$$\mathbf{F} = F \mathbf{u}$$
$$= F \left(\frac{(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}} \right)$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 9: *Biểu diễn lực F ra ba thành phần theo ba trục tọa độ như hình vẽ.*

$$\mathbf{F} = F \cos \alpha \mathbf{i} + F \cos \beta \mathbf{j} + F \cos \gamma \mathbf{k}$$

Với $F = 200 \text{ N}$; $\beta = 60^\circ$; $\gamma = 45^\circ$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

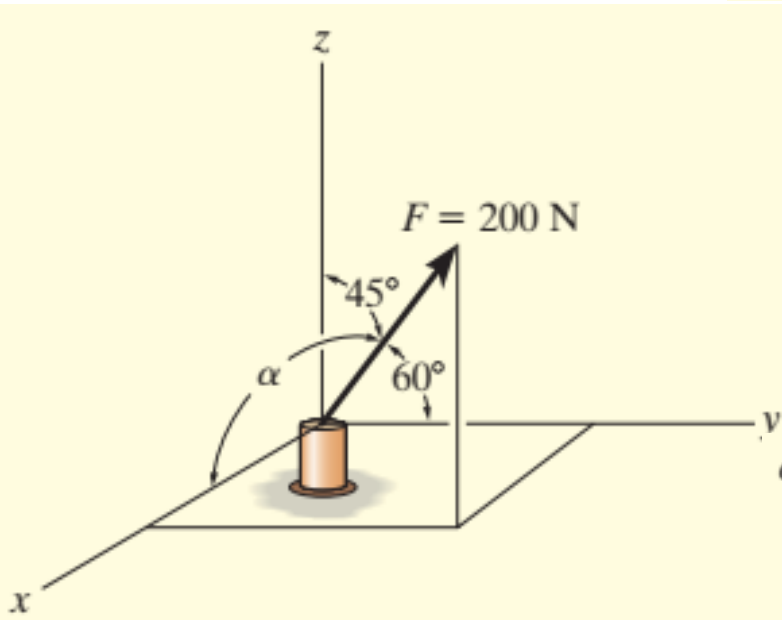
$$\cos^2 \alpha + \cos^2 60^\circ + \cos^2 45^\circ = 1$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - (0.5)^2 - (0.707)^2} = \pm 0.5$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0.5) = 60^\circ \quad \text{or} \quad \alpha = \cos^{-1}(-0.5) = 120^\circ$$

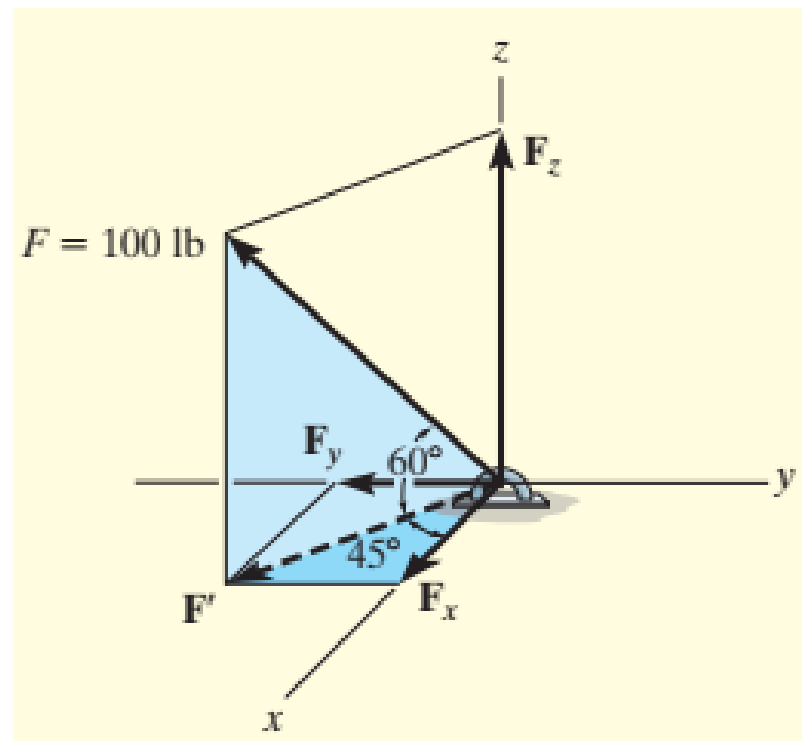
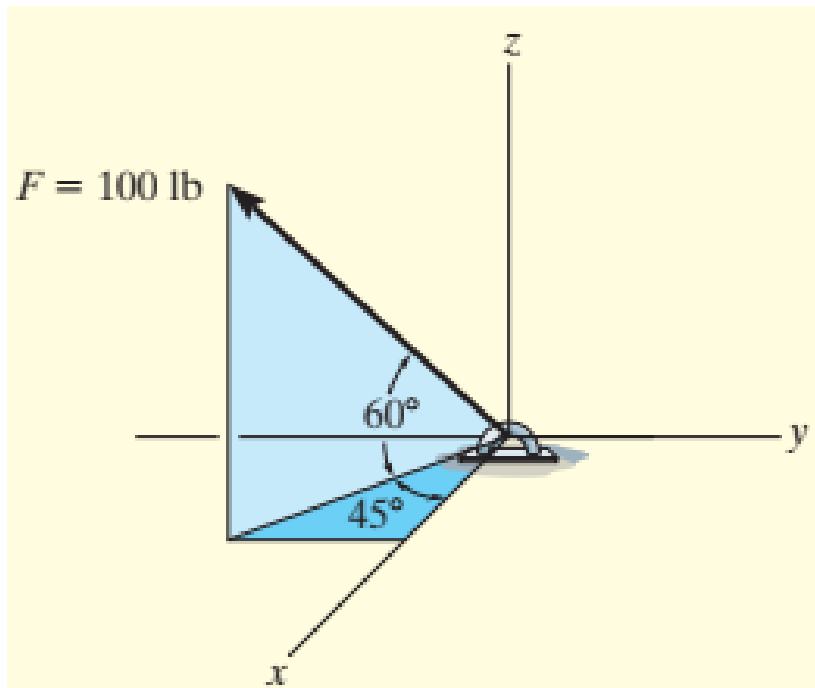
Dựa vào hình vẽ chọn $\alpha = 60^\circ$

