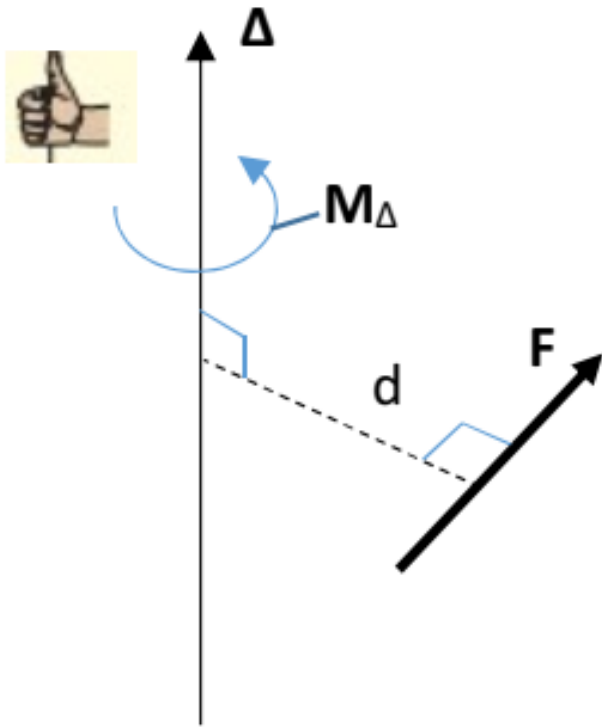


ALWAYS
LEARNING

Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp hình học

Mô men lực đối với trục: là đại lượng đặc trưng cho **khả năng của lực gây quay quanh trục**.



Trường hợp 1: lực **F chéo vuông góc** với trục Δ như hình vẽ. Mô men của lực F đối với trục Δ kí hiệu M_{Δ} , được xác định theo công thức:

$$M_{\Delta} = \pm F \cdot d$$

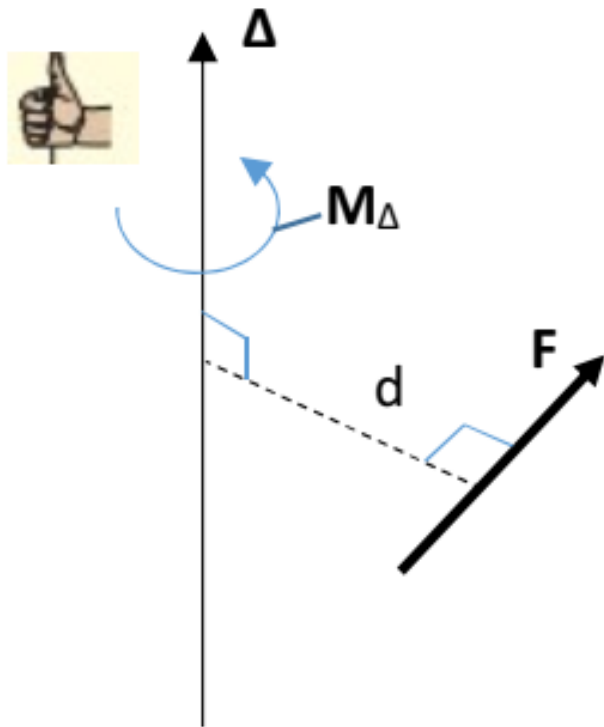
F là trị số lực

d là cánh tay đòn (**độ dài đoạn vuông góc chung** giữa trục Δ và giá của lực)



Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp hình học

Mô men lực đối với trục: là đại lượng đặc trưng cho **khả năng của lực gây quay quanh trục.**



$$M_{\Delta} = \pm F \cdot d$$

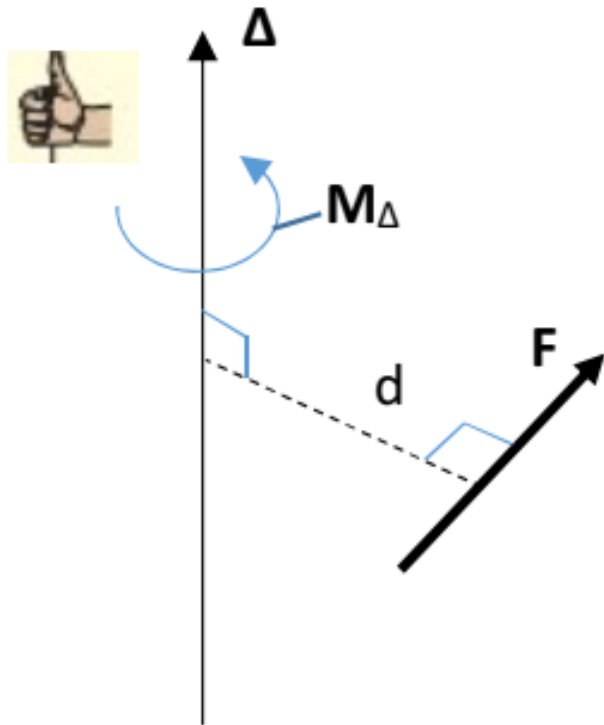
Dấu được xác định theo **qui tắc bàn tay phải** như sau:

*Giơ bàn tay phải sao cho ngón tay cái choãi ngang hướng theo trục Δ , bốn ngón tay trở vòng quanh trục Δ . Quan sát chiều quay của lực F quanh trục Δ : **nếu quay cùng chiều với bốn ngón tay trở thì lấy dấu + , còn nếu quay ngược chiều với bốn ngón tay trở thì lấy dấu -***

Hình vẽ có giá trị mô men dương: $M_{\Delta} = +F \cdot d$



Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp hình học



Dấu còn được xác định theo **qui tắc KHÁC** như sau:

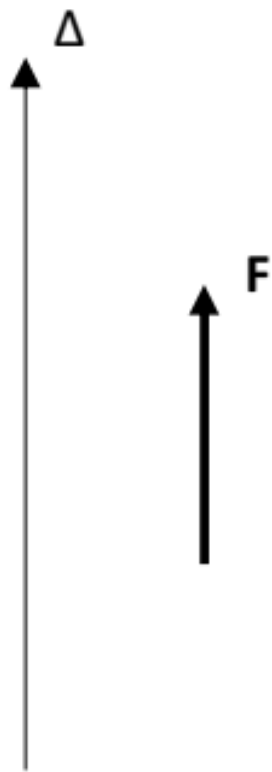
Đặt mắt nhìn từ **NGỌN** về **GỐC** của trục Δ : nếu thấy ***lực F quay ngược kim đồng hồ quanh trục thì lấy dấu +***, còn nếu quay cùng chiều kim đồng hồ quanh trục thì lấy dấu -

Đối với hình vẽ, ta đặt mắt nhìn từ **TRÊN (ngọn)** hướng **XUỐNG (gốc)** ta thấy lực F quay ngược chiều kim đồng hồ quanh trục, nên: $M_{\Delta} = +F.d$



Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp hình học

Mô men lực đối với trục: là đại lượng đặc trưng cho **khả năng của lực gây quay quanh trục**.



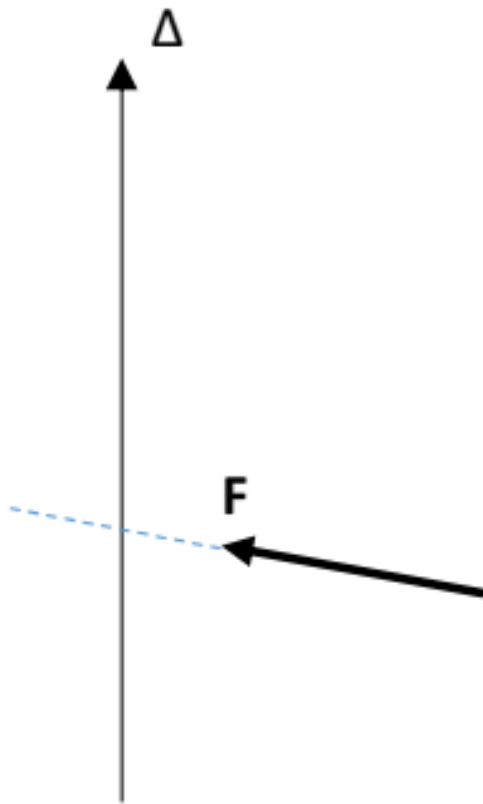
Trường hợp 2: lực **F song song** với trục Δ như hình vẽ. Rõ ràng, trong trường hợp này lực **F không thể gây quay quanh Δ**, nên:

$$M_{\Delta} = 0$$



Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp hình học

Mô men lực đối với trục: là đại lượng đặc trưng cho **khả năng của lực gây quay quanh trục**.



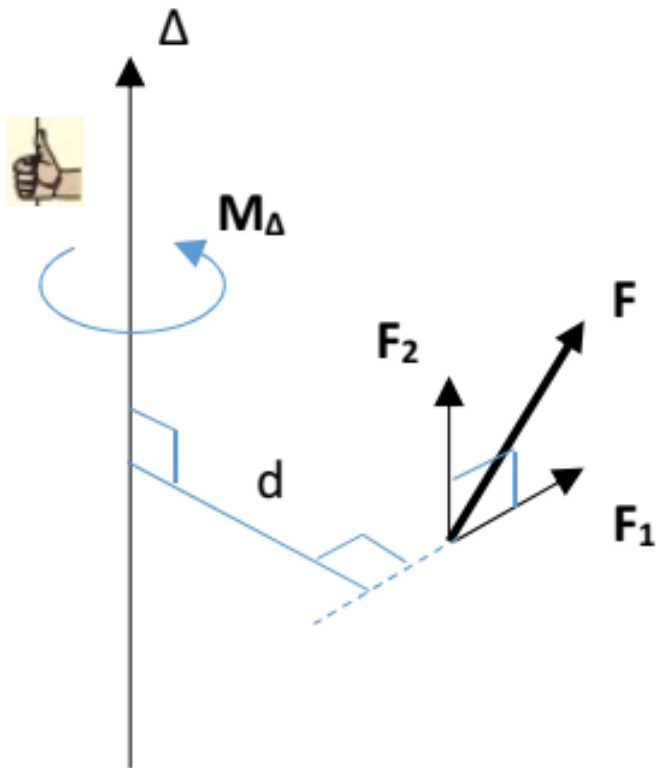
Trường hợp 3: lực **F có giá giao (cắt)** với trục Δ như hình vẽ. Rõ ràng, trong trường hợp này lực **F** cũng **không thể gây quay quanh Δ** , nên:

$$M_{\Delta} = 0$$



Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp hình học

Mô men lực đối với trục: là đại lượng đặc trưng cho **khả năng của lực gây quay quanh trục**.



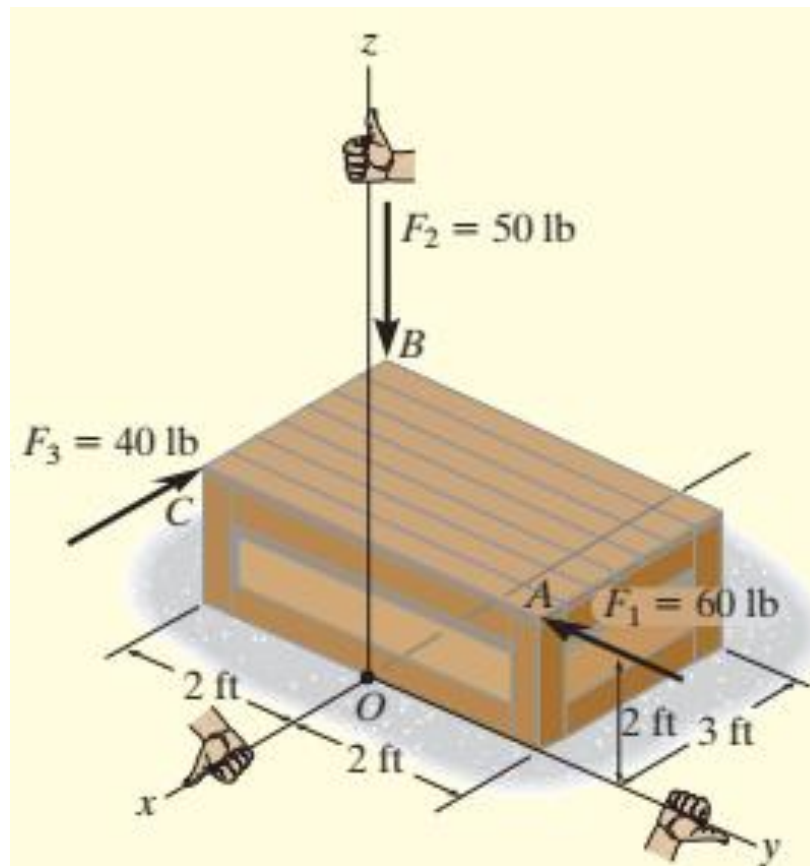
Trường hợp 4: lực **F chéo không vuông góc** với trục Δ như hình vẽ. Tiến hành chia lực F ra hai thành phần: F_1 vuông góc với trục Δ , F_2 song song với trục Δ . Mô men của thành phần song song F_2 đối với trục Δ bằng không. Suy ra:

$$M_{\Delta} = F_1 \cdot d$$



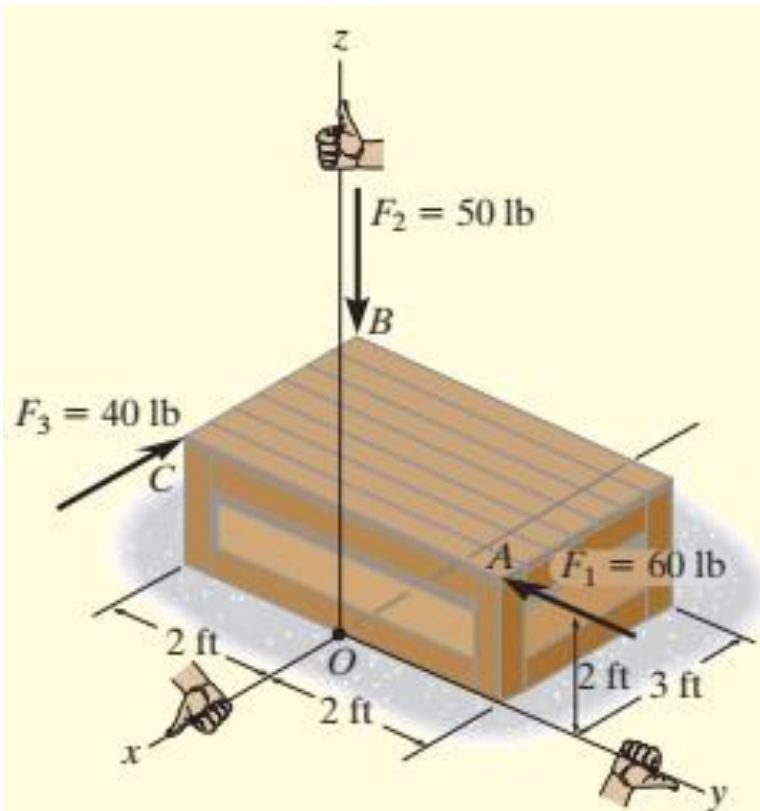
Ví dụ áp dụng

Ví dụ 27: Xác định **mô men tổng hợp** của các lực đối với các trục x , y , z . Biết các lực có giá đặt theo các cạnh của khối gỗ như hình vẽ



