

ALWAYS  
LEARNING

# Cân bằng của chất điểm

**Điều kiện cân bằng (đứng yên) của chất điểm:**

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

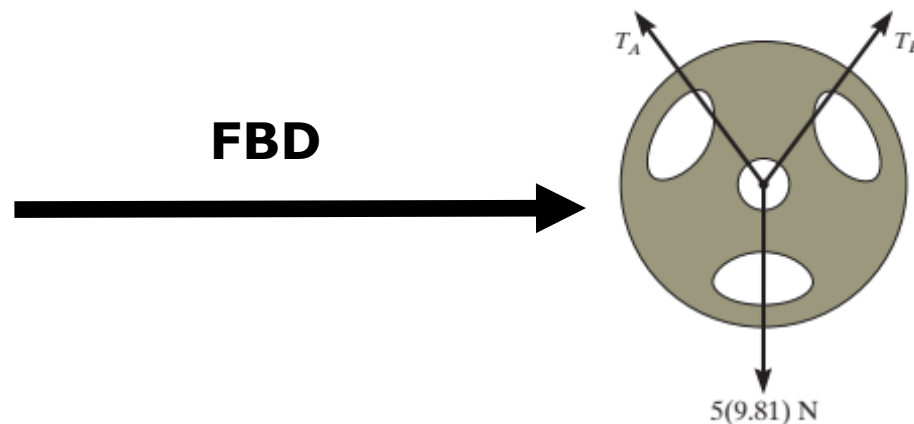
Tổng vec tơ lực tác dụng lên  
chất điểm triệt tiêu



# Cân bằng của chất điểm

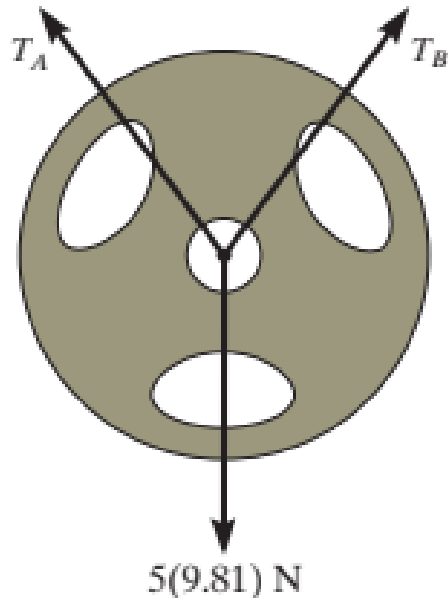
**Sơ đồ giải phóng liên kết của chất điểm (Free-body Diagram- FBD):** Là sơ đồ biểu diễn tất cả các lực tác dụng lên chất điểm, gồm các bước:

- Tách rời vật thể chịu lực ra khỏi những vật thể liên kết với nó.
- Vẽ tất cả các lực do các vật thể liên kết tác dụng lên vật thể chịu lực.
- Các lực này **có giá cắt nhau (đồng qui) tại một điểm.**



# Cân bằng của chất điểm

- Vì tổng lực triệt tiêu nên các lực có chiều chống lại nhau, gồm **lực gây chuyển động** (active forces) và **lực cản trở chuyển động** (reactive forces).
- Lực tác dụng được chia thành lực **đã biết** (biểu diễn bằng **trị số**) và lực **chưa biết** (biểu diễn bằng **chữ**)



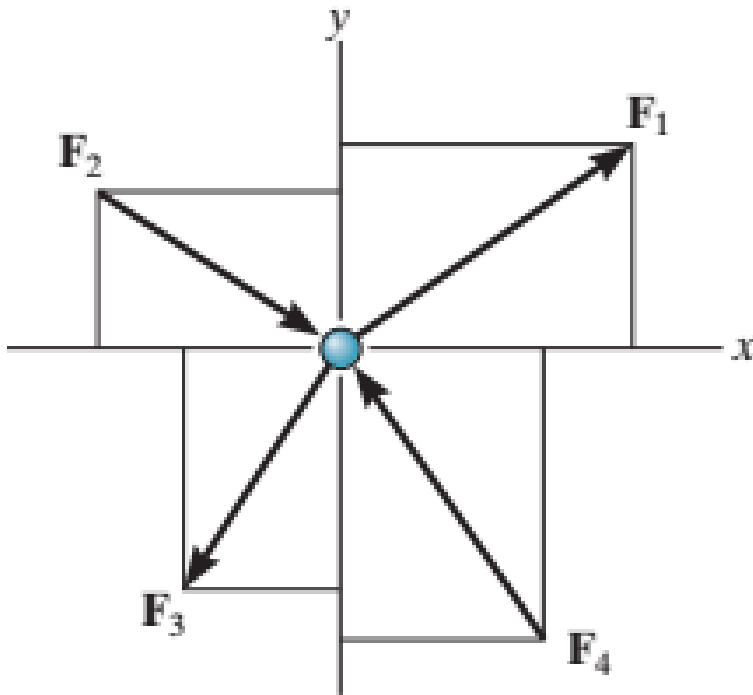
$5(9.81) \text{ N}$  (trọng lực) là lực gây chuyển động kéo xuống và là lực đã biết.

$T_A$ ,  $T_B$  là lực cản trở chuyển động kéo xuống và là lực chưa biết.



# Cân bằng của chất điểm

Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng (2D) đồng qui:



$$\Sigma \mathbf{F} = 0$$

$$\Sigma F_x \mathbf{i} + \Sigma F_y \mathbf{j} = 0$$

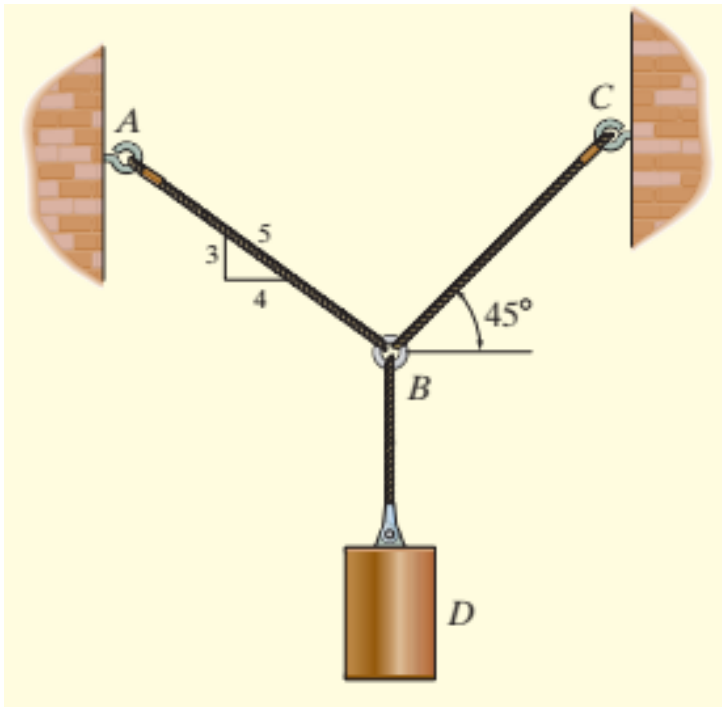
$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$



## Ví dụ áp dụng

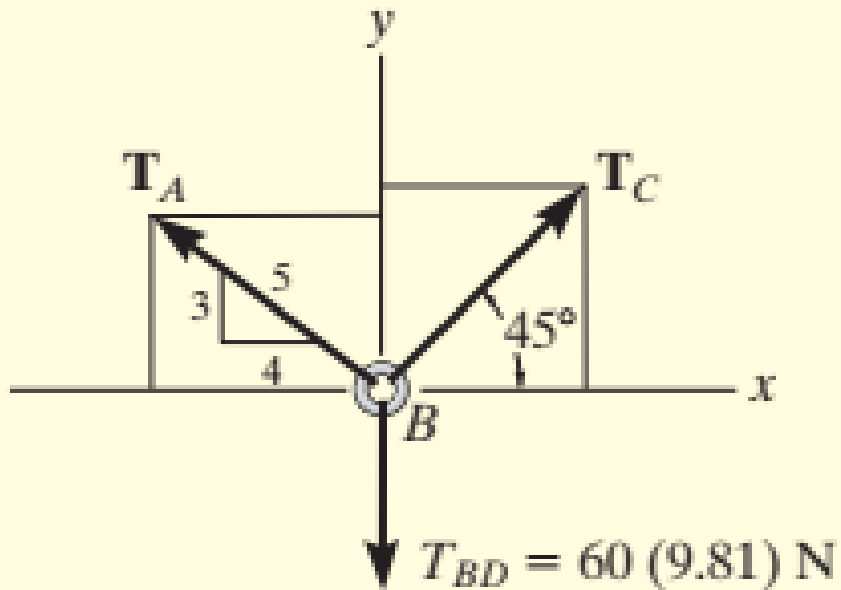
**Ví dụ 14:** *Xác định lực căng dây BA và BC cần thiết để treo khối trụ có khối lượng 60 kg như hình vẽ .*



