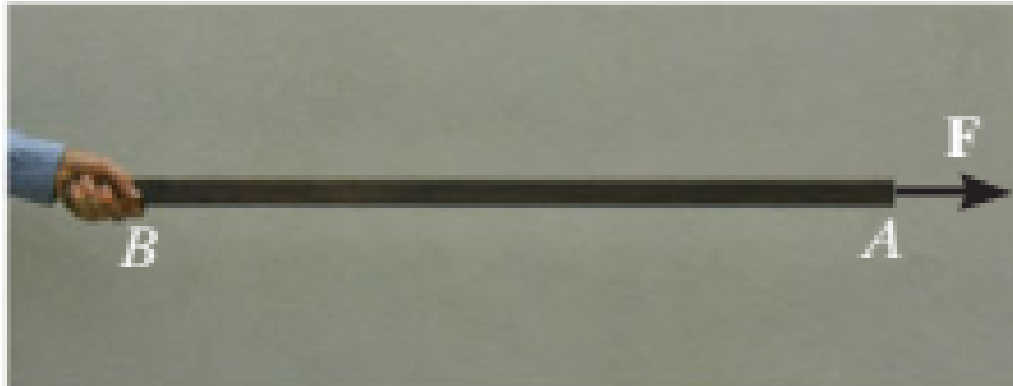


ALWAYS  
LEARNING

# Định lý trượt lực và định lý dời lực song song

**Định lý trượt lực:** Tác dụng cơ học của một lực không thay đổi khi ta **trượt lực dọc theo giá** của nó.



Minh họa: Một lực **F** đặt tại đầu A có giá trùng với thước gỗ và hướng sang phải. Tay người nắm đầu thước gỗ tại B, kéo ngược lại để giữ cân bằng (đứng yên).

**Khi trượt lực F dọc theo thước đến vị trí khác thì cảm giác của tay người sẽ không đổi** (vẫn kéo ngược lại cùng một lực giống như trước).



# Định lý trượt lực và định lý dời lực song song

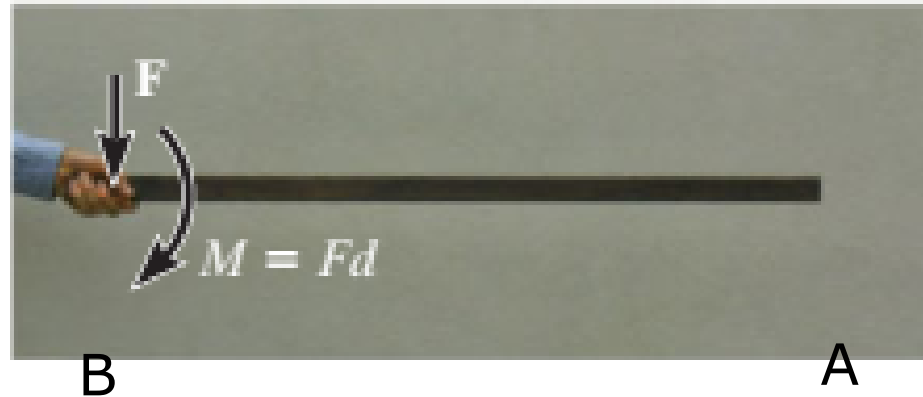
**Định lý dời lực song song:** Khi dời song song một lực từ điểm đặt này đến điểm đặt khác phải **cộng thêm một mô men của lực đặt tại điểm cũ lấy đối với tâm là điểm mới vừa dời đến.**



Minh họa: Một lực **F** thẳng đứng hướng xuống đặt tại đầu A. Tay người nắm đầu thước gỗ tại B, vừa phải nâng lên vừa phải xoay cổ tay ngược chiều kim đồng hồ để giữ thước **NẰM NGANG** đứng yên.



# Định lý trượt lực và định lý dời lực song song



Bây giờ: Dời song song lực **F** từ đầu A đến đầu B (chỗ tay nắm) thì cảm giác nâng lên vẫn còn nhưng cảm giác xoay cổ tay không còn nữa. **Để tác dụng của lực F đặt tại B giống như tác dụng của lực F đặt tại A, ta phải cộng thêm mô men của lực đặt tại A đối với tâm quay B.** Trị số mô men này là  $M = F.d$  (d là chiều dài thước)

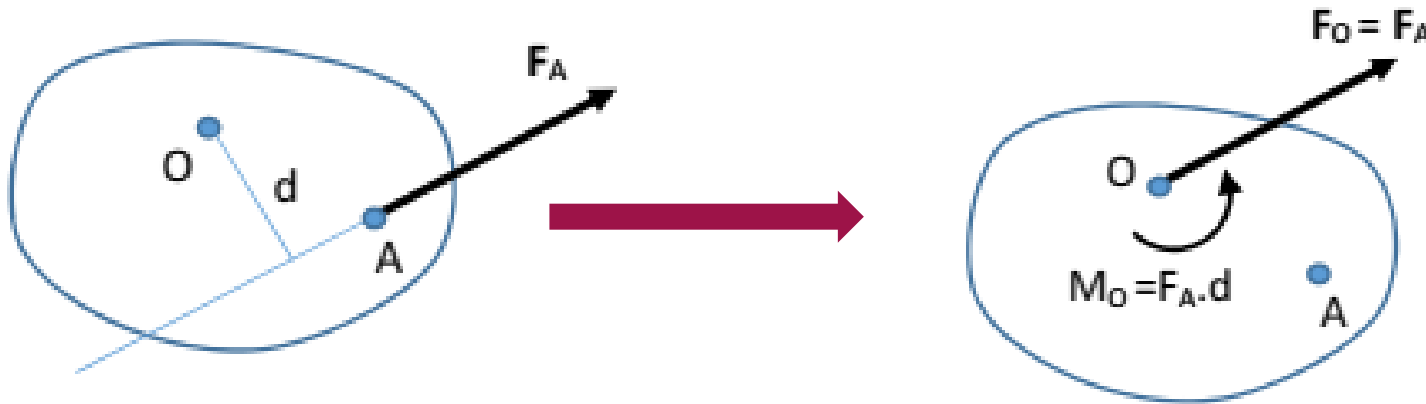
Kết quả: **Lực F đặt tại A có cùng tác dụng cơ học khi lực F đặt tại B + mô men của lực F đặt tại A quay quanh tâm B**



# Định lý trượt lực và định lý dời lực song song

## Tóm lại:

- Trượt lực ta sẽ được lực giống như cũ.
- Dời song song lực ta sẽ được lực giống như lực cũ và cộng thêm mô men.



Dời lực song song từ A về O

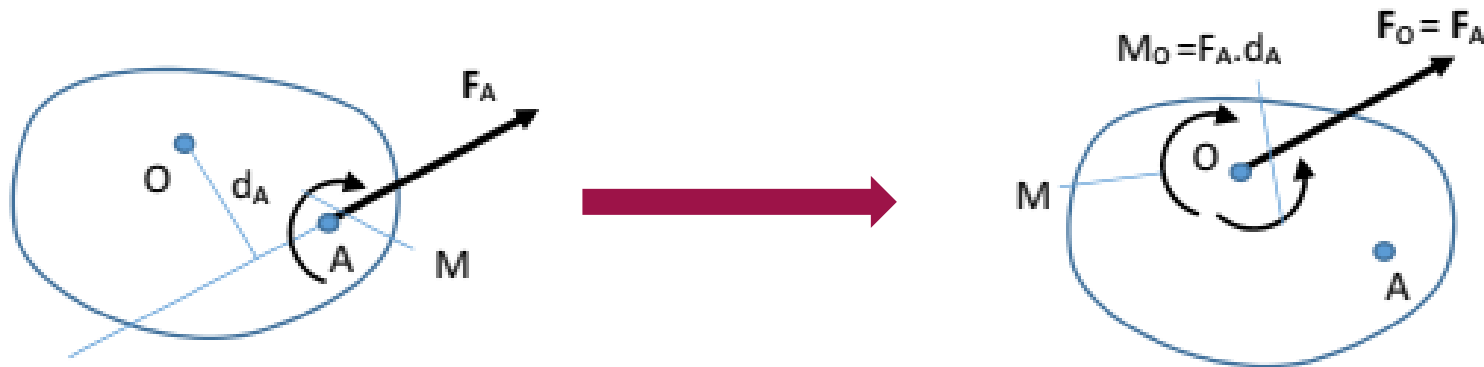


# Định lý trượt lực và định lý dời lực song song

**Chú ý:**

**Nếu tại A gồm một lực F và một mô men M như hình vẽ. Khi dời song song từ A đến O ta *dời luôn cả mô men M*. Khi đó mô men tổng hợp quay quanh tâm O bằng tổng đại số hai mô men:**

$$\curvearrowleft + (M_R)_O = F_A \cdot d_A - M$$

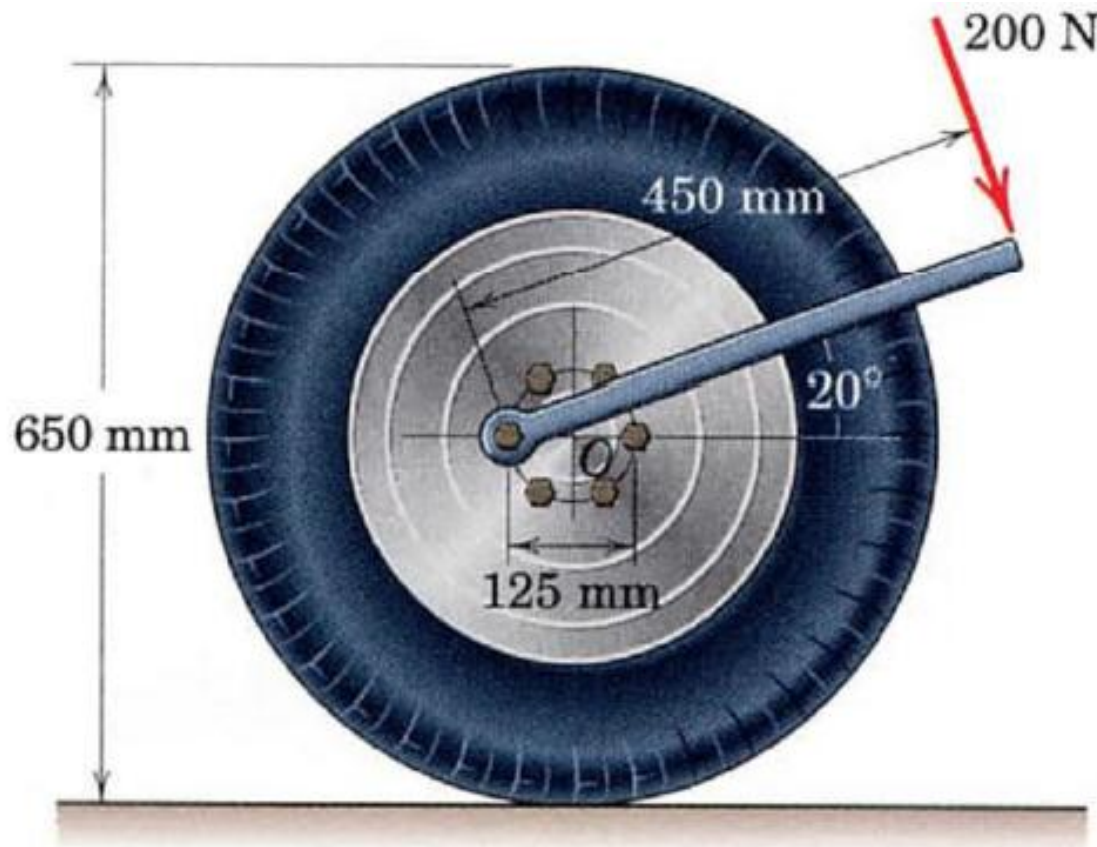


Dời lực và mô men song song từ A về O



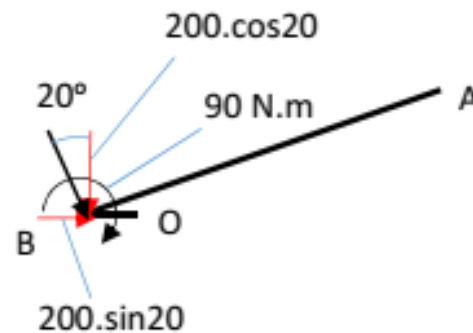
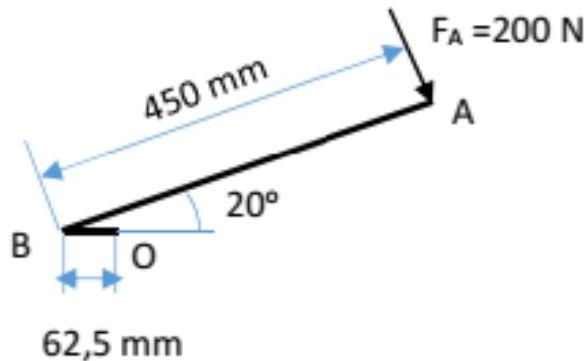
## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 39:** Một lực  $F = 200\text{ N}$  đặt vuông góc vào đầu A của cờ lê AB để xiết chặt bu lông B, cố định lại bánh xe. Hãy xác định mô men của lực  $F$  quay quanh tâm O của bánh xe như hình vẽ.