Ví dụ áp dụng

Xét quan hệ vị trí **với trục x**, ta thấy lực F_1 chéo vuông góc, F_2 chéo vuông góc, F_3 song song. Suy ra mô men tổng hợp quay quanh trục x được tính bằng **tổng đại số** mô men của từng lực quay quanh trục x:



$$M_x = (60 \text{ lb})(2 \text{ ft}) + (50 \text{ lb})(2 \text{ ft}) + 0 = 220 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

Lý luận tương tự:

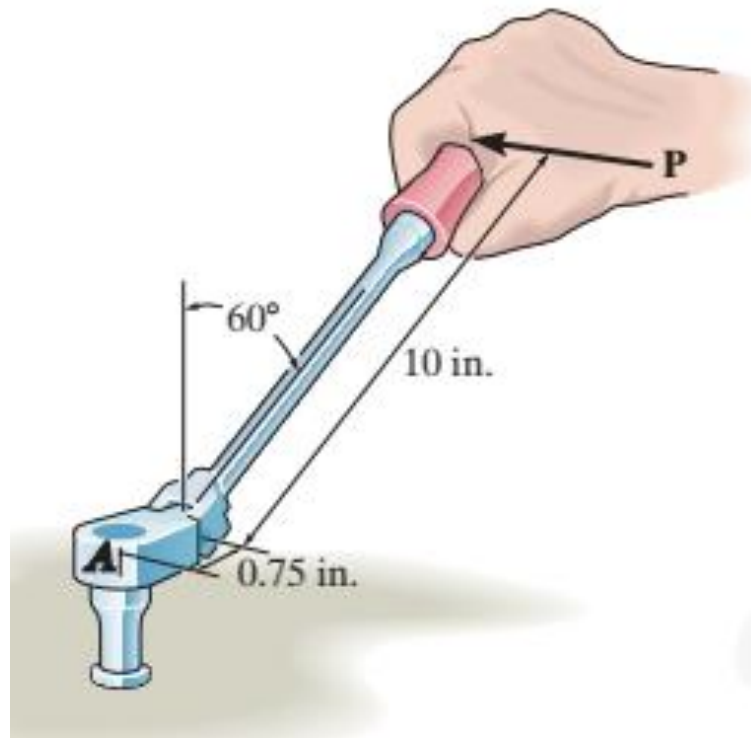
$$M_y = 0 - (50 \text{ lb})(3 \text{ ft}) - (40 \text{ lb})(2 \text{ ft}) = -230 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$M_z = 0 + 0 - (40 \text{ lb})(2 \text{ ft}) = -80 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 28: Cho biết mô men cần thiết tháo bu lông tại A là 80 lb.in . Xác định độ lớn của lực P đặt vuông góc với cần tuyp như hình vẽ



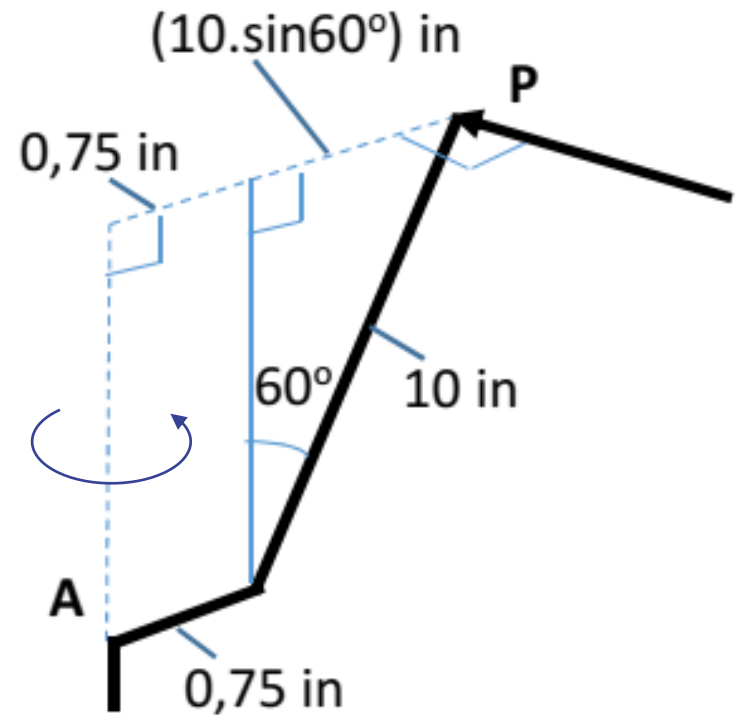
Ví dụ áp dụng

Sơ đồ đặt lực có thể biểu diễn như hình vẽ

$$M = P.d$$

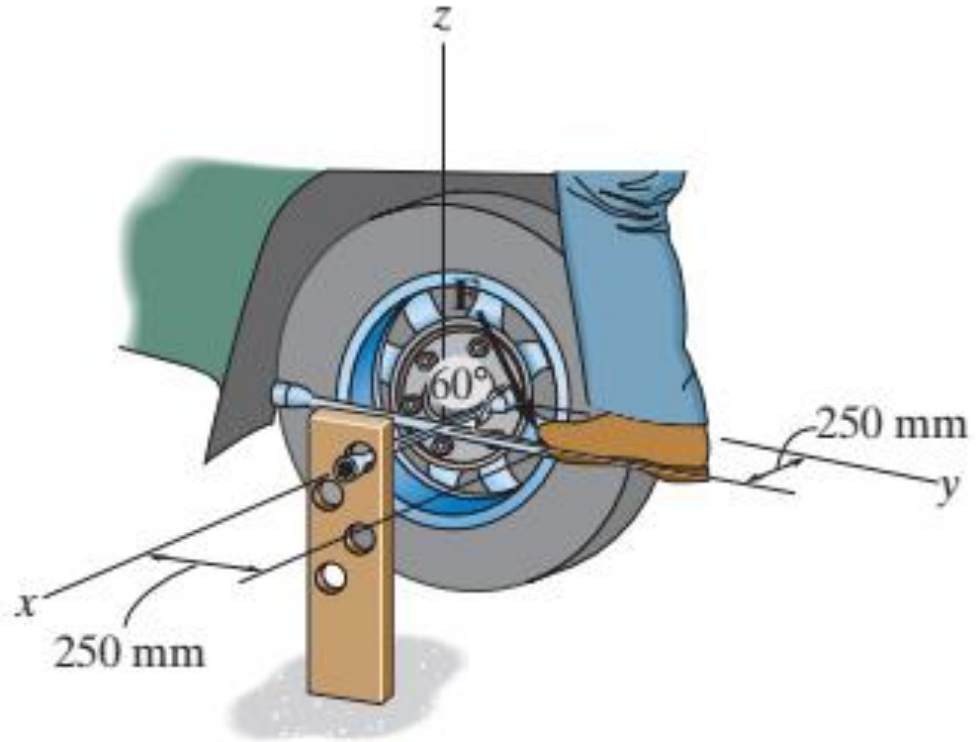
$$80 = P(0.75 + 10 \sin 60^\circ)$$

$$P = \frac{80}{9.41} = 8.50 \text{ lb}$$



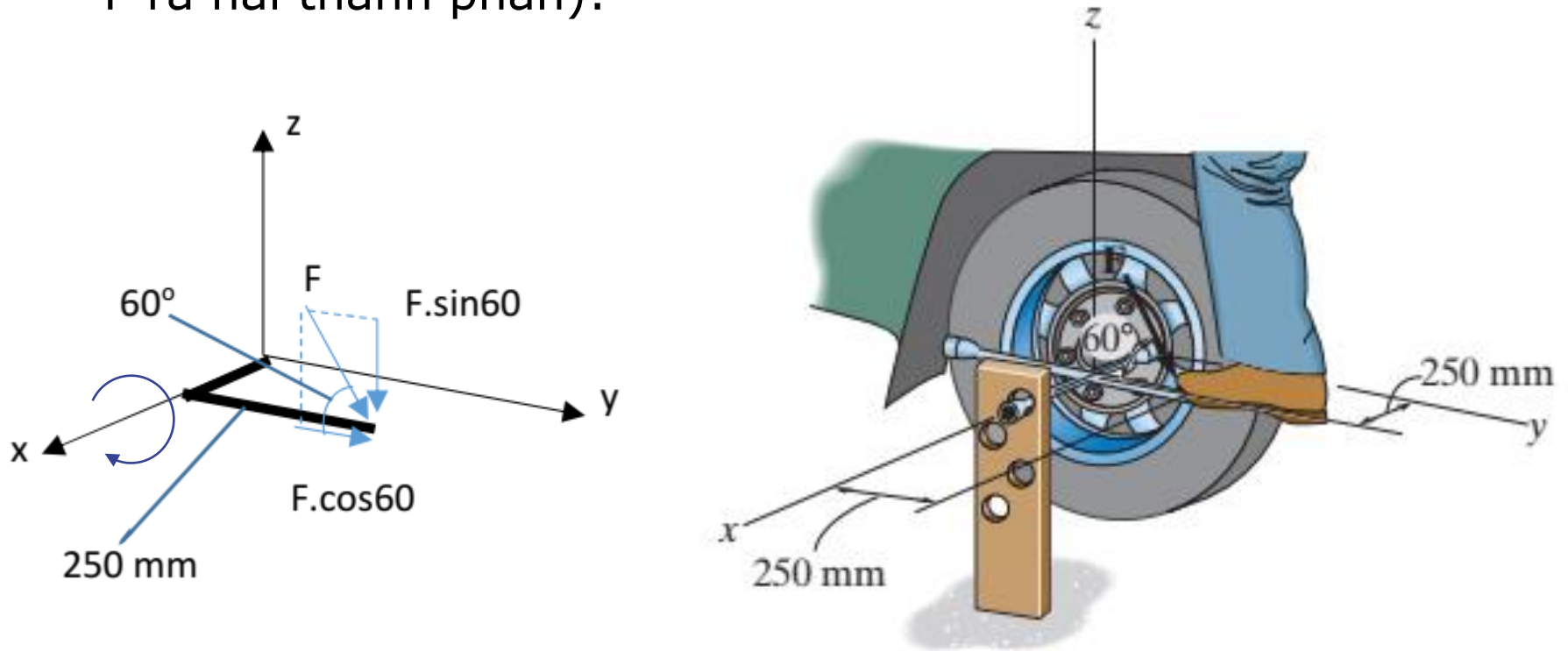
Ví dụ áp dụng

Ví dụ 29: Người ta dùng chân đạp vào cần tuyp chữ thập để vặn chặt đai ốc lắp bánh xe. Cho biết lực đạp chân F có trị số 100 N nằm trong mặt phẳng thẳng đứng, có phương hợp với phương ngang một góc 60° .



Ví dụ áp dụng

Mô hình có thể được vẽ lại dưới dạng sơ đồ như sau (chia lực F ra hai thành phần):



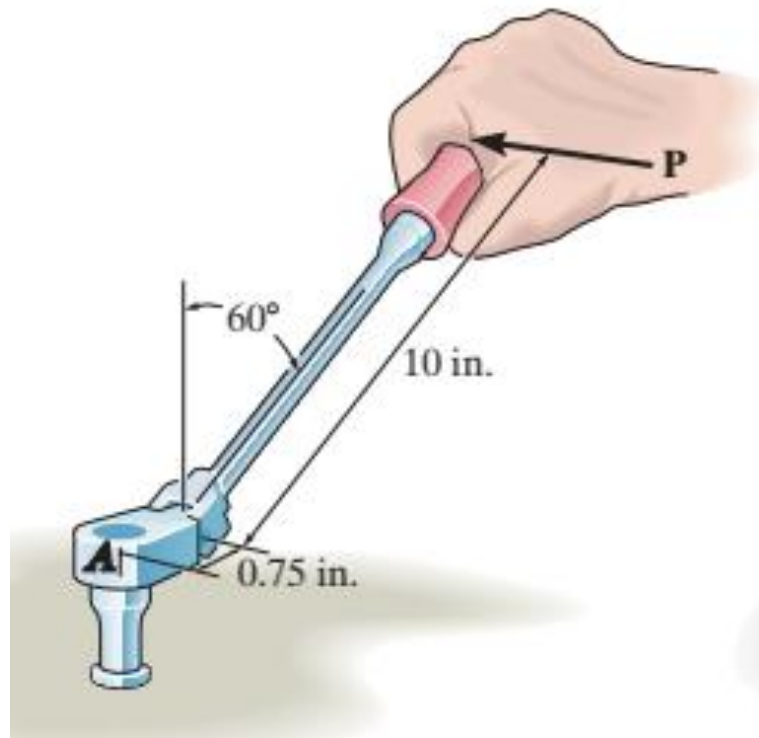
$$\begin{aligned} M_x &= -F \sin 60 \cdot 0,25 + F \cos 60 \cdot 0 = -100 \sin 60 \cdot 0,25 \\ &= -21,7 \text{ N.m} \end{aligned}$$



Các bài tập tương tự

Bài tập 33: Cho biết $P = 16 \text{ lb}$ đặt lên cần tuyp. Xác định mô men của lực đã cho đối với trục quay tuyp như hình vẽ

