

ALWAYS  
LEARNING

# Cân bằng của vật rắn chịu tác dụng hệ lực phẳng

## Phương trình cân bằng đối với hệ lực phẳng:

Xét vật chịu tác dụng của hệ lực phẳng như hình vẽ. Vật sẽ có các khả năng chuyển động xảy ra:

**tịnh tiến theo phương  $x$ , tịnh tiến theo phương  $y$  và quay trong mặt phẳng quanh một tâm bất kỳ.**

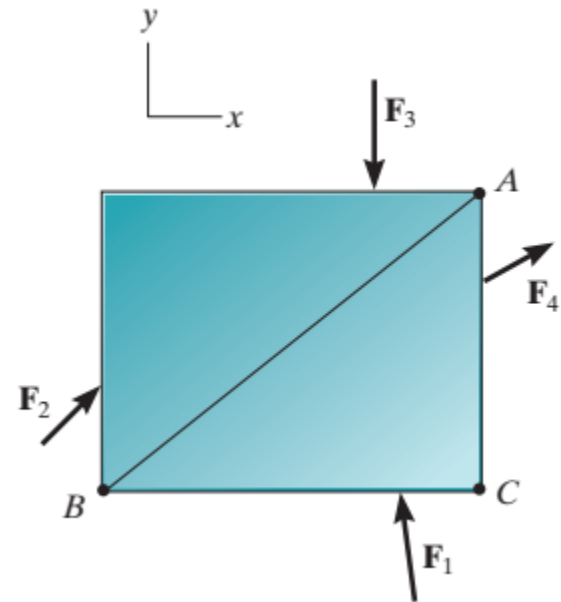
Suy ra để vật đứng yên (cân bằng) thì:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_O = 0$$

(Dạng 1: 2pt lực + 1 pt mô men)



**Tâm quay mô men O chọn bất kỳ**



# Cân bằng của vật rắn chịu tác dụng hệ lực phẳng

**Phương trình cân bằng đối với hệ lực phẳng:**

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad (\text{Dạng 2: 1pt lực + 2 pt mô men})$$