## Ví dụ áp dụng

Vẽ lại mô hình tác dụng lực như hình vẽ. Dời lực song song từ A về B ta được một lực giống như cũ và thêm mô men có trị số  $M_B = (200 \text{ N}) \cdot (0,45 \text{ m}) = 90 \text{ N.m}$



Suy ra mô men của lực đã cho quanh tâm O:

$$\begin{aligned} \curvearrowright + M_O &= (-90) \text{ N.m} + (200 \cdot \cos 20^\circ \cdot 0,0625) \text{ N.m} = -78,3 \text{ N.m} = \\ &= 78,3 \text{ N.m} \end{aligned}$$

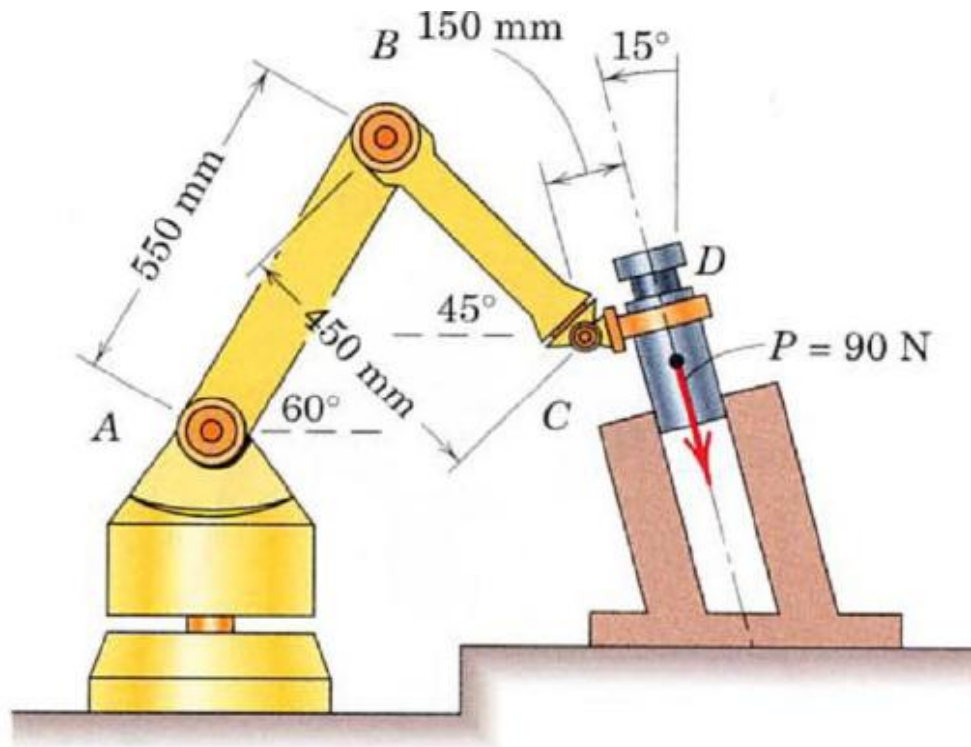
**Chú ý:** Tính mô men theo phương pháp chia lực thông thường vẫn áp dụng được với ví dụ này.





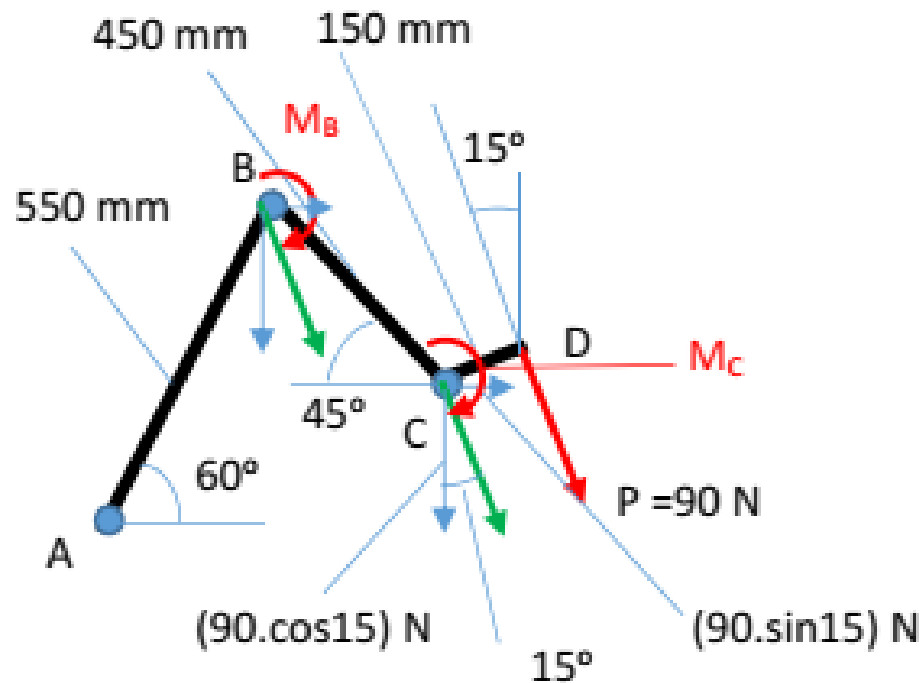
## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 40:** Trong tiêu chuẩn thiết kế yêu cầu robot phải tác dụng một lực  $P = 90 \text{ N}$  vào trong lỗ của một xy lanh. Hãy xác định mô men của lực này gây ra đối với các điểm  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .



## Ví dụ áp dụng

Vẽ lại mô hình tác dụng lực như hình vẽ. Do lực vuông góc với CD nên mô men của lực đã cho đối với tâm C là:



$$M_C = -90 \cdot 0,15 = -13,5 \text{ N.m}$$



## Ví dụ áp dụng

Dời lực song song từ D đến C ta được lực giống như cũ và cộng thêm mô men  $M_C$ . Suy ra mô men của lực đối với tâm B được tính:

$$M_B = (-13,5 - 90 \cos 15 \cdot 0,45 \cos 45 + 90 \sin 15 \cdot 0,45 \sin 45) N.m$$

$$M_B = (-13,5 - 90 \cdot 0,45 \cos(45 + 15)) N.m = -33,8 N.m$$

Dời song song lực và mô men  $M_B$  tính được từ C đến B ta được lực giống như cũ và cộng thêm mô men  $M_B$ . Suy ra mô men của lực đối với tâm A được tính:

$$M_A = (-33,8 - 90 \cos 15 \cdot 0,55 \cos 60 - 90 \sin 15 \cdot 0,55 \sin 60) N.m$$

$$M_A = (-33,8 - 90 \cdot 0,55 \cos(60 - 15)) N.m = -46,6 N.m$$

Kết quả:  $M_A = 44,6 N.m$  ;  $M_B = 33,8 N.m$  ;  $M_C = 13,5 N.m$   
Các mô men này đều quay cùng chiều kim đồng hồ.

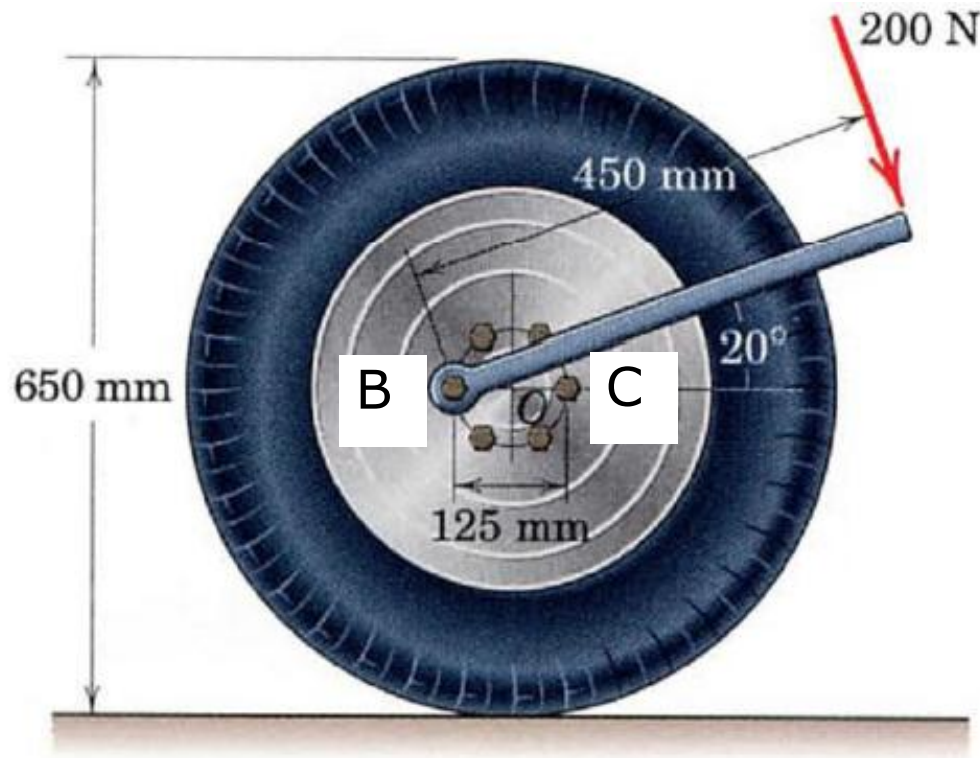


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 44:** Một lực  $F = 200\text{ N}$  đặt vuông góc vào đầu A của cờ lê AB để xiết chặt bu lông B, cố định lại bánh xe. Hãy xác định mô men của lực  $F$  quay quanh tâm bu lông C. Biết bu lông C đối xứng với bu lông B qua tâm O của bánh xe như hình vẽ.

Đáp số:

$$M_C = 66,5\text{ N.m} \quad \curvearrowright$$

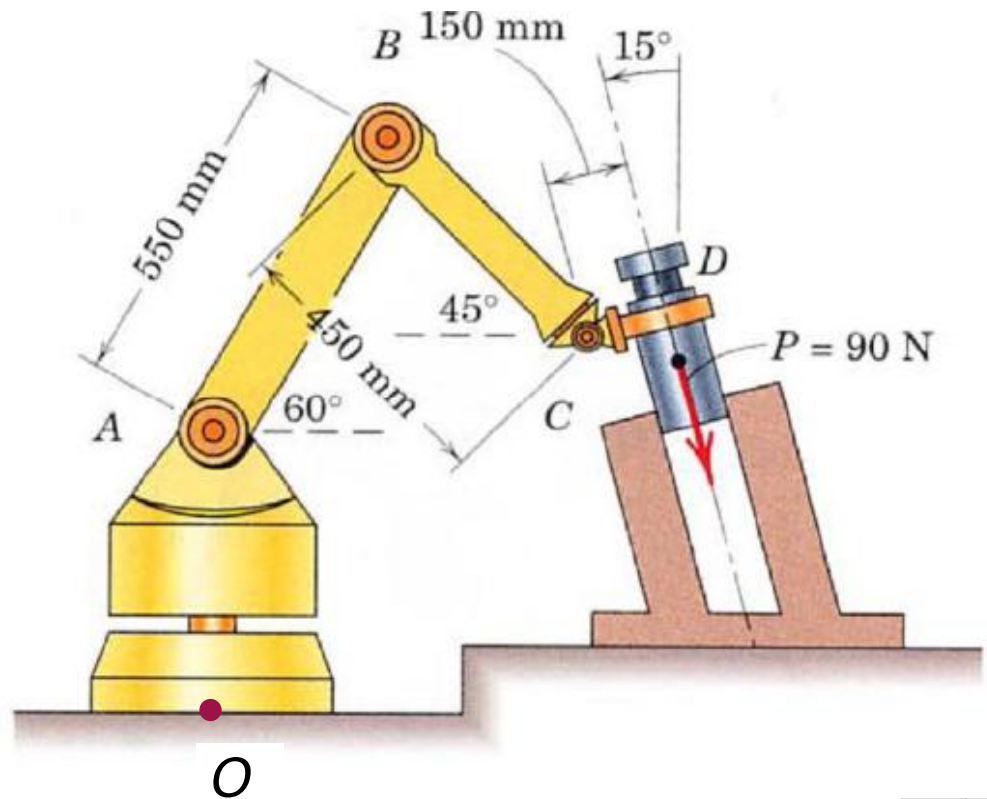


## Ví dụ áp dụng

**Bài tập 45:** Trong tiêu chuẩn thiết kế yêu cầu robot phải tác dụng một lực  $P = 90 \text{ N}$  vào trong lỗ của một xy lanh. Hãy xác định mô men của lực này gây ra đối với điểm  $O$ . Biết khoảng cách  $OA = 450 \text{ mm}$