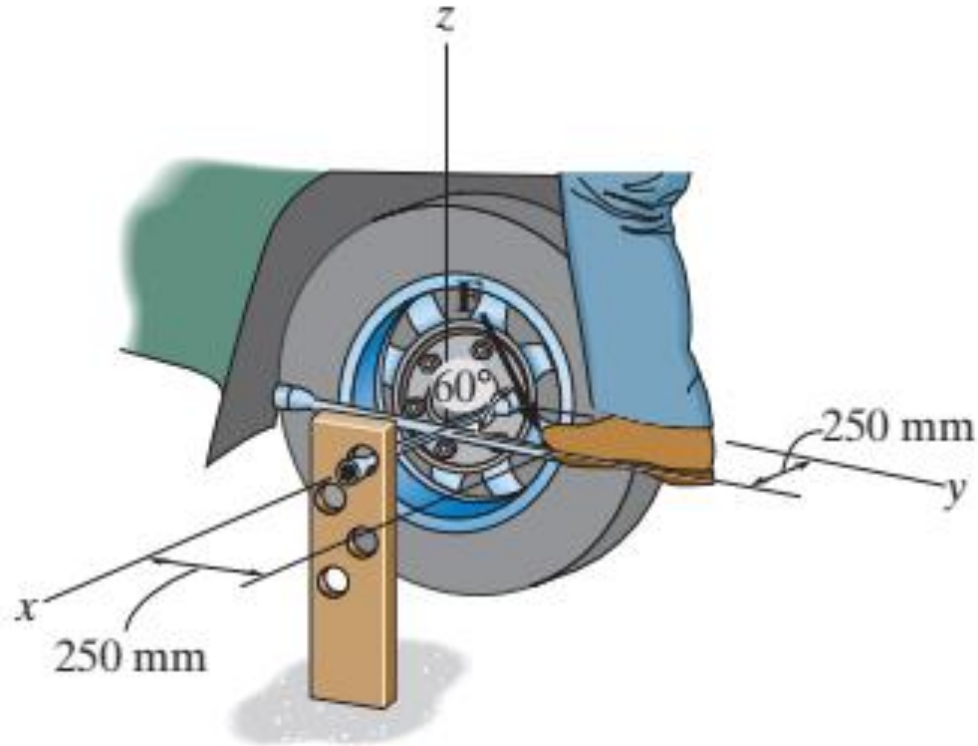
Đáp số: $M = 151 \text{ lb.in}$



Các bài tập tương tự

Bài tập 34: *Người ta dùng chân đạp vào cần tuyp chữ thập để vặn chặt đai ốc lắp bánh xe. Cho biết mô men cần thiết vặn chặt đai ốc có trị số là 30 N.m . Hãy xác định trị số lực đạp chân F , biết lực này nằm trong mặt phẳng thẳng đứng, có phương hợp với phương ngang một góc 60° .*

Đáp số: $F = 139 \text{ lb}$



Mô men của lực

Xác định mô men lực đối với trục theo phương pháp **trị số lực nhân cánh tay đòn** gọi là **phương pháp hình học**: được áp dụng khi **việc xác định cánh tay đòn dễ dàng**

Xác định mô men lực đối với trục theo phương pháp **tính theo tọa độ Đề các** gọi là **phương pháp giải tích**: được áp dụng khi **việc xác định cánh tay đòn gặp khó khăn**



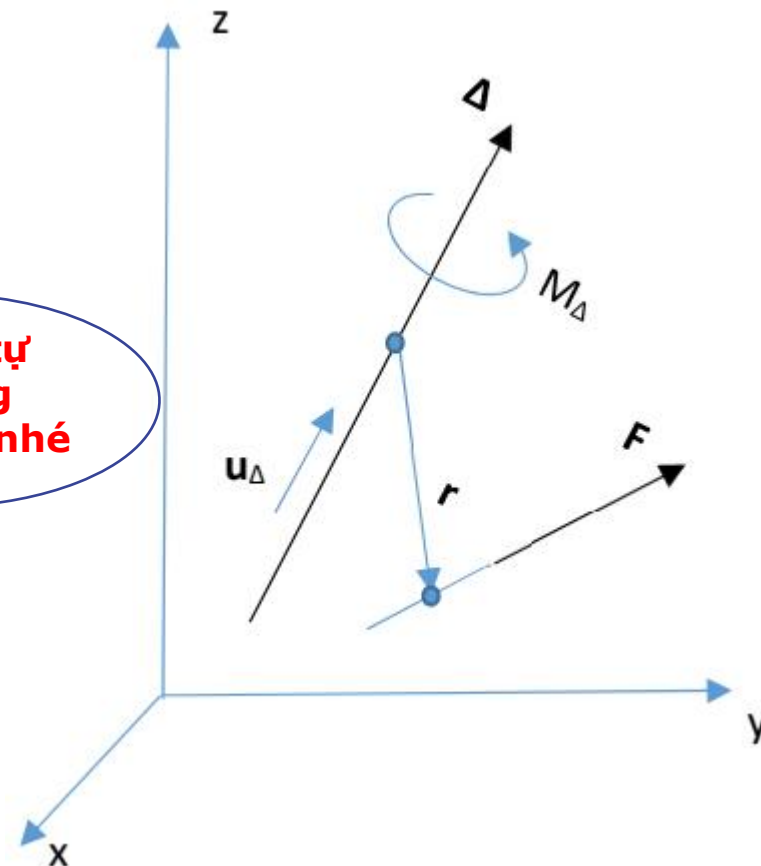
Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp giải tích

Cho trục Δ và lực F có quan hệ vị trí bất kỳ (có thể chéo, song song, cắt) gần trong một hệ tọa độ Đề các không gian:

Chấp nhận công thức:

$$M_{\Delta} = \begin{vmatrix} u_{\Delta x} & u_{\Delta y} & u_{\Delta z} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Chú ý thứ tự hàng. Đừng viết nhầm nhé !!!!!



Trong đó:

\mathbf{u}_{Δ} là **véc tơ đơn vị** (song song và có độ lớn bằng 1) của trục Δ

Với $\mathbf{u}_{\Delta} = u_{\Delta x} \cdot \mathbf{i} + u_{\Delta y} \cdot \mathbf{j} + u_{\Delta z} \cdot \mathbf{k}$



Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp giải tích

$$M_{\Delta} = \begin{vmatrix} u_{\Delta x} & u_{\Delta y} & u_{\Delta z} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Chú ý thứ tự hàng. Đừng viết nhầm nhé !!!!!

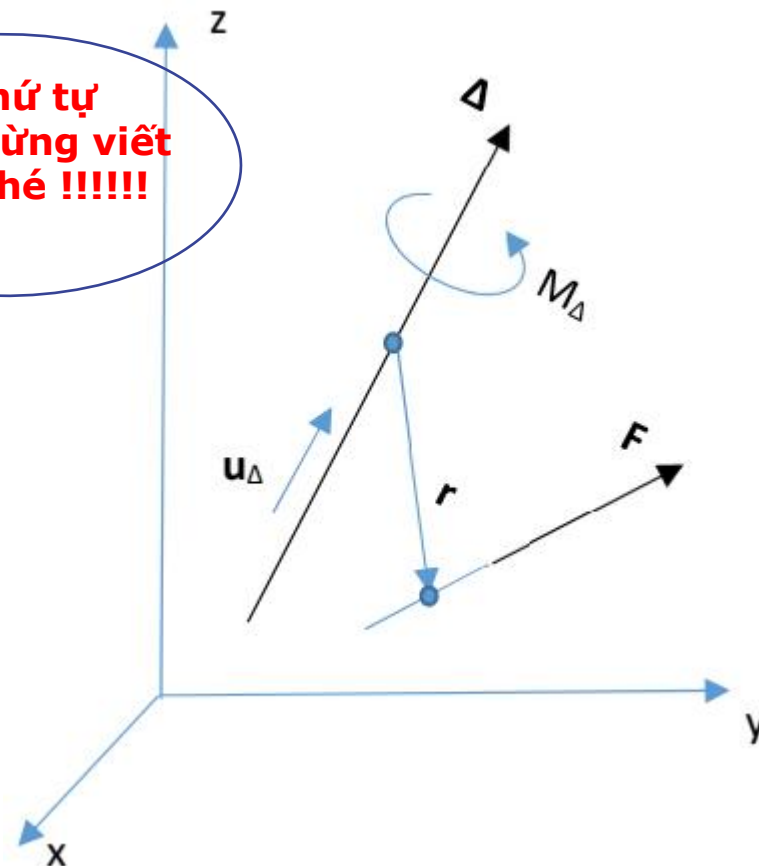
Trong đó:

\mathbf{r} là véc tơ xác định vị trí đặt lực \mathbf{F} so với trục Δ , có GỐC là điểm bất kỳ trên trục, có NGỌN là điểm bất kỳ trên giá của lực.

Với $\mathbf{r} = r_x \cdot \mathbf{i} + r_y \cdot \mathbf{j} + r_z \cdot \mathbf{k}$

\mathbf{F} là lực tác dụng

Với $\mathbf{F} = F_x \cdot \mathbf{i} + F_y \cdot \mathbf{j} + F_z \cdot \mathbf{k}$



Mô men của lực quay quanh trục theo phương pháp giải tích

$$M_{\Delta} = \begin{vmatrix} u_{\Delta x} & u_{\Delta y} & u_{\Delta z} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Nhớ số hạng thứ 2 là dấu trừ

Khai triển định thức cấp 3 như sau:

$$M_{\Delta} = u_{\Delta x} \cdot \begin{vmatrix} r_y & r_z \\ F_y & F_z \end{vmatrix} - u_{\Delta y} \cdot \begin{vmatrix} r_x & r_z \\ F_x & F_z \end{vmatrix} + u_{\Delta z} \cdot \begin{vmatrix} r_x & r_y \\ F_x & F_y \end{vmatrix}$$

$$M_{\Delta} = u_{\Delta x} \cdot (r_y F_z - r_z F_y) - u_{\Delta y} \cdot (r_x F_z - r_z F_x) + u_{\Delta z} \cdot (r_x F_y - r_y F_x)$$

Tính toán ta sẽ được trị số M_{Δ} có thể **dương** hoặc **âm**.
Phương pháp giải tích không cần sử dụng qui tắc bàn tay phải, nhưng phải xác định đúng **chiều của trục**.



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 30: *Xác định mô men do lực F quay quanh trục AB (hướng trục từ A đến B) như hình vẽ theo hai phương pháp giải tích và hình học. So sánh.*

Phương pháp giải tích:

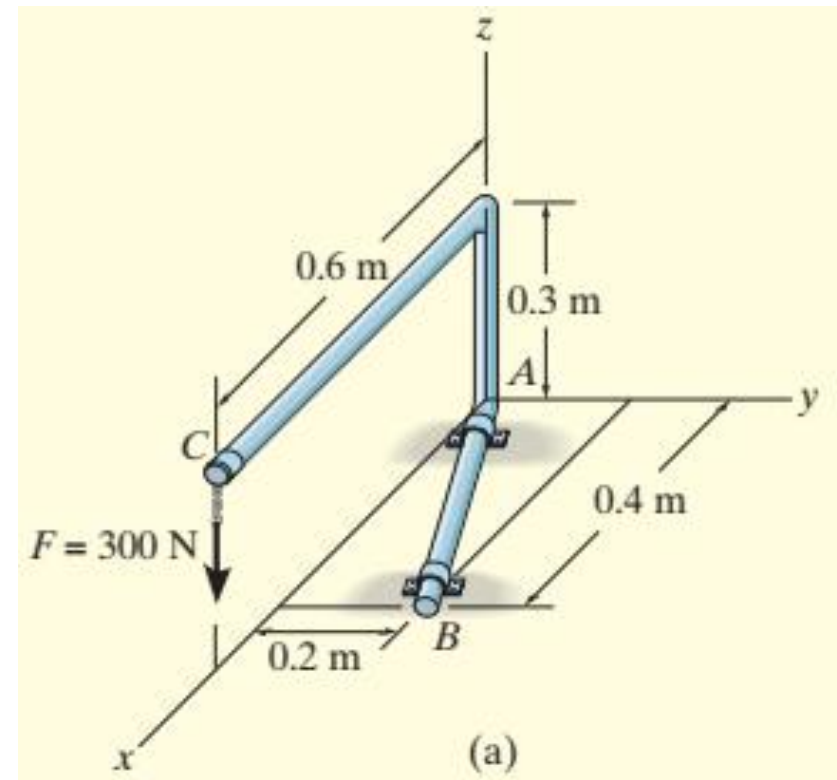
$A(0;0;0)$, $B(0,4 \text{ m};0,2 \text{ m};0)$

$\mathbf{r}_{AB} = (0,4\mathbf{i} + 0,2\mathbf{j} + 0\mathbf{k}) \text{ m}$

(lấy tọa độ B trừ cho tọa độ A)

Véc tơ đơn vị của trục AB :

$$\mathbf{u}_B = \frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}} = \frac{\{0,4\mathbf{i} + 0,2\mathbf{j}\} \text{ m}}{\sqrt{(0,4 \text{ m})^2 + (0,2 \text{ m})^2}} = 0,8944\mathbf{i} + 0,4472\mathbf{j}$$



Ví dụ áp dụng

Véc tơ xác định vị trí đặt lực \mathbf{F} so với trục AB có gốc là điểm bất kỳ trên trục AB , ta chọn điểm A và có ngọn là điểm bất kỳ trên giá của lực \mathbf{F} , ta chọn điểm C hoặc điểm D . Ở đây ta chọn điểm D tính toán sẽ đơn giản hơn (**tọa độ D có nhiều số không**):

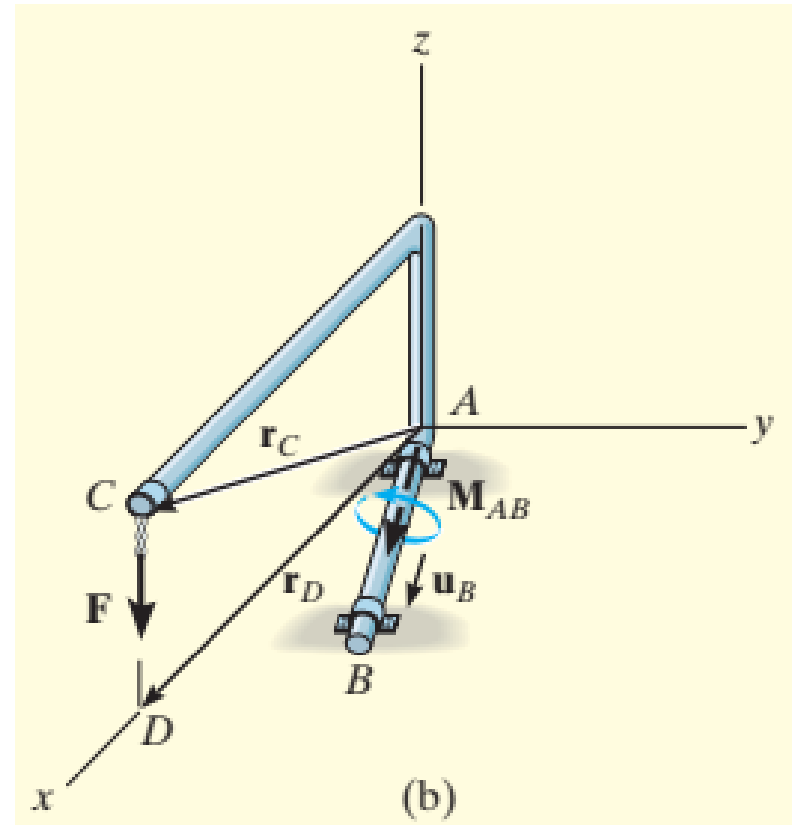
$$D(0,6 \text{ m}; 0; 0)$$

$$\mathbf{r}_{AD} = (0,6\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}) \text{ m}$$