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= F \cos \alpha \mathbf{i} + F \cos \beta \mathbf{j} + F \cos \gamma \mathbf{k} \\ &= (200 \cos 60^\circ \text{ N})\mathbf{i} + (200 \cos 60^\circ \text{ N})\mathbf{j} + (200 \cos 45^\circ \text{ N})\mathbf{k} \\ &= \{100.0\mathbf{i} + 100.0\mathbf{j} + 141.4\mathbf{k}\} \text{ N}\end{aligned}$$



Ví dụ áp dụng

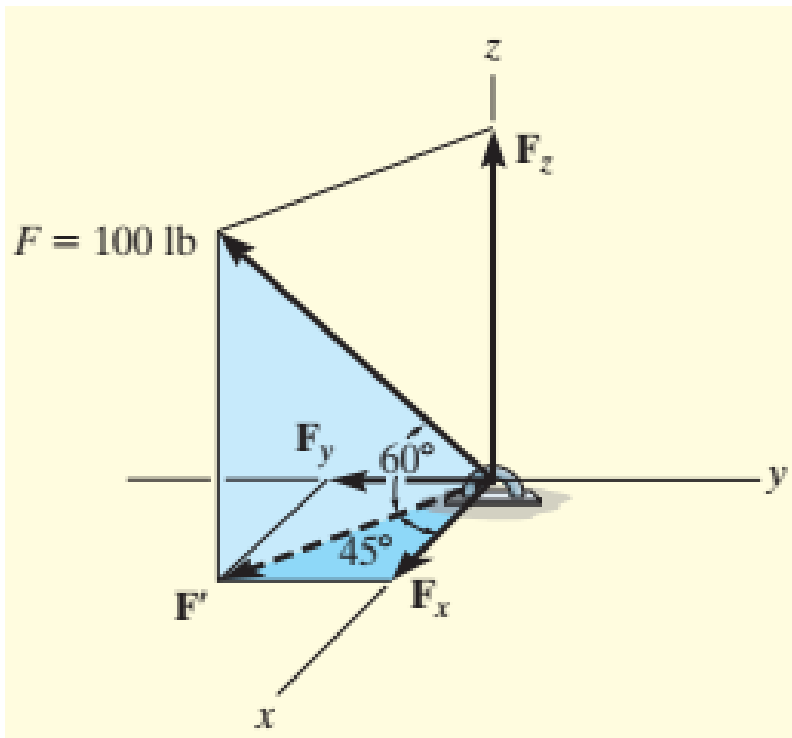
Ví dụ 10: *Biểu diễn lực F ra ba thành phần theo ba trục tọa độ như hình vẽ.*



Chia vec tơ $\mathbf{F} = \mathbf{F}_z + \mathbf{F}'$. Sau đó chia $\mathbf{F}' = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y$



Ví dụ áp dụng



$$F_z = 100 \sin 60^\circ \text{ lb} = 86.6 \text{ lb}$$

$$F' = 100 \cos 60^\circ \text{ lb} = 50 \text{ lb}$$

$$F_x = F' \cos 45^\circ = 50 \cos 45^\circ \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$