$$\Sigma M_B = 0$$

**Tâm mô men A và B chọn bất kỳ  
sao cho AB không song song  
trục y**

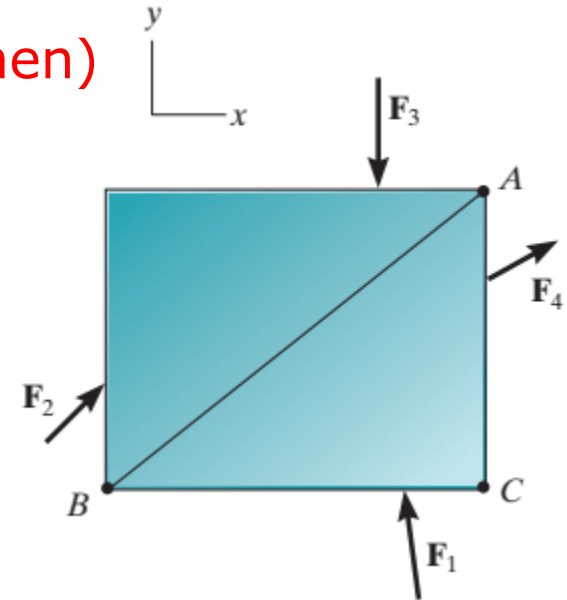
$$\Sigma M_A = 0$$

$$\Sigma M_B = 0 \quad (\text{Dạng 3: 3 pt mô men})$$

$$\Sigma M_C = 0$$

**Tâm mô men A, B và C chọn bất kỳ sao cho A, B, C  
không không thẳng hàng**

**Khi giải bài tập có thể áp dụng một trong ba dạng**



# Cân bằng của vật rắn chịu tác dụng hệ lực phẳng

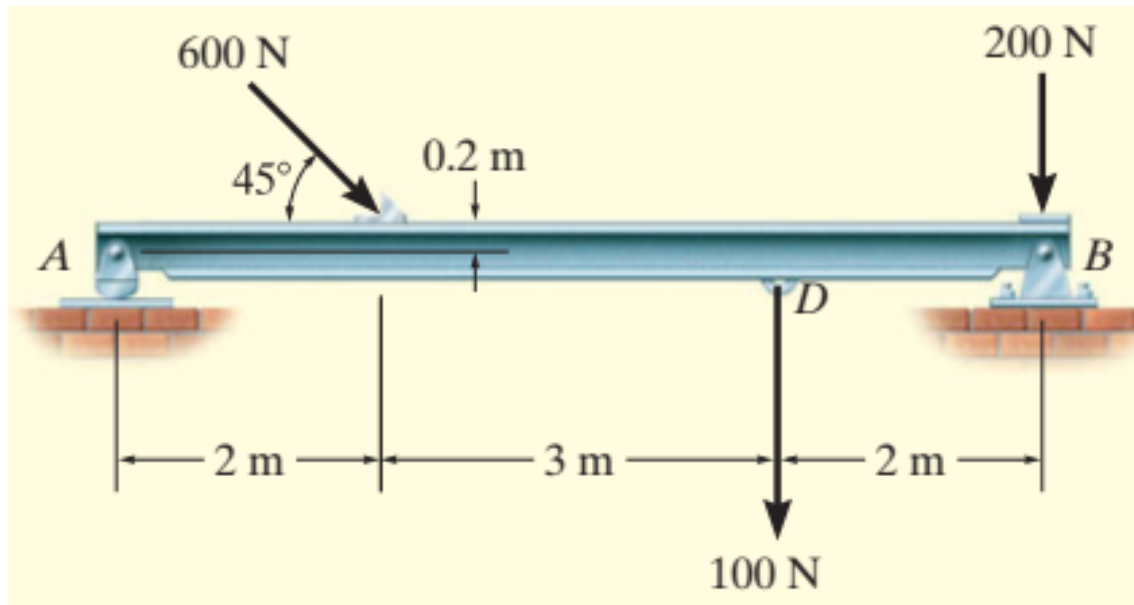
## Các bước giải bài toán phẳng cân bằng (cân bằng 2D):

- Thiết lập các trục tọa độ  $x, y$  theo các **phương thích hợp**.
- Vẽ sơ đồ giải phóng liên kết đối với vật cân bằng, chú ý lực nào chưa biết chiều thì vẽ trước chiều (chiều giả sử).
- Dùng phương trình cân bằng mô men: chọn tâm quay sao cho **GIÁ các lực chưa biết đi qua tâm quay là nhiều nhất**. Giải trực tiếp phương trình cân bằng mô men tìm trước một lực chưa biết (**gọi là ẩn**).
- Dùng phương trình cân bằng lực, đồng thời thay lực chưa biết vừa tìm được vào pt. Giải phương trình tìm các lực chưa biết còn lại.
- **Đổi chiều** các lực chưa biết khi nó có **trị số âm**.
- Thường một vật rắn cân bằng chứa **3 lực chưa biết**.