Lực \mathbf{F} viết dưới dạng tọa độ Đề các

$$\mathbf{F} = (0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - 300\mathbf{k}) \text{ N}$$

(Do \mathbf{F} song song và ngược chiều trục z)



Ví dụ áp dụng

$$M_{AB} = \begin{vmatrix} 0.8944 & 0.4472 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -300 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 0.8944[0(-300) - 0(0)] - 0.4472[0.6(-300) - 0(0)] \\ &\quad + 0[0.6(0) - 0(0)] \\ &= 80.50 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$



Ví dụ áp dụng

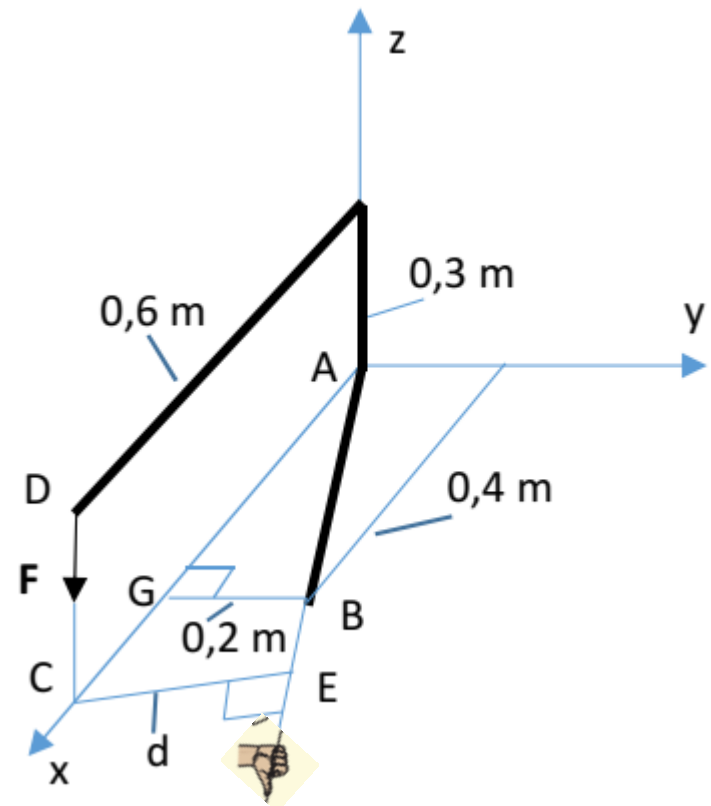
Phương pháp hình học:

Theo hình học không gian, CE chính là cánh tay đòn của lực F so với trục AB. Xét tam giác vuông đồng dạng ABG và ACE, ta có:

$$\frac{CE}{BG} = \frac{CA}{BA} \quad \frac{d}{0,2} = \frac{0,6}{\sqrt{0,2^2 + 0,4^2}}$$

$$d = 0,268 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} M_{AB} &= (300 \text{ N}) \cdot (0,268 \text{ m}) = \\ &= 80,5 \text{ N.m} \end{aligned}$$



Phương pháp hình học tính toán ngắn hơn nhưng khó tưởng tượng không gian và chiều quay. Phương pháp giải tích tuy dài hơn nhưng có thể tính theo trình tự các bước.



Ví dụ áp dụng

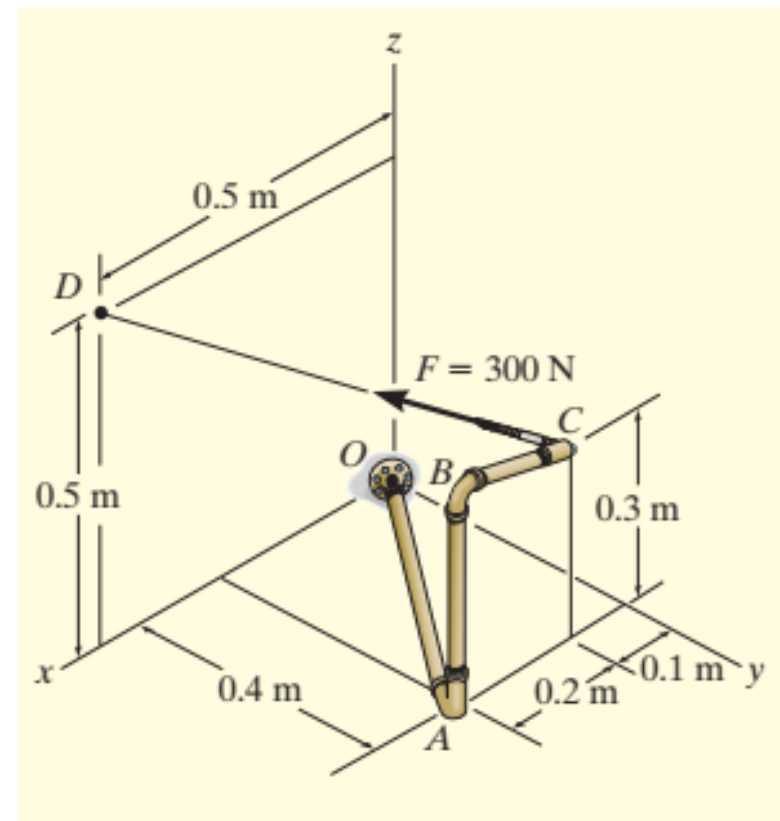
Ví dụ 31: Cho lực $F = 300\text{ N}$ tác dụng lên điểm C của hệ ống nối $OABC$. Hãy xác định mô men của lực F đối với trục OA (hướng trục từ O đến A) như hình vẽ

Ở đây ta dùng phương pháp giải tích: Trước hết xác định tọa độ các điểm

$O(0;0;0)$, $A(0,3\text{ m};0,4\text{ m};0)$

$C(0,1\text{ m};0,4\text{ m};0,3\text{ m})$

$D(0,5\text{ m};0;0,5\text{ m})$



Ví dụ áp dụng

Véc tơ đơn vị của trục OA

$$\mathbf{u}_{OA} = \frac{\mathbf{r}_{OA}}{r_{OA}} = \frac{\{0.3\mathbf{i} + 0.4\mathbf{j}\} \text{ m}}{\sqrt{(0.3 \text{ m})^2 + (0.4 \text{ m})^2}} = 0.6\mathbf{i} + 0.8\mathbf{j}$$

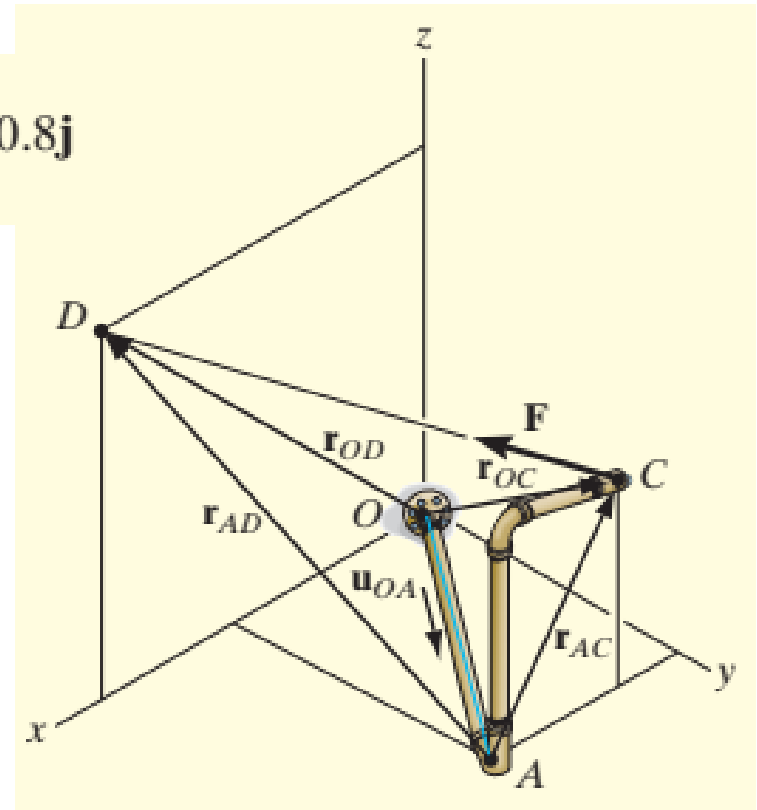
Véc tơ biểu diễn vị trí đặt lực so với trục OA

$$\mathbf{r}_{OD} = \{0.5\mathbf{i} + 0.5\mathbf{k}\} \text{ m}$$

Biểu diễn lực \mathbf{F} theo các thành phần tọa độ Đề các

$$\mathbf{F} = F \left(\frac{\mathbf{r}_{CD}}{r_{CD}} \right)$$

$$= (300 \text{ N}) \left[\frac{\{0.4\mathbf{i} - 0.4\mathbf{j} + 0.2\mathbf{k}\} \text{ m}}{\sqrt{(0.4 \text{ m})^2 + (-0.4 \text{ m})^2 + (0.2 \text{ m})^2}} \right] = \{200\mathbf{i} - 200\mathbf{j} + 100\mathbf{k}\} \text{ N}$$



Ví dụ áp dụng

Mô men của lực F quay quanh trục OA:

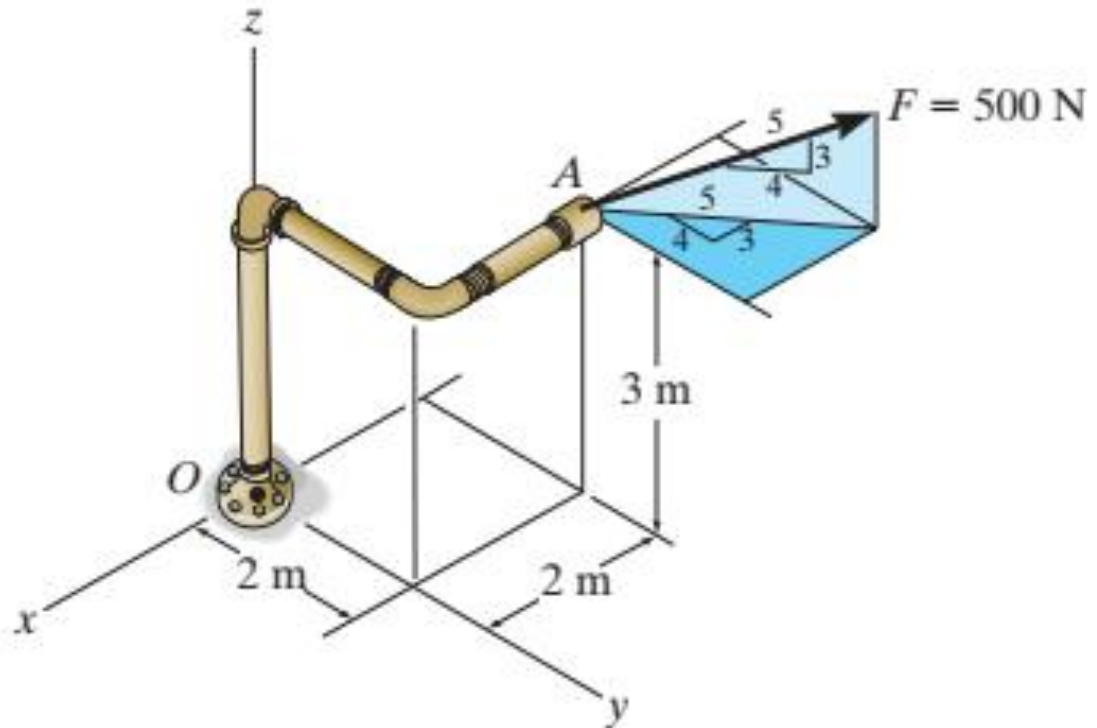
$$\begin{aligned} M_{OA} &= \begin{vmatrix} 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 200 & -200 & 100 \end{vmatrix} \\ &= 0.6[0(100) - (0.5)(-200)] - 0.8[0.5(100) - (0.5)(200)] + 0 \\ &= 100 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Nhận xét: Có thể chọn các véc tơ \mathbf{r}_{CD} , \mathbf{r}_{OD} , \mathbf{r}_{OC} , \mathbf{r}_{AD} , \mathbf{r}_{AC} làm các véc tơ biểu diễn vị trí đặt lực so với trục OA. Tuy nhiên, chỉ có \mathbf{r}_{OD} có tính toán dễ nhất.