Vòng khuyên B cân bằng chịu tác dụng của ba lực căng dây  $T_A$  ,  $T_C$  ,  $T_{BD}$  trong đó trị số  $T_{BD}$  bằng trọng lượng khối trụ,  $T_{BD} = 60.9,81 \text{ N}$



## Ví dụ áp dụng



Viết các phương trình cân bằng theo phương x, y

$$\pm \rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$T_C \cos 45^\circ - \left(\frac{4}{5}\right)T_A = 0$$

$$T_C \sin 45^\circ + \left(\frac{3}{5}\right)T_A - 60(9.81) \text{ N} = 0$$

Giải hai phương trình hai ẩn

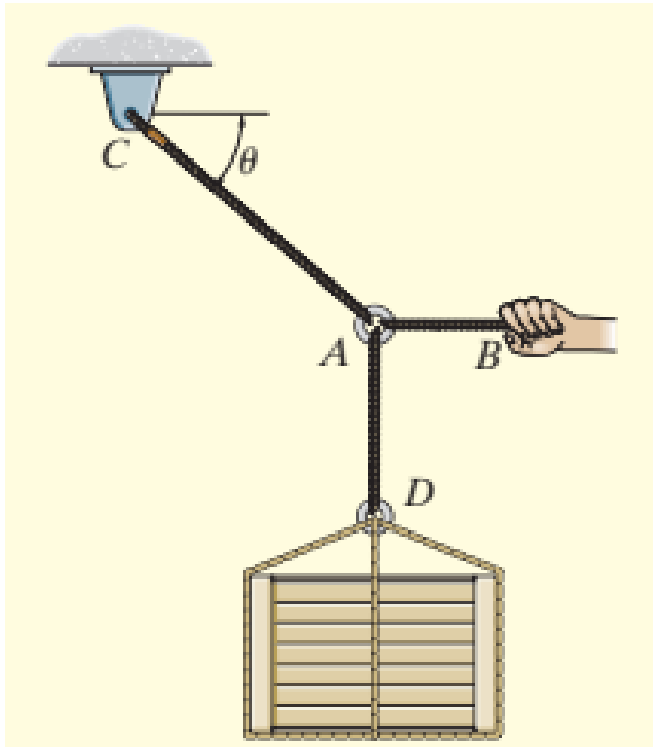
$$T_C = 476 \text{ N}$$

$$T_A = 420 \text{ N}$$



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 15:** Thùng hàng có khối lượng 200 kg được treo nhờ hai sợi dây AB và AC. Mỗi sợi dây có thể chịu được lực lớn nhất 10 kN. Cho biết dây AB luôn giữ nằm ngang. Hãy xác định góc nghiêng  $\theta$  nhỏ nhất để dây không bị đứt

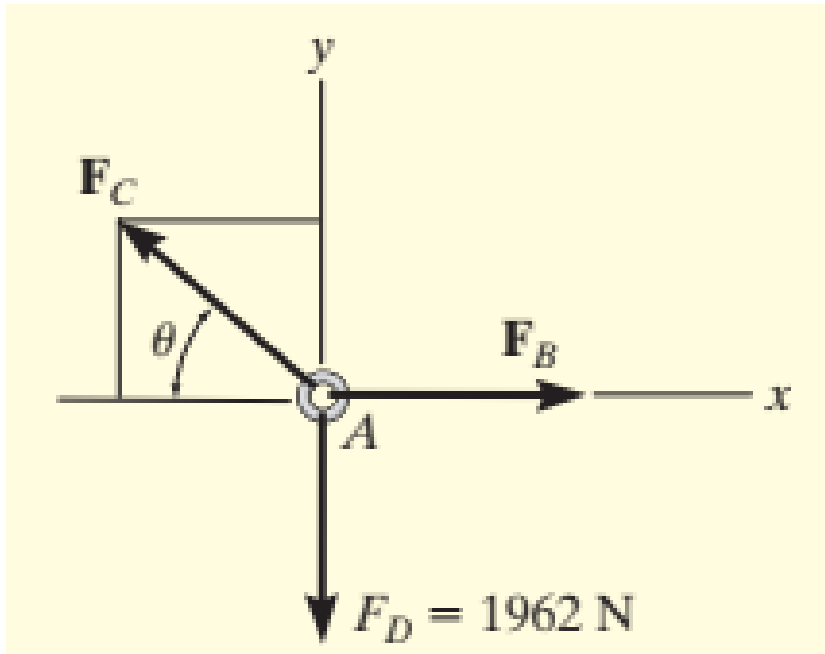


Vòng khuyên A cân bằng chịu tác dụng của ba lực căng dây  $F_B$ ,  $F_C$ ,  $F_D$  trong đó  $F_D$  bằng trọng lượng thùng hàng,  $F_D = 200 \cdot 9,81 \text{ N} = 1962 \text{ N} < 10 \text{ kN}$ . Suy ra dây AD không bị đứt





## Ví dụ áp dụng



Viết các phương trình cân bằng theo phương x, y

$$\pm \rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$-F_C \cos \theta + F_B = 0; \quad F_C = \frac{F_B}{\cos \theta}$$

$$F_C \sin \theta - 1962 \text{ N} = 0$$

$$\cos \theta \leq 1 \quad \text{Nên } F_C > F_B$$

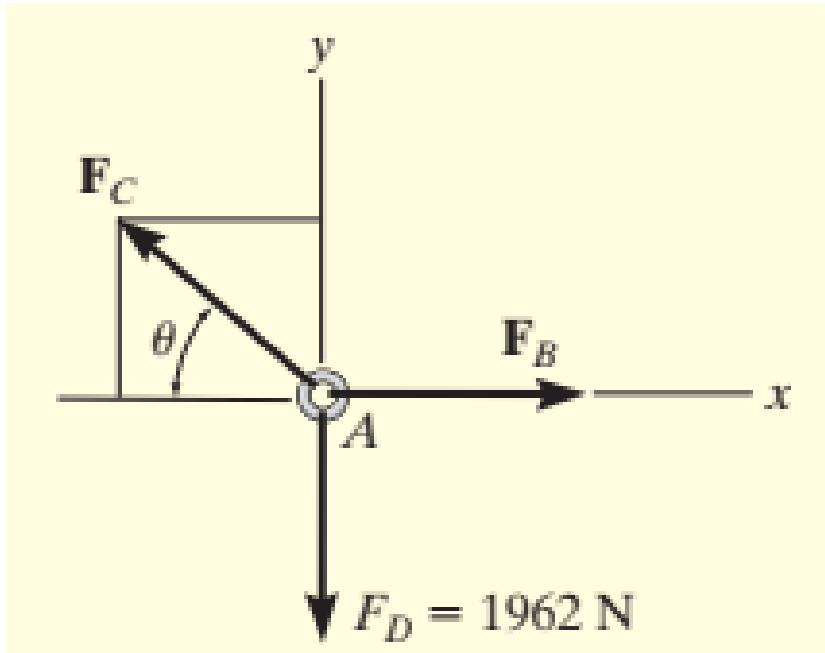
Suy ra dây AC chịu lực lớn hơn dây AB.

Giải phương trình thứ hai suy ra.

$$F_C = \frac{1962}{\sin \theta}$$



## Ví dụ áp dụng



Cho  $F_C \leq 10000 \text{ N}$

$$F_C = \frac{1962}{\sin \theta} \leq 10000 \text{ N}$$

$$\sin \theta \geq \frac{1962}{10000} = 0,1962$$

$$\theta \geq \sin^{-1}(0,1962) = 11,3^\circ$$

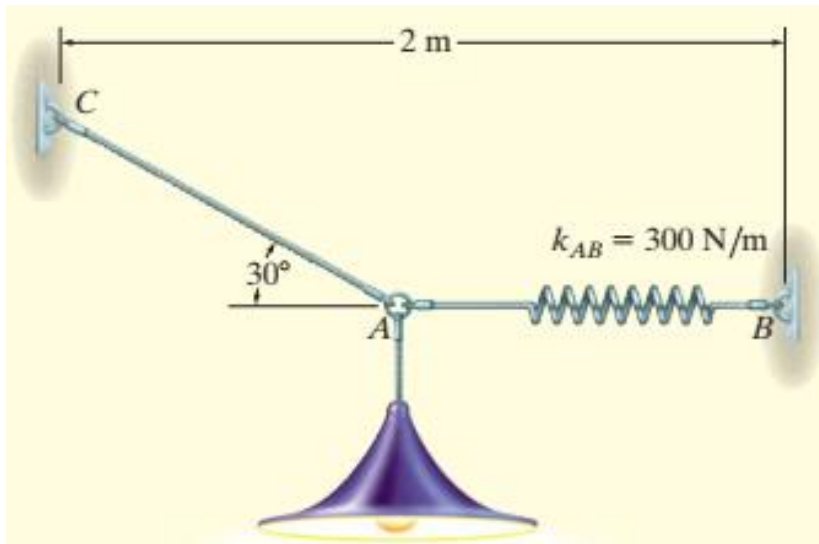
$$\theta_{\min} = 11,3^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } F_B &= F_C \cdot \cos(11,3^\circ) = \\ &= 10 \text{ kN} \cdot \cos(11,3^\circ) = 9.81 \text{ kN} \end{aligned}$$