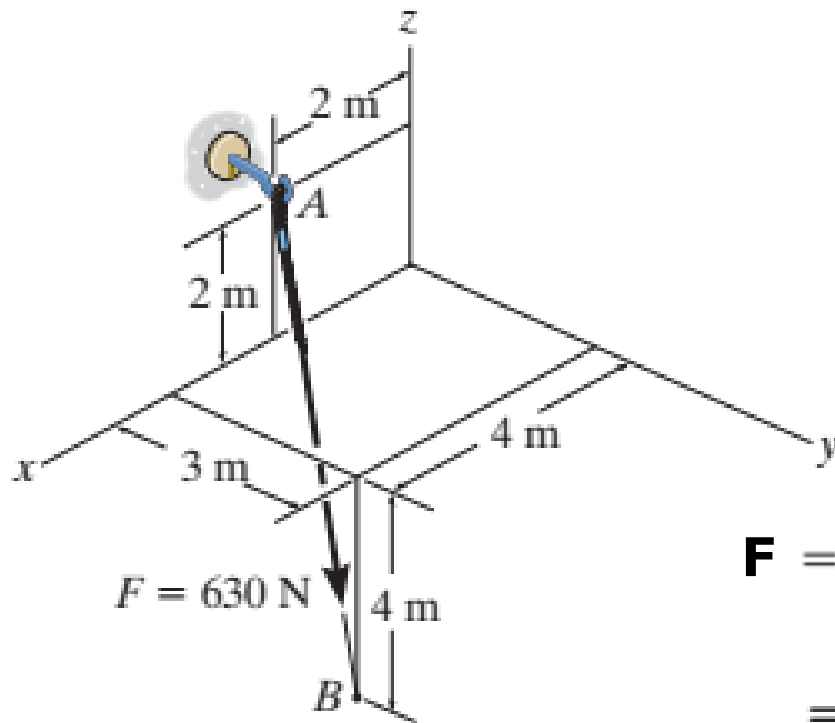
$$F_y = F' \sin 45^\circ = 50 \sin 45^\circ \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$

$$\mathbf{F} = \{ 35.4\mathbf{i} - 35.4\mathbf{j} + 86.6\mathbf{k} \} \text{ lb}$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 11: *Biểu diễn lực F ra ba thành phần theo ba trục tọa độ như hình vẽ.*



Xác định tọa độ của A và B

$$A(2 \text{ m}; 0; 2 \text{ m}) \quad ;$$

$$B(4 \text{ m}; 3 \text{ m}; -4 \text{ m})$$

$$r_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$r_{AB} = 7 \text{ m}$$

$$\mathbf{F} = F \left(\frac{(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}} \right)$$

$$= (630 \text{ N}) \left(\frac{2}{7}\mathbf{i} + \frac{3}{7}\mathbf{j} - \frac{6}{7}\mathbf{k} \right)$$

$$= \{ 180\mathbf{i} + 270\mathbf{j} - 540\mathbf{k} \} \text{ N}$$



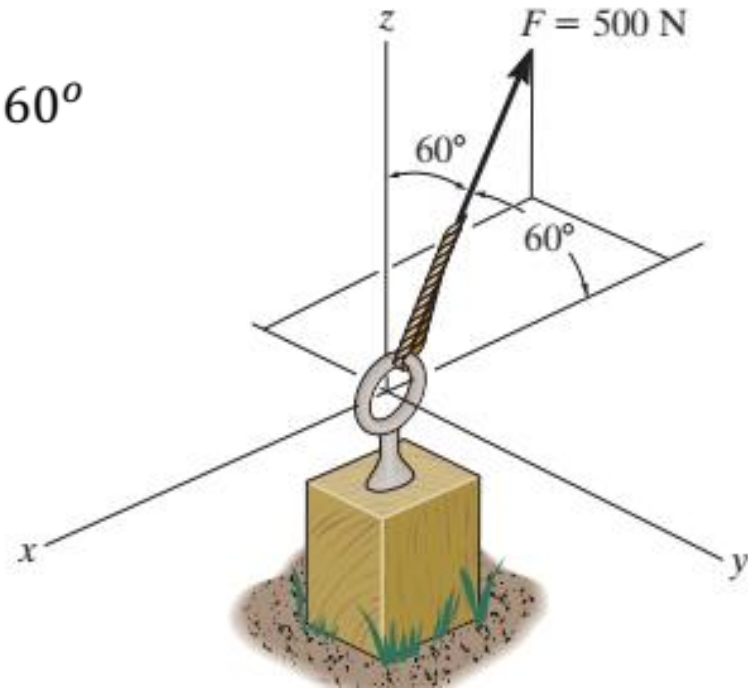
Các bài tập tương tự

Bài tập 10: *Biểu diễn lực F ra ba thành phần theo ba trục tọa độ như hình vẽ.*

Hướng dẫn: $\alpha = 120^\circ$; $\gamma = 60^\circ$

Đáp số:

$$\mathbf{F} = \{-250\mathbf{i} - 354\mathbf{j} + 250\mathbf{k}\} \text{ N}$$

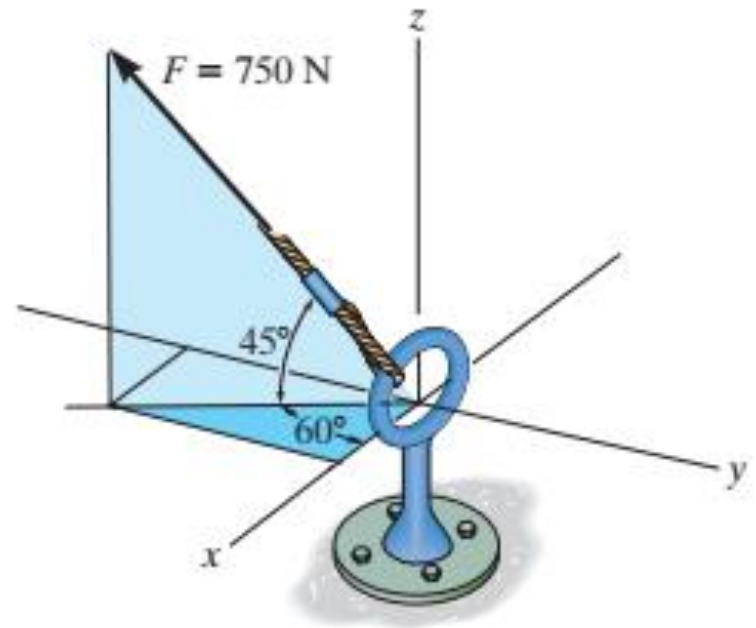


Các bài tập tương tự

Bài tập 11: *Biểu diễn lực F ra ba thành phần theo ba trục tọa độ như hình vẽ.*

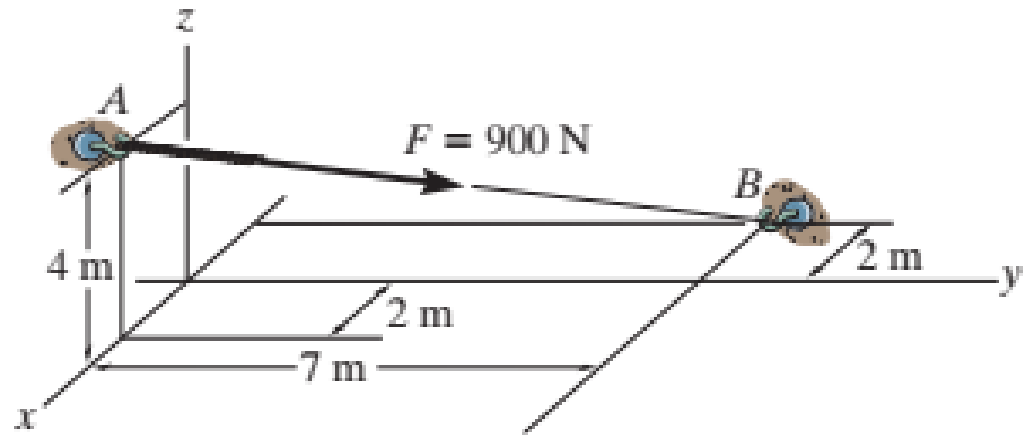
Đáp số:

$$\mathbf{F} = \{265\mathbf{i} - 459\mathbf{j} + 530\mathbf{k}\} \text{ N}$$



Các bài tập tương tự

Bài tập 12: *Biểu diễn lực F ra ba thành phần theo ba trục tọa độ như hình vẽ.*



Đáp số:

$$\mathbf{F} = \{-400\mathbf{i} + 700\mathbf{j} - 400\mathbf{k}\} \text{ N}$$



Phép cộng vec tơ lực không gian trong hệ tọa độ Descartes

Tương tự trong phép cộng vec tơ lực phẳng, phép cộng vec tơ lực không gian được biểu diễn:

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F} = \Sigma F_x \mathbf{i} + \Sigma F_y \mathbf{j} + \Sigma F_z \mathbf{k}$$

$$(F_R)_x = \Sigma F_x ;$$

$$(F_R)_y = \Sigma F_y ;$$

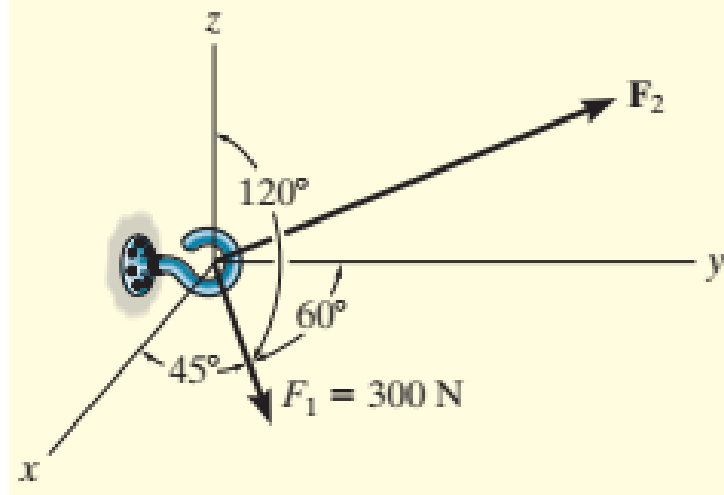
$$(F_R)_z = \Sigma F_z$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 12: Hai lực tác dụng lên móc như hình vẽ. Xác định độ lớn và góc chỉ hướng của lực \mathbf{F}_2 sao cho hợp lực của hai lực có độ lớn 800 N và hướng dọc theo chiều dương trục y .