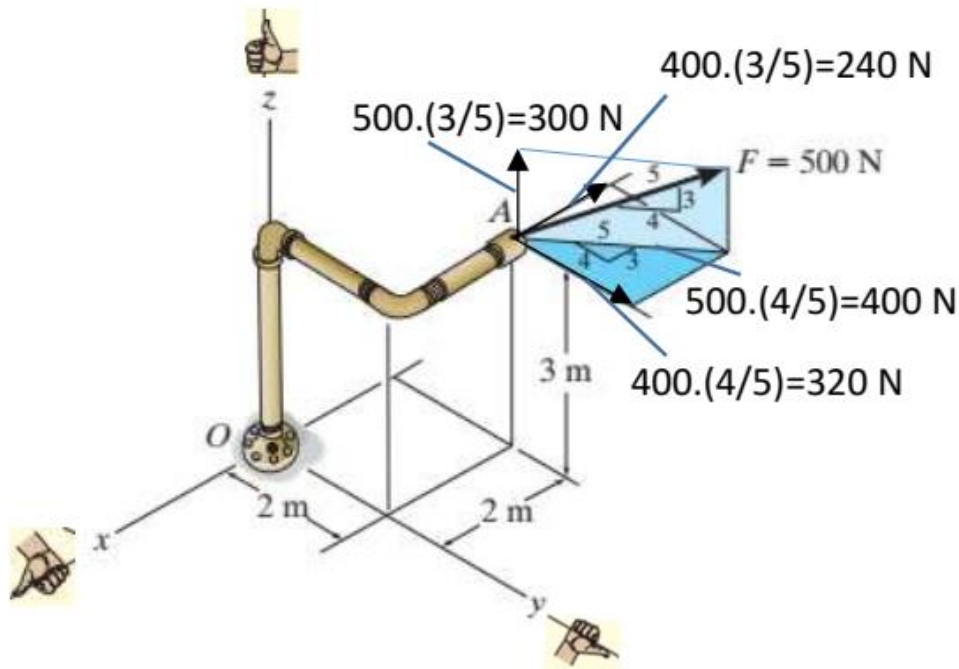


Ví dụ áp dụng

Ví dụ 32: *Xác định mô men của lực F quay quanh các trục x , y , z như hình vẽ theo hai phương pháp hình học và giải tích.*



Ví dụ áp dụng

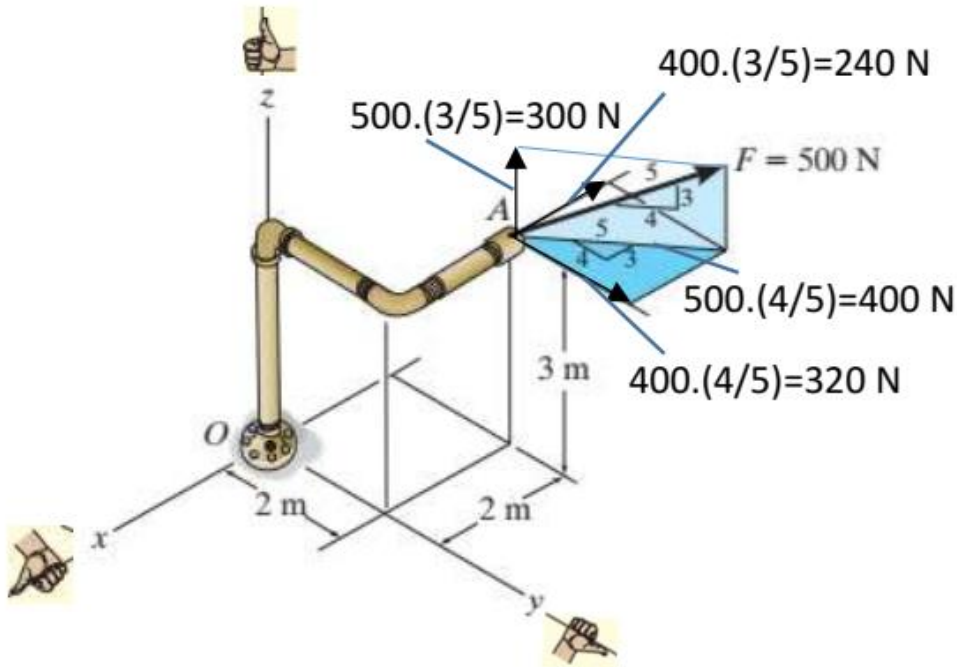


Phương pháp hình học:

Chia lực \mathbf{F} ra ba thành phần theo phương x, y, z có trị số như hình vẽ. Sau đó tính tổng đại số mô men các thành phần đối với trục x, y, z (**chú ý các thành phần lực song song với trục có mô men bằng không**):



Ví dụ áp dụng



Phương pháp giải tích:

Véc tơ đơn vị của trục x là **i**
có tọa độ

$$\mathbf{i} = (1; 0; 0) = 1\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

Véc tơ đơn vị của trục y là **j**
có tọa độ $\mathbf{j} = (0; 1; 0)$

Véc tơ đơn vị của trục z là **k**
có tọa độ $\mathbf{k} = (0; 0; 1)$

Véc tơ biểu diễn vị trí đặt
lực đối với trục x, y, z

$$\mathbf{r}_{OA} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k} = (-2; 2; 3) \text{ m}$$

Véc tơ lực **F** có thể biểu diễn: $\mathbf{F} = (-240\mathbf{i} + 320\mathbf{j} + 300\mathbf{k}) \text{ N}$



Ví dụ áp dụng

Mô men của lực **F** đối với trục x, y, z được xác định:

$$M_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 3 \\ -240 & 320 & 300 \end{vmatrix} = -360 \text{ N.m}$$

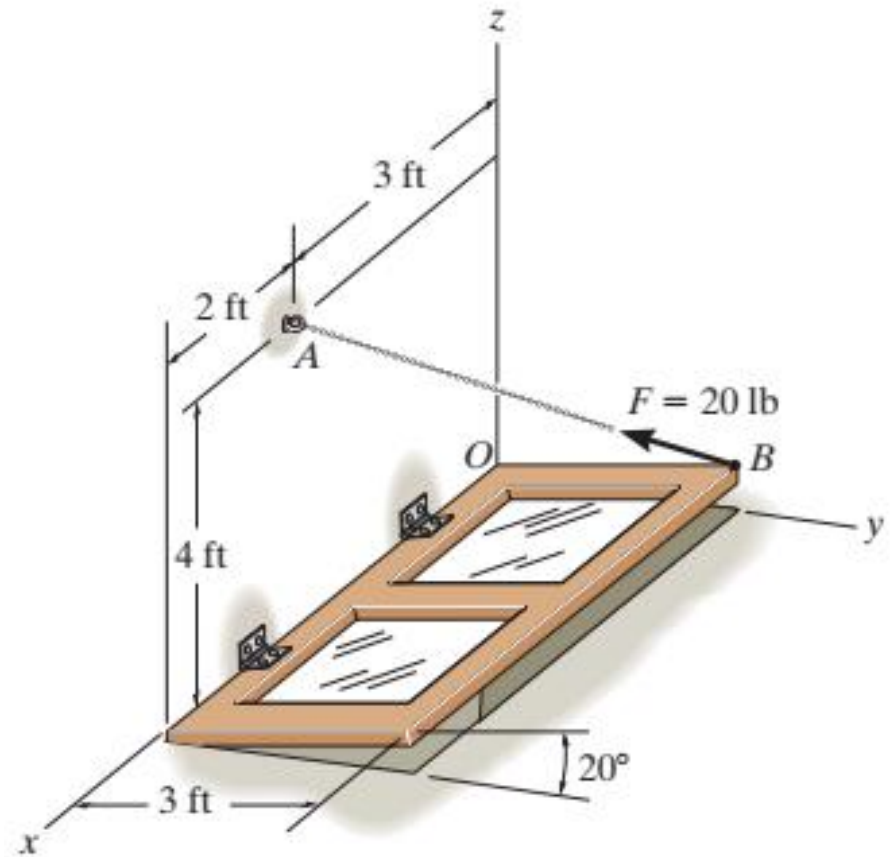
$$M_y = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 3 \\ -240 & 320 & 300 \end{vmatrix} = -120 \text{ N.m}$$

$$M_z = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \\ -240 & 320 & 300 \end{vmatrix} = -160 \text{ N.m}$$



Các bài tập tương tự

Bài tập 35: Dây xích AB tác dụng lực $F = 20 \text{ lb}$ lên cánh cửa tại B. Hãy xác định mô men của lực F quay quanh trục x đi qua hai bản lề

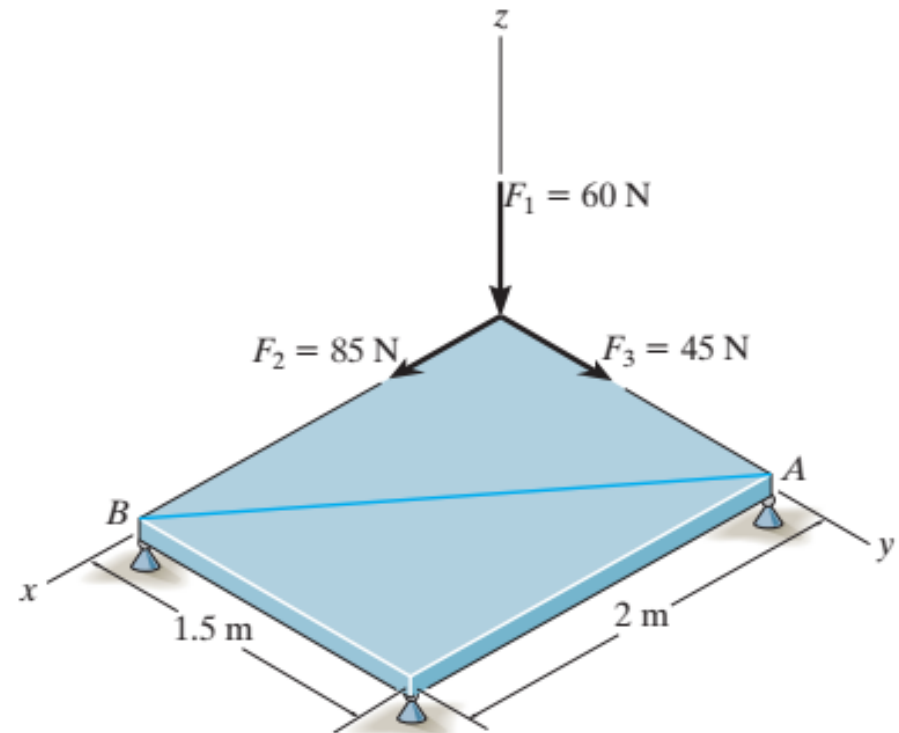


Đáp số: $M_x = 44,4 \text{ lb.ft}$



Các bài tập tương tự

Bài tập 36: *Xác định **mô men tổng hợp** của ba lực đã cho như hình vẽ đối với trục AB (hướng trục từ A đến B)*

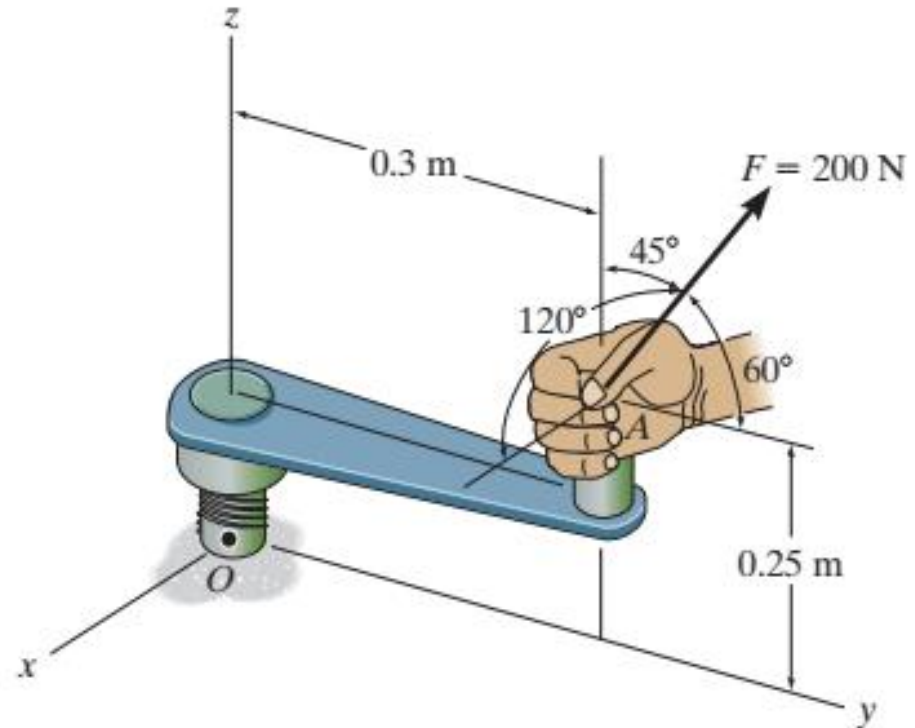


Đáp số: $M_{AB} = 72\text{ N.m}$



Các bài tập tương tự

Bài tập 37: *Xác định mô men của lực $F = 200\text{ N}$ đã cho như hình vẽ đối với trục x theo hai phương pháp hình học và giải tích. Biết rằng lực F hợp với trục x, y, z các góc tương ứng $120^\circ, 60^\circ, 45^\circ$.*



Đáp số: $M_x = 17,4\text{ N.m}$



Mô men của ngẫu lực

Ngẫu lực là gì??? Ngẫu lực là **cặp lực song song, ngược chiều và cùng trị số.**

Ngẫu lực có tác dụng: gây quay

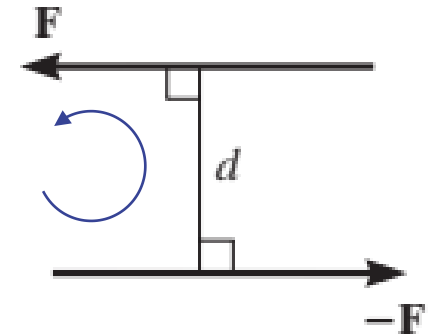
Trị số của ngẫu lực được đo bằng mô men ngẫu lực $M = F.d$

F là độ lớn của một lực

d là cánh tay đòn (khoảng cách giữa hai giá của lực)

Dấu + ứng với hai lực quay ngược chiều kim đồng hồ.

Dấu - ứng với hai lực quay cùng chiều kim đồng hồ



Mô men trên hình vẽ tương ứng với dấu +



Mô men của ngẫu lực

Nếu có nhiều ngẫu lực trong cùng mặt phẳng thì **mô men tổng hợp ngẫu lực**, kí hiệu M_R , được tính bằng tổng đại số mô men từng ngẫu lực.

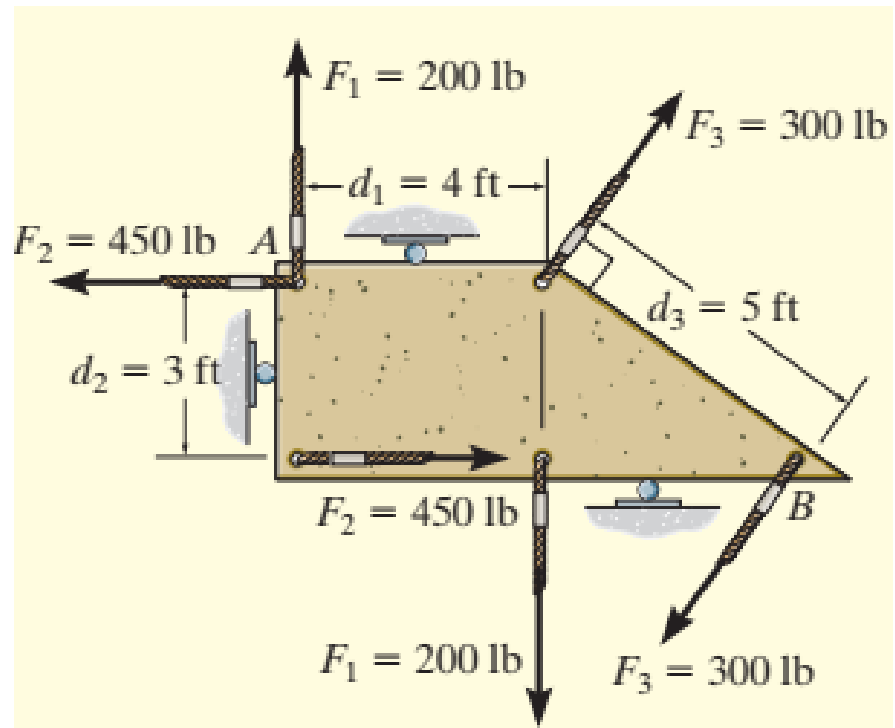
$$\zeta + M_R = \sum M$$

Nếu ngẫu lực có cánh tay đòn d tính khó khăn thì nên chia lực ra hai thành phần mà có thể tính cánh tay đòn.