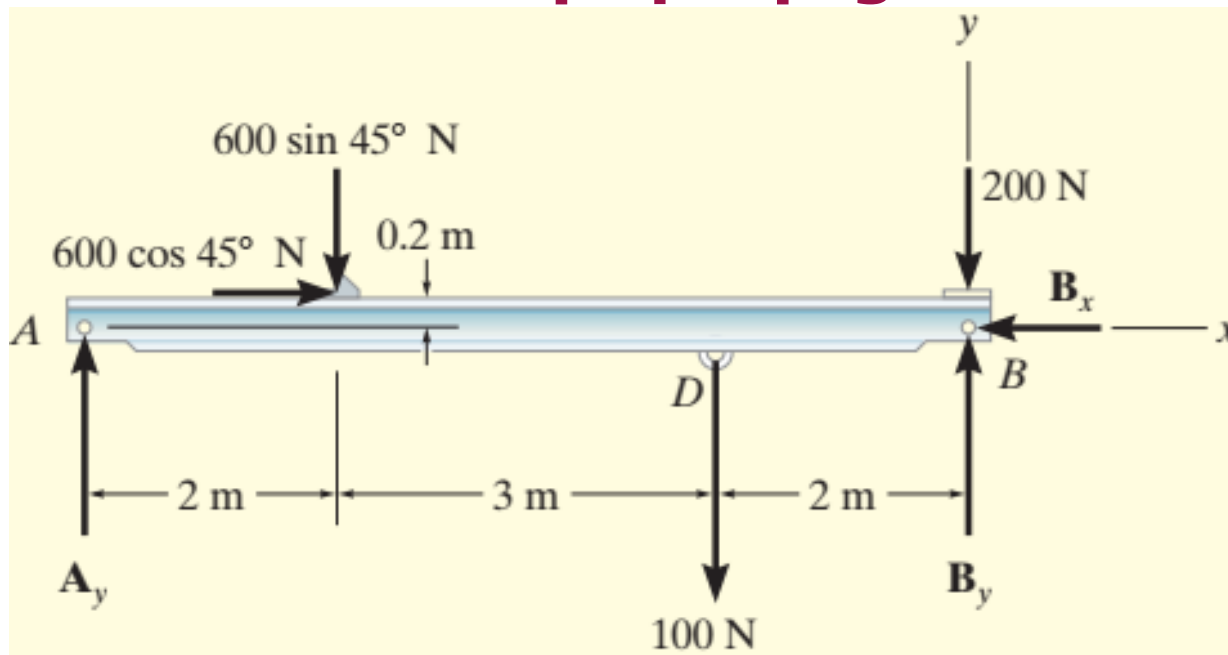


## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 52:** *Xác định phản lực ngang và dọc tác dụng lên dầm AB của liên kết gối tại A và B như hình vẽ. Bỏ qua trọng lượng dầm.*



## Ví dụ áp dụng



Sơ đồ giải phóng liên kết như hình vẽ.

$$\pm \rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$600 \cos 45^\circ \text{ N} - B_x = 0$$

$$B_x = 424 \text{ N}$$

$$\curvearrow + \Sigma M_B = 0;$$

$$100 \text{ N}(2 \text{ m}) + (600 \sin 45^\circ \text{ N})(5 \text{ m}) - (600 \cos 45^\circ \text{ N})(0.2 \text{ m}) - A_y(7 \text{ m}) = 0$$

$$A_y = 319 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

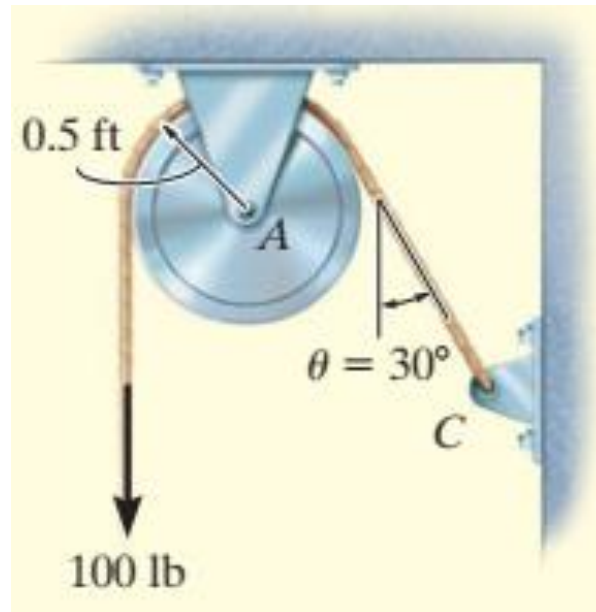
$$319 \text{ N} - 600 \sin 45^\circ \text{ N} - 100 \text{ N} - 200 \text{ N} + B_y = 0$$

$$B_y = 405 \text{ N}$$



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 53:** Sợi dây vòng qua ròng rọc không ma sát rồi buộc vào điểm C cố định như hình vẽ. Đầu còn lại của sợi dây chịu tác dụng lực 100 lb. Hãy xác định lực căng của dây tại C, phản lực nằm ngang và thẳng đứng tại chốt A.