Biểu diễn \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 theo ba trục tọa độ:



$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1 &= F_1 \cos \alpha_1 \mathbf{i} + F_1 \cos \beta_1 \mathbf{j} + F_1 \cos \gamma_1 \mathbf{k} \\ &= 300 \cos 45^\circ \mathbf{i} + 300 \cos 60^\circ \mathbf{j} + 300 \cos 120^\circ \mathbf{k} \\ &= \{212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k}\} \text{ N}\end{aligned}$$

$$\mathbf{F}_2 = F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k}$$

Tính hợp lực \mathbf{F}_R :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \\ &= 212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k} + F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k}\end{aligned}$$

Vì hợp lực có độ lớn 800 N và hướng theo chiều dương trục y , nên:

$$\mathbf{F}_R = (800 \text{ N})(+\mathbf{j}) = \{800\mathbf{j}\} \text{ N}$$



Ví dụ áp dụng

Suy ra: $800\mathbf{j} = 212.1\mathbf{i} + 150\mathbf{j} - 150\mathbf{k} + F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{2z}\mathbf{k}$

Nhóm lại: $800\mathbf{j} = (212.1 + F_{2x})\mathbf{i} + (150 + F_{2y})\mathbf{j} + (-150 + F_{2z})\mathbf{k}$

Cân bằng hệ số hai vế theo \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} :

$$0 = 212.1 + F_{2x} \quad F_{2x} = -212.1 \text{ N}$$

$$800 = 150 + F_{2y} \quad F_{2y} = 650 \text{ N}$$

$$0 = -150 + F_{2z} \quad F_{2z} = 150 \text{ N}$$

Độ lớn của lực \mathbf{F}_2 :

$$F_2 = \sqrt{(-212.1 \text{ N})^2 + (650 \text{ N})^2 + (150 \text{ N})^2} \\ = 700 \text{ N}$$

Hướng của lực \mathbf{F}_2 :

$$\cos \alpha_2 = \frac{-212.1}{700}; \quad \alpha_2 = 108^\circ$$

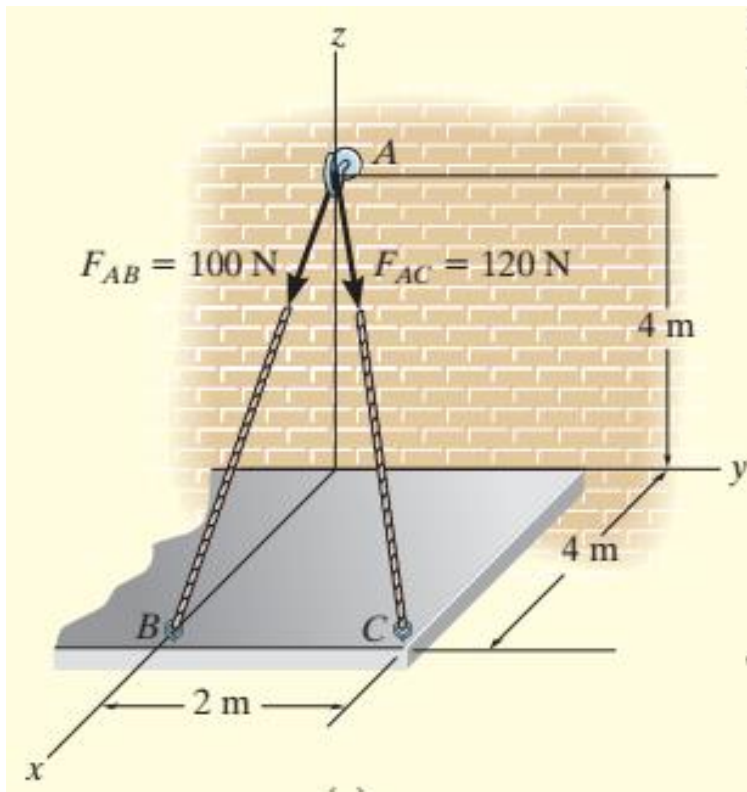
$$\cos \beta_2 = \frac{650}{700}; \quad \beta_2 = 21.8^\circ$$

$$\cos \gamma_2 = \frac{150}{700}; \quad \gamma_2 = 77.6^\circ$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 13: Mái che được treo bởi hai sợi dây cáp như hình vẽ. Cho biết dây cáp tác dụng các lực $F_{AB} = 100 \text{ N}$; $F_{AC} = 120 \text{ N}$ lên móc treo tại A. Hãy xác định hợp lực của hai lực đã cho theo trục tọa độ.