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 33: *Xác định mô men tổng hợp của các ngẫu lực đã cho như hình vẽ.*



$$\zeta + M_R = \Sigma M; M_R = -F_1 d_1 + F_2 d_2 - F_3 d_3$$

$$= -(200 \text{ lb})(4 \text{ ft}) + (450 \text{ lb})(3 \text{ ft}) - (300 \text{ lb})(5 \text{ ft})$$

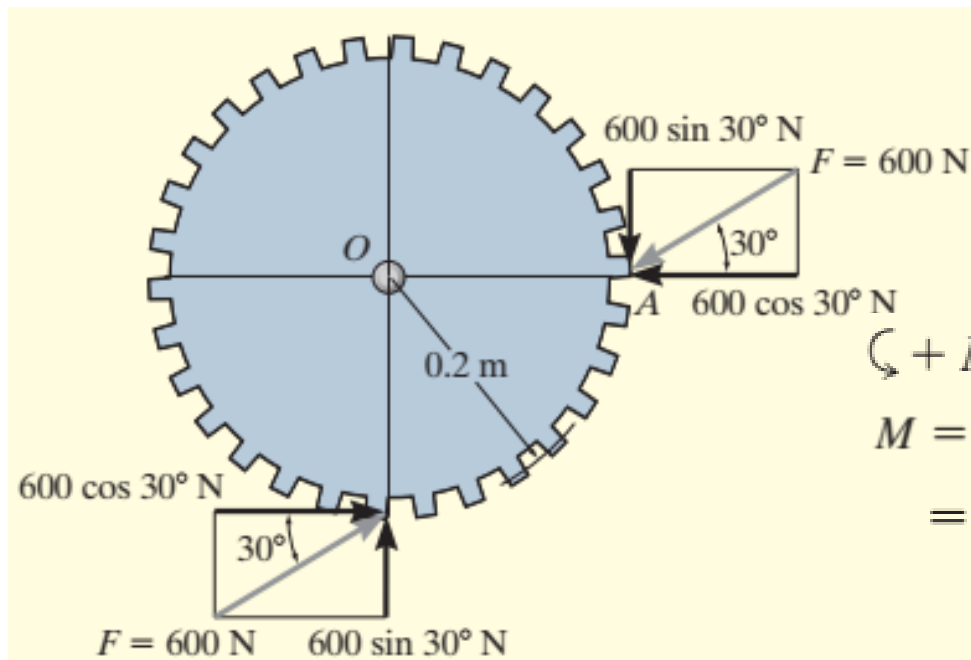
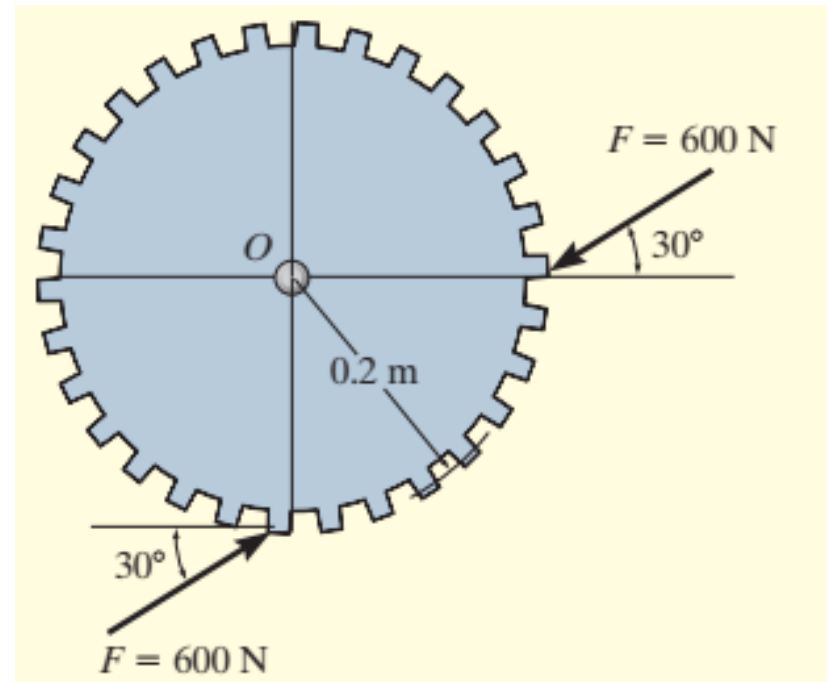
$$= -950 \text{ lb} \cdot \text{ft} = 950 \text{ lb} \cdot \text{ft} \curvearrowright$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 34: *Xác định mô men của ngẫu lực tác dụng lên bánh răng như hình vẽ.*

Chia mỗi lực ra hai thành phần ngang và dọc như hình vẽ.



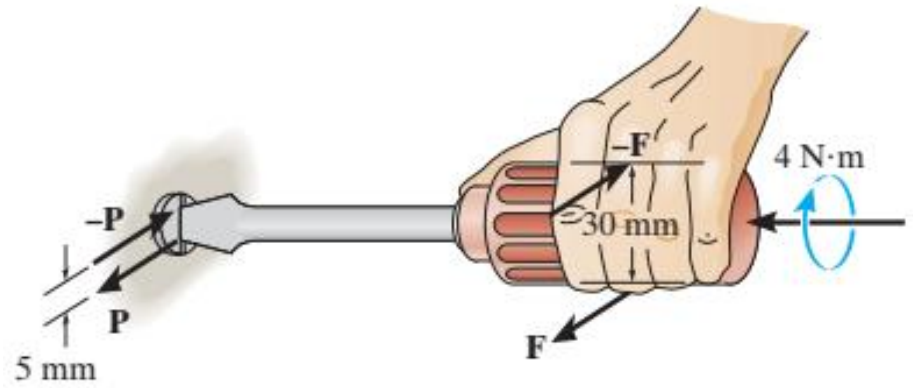
$$\zeta + M = \Sigma M$$

$$M = (600 \cos 30^\circ \text{ N})(0.2 \text{ m}) - (600 \sin 30^\circ \text{ N})(0.2 \text{ m})$$
$$= 43.9 \text{ N} \cdot \text{m} \zeta$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 35: Mô men xoắn có trị số 4 N.m được đặt vào cán tuốc nơ vít dùng để vặn chặt con vít. Hãy tính lực do tay người cần đặt vào cán và lực do đầu tuốc nơ vít sinh ra đặt vào rãnh vít.



Hai ngẫu lực trên hình vẽ có cùng trị số mô men 4 N.m . Suy ra:

$$F.(30 \text{ mm}) = P.(5 \text{ mm}) = 4 \text{ N.m} = 4000 \text{ N.mm}$$

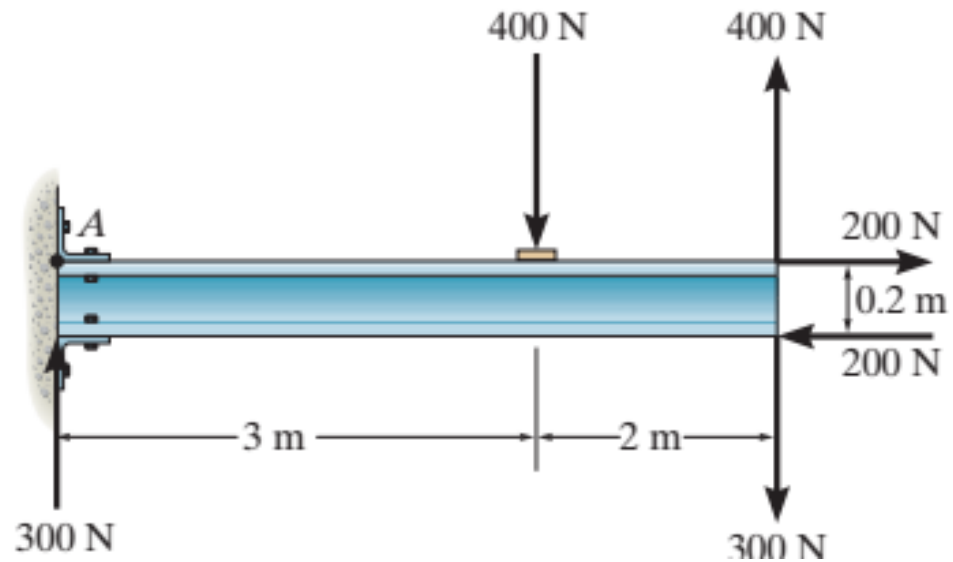
$$F = 4000/30 = 133 \text{ N}; \quad P = 4000/5 = 800 \text{ N}$$

Nhận xét: *Lực ở đầu vít tăng lên 6 lần so với lực đặt vào cán tuốc nơ vít*



Các bài tập tương tự

Bài tập 38: *Xác định trị số và chiều quay mô men tổng hợp của các ngẫu lực tác dụng lên dầm như hình vẽ. So sánh kết quả với mô men tổng hợp các lực nói trên quay quanh tâm A. Nêu nhận xét.*



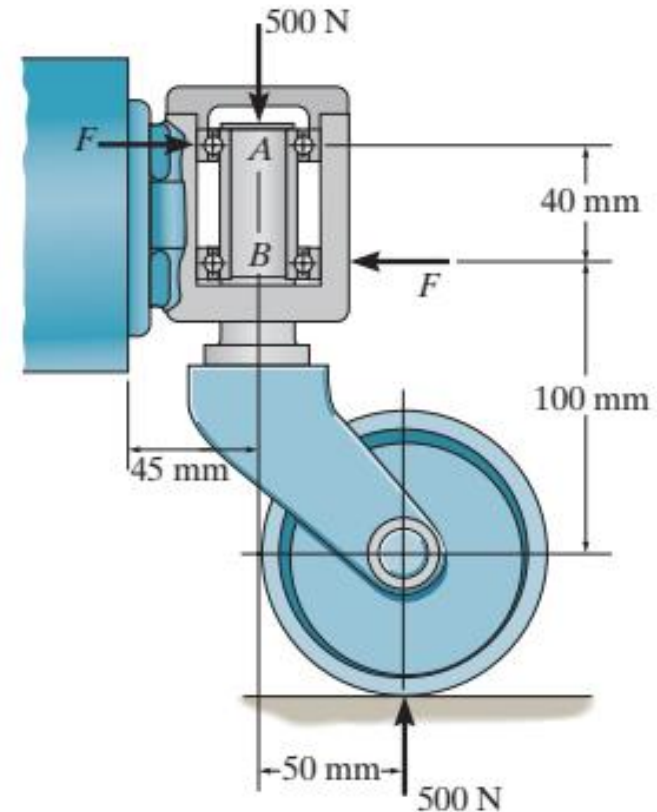
Đáp số: $M_R = 740 \text{ N.m}$  ; $(M_R)_A = 740 \text{ N.m}$ 

Kết quả tính giống nhau



Các bài tập tương tự

Bài tập 39: Một chân đế có lắp bánh xe lăn chịu tác dụng của hai ngẫu lực như hình vẽ. Hãy xác định lực F từ bạc đạn tác dụng lên trục chân đế sao cho mô men tổng hợp tác dụng lên chân đế bằng không

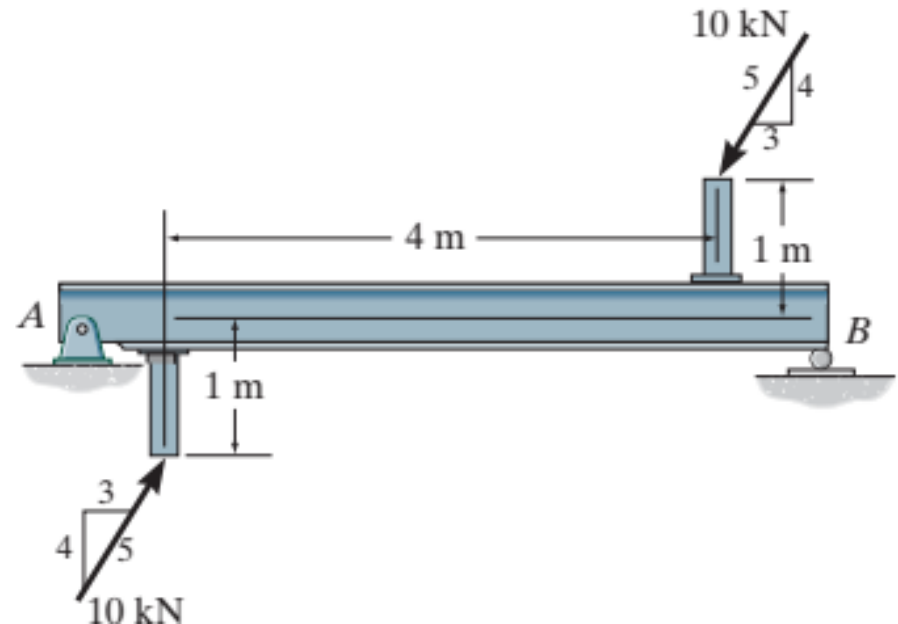



Đáp số: $F = 625 \text{ N}$



Các bài tập tương tự

Bài tập 40: *Xác định trị số và chiều quay mô men ngẫu lực tác dụng lên dầm như hình vẽ*



Đáp số: $M = 20 \text{ kN.m}$ 



Mô men của ngẫu lực trong không gian

Phân biệt hệ ngẫu lực phẳng và hệ ngẫu lực không gian:

Nếu có nhiều ngẫu lực trong cùng mặt phẳng hoặc trong các mặt phẳng song song thì ta có hệ ngẫu lực phẳng, tổng hợp mô men bằng tổng đại số các mô men thành phần (chỉ quan tâm giá trị dương, âm).

Nếu có nhiều ngẫu lực trong các mặt phẳng không song song thì ta có hệ ngẫu lực không gian, tổng hợp mô men bằng tổng véc tơ các mô men thành phần (quan tâm độ lớn và hướng của trục).