## Ví dụ áp dụng

Sơ đồ giải phóng liên kết như hình vẽ.

$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$

$$100 \text{ lb} (0.5 \text{ ft}) - T(0.5 \text{ ft}) = 0$$

$$T = 100 \text{ lb}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

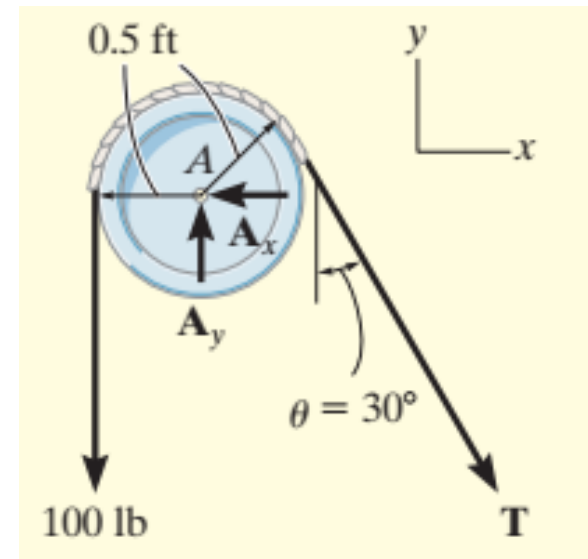
$$-A_x + 100 \sin 30^\circ \text{ lb} = 0$$

$$A_x = 50.0 \text{ lb}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$A_y - 100 \text{ lb} - 100 \cos 30^\circ \text{ lb} = 0$$