## Ví dụ áp dụng

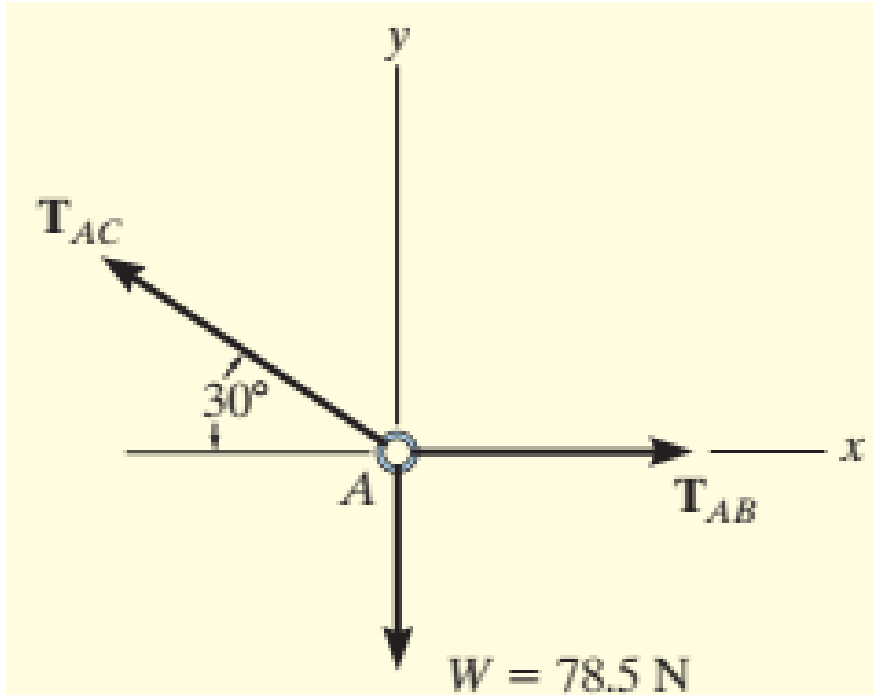
**Ví dụ 16:** *Xác định chiều dài của sợi dây AC như hình vẽ sao cho đèn treo có khối lượng 8 kg được treo ở vị trí như hình vẽ. Cho biết chiều dài lò xo chưa biến dạng  $l'_{AB} = 0,4 \text{ m}$  và độ cứng lò xo  $k_{AB} = 300 \text{ N/m}$ .*



Vòng khuyên A cân bằng chịu tác dụng của hai lực căng dây  $T_{AB}$ ,  $T_{AC}$  và trọng lượng đèn  $W = 8.9,81 \text{ N} = 78,5 \text{ N}$ .



## Ví dụ áp dụng



Viết các phương trình cân bằng theo phương x, y

$$\pm \rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$T_{AB} - T_{AC} \cos 30^\circ = 0$$

$$T_{AC} \sin 30^\circ - 78.5 \text{ N} = 0$$

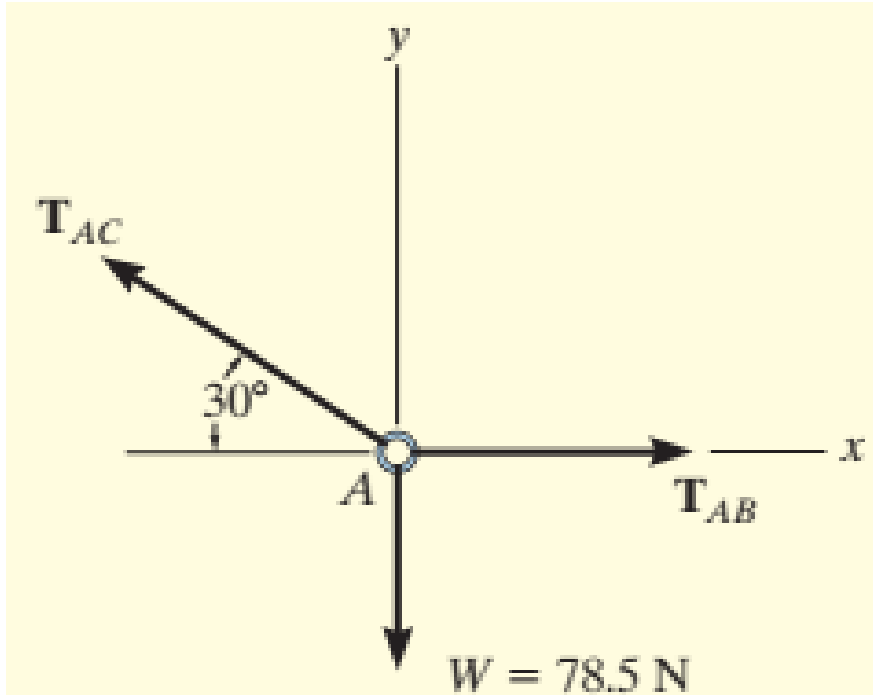
Giải hệ 2 pt 2 ẩn

$$T_{AC} = 157.0 \text{ N}$$

$$T_{AB} = 135.9 \text{ N}$$



## Ví dụ áp dụng



Độ giãn lò xo được tính theo định luật Húc

$$T_{AB} = k_{AB}s_{AB};$$

$$135.9 \text{ N} = 300 \text{ N/m}(s_{AB})$$

$$s_{AB} = 0.453 \text{ m}$$

Chiều dài lò xo biến dạng

$$l_{AB} = l'_{AB} + s_{AB}$$

$$l_{AB} = 0.4 \text{ m} + 0.453 \text{ m} = 0.853 \text{ m}$$

Chiều dài dây AC được xác định từ hình vẽ

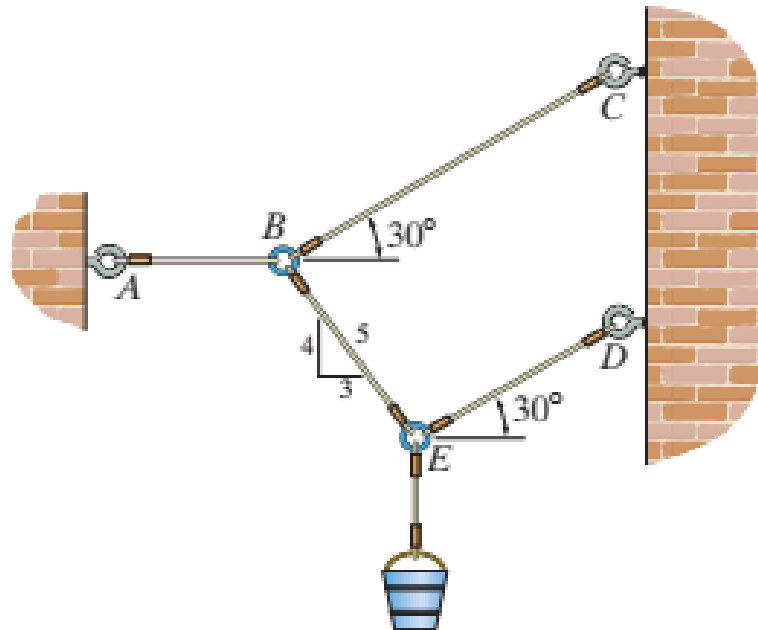
$$2 \text{ m} = l_{AC} \cos 30^\circ + 0.853 \text{ m}$$

$$l_{AC} = 1.32 \text{ m}$$



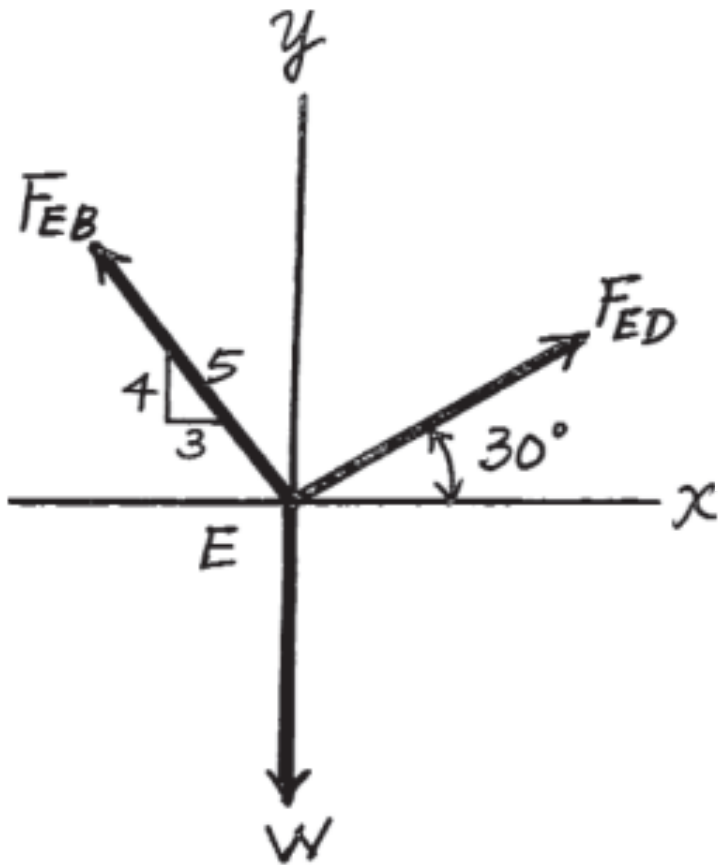
## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 17:** *Xác định trọng lượng lớn nhất của thùng treo được giữ cân bằng nhờ hệ thống dây treo. Biết rằng các dây treo chịu được lực căng lớn nhất 100 lb.*