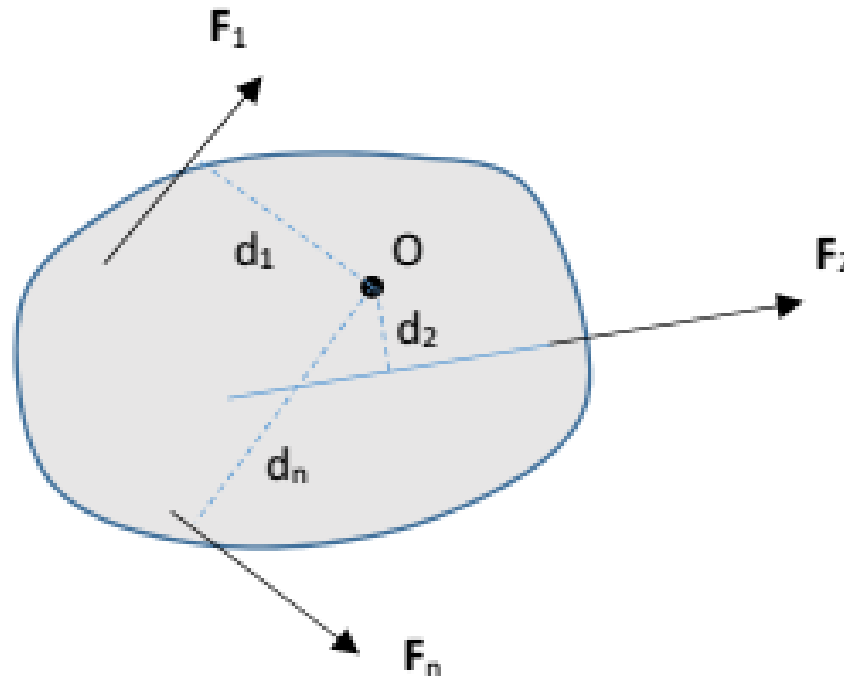
Đáp số:

$$M_O = 55,1 \text{ N.m} \quad \curvearrowright$$



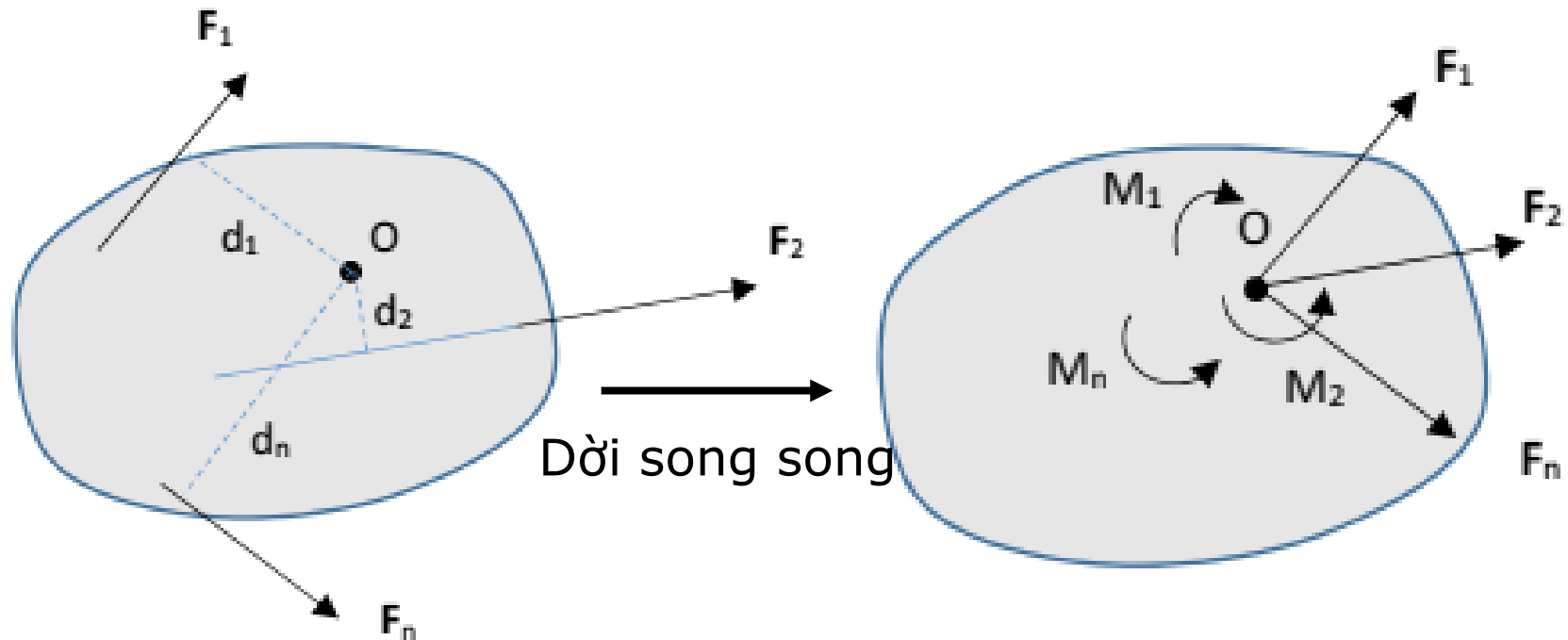
# Thu gọn hệ lực phẳng

**Bài toán thu gọn hệ lực phẳng:** Cho vật chịu tác dụng hệ lực nằm trong mặt phẳng. Các lực đã biết trước điểm đặt, hướng, trị số. Hãy thu gọn hệ lực đã cho về tâm thu gọn  $O$ .

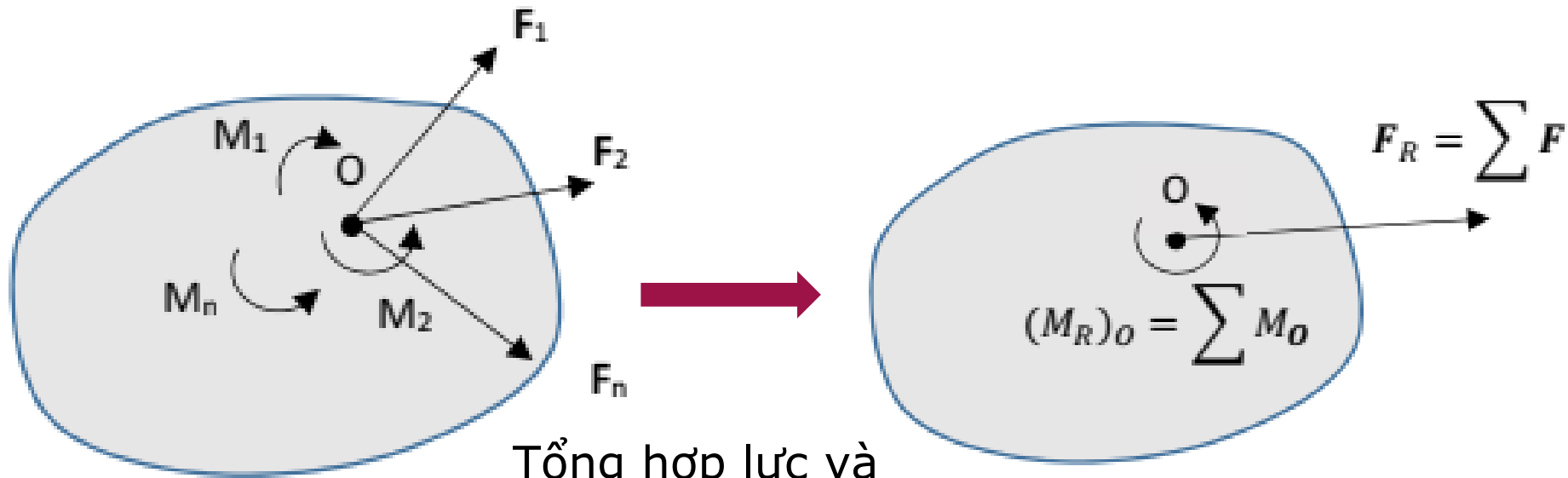


# Thu gọn hệ lực phẳng

**Cách giải:** Dời song song lần lượt các lực về tâm O ta được các lực và các mô men. Tổng hợp lực và tổng hợp mô men ta được **lực tổng hợp  $F_R$  gọi là véc tơ chính** và **mô men tổng hợp  $(M_R)_O$  gọi là mô men chính**



# Thu gọn hệ lực phẳng

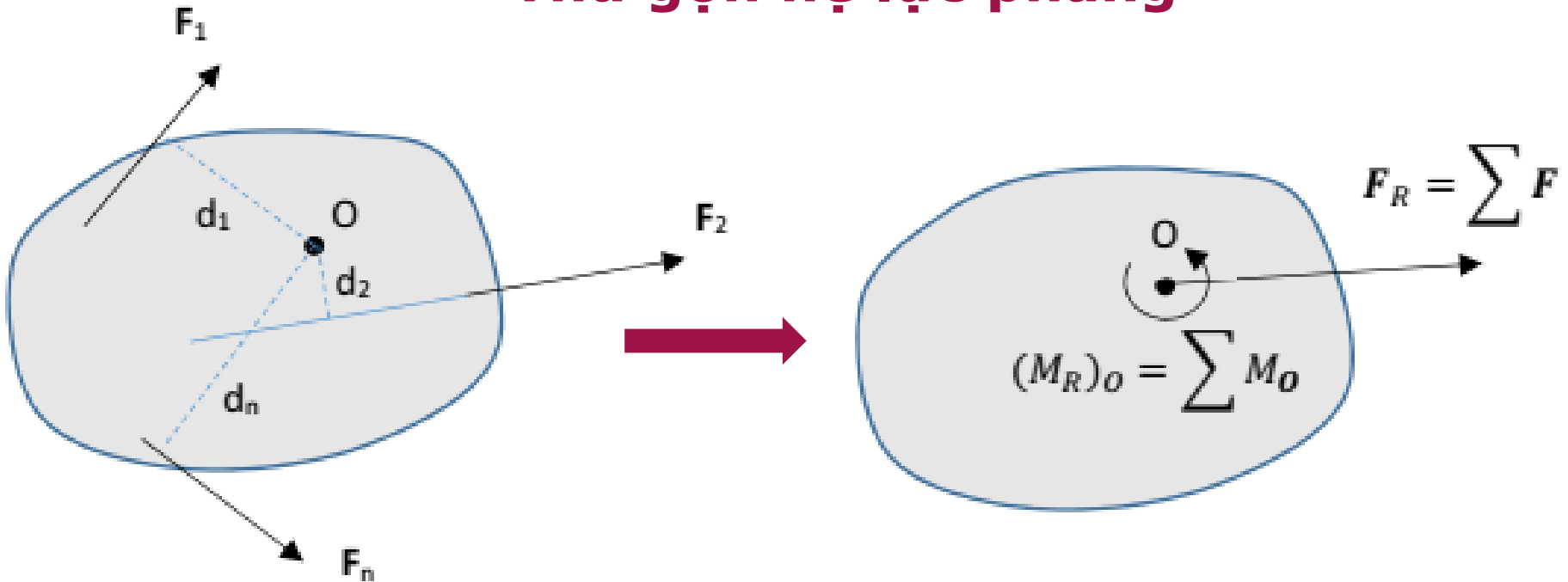


Tổng hợp lực và  
tổng hợp mô men





# Thu gọn hệ lực phẳng



**Kết quả:** Lúc đầu, ta có hệ lực:  $(F_1, F_2, \dots, F_n)$

Thu gọn về  $O$ , ta được hệ:  $(F_R, (M_R)_O)$

**Hai hệ trên có cùng tác dụng cơ học**



# Thu gọn hệ lực phẳng

Cách xác định véc tơ chính  $F_R$  và mô men chính  $(M_R)_O$  :

Dạng véc tơ:

$$\begin{aligned} F_R &= \Sigma F \\ (M_R)_O &= \Sigma M_O \end{aligned}$$

Dạng tọa độ Đề các:

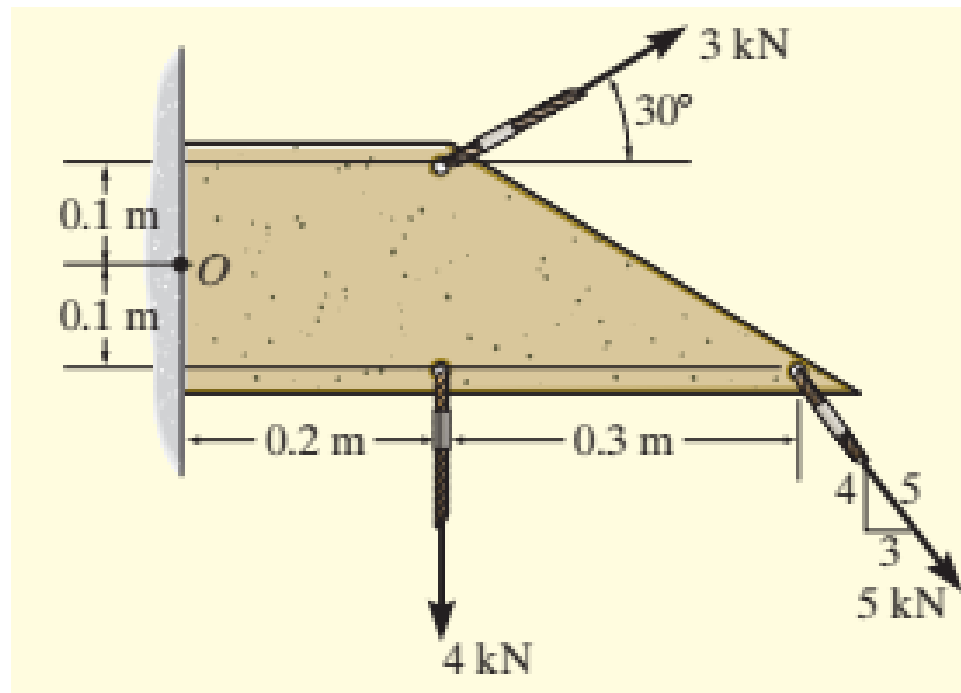
$$\begin{aligned} (F_R)_x &= \Sigma F_x \\ (F_R)_y &= \Sigma F_y \\ (M_R)_O &= \Sigma M_O \end{aligned}$$

Chú ý: Khi thay đổi tâm thu gọn O thì **véc tơ chính  $F_R$  không thay đổi hướng và trị số**, trong khi **mô men chính  $(M_R)_O$  thay đổi trị số**. Do vậy, kí hiệu mô men chính luôn gắn thêm tâm thu gọn O.