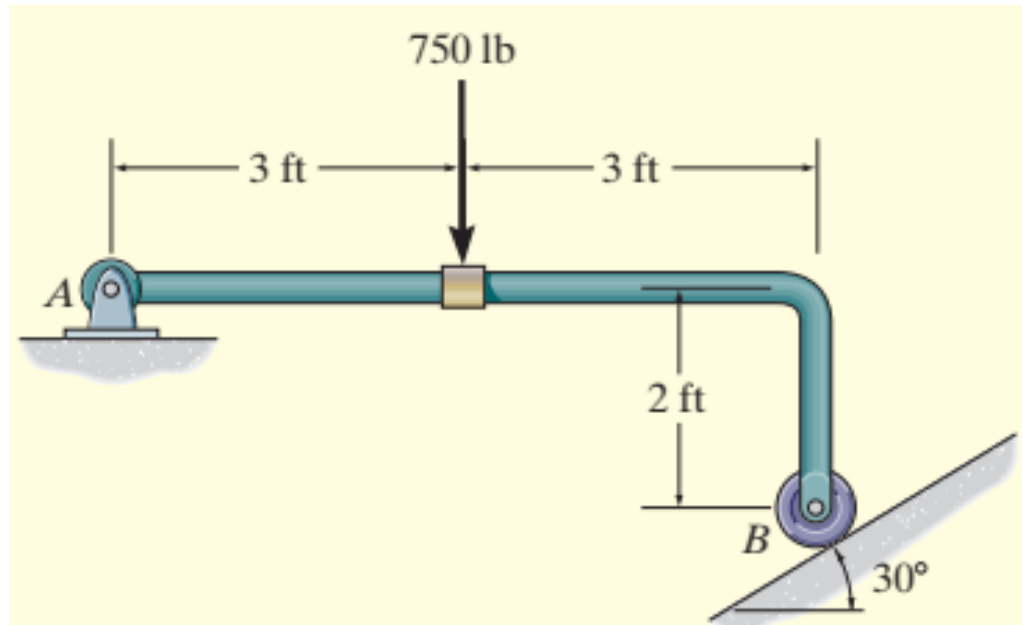
$$A_y = 187 \text{ lb}$$





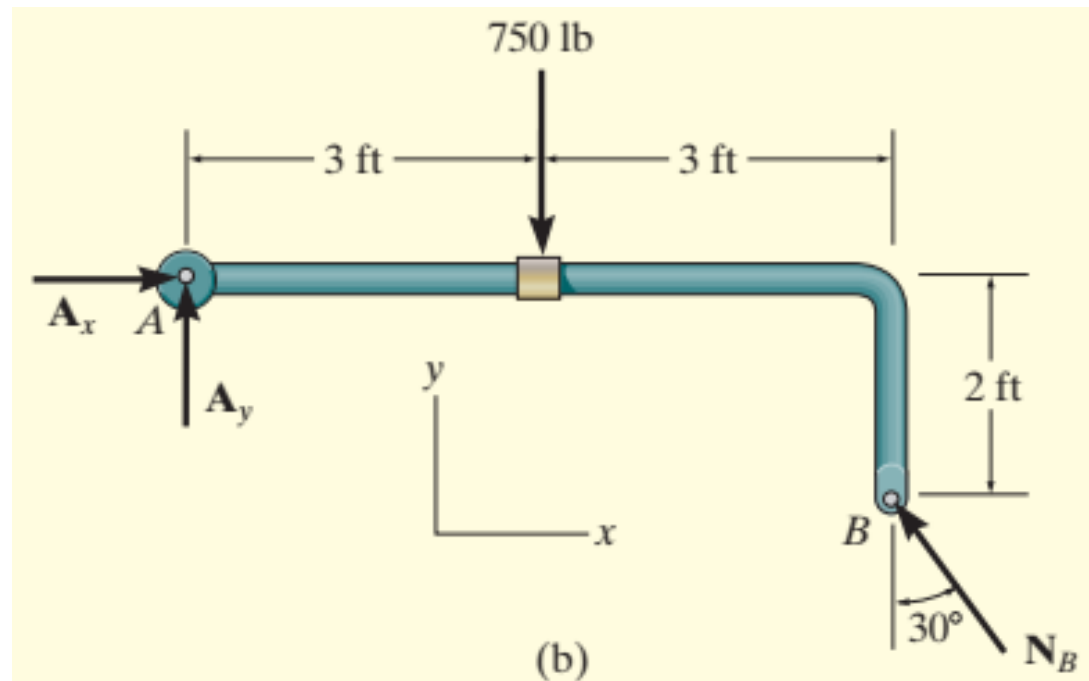
## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 54:** *Xác định phản lực ngang và thẳng đứng tác dụng lên chốt A và phản lực tác dụng lên con lăn B.*



## Ví dụ áp dụng

Sơ đồ giải phóng liên kết như hình vẽ.



$$\zeta + \sum M_A = 0;$$

$$[N_B \cos 30^\circ](6 \text{ ft}) - [N_B \sin 30^\circ](2 \text{ ft}) - 750 \text{ lb}(3 \text{ ft}) = 0$$

$$N_B = 536.2 \text{ lb} = 536 \text{ lb}$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0;$$

$$A_x - (536.2 \text{ lb}) \sin 30^\circ = 0 \quad A_x = 268 \text{ lb}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0;$$