## Ví dụ áp dụng

Xét cân bằng vòng khuyên E chịu tác dụng các lực căng dây  $\mathbf{F}_{EB}$ ,  $\mathbf{F}_{ED}$  và trọng lượng thùng treo  $\mathbf{W}$



$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad F_{ED} \cos 30^\circ - F_{EB} \left( \frac{3}{5} \right) = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{ED} \sin 30^\circ + F_{EB} \left( \frac{4}{5} \right) - W = 0$$

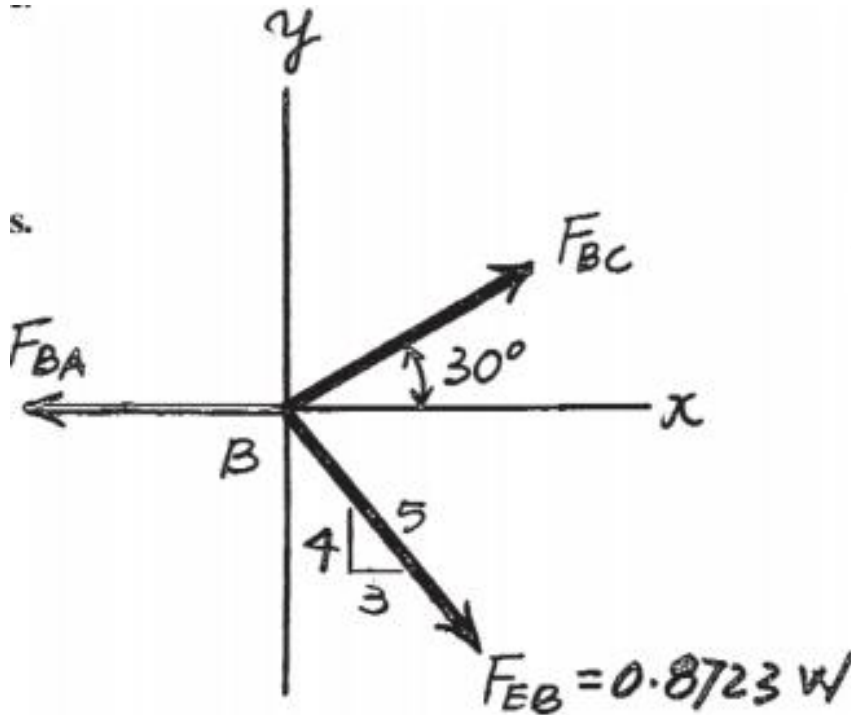
Giải hệ pt

$$F_{EB} = 0.8723W \quad F_{ED} = 0.6043W$$



## Ví dụ áp dụng

Tiếp tục xét cân bằng vòng khuyên B chịu tác dụng các lực căng dây  $F_{BA}$ ,  $F_{BC}$  và  $F_{EB}$  với trị số  $F_{EB} = 0,8723W$



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{BC} \sin 30^\circ - 0.8723W \left( \frac{4}{5} \right) = 0$$

$$F_{BC} = 1.3957W$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$1.3957W \cos 30^\circ + 0.8723W \left( \frac{3}{5} \right) - F_{BA} = 0$$

$$F_{BA} = 1.7320W$$





## Ví dụ áp dụng

So sánh trị số các lực căng dây, có thể nhận thấy dây BA chịu lực lớn nhất. Ràng buộc điều kiện:

$$F_{BA} = 1,732W \leq 100 \text{ lb}$$

Suy ra  $W \leq 57,7 \text{ lb}$

$$W_{\max} = 57,7 \text{ lb}$$



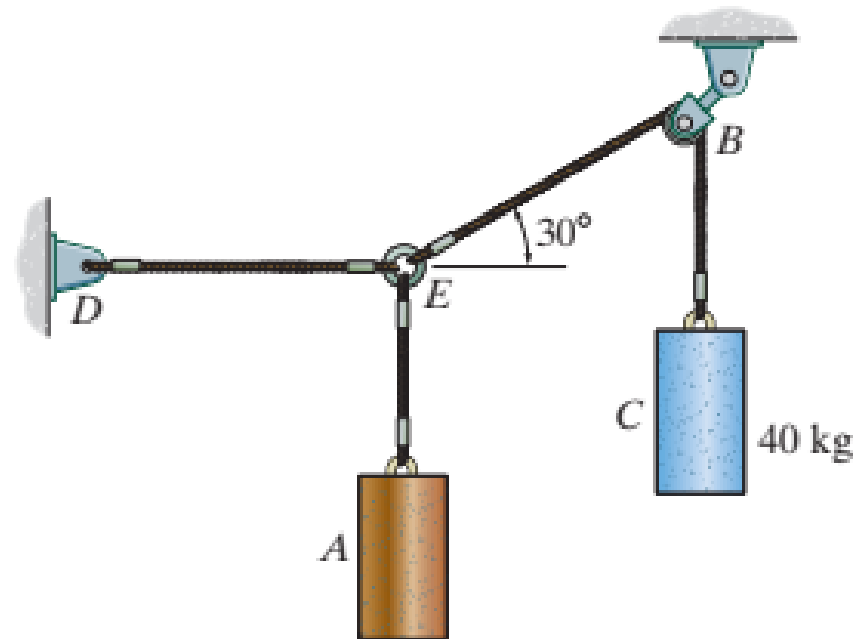
## Các bài tập tương tự

**Bài tập 17:** Cho biết khối lượng khối trụ C là 40 kg. Xác định khối lượng khối trụ A để giữ hệ cân bằng ở vị trí như hình vẽ.

Hướng dẫn: Trị số lực căng  $T_{AB}$   
= trọng lượng khối trụ C

Đáp số:

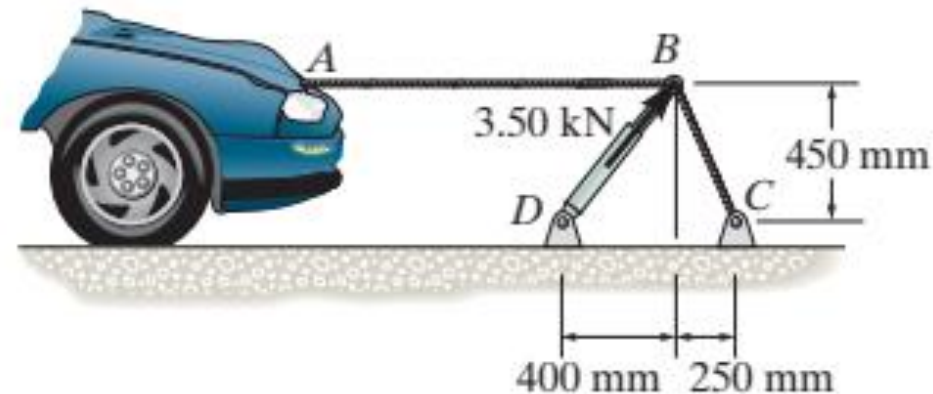
$$m_A = 20 \text{ kg}$$



## Các bài tập tương tự

**Bài tập 18:** Thiết bị kéo thẳng khung xe ô tô bị va do tai nạn như hình vẽ. Xác định lực căng trong hai dây xích AB và BC. Cho biết lực đẩy của xy lanh thủy lực DB tác dụng lên điểm B có trị số 3,5 kN

Hướng dẫn: Xét cân bằng của điểm B chịu tác dụng lực căng dây xích BA, BC và lực đẩy xy lanh thủy lực