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 41:** *Hãy thay hệ lực đã cho bằng một lực tương đương đặt tại  $O$  và một mô men quay quanh  $O$*



## Ví dụ áp dụng

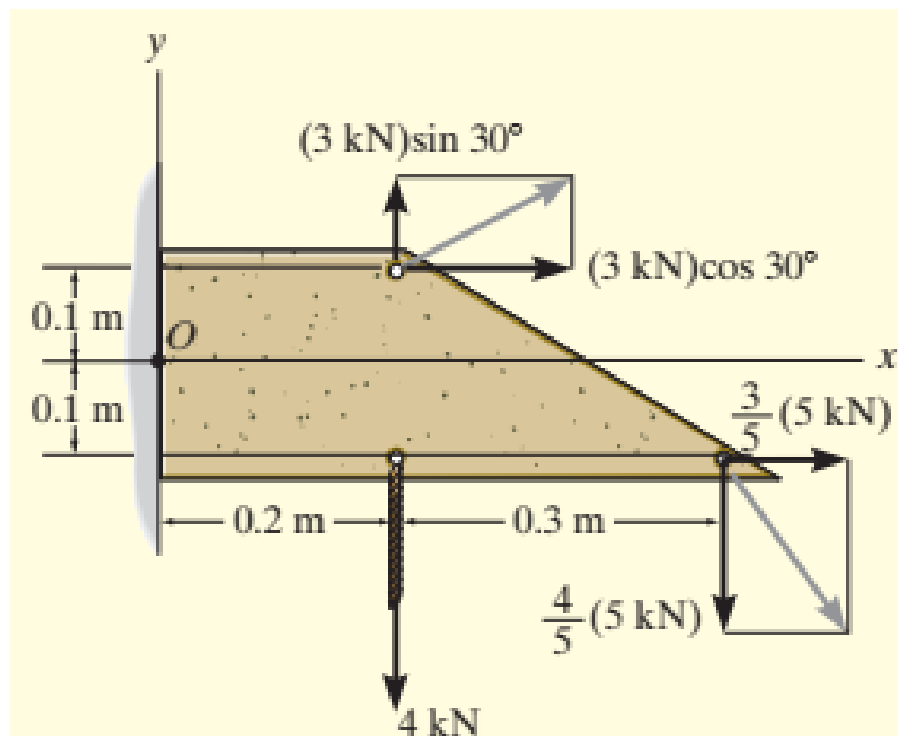
Chia các lực ra hai thành phần theo các trục tọa độ  $x, y$  như hình vẽ. Sau đó tính véc tơ chính và mô men chính

$$\rightarrow (F_R)_x = \Sigma F_x;$$

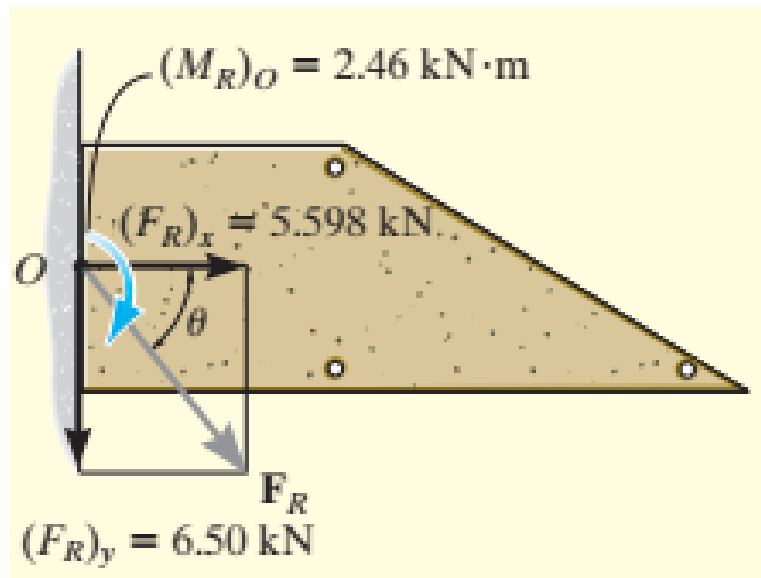
$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y;$$

$$(F_R)_x = (3 \text{ kN})\cos 30^\circ + \left(\frac{3}{5}\right)(5 \text{ kN}) = 5.598 \text{ kN} \rightarrow$$

$$(F_R)_y = (3 \text{ kN})\sin 30^\circ - \left(\frac{4}{5}\right)(5 \text{ kN}) - 4 \text{ kN} = -6.50 \text{ kN} = 6.50 \text{ kN} \downarrow$$



## Ví dụ áp dụng



Độ lớn của vec tơ chính:

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

$$= \sqrt{(5.598 \text{ kN})^2 + (6.50 \text{ kN})^2} = 8.58 \text{ kN}$$

Hướng của vec tơ chính được xác định bởi góc  $\theta$ :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6.50 \text{ kN}}{5.598 \text{ kN}}\right) = 49.3^\circ$$

Trị số mô men chính được tính theo công thức:  $\zeta + (M_R)_O = \Sigma M_O$ ;

$$(M_R)_O = (3 \text{ kN})\sin 30^\circ(0.2 \text{ m}) - (3 \text{ kN})\cos 30^\circ(0.1 \text{ m}) + \left(\frac{3}{5}\right)(5 \text{ kN})(0.1 \text{ m})$$

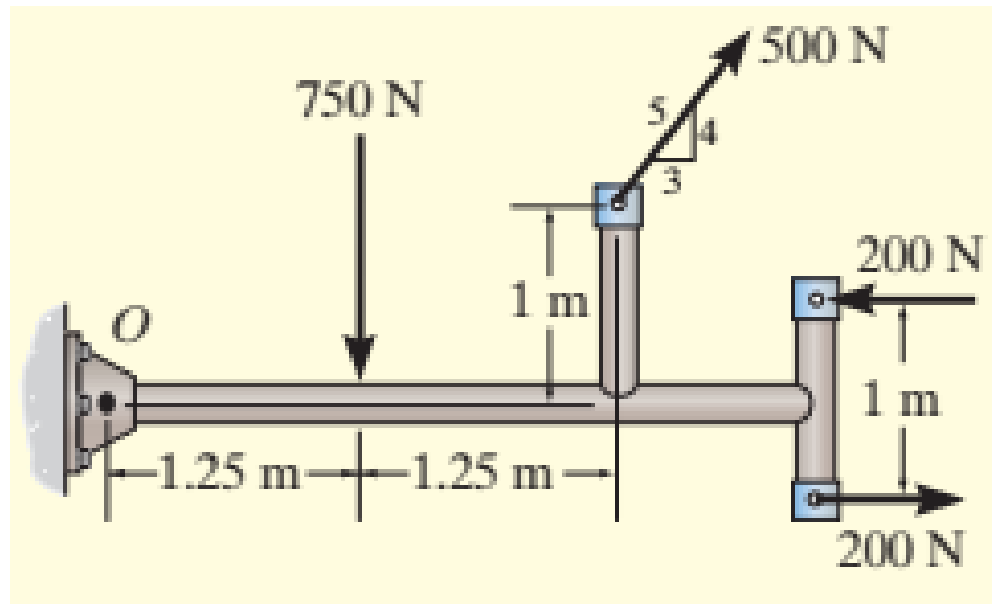
$$- \left(\frac{4}{5}\right)(5 \text{ kN})(0.5 \text{ m}) - (4 \text{ kN})(0.2 \text{ m})$$

$$= -2.46 \text{ kN} \cdot \text{m} = 2.46 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright$$



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 42:** *Hãy thay hệ lực đã cho bằng một lực tương đương đặt tại  $O$  và một mô men quay quanh  $O$*



## Ví dụ áp dụng

Tính hai thành phần của véc tơ chính:

$$\rightarrow (F_R)_x = \Sigma F_x;$$

$$\rightarrow (F_R)_x = \Sigma F_x; (F_R)_x = \left(\frac{3}{5}\right)(500 \text{ N}) = 300 \text{ N} \rightarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y;$$

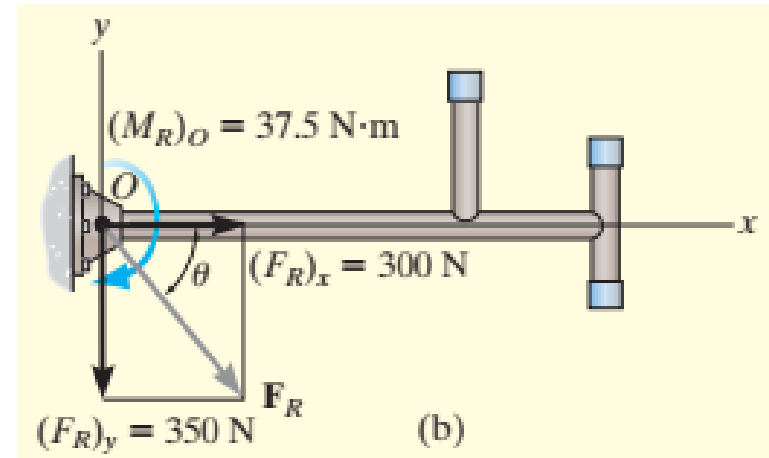
$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; (F_R)_y = (500 \text{ N})\left(\frac{4}{5}\right) - 750 \text{ N} = -350 \text{ N} = 350 \text{ N} \downarrow$$

Độ lớn và hướng của véc tơ chính:

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

$$= \sqrt{(300 \text{ N})^2 + (350 \text{ N})^2} = 461 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{350 \text{ N}}{300 \text{ N}}\right) = 49.4^\circ$$



Mô men chính:  $\curvearrowleft + (M_R)_O = \Sigma M_O$

$$\begin{aligned} (M_R)_O &= (500 \text{ N})\left(\frac{4}{5}\right)(2.5 \text{ m}) - (500 \text{ N})\left(\frac{3}{5}\right)(1 \text{ m}) \\ &\quad - (750 \text{ N})(1.25 \text{ m}) + 200 \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= -37.5 \text{ N} \cdot \text{m} = 37.5 \text{ N} \cdot \text{m} \curvearrowright \end{aligned}$$

Chú ý: ngẫu lực (200 N; 200 N) có mô men dương (vì quay ngược chiều KĐH, và có trị số  $(200 \text{ N}) \cdot (1 \text{ m}) = 200 \text{ N} \cdot \text{m}$ )



## Các bài tập tương tự

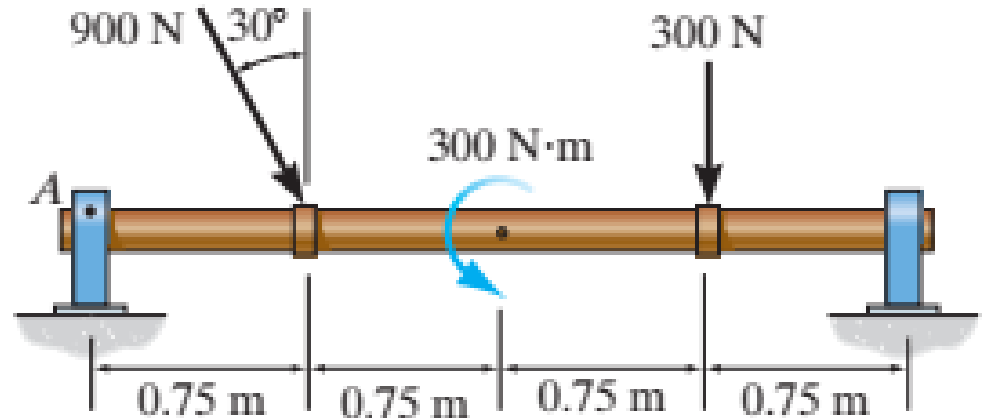
**Bài tập 46:** *Thay hệ lực cho như hình vẽ bằng một lực tương đương đặt tại A và mô men quay quanh A.*

Đáp số:

$$F_R = 1.17 \text{ kN}$$

$$\theta = 67.4^\circ \searrow$$

$$(M_R)_A = 960 \text{ N} \cdot \text{m} \curvearrowright$$





## Các bài tập tương tự

**Bài tập 47:** *Thay hệ lực cho như hình vẽ bằng một lực tương đương đặt tại O và mô men quay quanh O.*

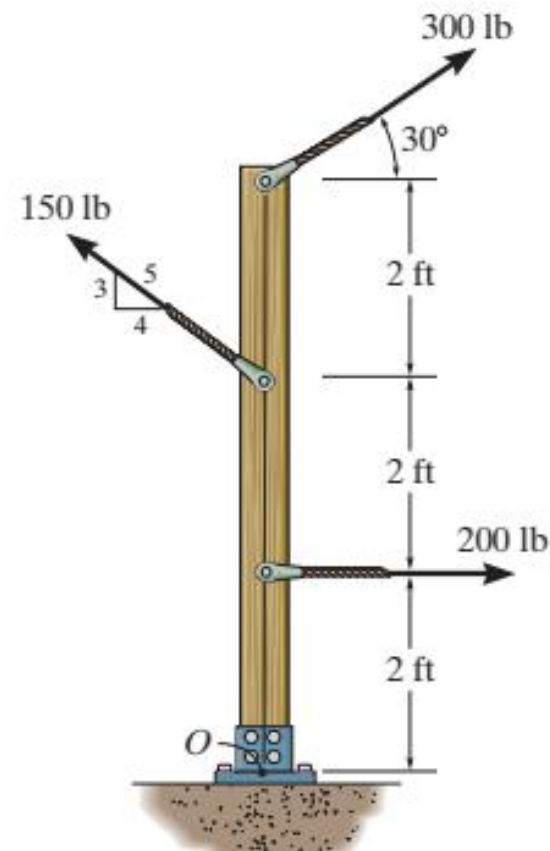
Đáp số:

$$F_R = 416 \text{ lb}$$

$$\theta = 35.2^\circ \nearrow$$

$$(M_R)_A = 1.48 \text{ kip} \cdot \text{ft} \curvearrowright$$

Chú ý: 1 kip = 1000 lb  
kip (gọi là ki lô pound)