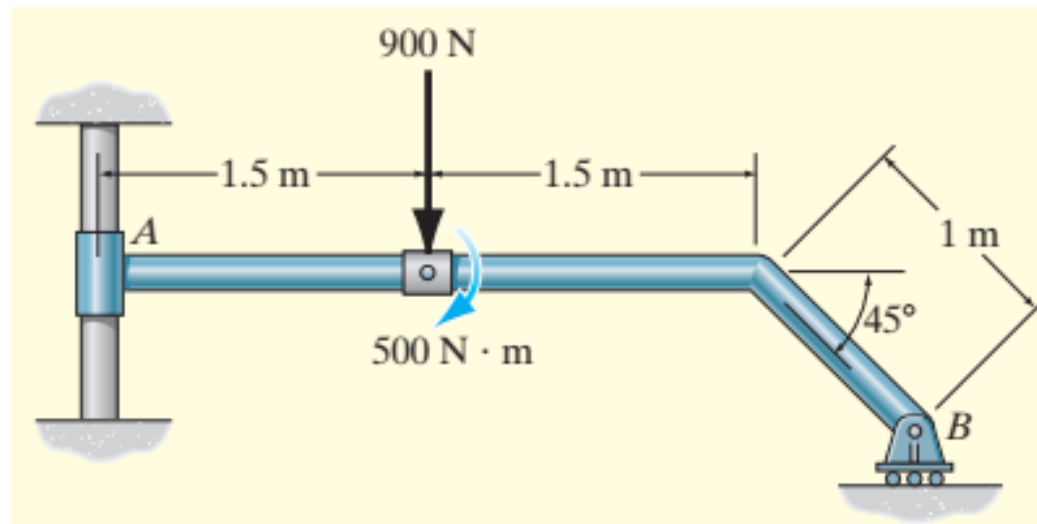
$$A_y + (536.2 \text{ lb}) \cos 30^\circ - 750 \text{ lb} = 0$$

$$A_y = 286 \text{ lb}$$



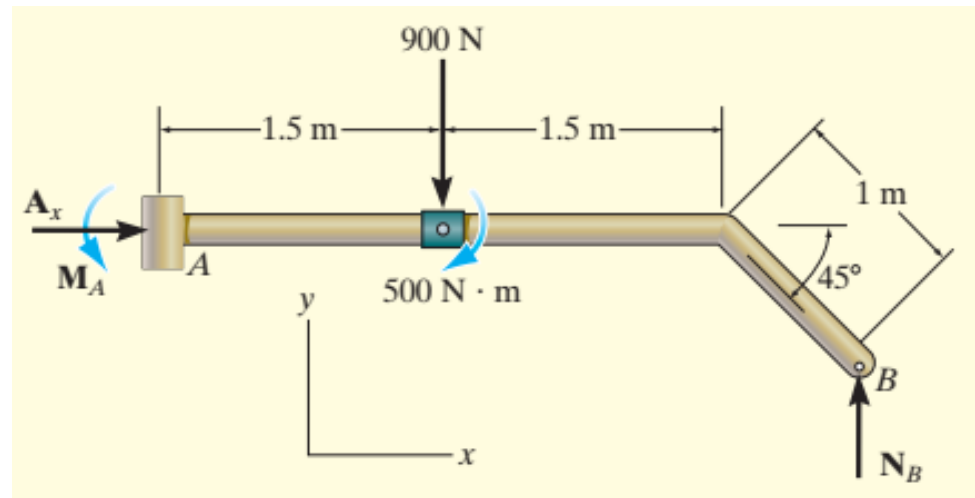
## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 55:** *Xác định các phản lực tác dụng lên thanh AB như hình vẽ. Biết rằng đầu A nối cứng với ống có thể trượt dọc theo thanh thẳng đứng.*



## Ví dụ áp dụng

Sơ đồ giải phóng liên kết như hình vẽ.



$$\rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$A_x = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$N_B - 900 \text{ N} = 0$$

$$N_B = 900 \text{ N}$$

$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$

$$M_A - 900 \text{ N}(1.5 \text{ m}) - 500 \text{ N} \cdot \text{m} + 900 \text{ N} [3 \text{ m} + (1 \text{ m}) \cos 45^\circ] = 0$$

$$M_A = -1486 \text{ N} \cdot \text{m} = 1.49 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

Hoặc

$$\zeta + \Sigma M_B = 0;$$

$$M_A + 900 \text{ N} [1.5 \text{ m} + (1 \text{ m}) \cos 45^\circ] - 500 \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$