Xác định tọa độ các điểm:

$$A(0;0;4 \text{ m}), \quad B(4 \text{ m};0;0),$$

$$C(4 \text{ m};2 \text{ m};0)$$

Tính các vec tơ:

$$\mathbf{r}_{AB} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AB} = \{4\mathbf{i} - 4\mathbf{k}\} \text{ m}$$

Độ lớn: $r_{AB} = \sqrt{(4 \text{ m})^2 + (-4 \text{ m})^2} = 5.66 \text{ m}$



Ví dụ áp dụng

Suy ra

$$\mathbf{F}_{AB} = F_{AB} \left(\frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}} \right) = (100 \text{ N}) \left(\frac{4}{5.66} \mathbf{i} - \frac{4}{5.66} \mathbf{k} \right)$$

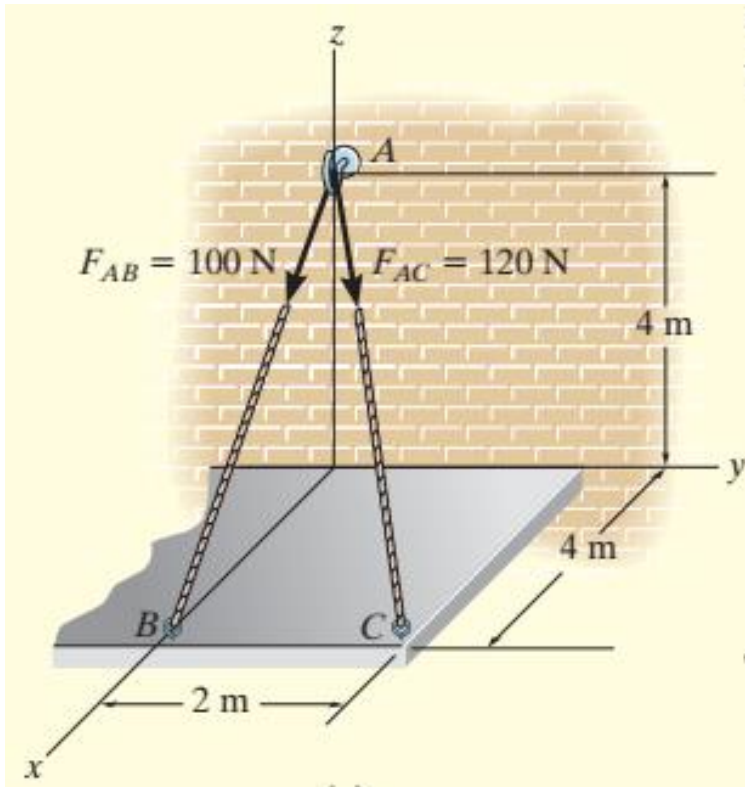
$$\mathbf{F}_{AB} = \{70.7\mathbf{i} - 70.7\mathbf{k}\} \text{ N}$$

Tương tự

$$\mathbf{r}_{AC} = \{4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}\} \text{ m}$$

$$r_{AC} = \sqrt{(4 \text{ m})^2 + (2 \text{ m})^2 + (-4 \text{ m})^2} = 6 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{AC} &= F_{AC} \left(\frac{\mathbf{r}_{AC}}{r_{AC}} \right) = (120 \text{ N}) \left(\frac{4}{6} \mathbf{i} + \frac{2}{6} \mathbf{j} - \frac{4}{6} \mathbf{k} \right) \\ &= \{80\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 80\mathbf{k}\} \text{ N} \end{aligned}$$



Ví dụ áp dụng

Tính hợp lực:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_{AB} + \mathbf{F}_{AC} = \{70.7\mathbf{i} - 70.7\mathbf{k}\} \text{ N} + \{80\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 80\mathbf{k}\} \text{ N} \\ &= \{151\mathbf{i} + 40\mathbf{j} - 151\mathbf{k}\} \text{ N}\end{aligned}$$