## Các bài tập tương tự

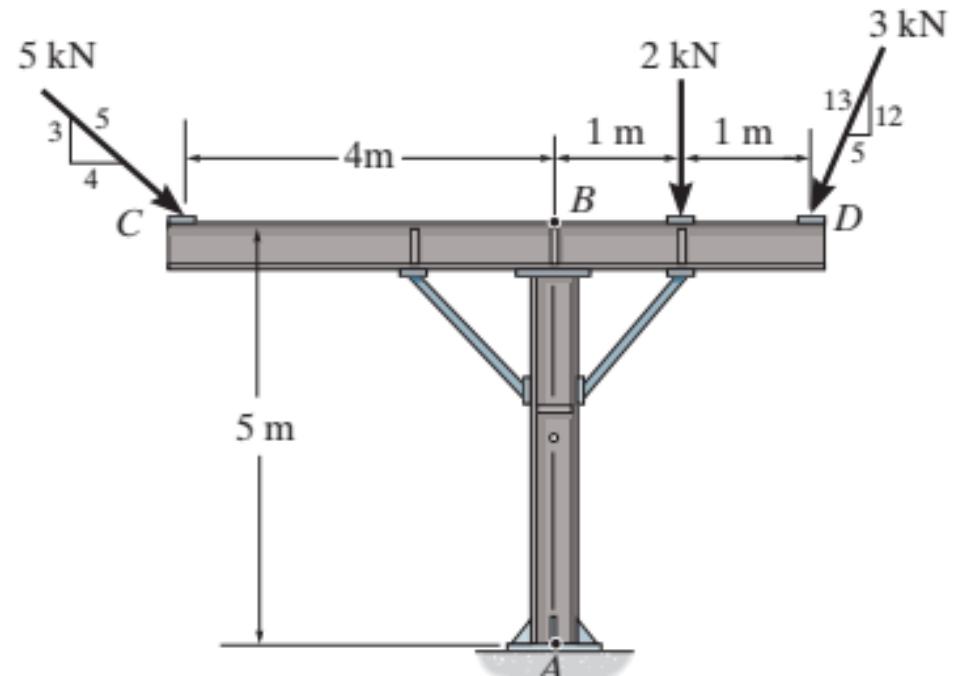
**Bài tập 48:** *Thay hệ lực cho như hình vẽ bằng một lực tương đương đặt tại A và mô men quay quanh A.*

Đáp số:

$$F_R = 8.27 \text{ kN}$$

$$\theta = 69.9^\circ \searrow$$

$$(M_R)_A = 9.77 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

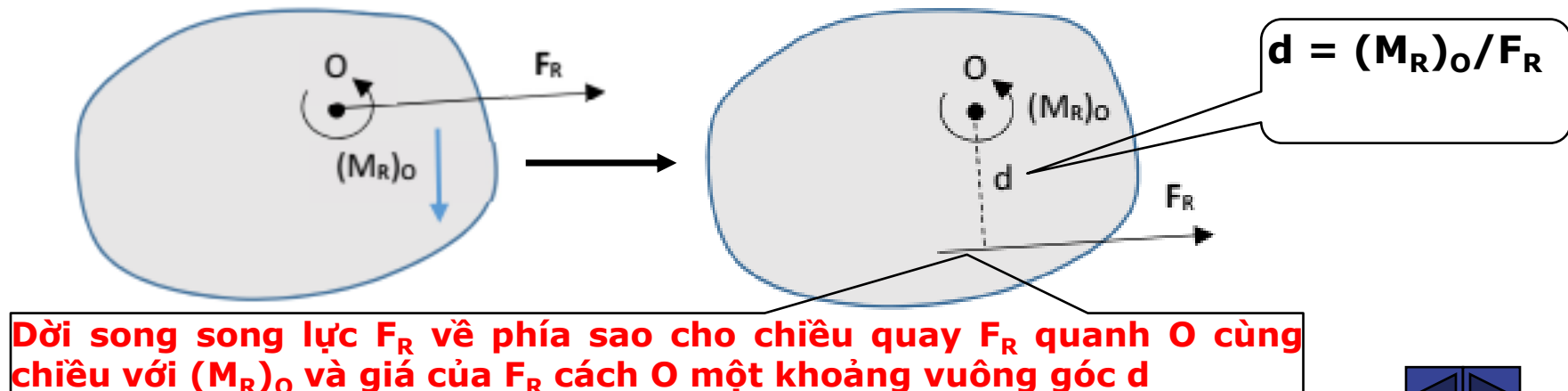


# Thu hệ lực phẳng thành một lực tương đương

**Bài toán:** Sau khi thu gọn một hệ lực phẳng bất kỳ thành véc tơ chính  $F_R$  và mô men chính  $(M_R)_O$ , ta có thể tiếp tục thu gọn hay không??????????

Cách giải: Sử dụng định lý dời lực song song ta có:

- Nếu dời song song một lực từ điểm đặt này đến điểm đặt kia ta được một lực + một mô men.
- Như vậy, NGƯỢC LẠI, lúc đầu có một lực + một mô men ta có thể thành thu gọn một lực theo nguyên tắc dời ngược:

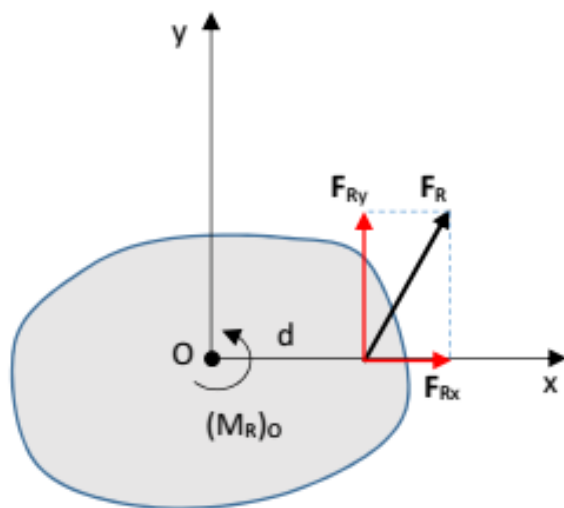


# Thu hệ lực phẳng thành lực tương đương

d được tính theo công thức:  $(M_R)_O = F_R d = \sum M_O$

Hay:  $d = \sum M_O / F_R$

**Trong thực hành, chúng ta nên chia  $F_R$  ra hai thành phần  $F_{Rx}$  và  $F_{Ry}$  và trượt đến vị trí thích hợp sao cho một trong hai thành có giá đi qua tâm thu gọn. Khi đó d sẽ là khoảng cách từ tâm thu gọn đến giá thành phần còn lại.**



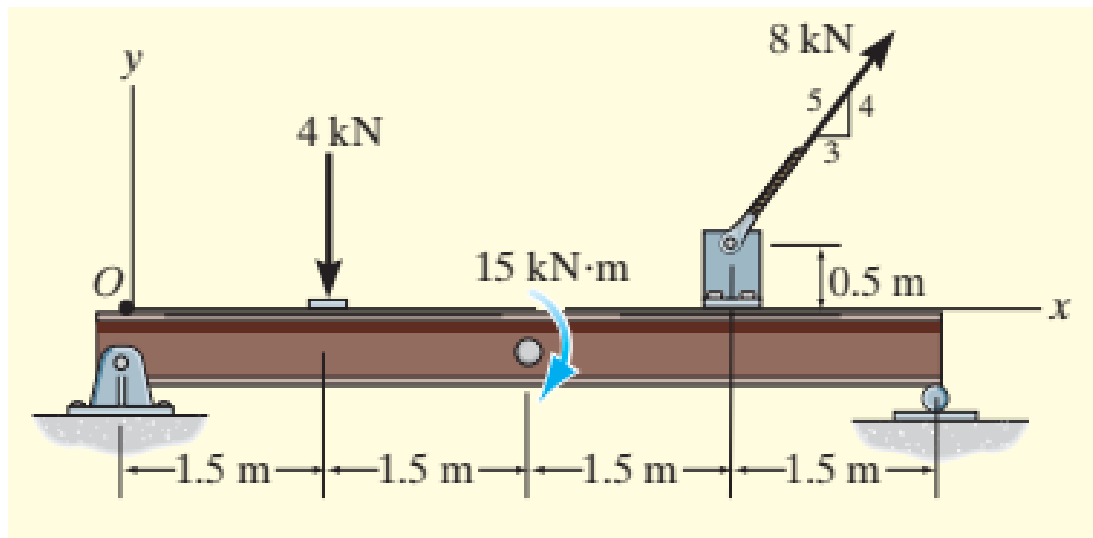
Trong trường hợp hình vẽ:

$$(F_R)_y d = \sum M_O$$



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 43:** *Hãy thay hệ lực đã cho bằng một lực tương đương và tìm xem giá của lực tương đương cắt dầm ngang tại vị trí cách đầu O một khoảng bao nhiêu?*



## Ví dụ áp dụng

Tính hai thành phần của lực tương đương (véc tơ chính):

$$\rightarrow (F_R)_x = \sum F_x;$$

$$(F_R)_x = 8 \text{ kN} \left( \frac{3}{5} \right) = 4.80 \text{ kN} \rightarrow$$

$$+ \uparrow (F_R)_y = \sum F_y;$$

$$(F_R)_y = -4 \text{ kN} + 8 \text{ kN} \left( \frac{4}{5} \right) = 2.40 \text{ kN} \uparrow$$

Độ lớn và hướng của lực tương đương:

$$F_R = \sqrt{(4.80 \text{ kN})^2 + (2.40 \text{ kN})^2} = 5.37 \text{ kN}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{2.40 \text{ kN}}{4.80 \text{ kN}} \right) = 26.6^\circ$$

Mô men chính đối với tâm thu gọn O:

$$\zeta + (M_R)_O = \sum M_O;$$

$$= -(4 \text{ kN})(1.5 \text{ m}) - 15 \text{ kN} \cdot \text{m} - \left[ 8 \text{ kN} \left( \frac{3}{5} \right) \right] (0.5 \text{ m}) + \left[ 8 \text{ kN} \left( \frac{4}{5} \right) \right] (4.5 \text{ m})$$

$$= 5.4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



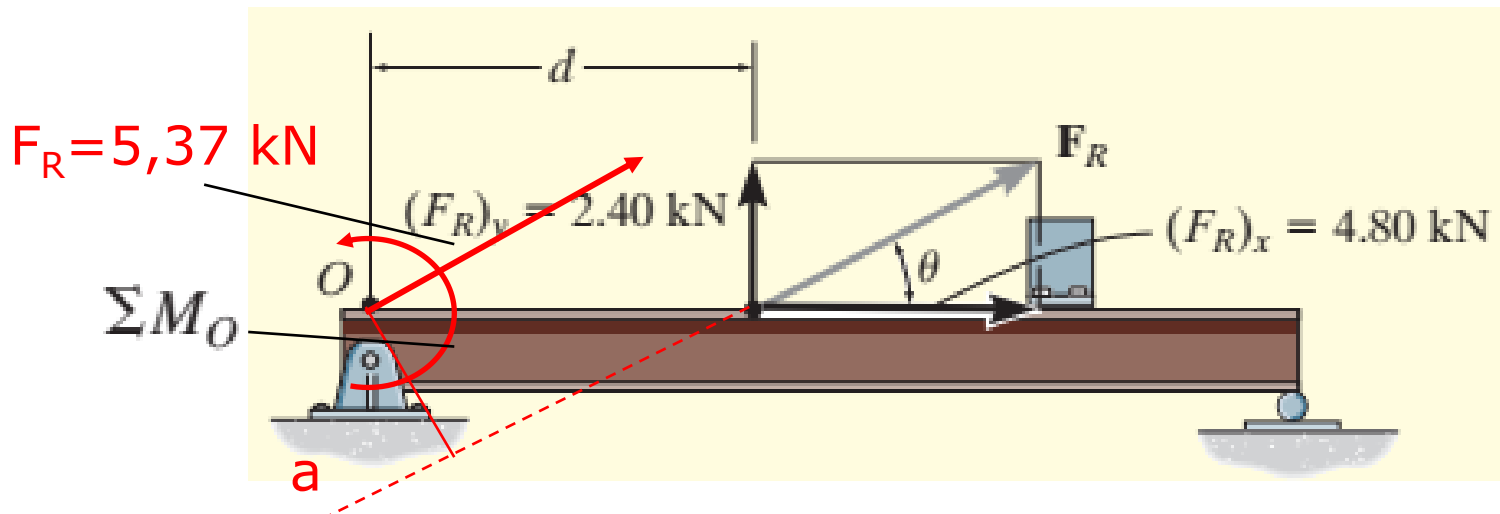
## Ví dụ áp dụng

Dùng định lý dời lực song song ngược, giá của lực tương đương cách điểm O một đoạn  $a$  được xác định

$$F_R a = \sum M_O$$

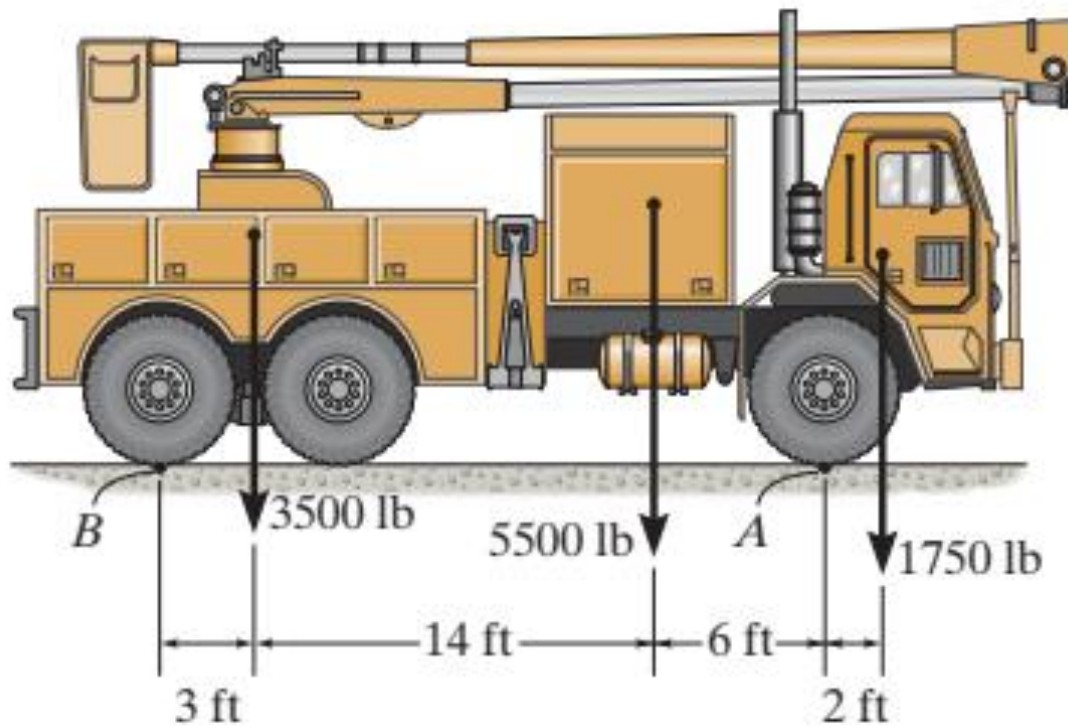
Trượt  $F_R$  dọc theo giá đến điểm giao với dầm, sau đó chia  $F_R$  ra hai thành phần. Vì thành phần  $(F_R)_x$  đi qua O nên không có mô men. Suy ra khoảng cách  $d$  được xác định:

$$F_R a = (F_R)_y d = \sum M_O \quad (2,4 \text{ kN}) \cdot d = 5,4 \text{ kN.m} \quad \text{Suy ra } d = 2,25 \text{ m}$$