Đáp số:

$$F_{BC} = 2.99 \text{ kN}, F_{AB} = 3.78 \text{ kN}$$



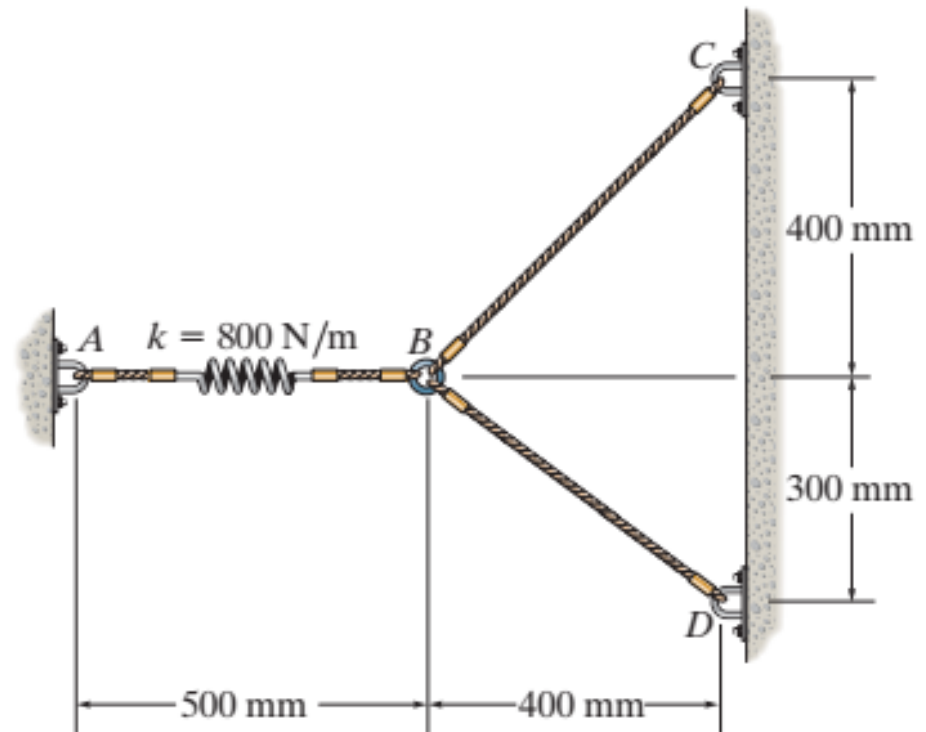
## Các bài tập tương tự

**Bài tập 19:** Lò xo AB có độ cứng  $k = 800 \text{ N/m}$  và chiều dài lúc chưa biến dạng  $200 \text{ mm}$ . Xác định lực căng phát sinh trong hai sợi dây BC, BD khi lò xo được giữ cân bằng ở vị trí như hình vẽ.

Đáp số:

$$F_{BD} = 171 \text{ N}$$

$$F_{BC} = 145 \text{ N}$$

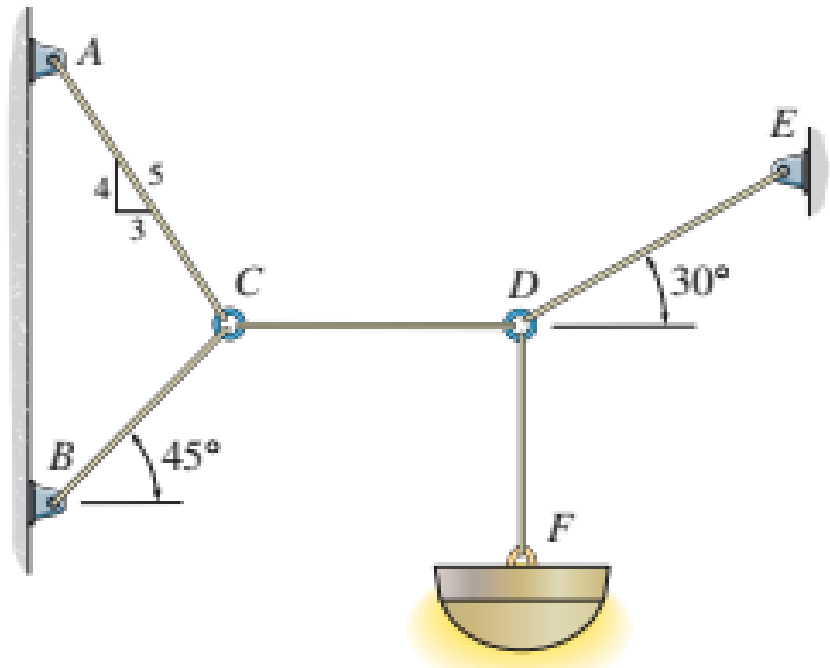


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 20:** *Xác định khối lượng lớn nhất của đèn treo được giữ cân bằng nhờ hệ thống dây. Biết rằng các dây treo có thể chịu lực lớn nhất 400 N.*

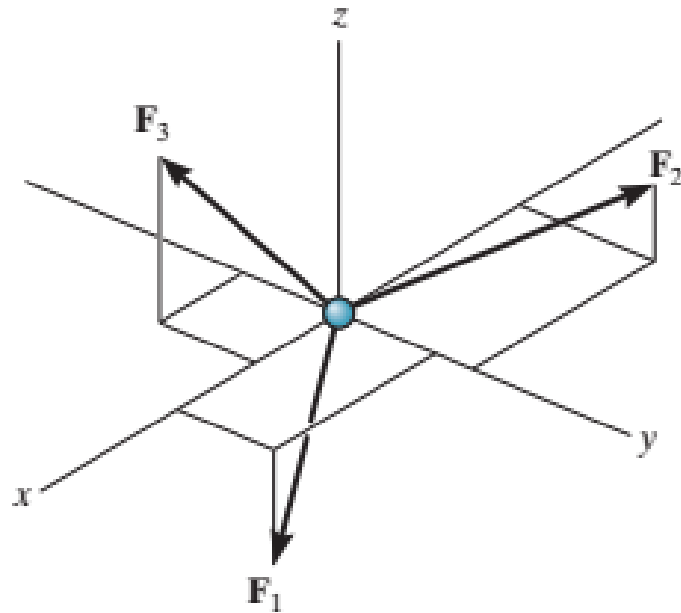
Đáp số:

$$m_{\max} = 20,4 \text{ kg}$$



# Cân bằng của chất điểm

Điều kiện cân bằng của hệ lực không gian (3D) đồng qui:



$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$$\Sigma F_x \mathbf{i} + \Sigma F_y \mathbf{j} + \Sigma F_z \mathbf{k} = \mathbf{0}.$$

$$\Sigma F_x = 0$$

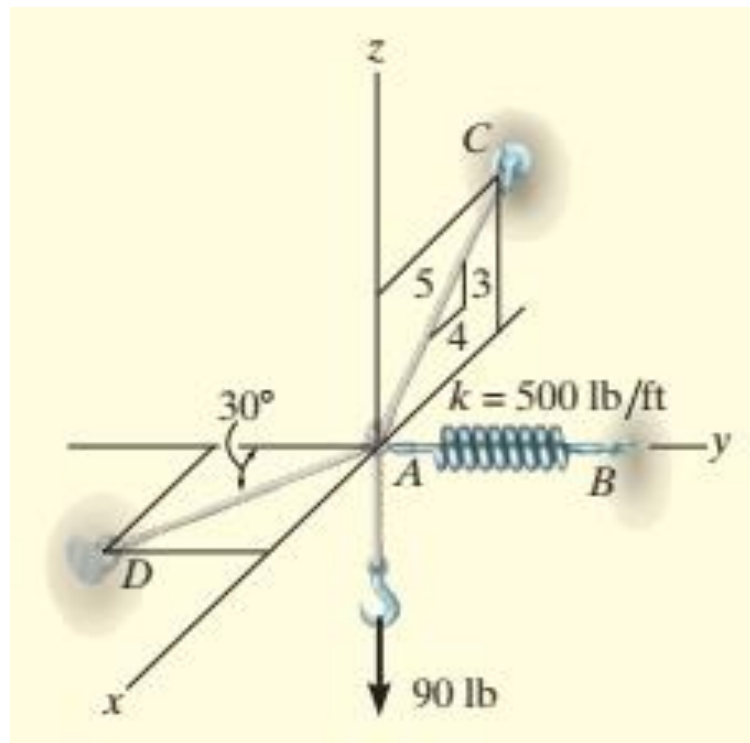
$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0$$