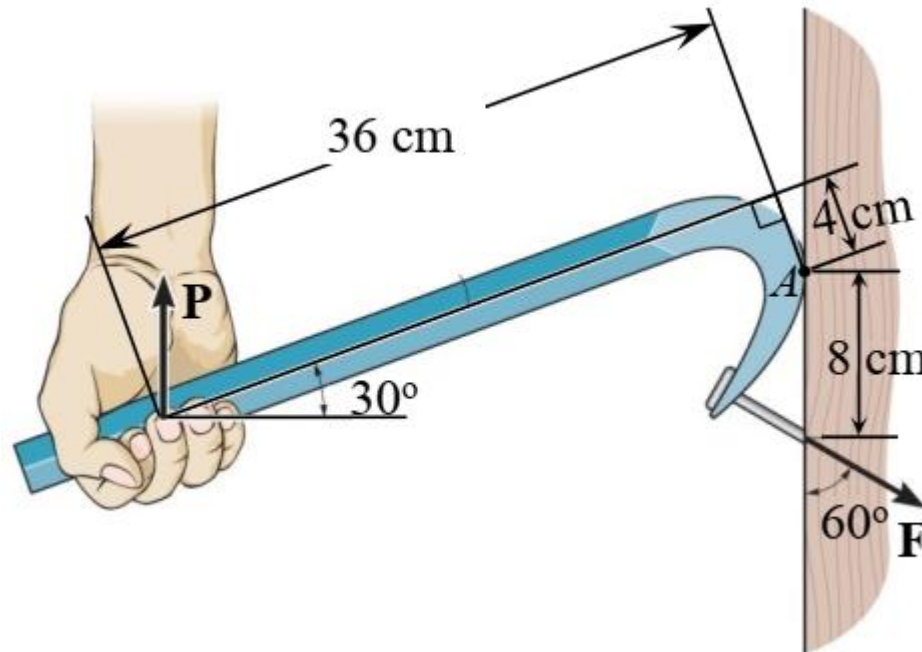
$$M_A = -1486 \text{ N} \cdot \text{m} = 1.49 \text{ kN} \cdot \text{m} \curvearrowright$$

Vì  $M_A < 0$  nên đổi chiều  $M_A$ . (Chiều đúng là cùng chiều KĐH)



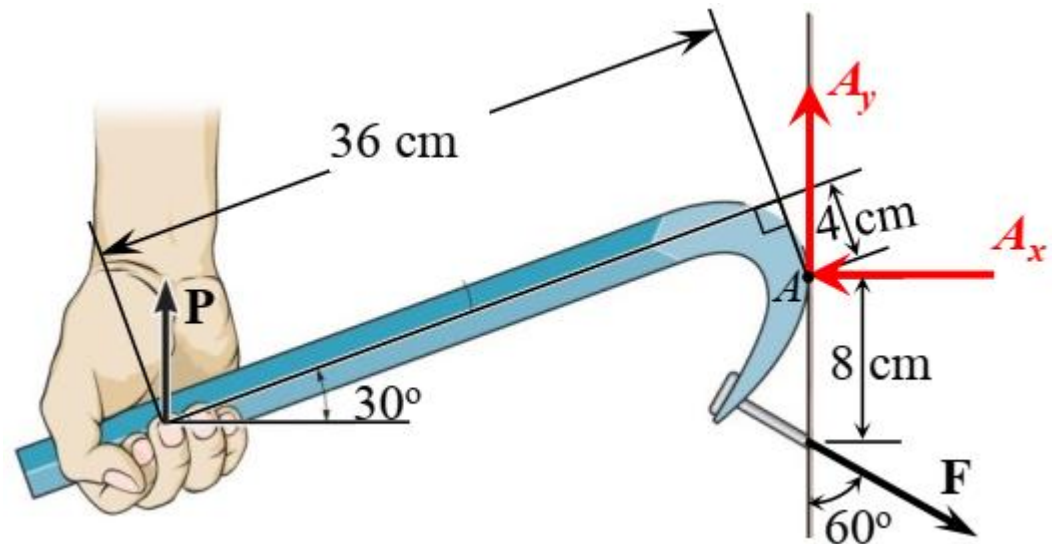
## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 56:** Để nhổ đinh người ta dùng đòn bẩy như hình vẽ. Hãy xác định lực nhỏ nhất theo phương thẳng đứng nếu lực nhổ đinh không dùng đòn bẩy là  $F = 90 \text{ N}$ .