Nhận xét:

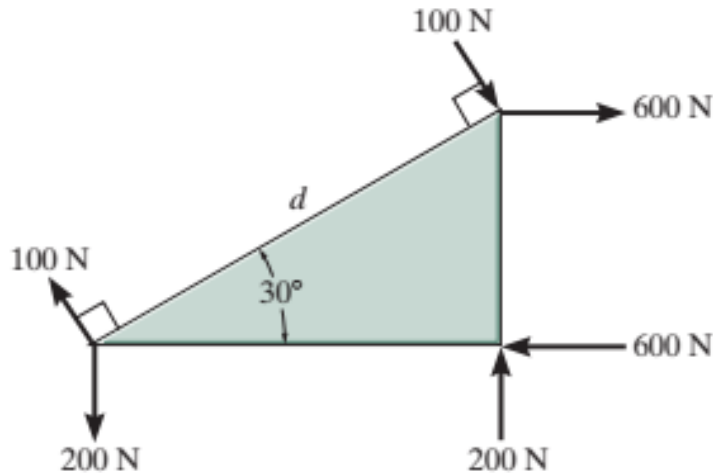
Ngẫu lực phẳng có các trục quay song song hoặc trùng nhau.

Ngẫu lực không gian có các trục quay không song song

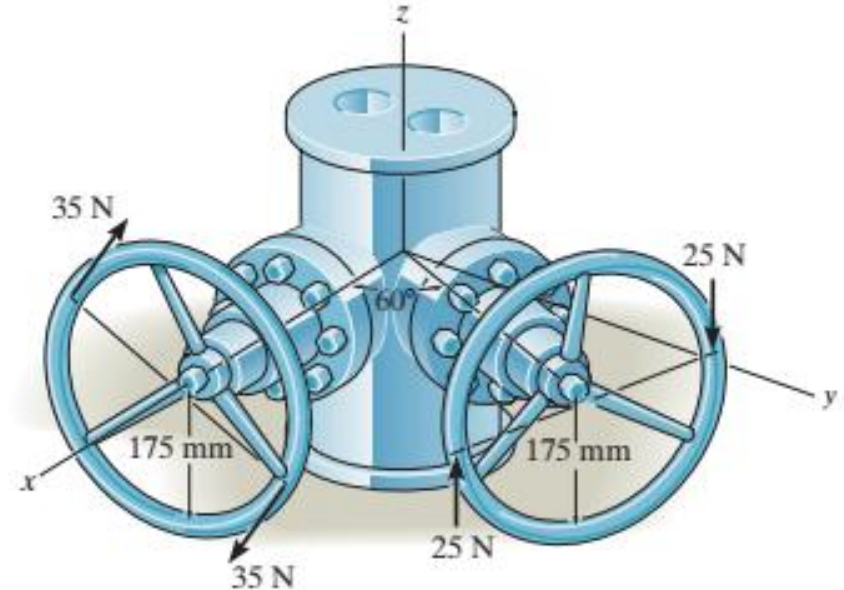


Mô men của ngẫu lực trong không gian

Phân biệt hệ ngẫu lực phẳng và hệ ngẫu lực không gian:



Ngẫu lực phẳng

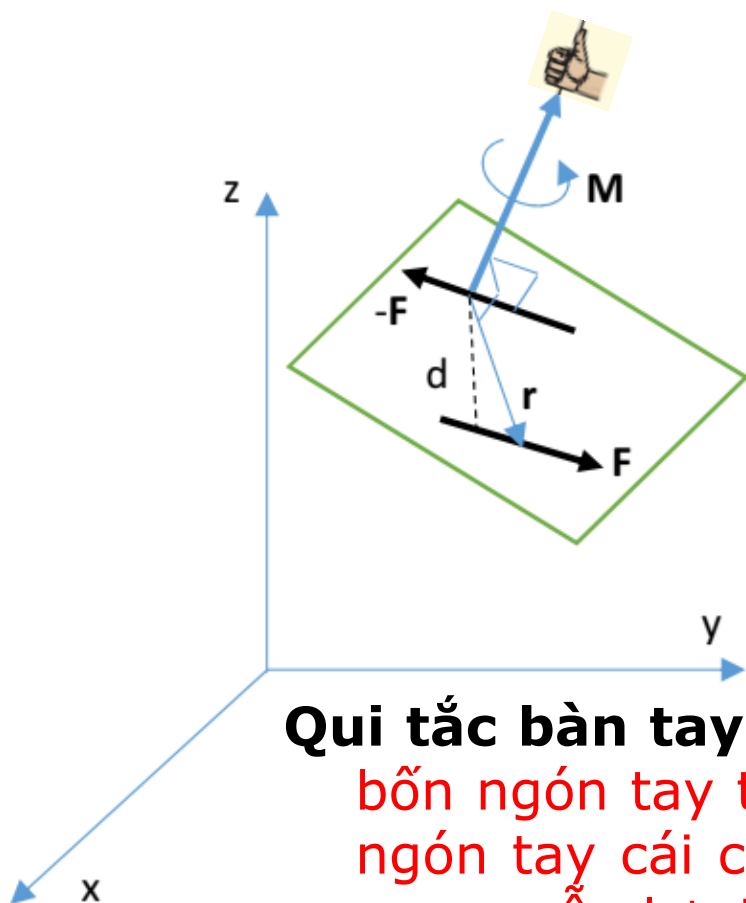


Ngẫu lực không gian



Mô men của ngẫu lực trong không gian

Muốn tổng hợp ngẫu lực trong không gian ta phải biết Véc tơ mô men ngẫu lực:



Véc tơ mô men ngẫu lực **M** có:

- phương vuông góc với mặt phẳng chứa ngẫu lực
- Chiều xác định theo qui tắc bàn tay phải
- Trị số $M = F.d$

d là độ dài đoạn thẳng vuông góc với giá của hai lực.

Qui tắc bàn tay phải: Giơ bàn tay phải sao cho bốn ngón tay trở chỉ chiều quay của ngẫu lực, ngón tay cái choãi ngang chỉ chiều véc tơ mô men ngẫu lực **M**



Mô men của ngẫu lực trong không gian

Véc tơ mô men ngẫu lực:

Véc tơ mô men ngẫu lực M được tính theo công thức giải tích:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

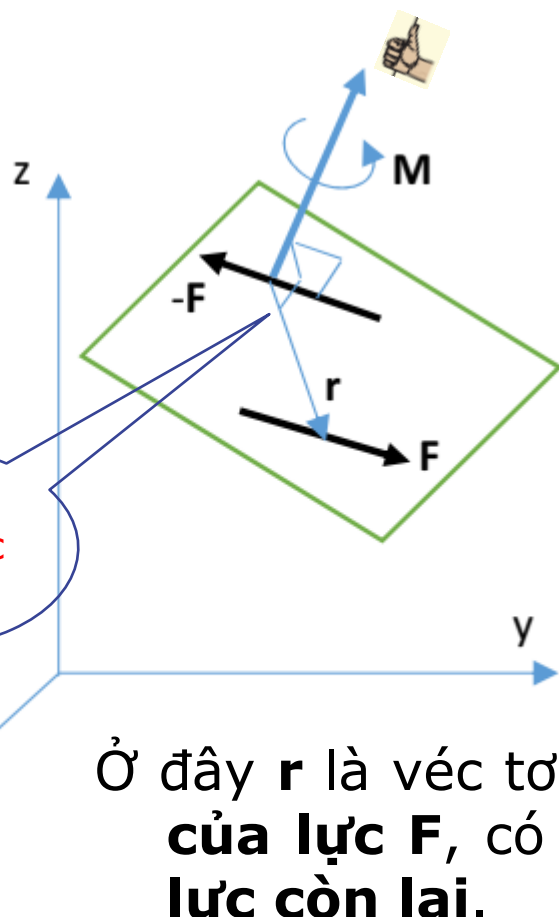
Trong đó:

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{r} = r_x \mathbf{i} + r_y \mathbf{j} + r_z \mathbf{k}$$

Ở đây \mathbf{r} là véc tơ có **NGỌN** là **điểm bất kỳ trên giá của lực \mathbf{F}** , có **GỐC** là **điểm bất kỳ trên giá của lực còn lại**.

Có thể
chọn được
nhiều \mathbf{r}



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 36: *Xác định véc tơ mô men ngẫu lực đã cho như hình vẽ dưới dạng tọa độ Đề các. Tính độ lớn mô men.*

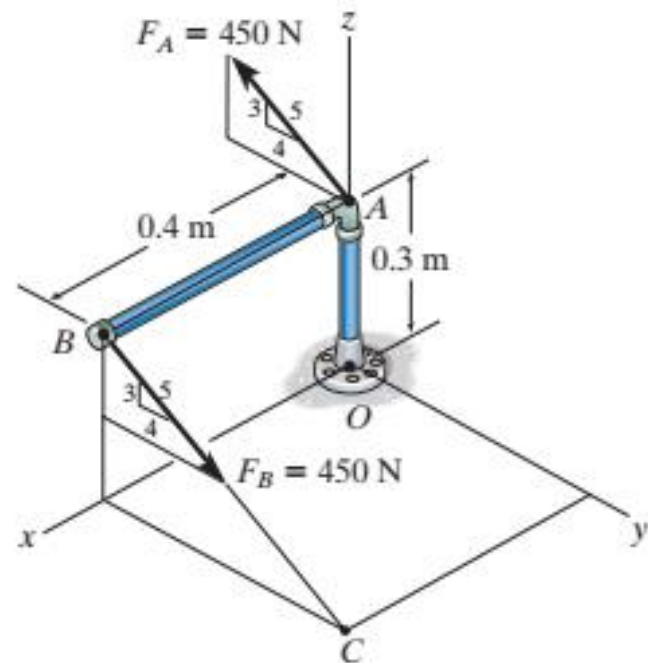
$$\begin{aligned}\mathbf{F}_B &= \left(\frac{4}{5}\right)(450 \text{ N})\mathbf{j} - \left(\frac{3}{5}\right)(450 \text{ N})\mathbf{k} \\ &= \{360\mathbf{j} - 270\mathbf{k}\} \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F}_B = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 360 & -270 \end{vmatrix} \\ &= \{108\mathbf{j} + 144\mathbf{k}\} \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$M = \sqrt{108^2 + 144^2} = 180 \text{ N} \cdot \text{m}$$

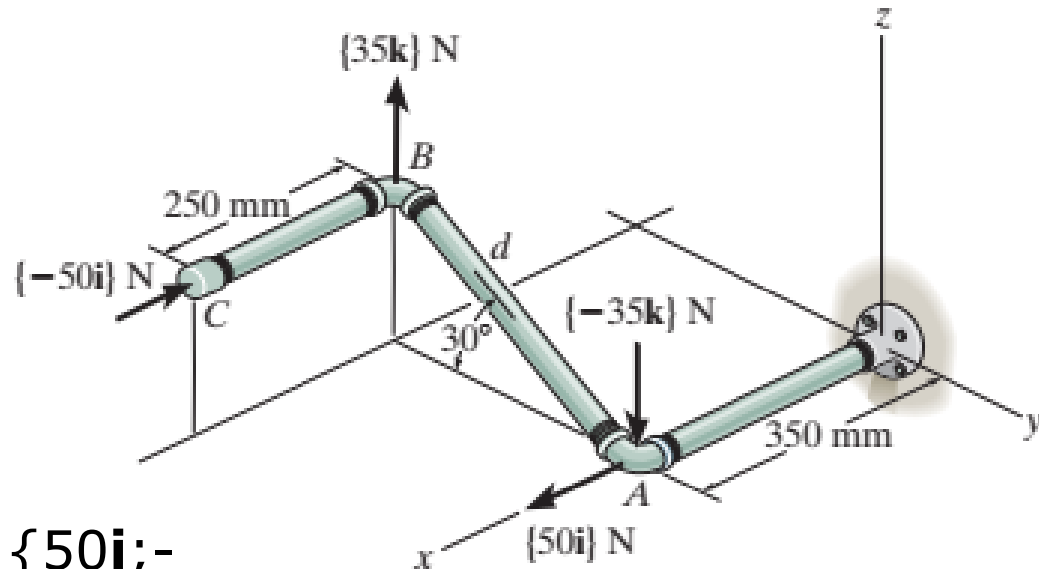
Hoặc tính theo công thức:

$$M = F \cdot d = (450 \text{ N}) \cdot (0,4 \text{ m}) = 180 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Ví dụ áp dụng

Ví dụ 37: *Xác định độ lớn của véc tơ mô men tổng hợp các ngẫu lực đã cho như hình vẽ. Cho biết $d = AB = 400$ mm*



Gọi ngẫu lực thứ nhất là $\{50\mathbf{i}; -50\mathbf{i}\}$ N ; ngẫu lực thứ hai $\{35\mathbf{k}; -35\mathbf{k}\}$ N

$A(0,35 \text{ m}; 0; 0)$; $B(0,35 \text{ m}; -0,4.\cos 30^\circ \text{ m}; 0,4.\sin 30^\circ \text{ m})$

$\mathbf{r}_{AB} = (0; -0,4.\cos 30^\circ \text{ m}; 0,4.\sin 30^\circ \text{ m}) = (0; -0,346 \text{ m}; 0,2 \text{ m})$



Ví dụ áp dụng

Véc tơ mô men của hai ngẫu lực được xác định:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & -0,346 & 0,2 \\ -50 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

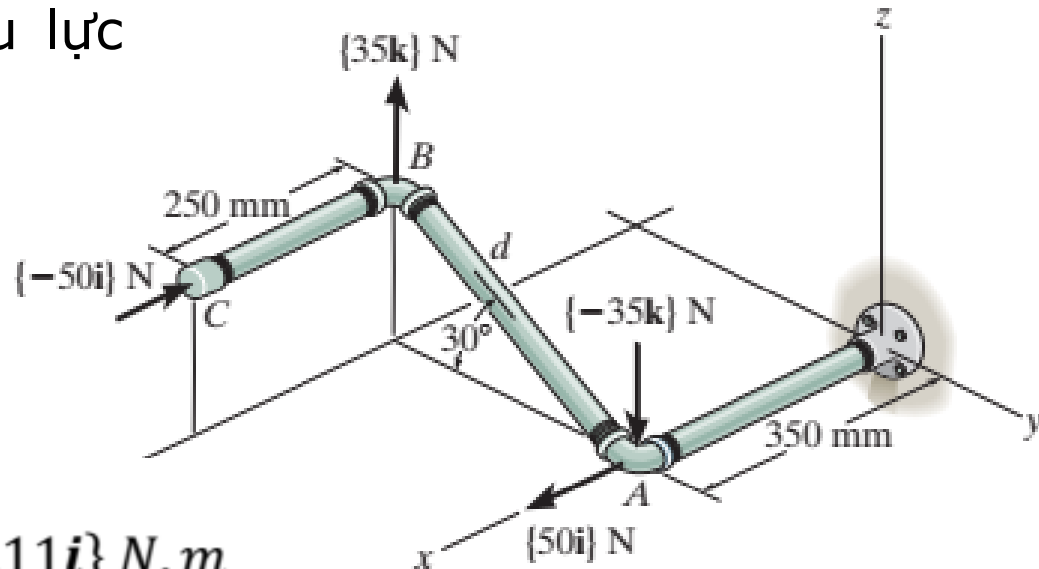
$$= \{10\mathbf{j} - 17,3\mathbf{k}\} \text{ N.m}$$

$$\mathbf{M}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & -0,346 & 0,2 \\ 0 & 0 & 35 \end{vmatrix} = \{-12,11\mathbf{i}\} \text{ N.m}$$