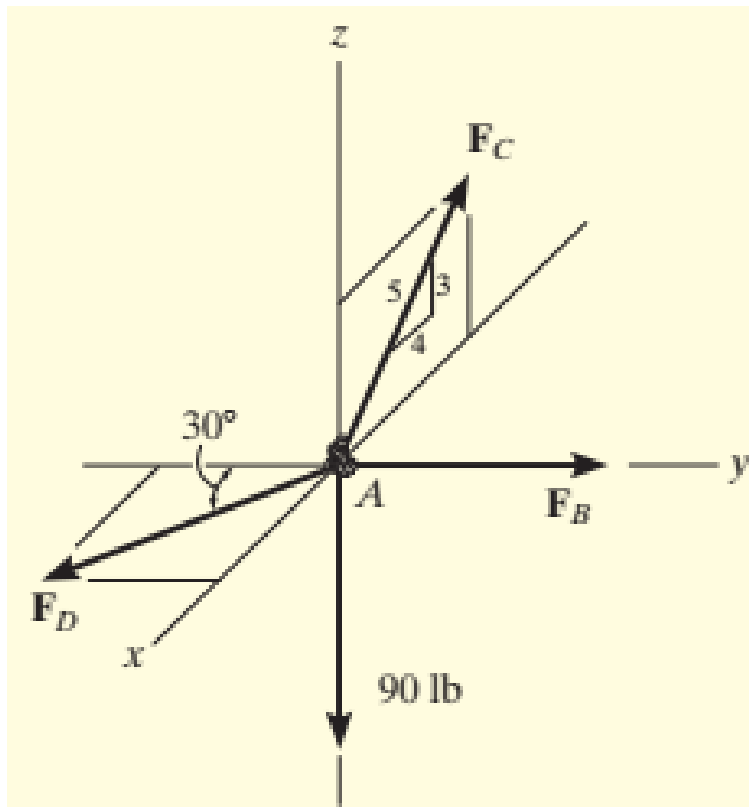


## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 18:** Lực có trị số 90 lb được đặt vào móc như hình vẽ. Lực đã cho được giữ cân bằng nhờ hai dây AC, AD và một lò xo AB có độ cứng 500 lb/ft. Xác định lực căng phát sinh trong hai dây và độ giãn của lò xo.



## Ví dụ áp dụng



Xét cân bằng nút buộc chịu tác dụng các lực căng dây và lực căng lò xo  $\mathbf{F}_B$ ,  $\mathbf{F}_C$ ,  $\mathbf{F}_D$  và lực 90 lb.

$$\Sigma F_x = 0;$$

$$\Sigma F_y = 0;$$

$$\Sigma F_z = 0;$$

$$F_D \sin 30^\circ - \left(\frac{4}{5}\right)F_C = 0$$

$$-F_D \cos 30^\circ + F_B = 0$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)F_C - 90 \text{ lb} = 0$$

Giải phương trình

$$F_C = 150 \text{ lb}$$

$$F_D = 240 \text{ lb}$$

$$F_B = 207.8 \text{ lb} = 208 \text{ lb}$$

Độ giãn lò xo  
được tính

$$F_B = k s_{AB}$$

$$207.8 \text{ lb} = (500 \text{ lb/ft})(s_{AB})$$

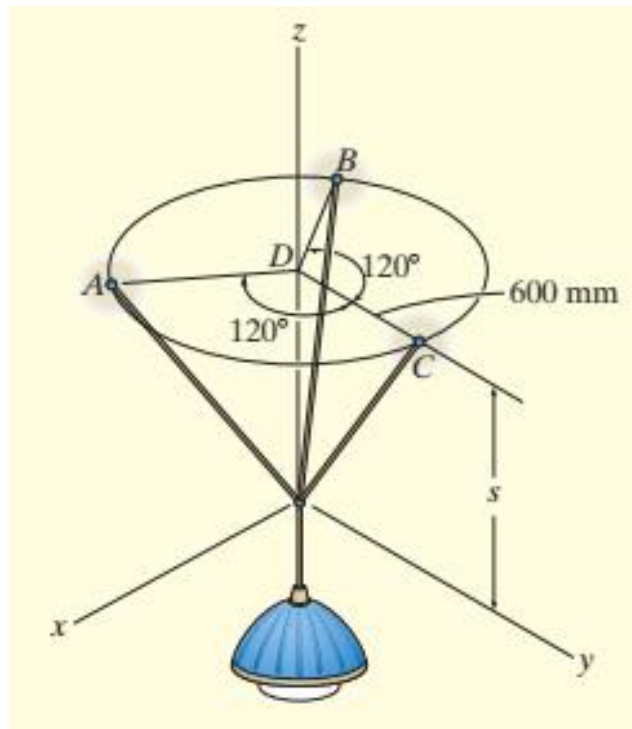
$$s_{AB} = 0.416 \text{ ft}$$



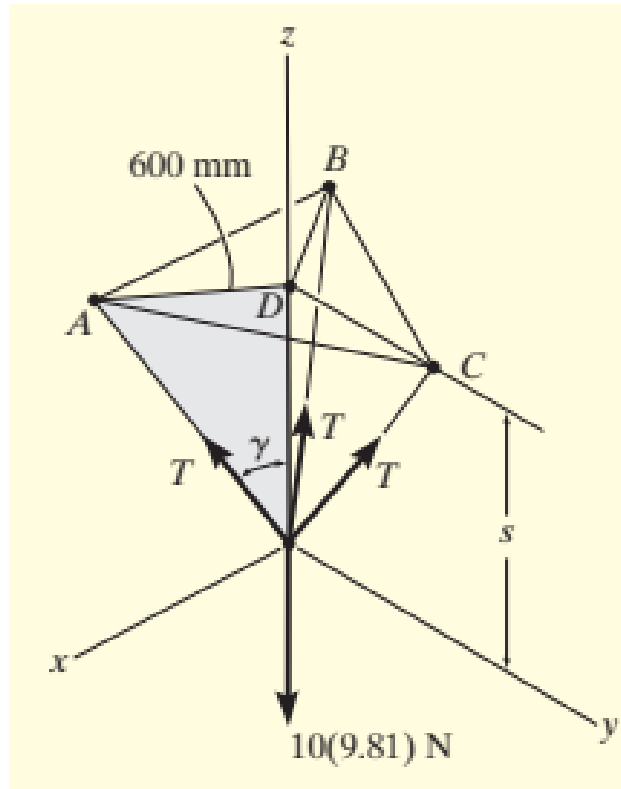


## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 19:** Một đèn treo có khối lượng 10 kg được treo nhờ ba sợi dây có cùng chiều dài như hình vẽ. Xác định khoảng cách đo theo phương thẳng đứng  $s$  nhỏ nhất tính từ trần nhà để dây không bị đứt. Biết rằng mỗi dây chịu lực căng lớn nhất 50 N.



## Ví dụ áp dụng



Do ba dây bố trí đối xứng nên chúng có lực căng bằng nhau. Xét cân bằng nút buộc dây với đèn chịu tác dụng ba lực căng dây  $T$  và trọng lượng của đèn có trị số  $10.9,81 \text{ N}$ .

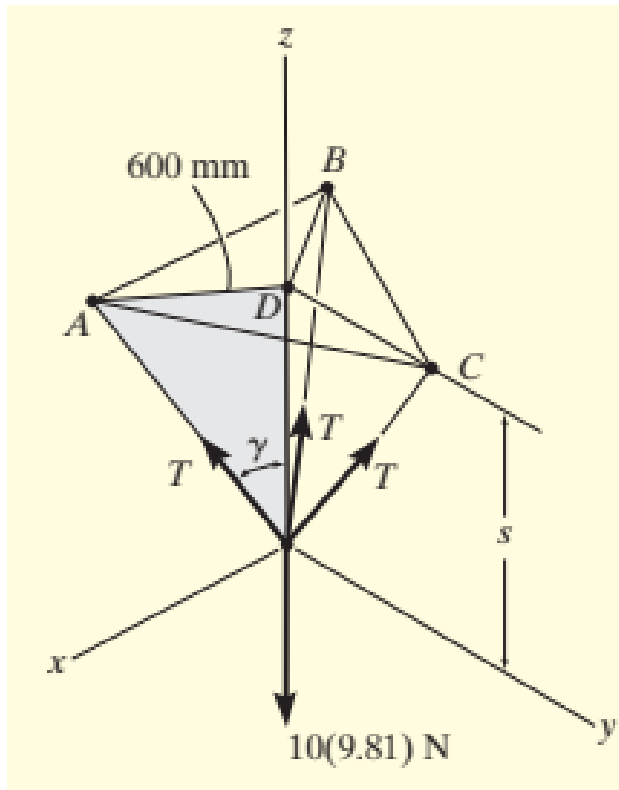
Hai phương trình tự thỏa là

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

Sử dụng phương trình còn lại, lấy lực căng bằng giá trị lớn nhất  $T = 50 \text{ N}$