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 44:** *Trọng lượng của ba phần trong xe cẩu có giá trị và điểm đặt như hình vẽ. Hãy thay ba lực đã cho bằng một lực tương đương. Hãy xác định **trị số lực tương đương** và **điểm đặt của lực tương đương cách điểm A một khoảng bao nhiêu?***





## Ví dụ áp dụng

Vì các lực song song cùng chiều hướng xuống nên hợp lực của các lực thu về A có giá trị:

$$F_R = 3500 + 5500 + 1750 = 10750 \text{ lb} = 10,75 \text{ kip}$$

Mô men tổng hợp của các lực quanh tâm A có giá trị:

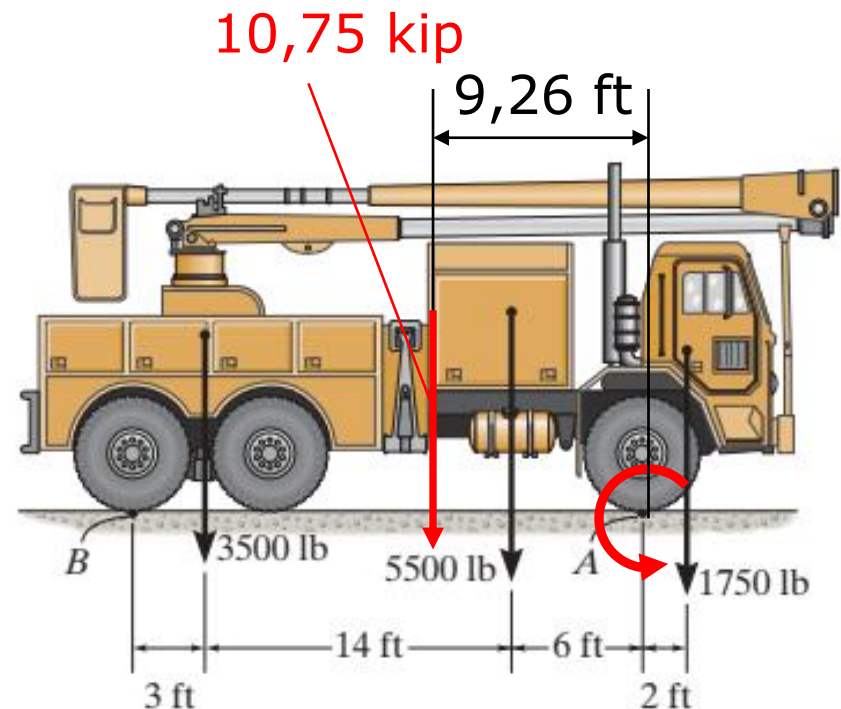
$$(M_R)_A = 3500 \cdot 20 + 5500 \cdot 6 - 1750 \cdot 2 = 99500 \text{ lb.ft}$$

Như vậy lực tương đương  $F_R$  phải đặt phía sau A và cách A một đoạn  $d$  được xác định:

$$F_R \cdot d = (M_R)_A$$

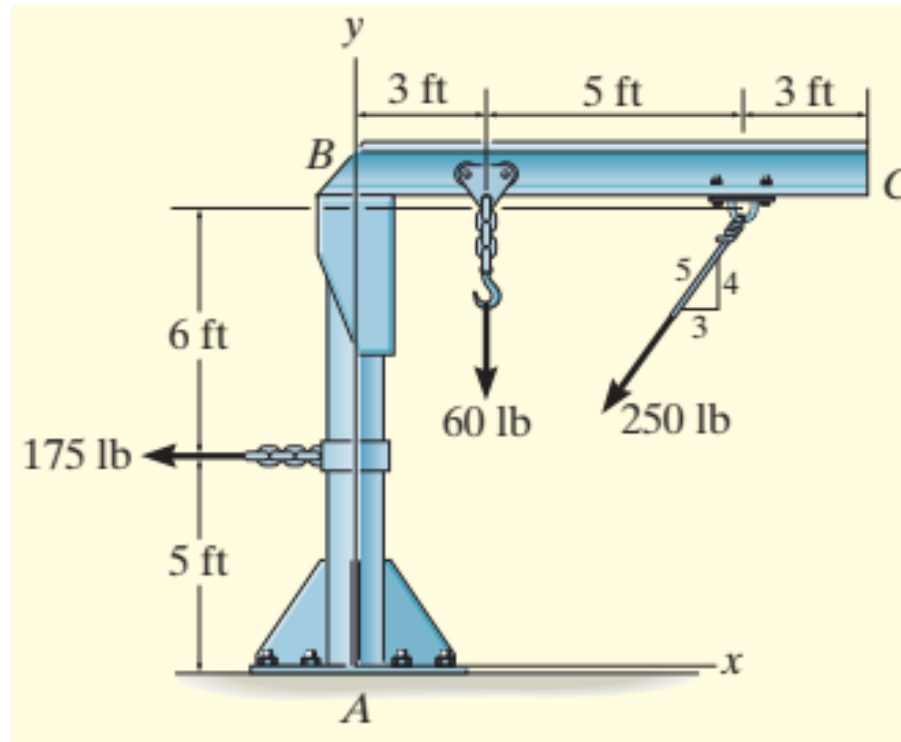
$$(10750 \text{ lb}) \cdot d = 99500 \text{ lb.ft}$$

$$d = 9,26 \text{ ft}$$



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 45:** Một cần trục cho như hình vẽ chịu tác dụng ba lực đồng phẳng. Hãy thay lực trên bằng một lực tương đương. Xác định vị trí giao điểm giữa giá của lực tương đương với cột AB và cần BC.



## Ví dụ áp dụng

Chia các lực đã cho ra hai thành phần x, y rồi sau đó tổng hợp chúng:

$$\rightarrow (F_R)_x = \Sigma F_x; \quad (F_R)_x = -250 \text{ lb} \left(\frac{3}{5}\right) - 175 \text{ lb} = -325 \text{ lb} = 325 \text{ lb} \leftarrow$$

$$+ \uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \quad (F_R)_y = -250 \text{ lb} \left(\frac{4}{5}\right) - 60 \text{ lb} = -260 \text{ lb} = 260 \text{ lb} \downarrow$$

Độ lớn của hợp lực và hướng được xác định:

$$F_R = \sqrt{(325 \text{ lb})^2 + (260 \text{ lb})^2} = 416 \text{ lb}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{260 \text{ lb}}{325 \text{ lb}} \right) = 38.7^\circ \nearrow$$

Giả sử giá của lực tương đương cắt cột AB tại điểm cách chân cột A một đoạn y và cắt cần BC tại điểm cách đầu B một đoạn x. Để xác định x ta trượt lực tương đương đến điểm giao trên (xem hình vẽ trên trang sau). Khi đó:

$$\zeta + (M_R)_A = \Sigma M_A;$$

$$325 \text{ lb} (y) + 260 \text{ lb} (0) = 175 \text{ lb} (5 \text{ ft}) - 60 \text{ lb} (3 \text{ ft}) + 250 \text{ lb} \left(\frac{3}{5}\right)(11 \text{ ft}) - 250 \text{ lb} \left(\frac{4}{5}\right)(8 \text{ ft})$$

$$y = 2.29 \text{ ft}$$



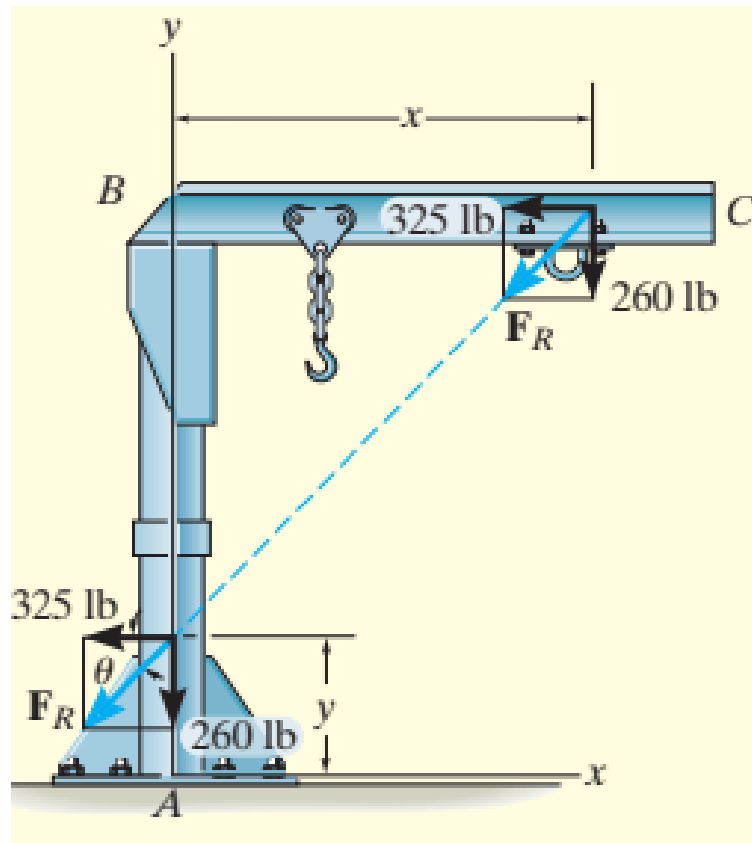
## Ví dụ áp dụng

Để xác định  $y$  ta trượt lực tương đương đến điểm giao dưới.

Khi đó:  $\zeta + (M_R)_A = \Sigma M_A;$

$$325 \text{ lb} (11 \text{ ft}) - 260 \text{ lb} (x) = 175 \text{ lb} (5 \text{ ft}) - 60 \text{ lb} (3 \text{ ft}) + 250 \text{ lb} \left(\frac{3}{5}\right) (11 \text{ ft}) - 250 \text{ lb} \left(\frac{4}{5}\right) (8 \text{ ft})$$

$$x = 10.9 \text{ ft}$$

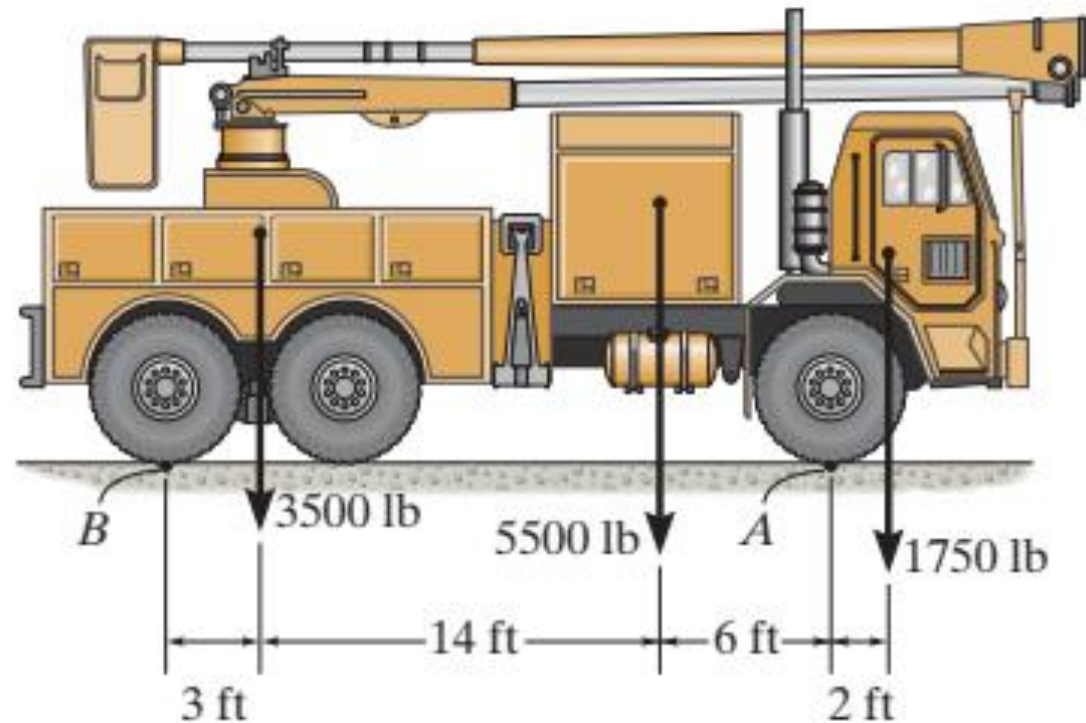


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 49:** *Trọng lượng của ba phần trong xe cẩu có giá trị và điểm đặt như hình vẽ. Hãy thay ba lực đã cho bằng một lực tương đương. Hãy xác định **trị số lực tương đương** và **điểm đặt của lực tương đương cách điểm B một khoảng bao nhiêu?***