Các bài tập tương tự

Bài tập 13: *Xác định độ lớn và hướng hợp lực của hai lực đã cho như hình vẽ.*

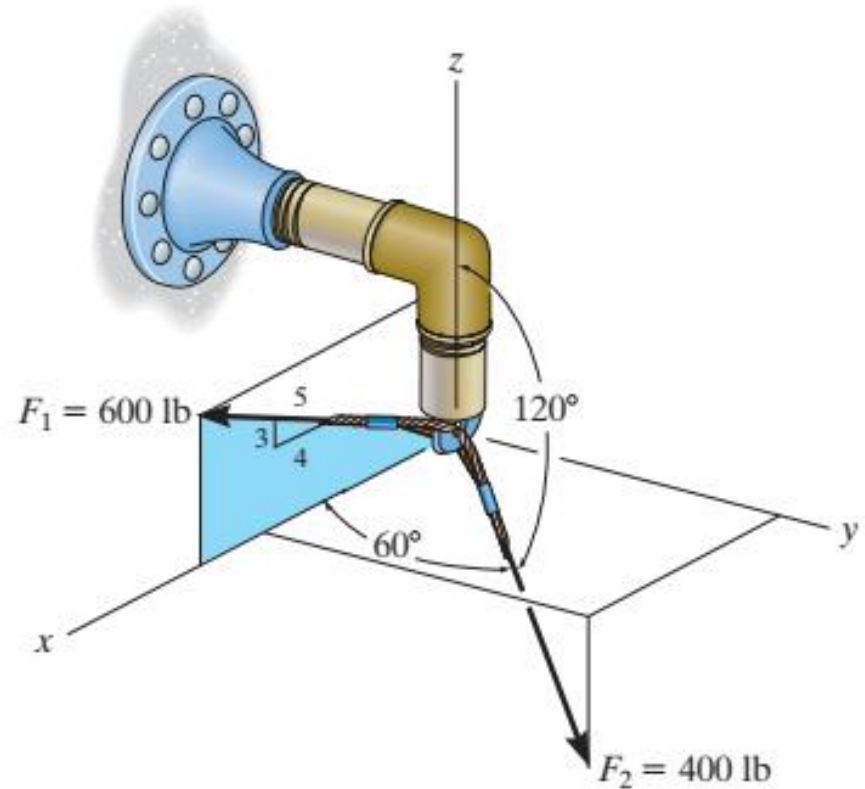
Đáp số:

$$F_R = 754 \text{ lb}$$

$$\alpha = 25.5^\circ$$

$$\beta = 68.0^\circ$$

$$\gamma = 77.7^\circ$$



Các bài tập tương tự

Bài tập 14: Hai lực tác dụng lên giá như hình vẽ. Xác định góc chỉ hướng của lực \mathbf{F} sao cho hợp lực của hai lực hướng dọc theo chiều dương trục y . Xác định độ lớn của hợp lực F_R . Cho biết $\beta < 90^\circ$.

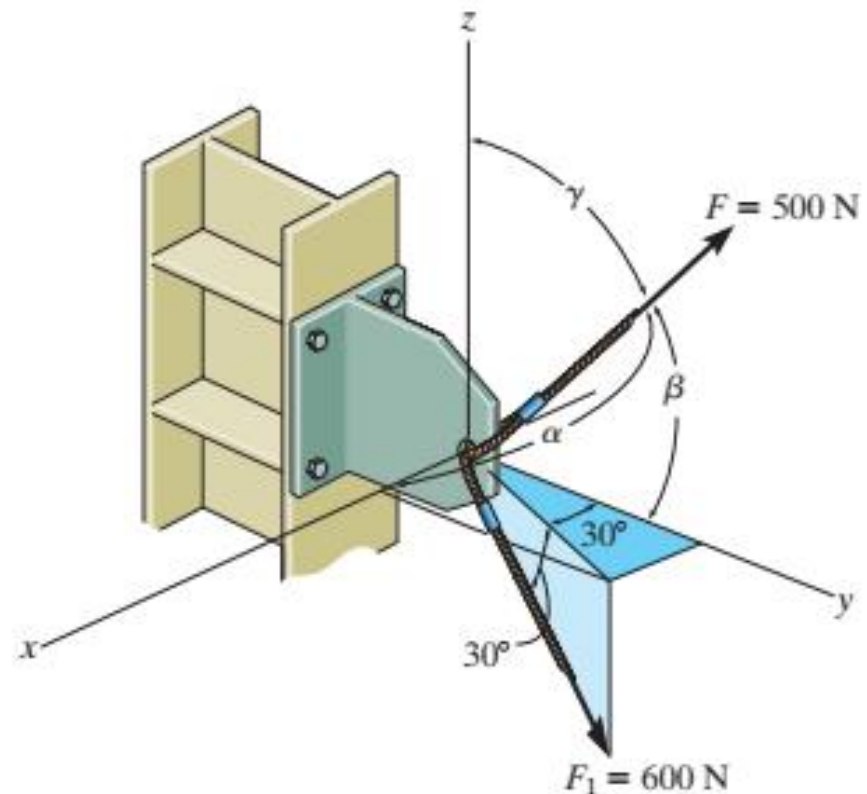
Đáp số:

$$\alpha = 121^\circ$$

$$\gamma = 53.1^\circ$$

$$F_R = 754 \text{ N}$$

$$\beta = 52.5^\circ$$



Các bài tập tương tự

Bài tập 15: *Xác định độ lớn và góc chỉ hướng hợp lực của hai lực tác dụng lên móc tròn tại A.*