## Ví dụ áp dụng



$$\sum F_z = 0;$$

$$3[(50 \text{ N}) \cos \gamma] - 10(9.81) \text{ N} = 0$$

$$\gamma = \cos^{-1} \frac{98.1}{150} = 49.16^\circ$$

Xét tam giác vuông tô đen (vuông tại D)

$$\tan 49.16^\circ = \frac{600 \text{ mm}}{s}$$

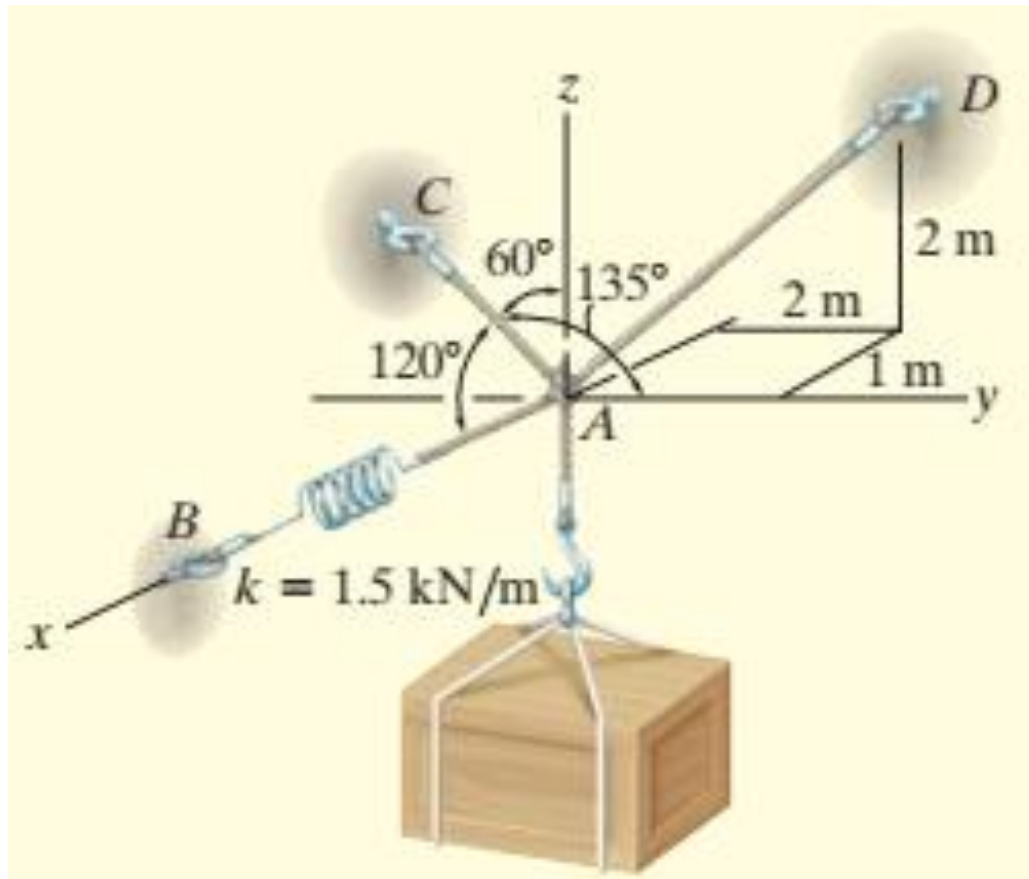
$$s = 519 \text{ mm}$$

s càng nhỏ dây càng căng, càng dễ bị đứt. Giá trị trên cũng chính là khoảng cách nhỏ nhất  $s_{\min} = 519 \text{ mm}$ .

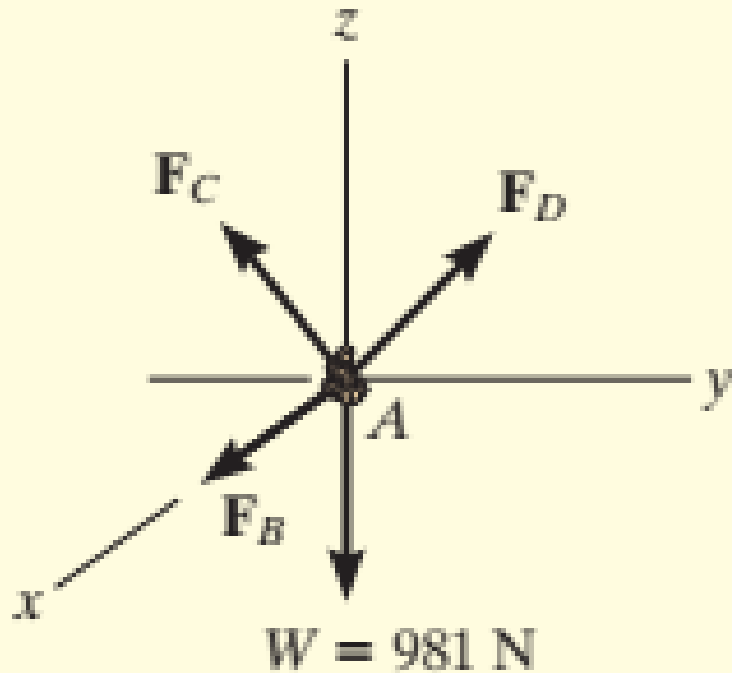


## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 20:** *Xác định lực căng phát sinh trong hai sợi dây AC, AD và độ giãn của lò xo AB như hình vẽ.*



## Ví dụ áp dụng



Xét cân bằng của nút buộc A chịu tác dụng các lực căng  $\mathbf{F}_B$  hướng từ A đến B (hướng theo chiều dương trục x),  $\mathbf{F}_C$  hướng từ A đến C (hợp với trục x, y, z các góc  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $60^\circ$ ),  $\mathbf{F}_D$  hướng từ A đến D (Với  $A(0;0;0)$  và  $D(-1 \text{ m}; 2 \text{ m}; 2 \text{ m})$ ), lực  $W = 10.9,81 \text{ N}$  (hướng theo chiều âm trục z)

Biểu diễn lực căng theo các trục tọa độ

$$\mathbf{F}_B = F_B \mathbf{i}$$

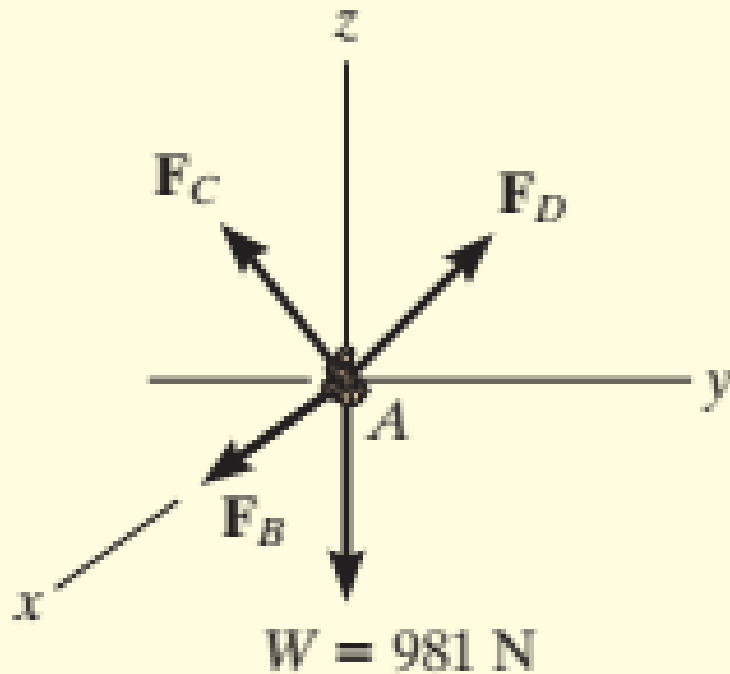
$$\begin{aligned} \mathbf{F}_C &= F_C \cos 120^\circ \mathbf{i} + F_C \cos 135^\circ \mathbf{j} + F_C \cos 60^\circ \mathbf{k} \\ &= -0.5F_C \mathbf{i} - 0.707F_C \mathbf{j} + 0.5F_C \mathbf{k} \end{aligned}$$

$$\mathbf{W} = \{-981\mathbf{k}\} \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_D &= F_D \left[ \frac{-1\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}}{\sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (2)^2}} \right] \\ &= -0.333F_D \mathbf{i} + 0.667F_D \mathbf{j} + 0.667F_D \mathbf{k} \end{aligned}$$