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = \{-12,11\mathbf{i} + 10\mathbf{j} - 17,3\mathbf{k}\} \text{ N.m}$$

Độ lớn và góc chỉ hướng véc tơ mô men tổng hợp được tính:

$$M_R = \sqrt{(-12,11)^2 + (10)^2 + (-17,3)^2} = 73,7 \text{ N.m}$$



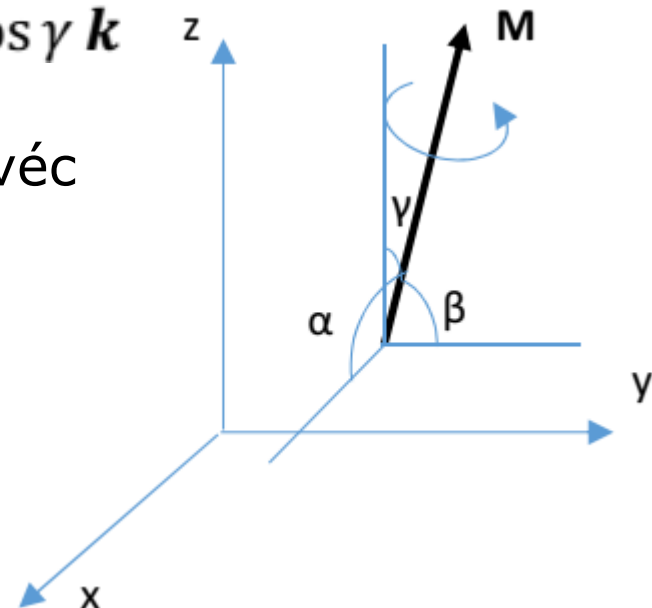
Mô men của ngẫu lực trong không gian

Véc tơ mô men ngẫu lực:

Nếu ngẫu lực biết trước trị số mô men và biết trước hướng trục quay thì véc tơ mô men ngẫu lực được xác định theo công thức:

$$\mathbf{M} = M \cos \alpha \mathbf{i} + M \cos \beta \mathbf{j} + M \cos \gamma \mathbf{k}$$

Trong đó α, β, γ là góc hợp giữa véc tơ \mathbf{M} và các trục x, y, z



Ví dụ áp dụng

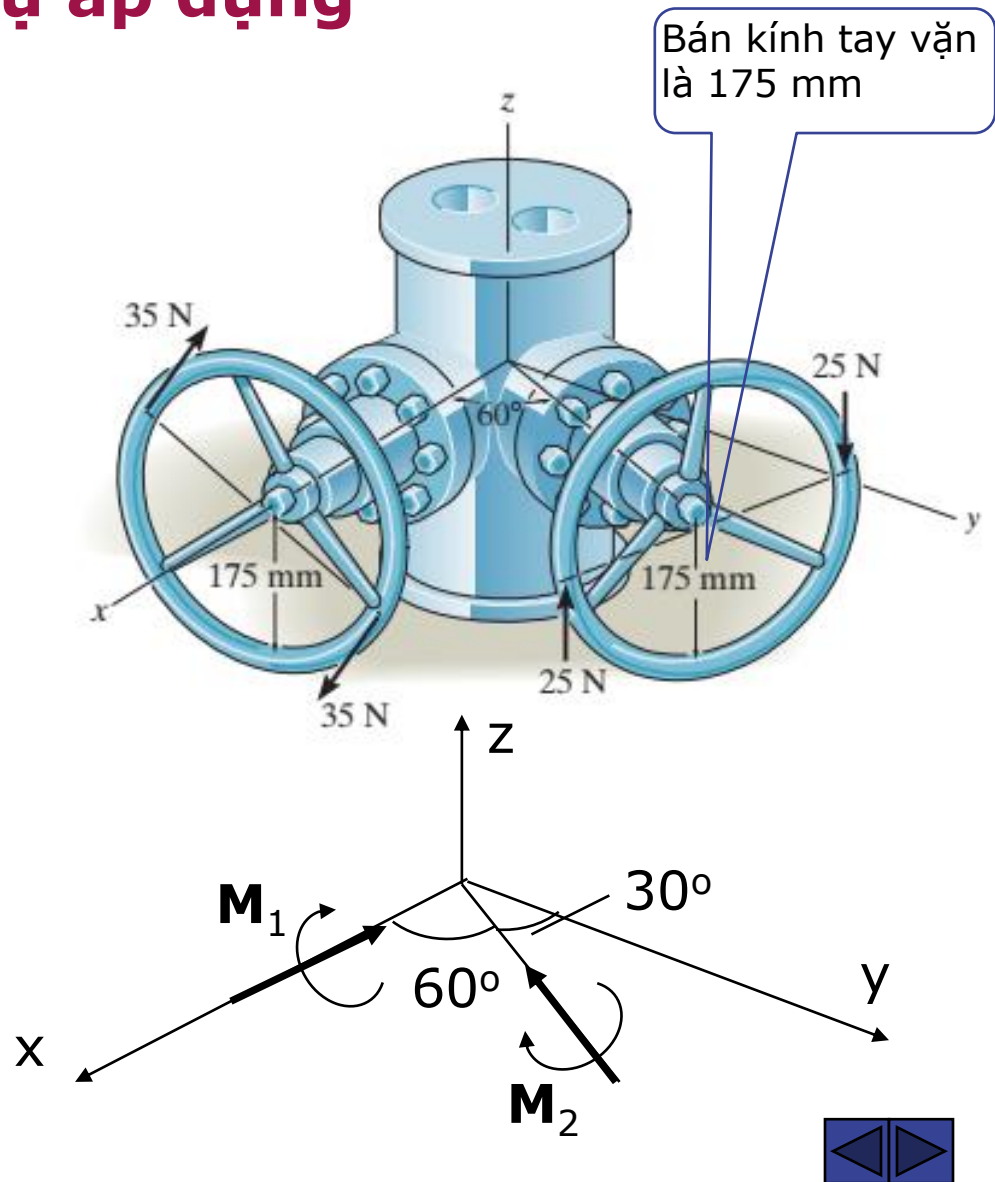
Ví dụ 38: Cho hai ngẫu lực tác dụng lên hai tay vặn như hình vẽ. Hãy xác định độ lớn và góc chỉ hướng của mô men tổng hợp

Độ lớn của mô men hai ngẫu lực được xác định:

$$M_1 = (35 \text{ N}) \cdot (0,35 \text{ m}) = 12,25 \text{ N.m}$$

$$M_2 = (25 \text{ N}) \cdot (0,35 \text{ m}) = 8,75 \text{ N.m}$$

Dùng qui tắc bàn tay phải xác định chiều véc tơ \mathbf{M}_1 và véc tơ \mathbf{M}_2 như h vẽ



Ví dụ áp dụng

Véc tơ M_1 và M_2 được viết dưới dạng tọa độ Đề các

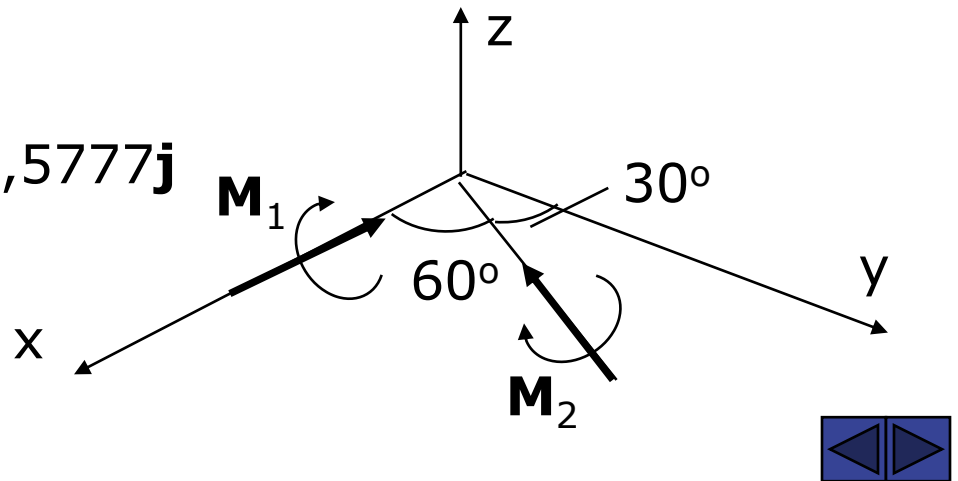
$$\mathbf{M}_1 = (-12,25 \mathbf{i}) \text{ N.m}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_2 &= (8,75 \cdot \cos 120^\circ \mathbf{i} + 8,75 \cdot \cos 150^\circ \mathbf{j}) \text{ N.m} \\ &= (-4.375 \mathbf{i} - 7,572 \mathbf{j}) \text{ N.m}\end{aligned}$$

Ở đây véc tơ \mathbf{M}_2 hợp với trục x, y, z các góc $120^\circ, 150^\circ, 90^\circ$
(*nhớ tịnh tiến véc tơ M_2 đến sao cho gốc của trục x, y, z và gốc của véc tơ M_2 trùng nhau thì mới đo được các góc nói trên*)

Mô men tổng hợp:

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = -12,25\mathbf{i} - 4.375\mathbf{i} - 7,5777\mathbf{j} \\ &= (-16,625\mathbf{i} - 7,5777\mathbf{j}) \text{ N.m}\end{aligned}$$



Ví dụ áp dụng

Mô men tổng hợp:

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = -12,25\mathbf{i} - 4.375\mathbf{i} - 7,5777\mathbf{j} \\ &= (-16,625\mathbf{i} - 7,5777\mathbf{j}) \text{ N.m}\end{aligned}$$

Độ lớn mô men tổng hợp:

$$|M| = \sqrt{(-16.625)^2 + (-7.5777)^2} = 18.2705 = 18.3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Góc chỉ hướng véc tơ mô men tổng hợp:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-16.625}{18.2705}\right) = 155^\circ$$

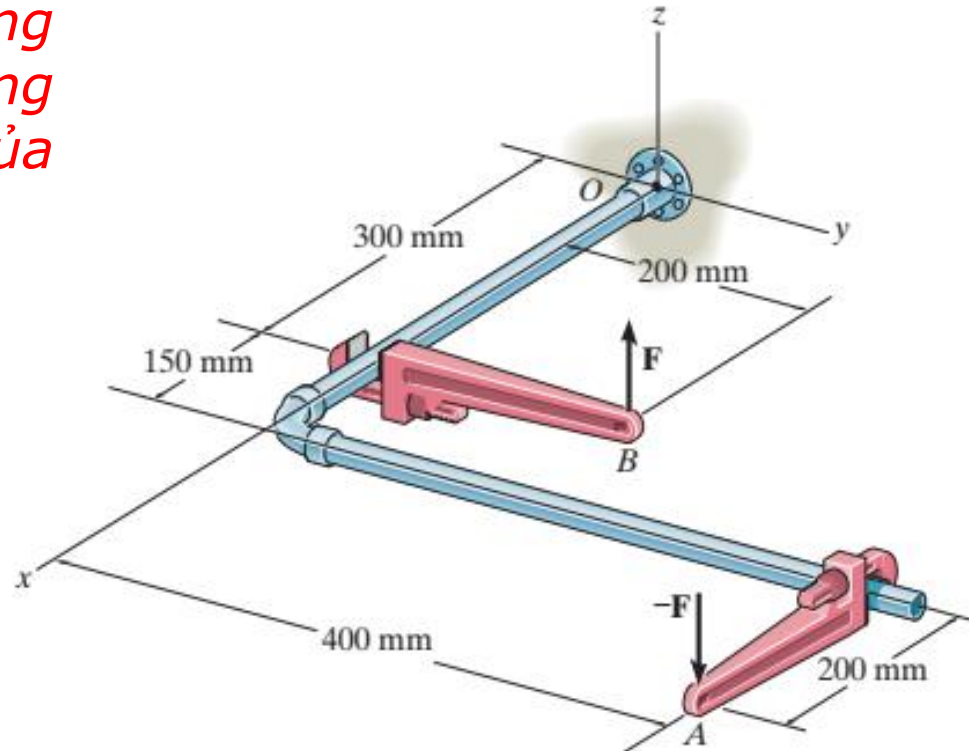
$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-7.5777}{18.2705}\right) = 115^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{0}{18.2705}\right) = 90^\circ$$



Các bài tập tương tự

Bài tập 41: *Xác định vec tơ mô men ngẫu lực tác dụng lên tay cầm mở lết răng như hình vẽ. Biết trị số của mỗi lực là 25 N.*

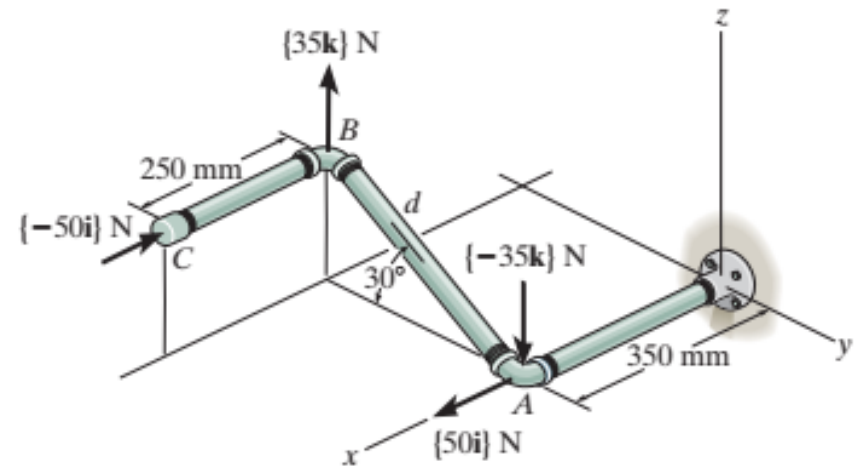


Đáp số: $\mathbf{M} = \{-5\mathbf{i} + 8.75\mathbf{j}\} \text{ N}\cdot\text{m}$



Các bài tập tương tự

Bài tập 42: *Xác định khoảng cách d giữa hai điểm A và B sao cho mô men tổng hợp của hai ngẫu lực có độ lớn $M_R = 20 \text{ N.m}$.*



Đáp số: $d = 342 \text{ mm}$



End of the Lecture

Let Learning Continue