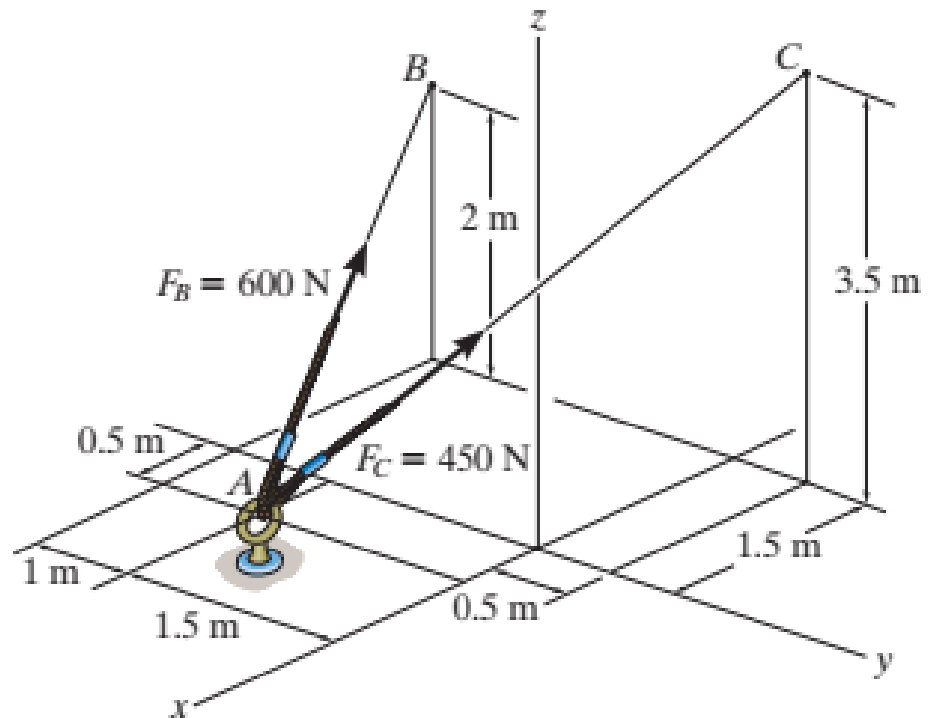
Đáp số:

$$F_R = 960 \text{ N}$$

$$\alpha = 129^\circ$$

$$\beta = 90^\circ$$

$$\gamma = 38.7^\circ$$

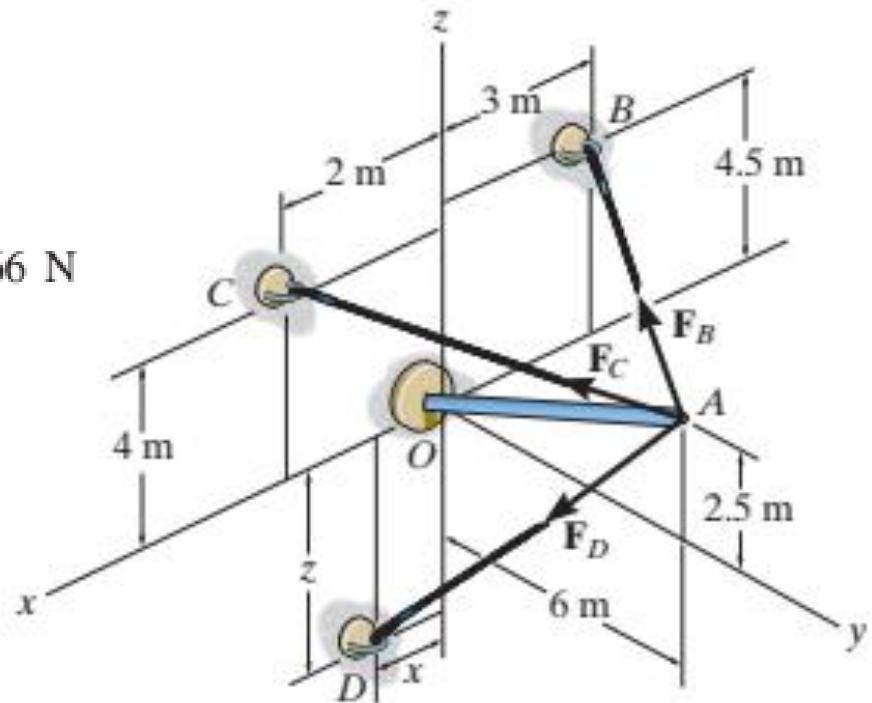


Các bài tập tương tự

Bài tập 16: Cho ba lực F_B , F_C , F_D đặt tại A, có hướng như hình vẽ. Giả sử hợp lực của ba lực hướng từ A đến O và có độ lớn 1300 N. Hãy xác định độ lớn F_B , F_C , F_D . Biết $x = 0$; $z = 5,5$ m.

Đáp số:

$$F_C = 442 \text{ N}; F_B = 318 \text{ N}; F_D = 866 \text{ N}$$



End of the Lecture

Let Learning Continue