Đáp số:

$$F_R = 10.75 \text{ kip} \downarrow$$
$$d = 13.7 \text{ ft}$$

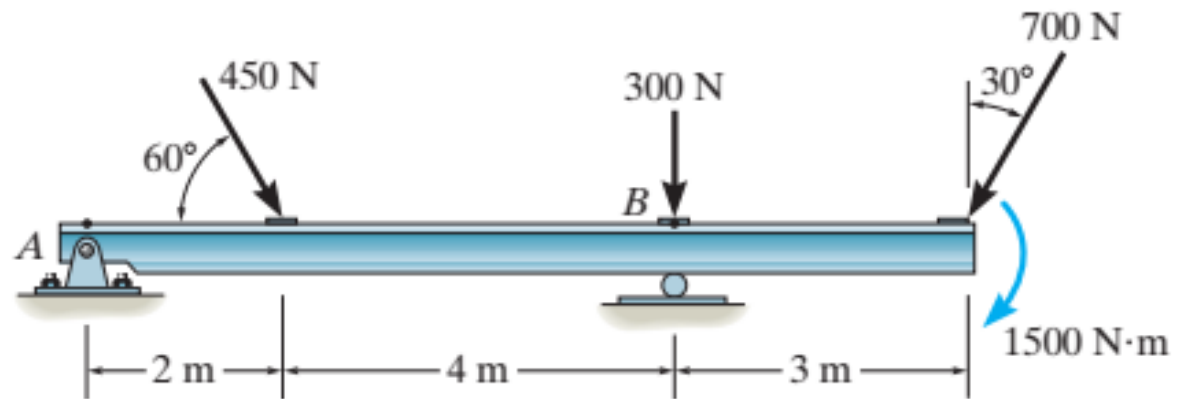


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 50:** Thay hệ lực đã cho tác dụng lên dầm như hình vẽ bằng một lực tương đương. Hãy xác định trị số và hướng của lực tương đương. Xác định khoảng cách giữa điểm đặt lực tương đương với điểm A.

Đáp số:

$$F = 1302 \text{ N}$$
$$\theta = 84.5^\circ \nearrow$$
$$x = 7.36 \text{ m}$$



## Các bài tập tương tự

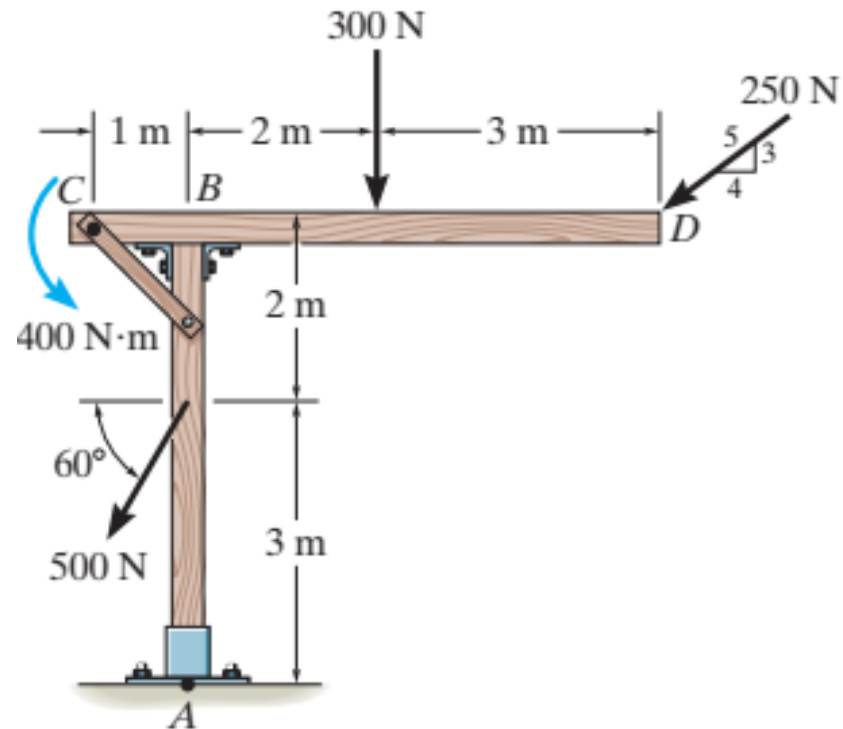
**Bài tập 51:** Thay hệ lực đã cho tác dụng lên kết cấu như hình vẽ bằng một lực tương đương. Hãy xác định trị số và hướng của lực tương đương. Xác định khoảng cách giữa giao điểm giá của lực tương đương với thanh CD so với đầu C.

Đáp số:

$$F_R = 991 \text{ N}$$

$$\theta = 63.0^\circ \nearrow$$

$$x = 2.64 \text{ m}$$



# Thu hệ lực phân bố thành một lực tương đương

**Hệ lực phân bố là gì????**

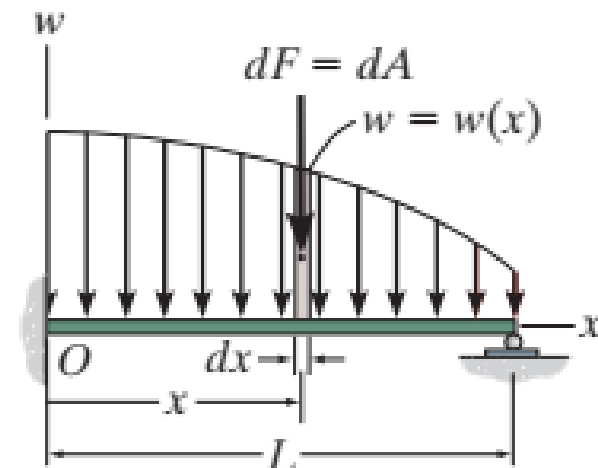
**Hệ lực phân bố là tập hợp vô số các lực song song, cùng chiều tác dụng lên một bề mặt hoặc lên một chiều dài nào đó.**

**Ta chỉ xét trường hợp đơn giản hệ lực phân bố theo chiều dài.**

Giả sử xét hệ lực phân bố trên chiều dài  $L$  theo quy luật đường cong như hình vẽ  $w = w(x)$

Trong đó  $x$  là tọa độ vị trí của điểm trên chiều dài

$w$  là cường độ lực phân bố, có đơn vị (lực/chiều dài)





# Thu hệ lực phân bố thành một lực tương đương

Sử dụng công thức thu gọn hệ lực thành một lực tương đương  $F_R$  được xác định:

$$+\downarrow F_R = \Sigma F$$

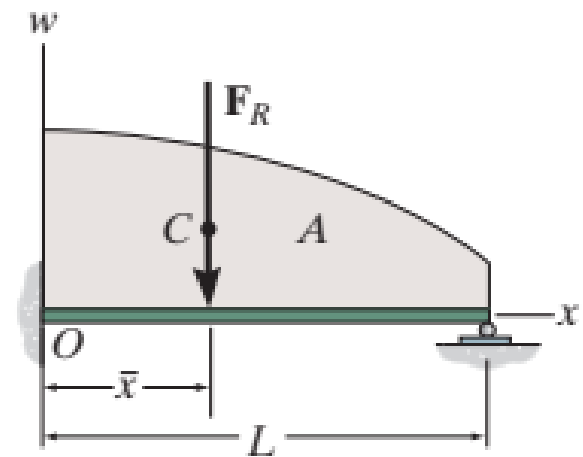
$$F_R = \int_L w(x) dx = \int_A dA = A$$

## A là diện tích hình phân bố lực.

Giá của lực luôn đi qua điểm C cách gốc tọa độ O một đoạn  $\bar{x}$

$$\zeta + (M_R)_O = \Sigma M_O; \quad -\bar{x}F_R = - \int_L xw(x) dx$$

$$\bar{x} = \frac{\int_L xw(x) dx}{\int_L w(x) dx} = \frac{\int_A x dA}{\int_A dA}$$

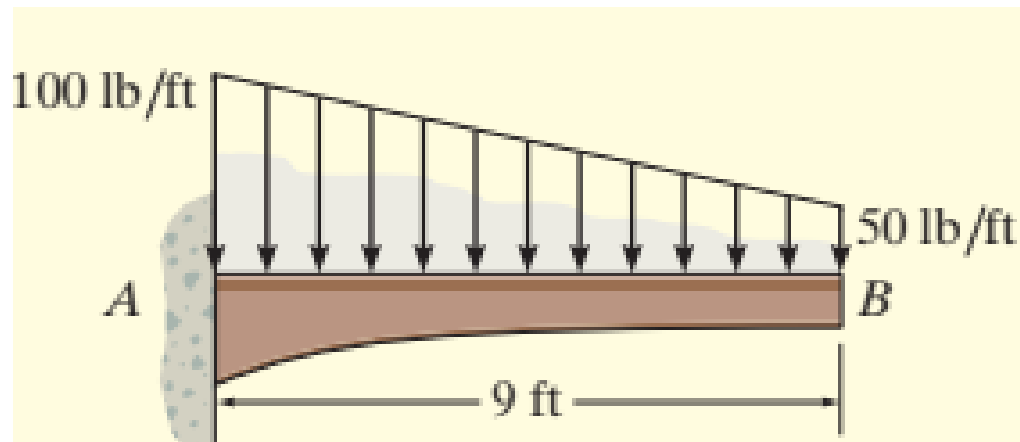


Theo toán học **C chính là trọng tâm hình phân bố lực.**



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 46:** *Hay thay hệ lực phân bố như hình vẽ bằng một lực tương đương. Xác định độ lớn, hướng, vị trí cách đầu A của lực tương đương.*



## Ví dụ áp dụng

Hệ lực phân bố đã cho có **dạng hình thang**. Ta có thể dễ dàng tính diện tích hình thang nhưng rất khó xác định trọng tâm hình thang. Vì vậy, ta chia hình thang ra hai hình phân bố lực gồm hình tam giác và hình chữ nhật.

Lực tương đương thay thế cho hệ lực phân bố tam giác và phân bố hình chữ nhật có độ lớn được xác định bằng diện tích các hình tương ứng:

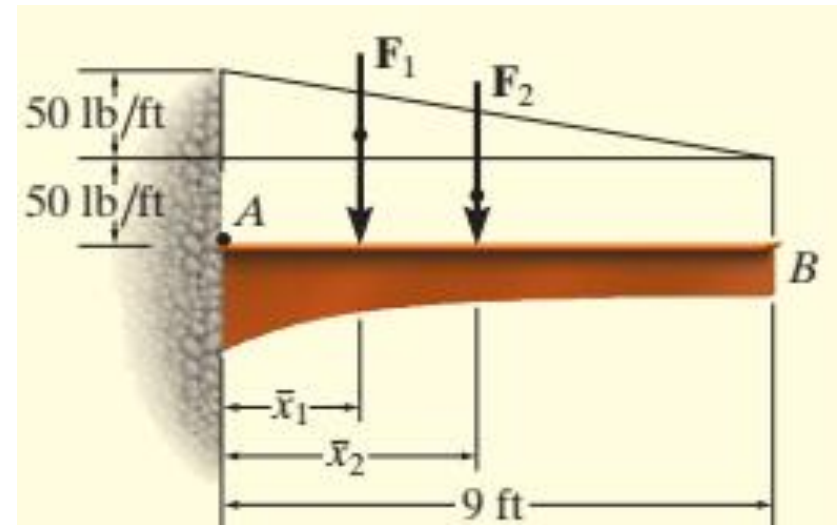
$$F_1 = \frac{1}{2}(9 \text{ ft})(50 \text{ lb/ft}) = 225 \text{ lb}$$

$$F_2 = (9 \text{ ft})(50 \text{ lb/ft}) = 450 \text{ lb}$$

Giá của lực  $\mathbf{F}_1$  và  $\mathbf{F}_2$  qua trọng tâm hình tam giác và hình chữ nhật.