## Ví dụ áp dụng



Điều kiện cân bằng

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}; \quad \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_D + \mathbf{W} = \mathbf{0}$$

$$F_B \mathbf{i} - 0.5F_C \mathbf{i} - 0.707F_C \mathbf{j} + 0.5F_C \mathbf{k} \\ - 0.333F_D \mathbf{i} + 0.667F_D \mathbf{j} + 0.667F_D \mathbf{k} - 981\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Nhóm các hệ số của các vec tơ đơn vị  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$

$$\Sigma F_x = 0; \quad F_B - 0.5F_C - 0.333F_D = 0$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad -0.707F_C + 0.667F_D = 0$$

$$\Sigma F_z = 0; \quad 0.5F_C + 0.667F_D - 981 = 0$$

Giải hệ phương trình

$$F_C = 813 \text{ N}$$

$$F_D = 862 \text{ N}$$

$$F_B = 694 \text{ N}$$

Độ giãn của lò xo

$$F_B = k s_{AB}$$

$$694 \text{ N} = (1500 \text{ N/m})(s_{AB})$$

$$s_{AB} = 0,463 \text{ m} = 463 \text{ mm}$$



## Các bài tập tương tự

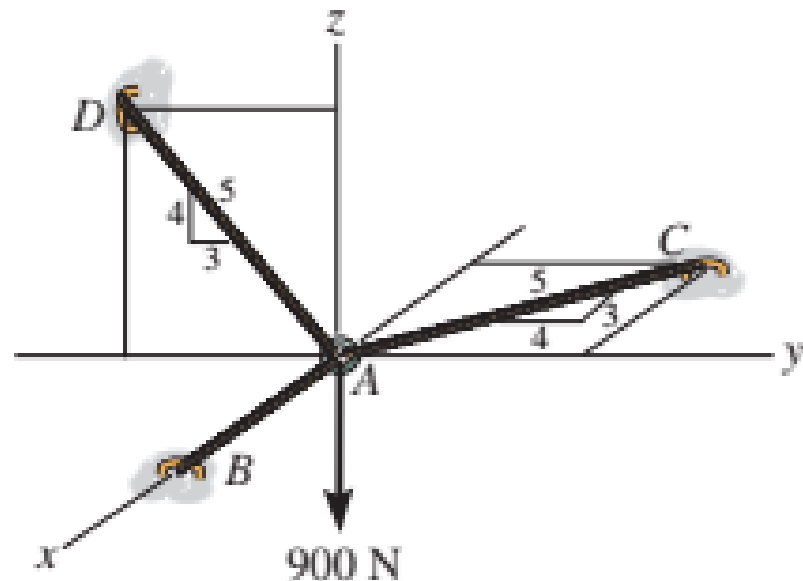
**Bài tập 21:** *Xác định lực căng phát sinh trong các sợi dây AB, AC và AD.*

Đáp số:

$$F_{AB} = 506 \text{ N}$$

$$F_{AC} = 844 \text{ N}$$

$$F_{AD} = 1125 \text{ N}$$

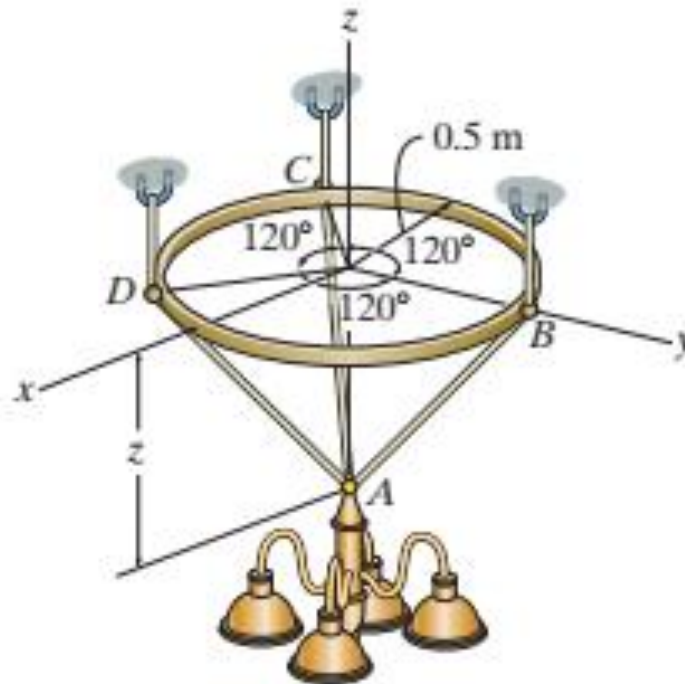


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 22:** Một giá treo đèn hình tròn được dùng để treo đèn chùm có khối lượng 100 kg nhờ ba sợi dây AB, AC, và AD cùng chiều dài. Cho biết giá treo đèn luôn giữ nằm ngang và lực căng lớn nhất mà dây treo có thể chịu được là 1 kN. Xác định khoảng cách  $z$  nhỏ nhất để dây treo không bị đứt.

Đáp số:

$$Z_{\min} = 173 \text{ mm}$$





## Các bài tập tương tự

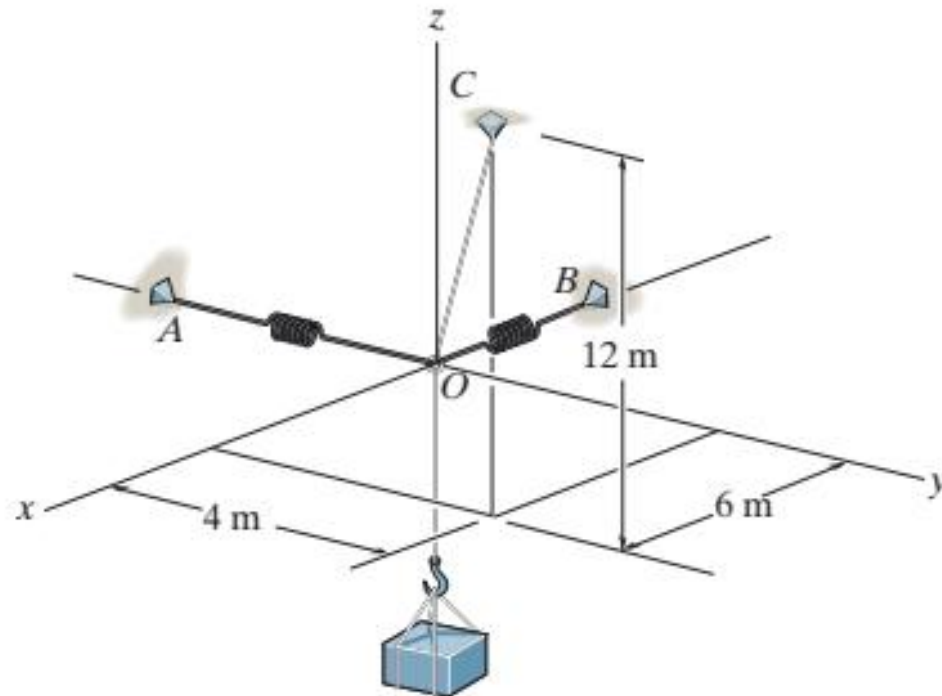
**Bài tập 23:** *Xác định độ giãn trong mỗi lò xo và lực căng trong dây OC khi giữ cân bằng vật nặng 20 kg. Biết hai lò xo có cùng độ cứng  $k = 300 \text{ N/m}$ .*

Đáp số:

$$s_{OA} = 218 \text{ mm}$$

$$s_{OB} = 327 \text{ mm}$$

$$F_{OC} = 229 \text{ N}$$



## Các bài tập tương tự

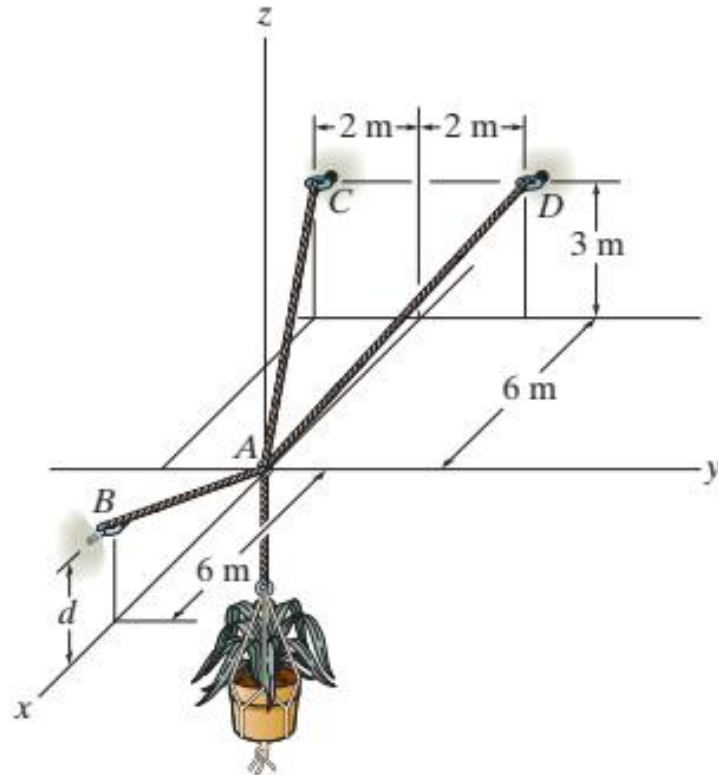
**Bài tập 24:** Xác định độ cao  $d$  của sợi dây  $AB$  sao cho lực căng trong dây  $AC$  và  $AD$  bằng một nửa lực căng trong dây  $AB$ . Biết ba dây dùng để giữ cân bằng chậu hoa có khối lượng  $50\text{ kg}$ . Xác định lực căng của mỗi dây trong trường hợp này.

Đáp số:

$$d = 3,61\text{ m}$$

$$T_{AB} = 520\text{ N}$$

$$T_{AC} = T_{AD} = 260\text{ N}$$



**End of the Lecture**

Let Learning Continue