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{3}(9 \text{ ft}) = 3 \text{ ft}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{2}(9 \text{ ft}) = 4.5 \text{ ft}$$



## Ví dụ áp dụng

Tiếp tục thay thế hai lực  $\mathbf{F}_1$  và  $\mathbf{F}_2$  bằng lực tương đương  $\mathbf{F}_R$  được xác định:

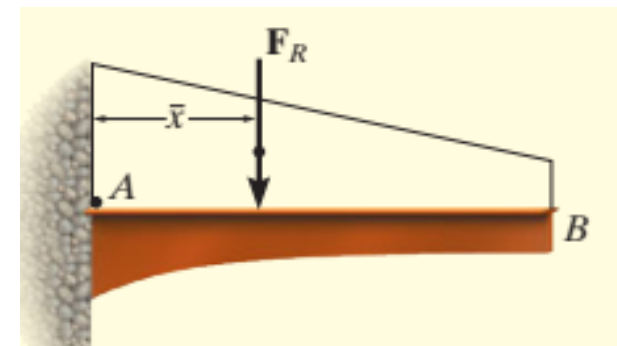
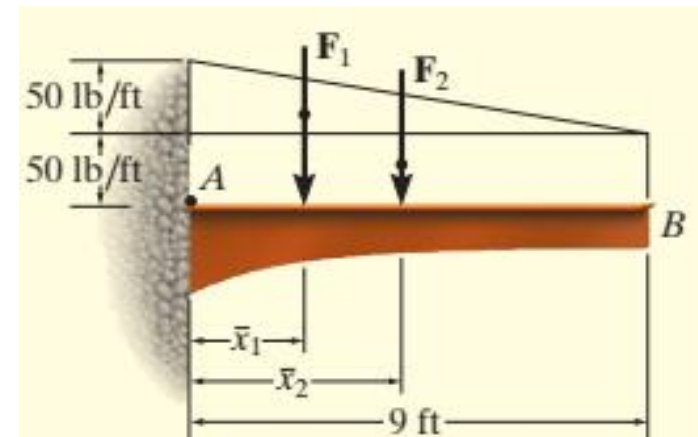
$$+\downarrow F_R = \Sigma F \quad F_R = 225 + 450 = 675 \text{ lb}$$

Giá của lực  $\mathbf{F}_R$  cách A một đoạn

$$\zeta + (M_R)_A = \Sigma M_A;$$

$$\bar{x}(675) = 3(225) + 4.5(450)$$

$$\bar{x} = 4 \text{ ft}$$



## Ví dụ áp dụng

**Chú ý:** ta có thể chia hình thang ra hai hình phân bố lực gồm hai hình tam giác như hình vẽ.

Độ lớn hai lực tập trung tương đương:

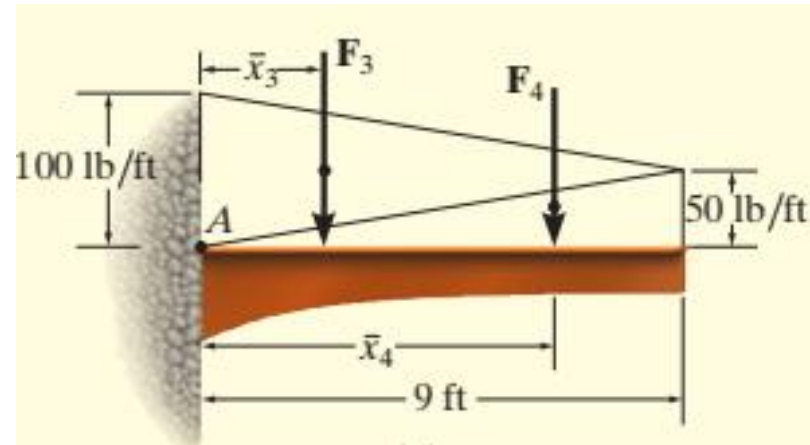
$$F_3 = \frac{1}{2}(9 \text{ ft})(100 \text{ lb/ft}) = 450 \text{ lb}$$

$$F_4 = \frac{1}{2}(9 \text{ ft})(50 \text{ lb/ft}) = 225 \text{ lb}$$

Giá của lực  $\mathbf{F}_3$  và  $\mathbf{F}_4$  qua trọng tâm hai hình tam giác và cách đầu A các khoảng:

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{3}(9 \text{ ft}) = 3 \text{ ft}$$

$$\bar{x}_4 = 9 \text{ ft} - \frac{1}{3}(9 \text{ ft}) = 6 \text{ ft}$$

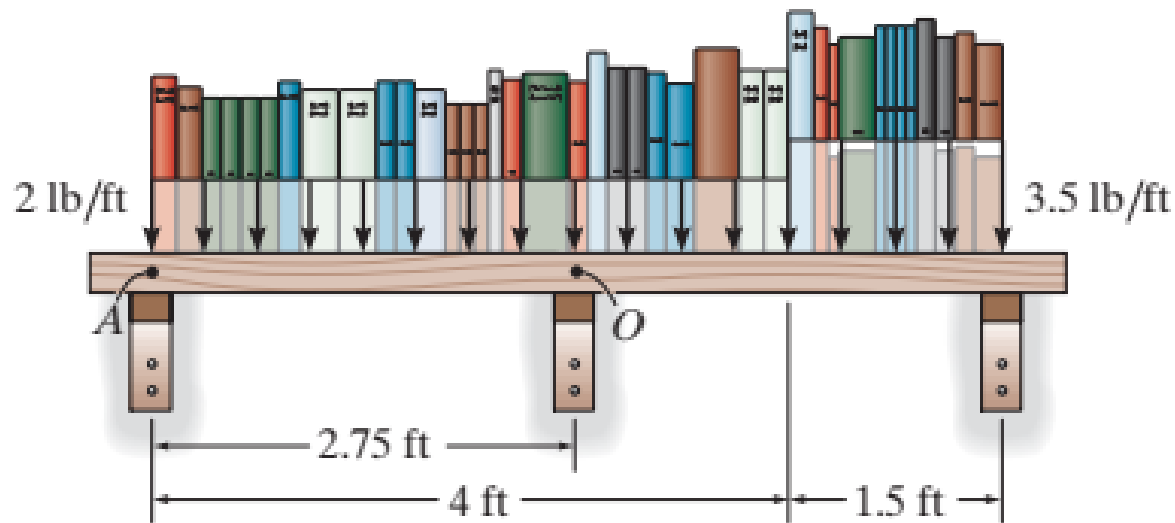


Tiếp tục thay thế hai lực  $\mathbf{F}_3$  và  $\mathbf{F}_4$  bằng lực tương đương  $\mathbf{F}_R$  ta cũng được kết quả giống như trước.



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 47:** *Trọng lượng của sách tác dụng lên giá gỗ có dạng hai hệ lực phân bố chữ nhật cường độ tương ứng là  $2 \text{ lb/ft}$  và  $3,5 \text{ lb/ft}$ . Hãy xác định độ lớn của lực tương đương và vị trí của lực tương đương cách  $O$  một đoạn bao nhiêu?*



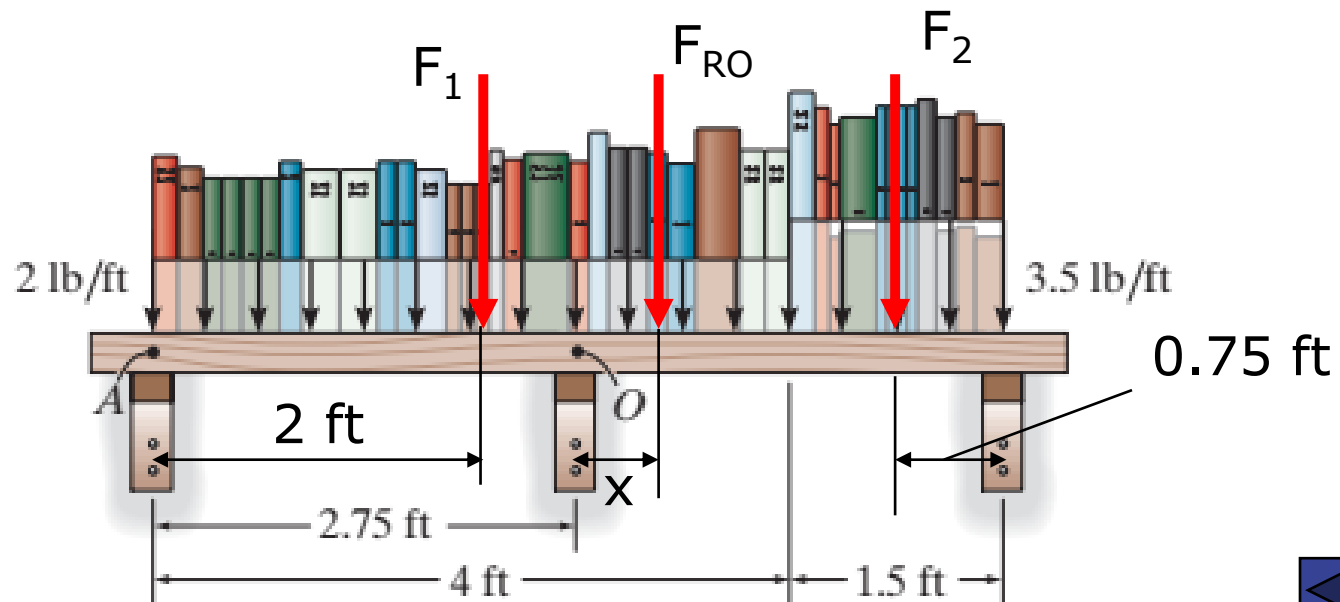
## Ví dụ áp dụng

Độ lớn hai lực tương đương thay thế hai hệ lực phân bố hình chữ nhật:

$$F_1 = (2 \text{ lb/ft}) \cdot (4 \text{ ft}) = 8 \text{ lb} ; \quad F_2 = (3,5 \text{ lb/ft}) \cdot (1,5 \text{ ft}) = 5,25 \text{ lb}$$

Tiếp tục tổng hợp hai lực trên và thay thế bằng lực tương đương  $F_{RO}$  có độ lớn được xác định:

$$+\downarrow F_{RO} = \Sigma F; \quad F_{RO} = 8 + 5.25 = 13.25 = 13.2 \text{ lb} \downarrow$$



## Ví dụ áp dụng

Lực  $F_{RO}$  đặt cách O một đoạn  $x$  được xác định

$$\zeta + M_{RO} = \Sigma M_O \qquad 13,2 \cdot x = -8,0,75 + 5,25 \cdot 2$$

$$x = 0.340 \text{ ft}$$



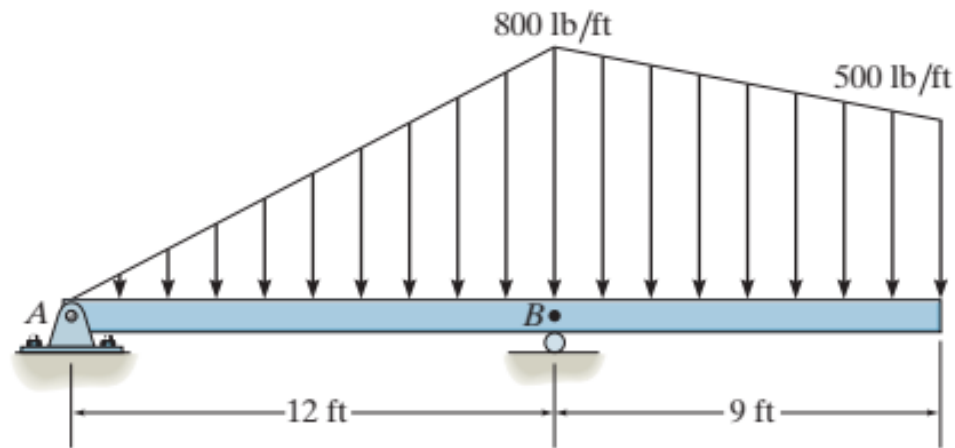


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 52:** Thay hệ lực phân bố đã cho tác dụng lên dầm như hình vẽ bằng một lực tương đương. Hãy xác định trị số của lực tương đương. Xác định khoảng cách giữa vị trí của lực tương đương so với điểm B.

Đáp số:

$$F_R = 10.6 \text{ kip} \downarrow$$
$$x = 0.479 \text{ ft}$$



Chú ý: 1 kip = 1000 lb



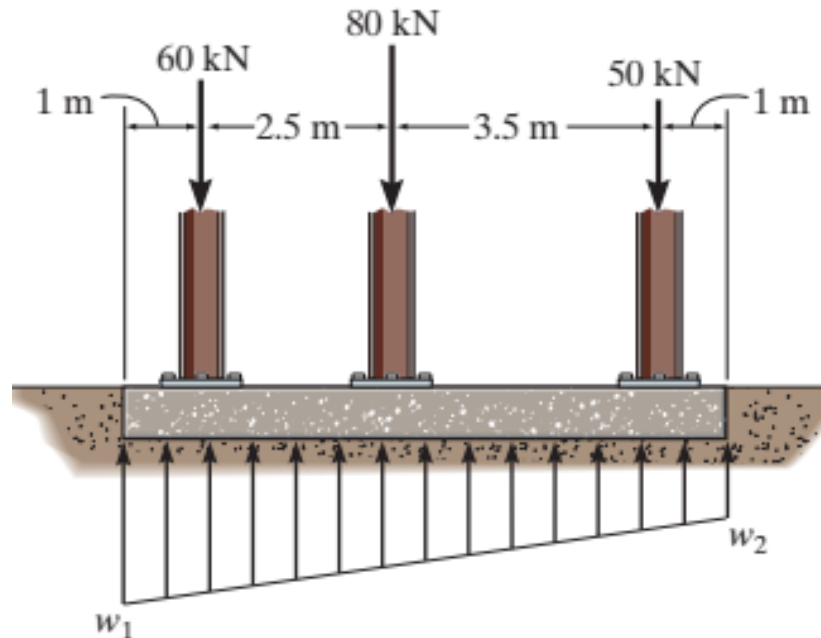
## Các bài tập tương tự

**Bài tập 53:** *Nền đất chịu tác dụng từ ba lực truyền xuống ba cột như hình vẽ. Giả sử đất sinh ra hệ lực phân bố hình thang tác dụng ngược lại lên tấm để chống tại ba lực nói trên. Hãy xác định trị số cường độ nội lực  $w_1$  và  $w_2$  của hệ lực phân bố hình thang.*

Đáp số:

$$w_1 = 30,3 \text{ kN/m}$$

$$w_2 = 17,2 \text{ kN/m}$$



**End of the Lecture**

Let Learning Continue