## Ví dụ áp dụng

Sơ đồ giải phóng liên kết như hình vẽ.



$$\zeta + \sum M_A = 0 \Leftrightarrow 360\sqrt{3} - (18\sqrt{3} + 2)P = 0 \Leftrightarrow 623,54 - 33,18P = 0$$

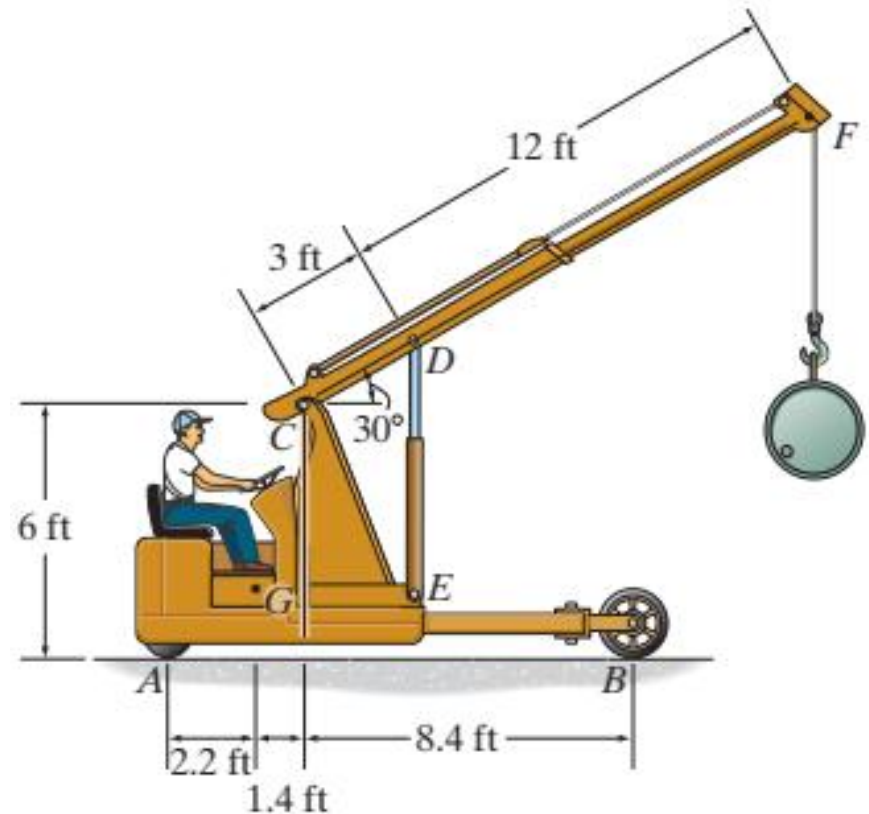
$$P = 18,8 \text{ N}$$

Đây chính là giá trị nhỏ nhất cần thiết để nhổ đinh bằng đòn bẩy.



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 57:** Tổng trọng lượng xe cần và tải xế là 2500 lb đặt tại trọng tâm  $G$ . Hãy xác định trọng lượng lớn nhất của thùng hàng để không xảy ra hiện tượng lật khi cần cẩu có vị trí như hình vẽ. (Lật là khi bánh  $A$  bị nhấc lên)



## Ví dụ áp dụng

Sơ đồ giải phóng liên kết như hình vẽ.

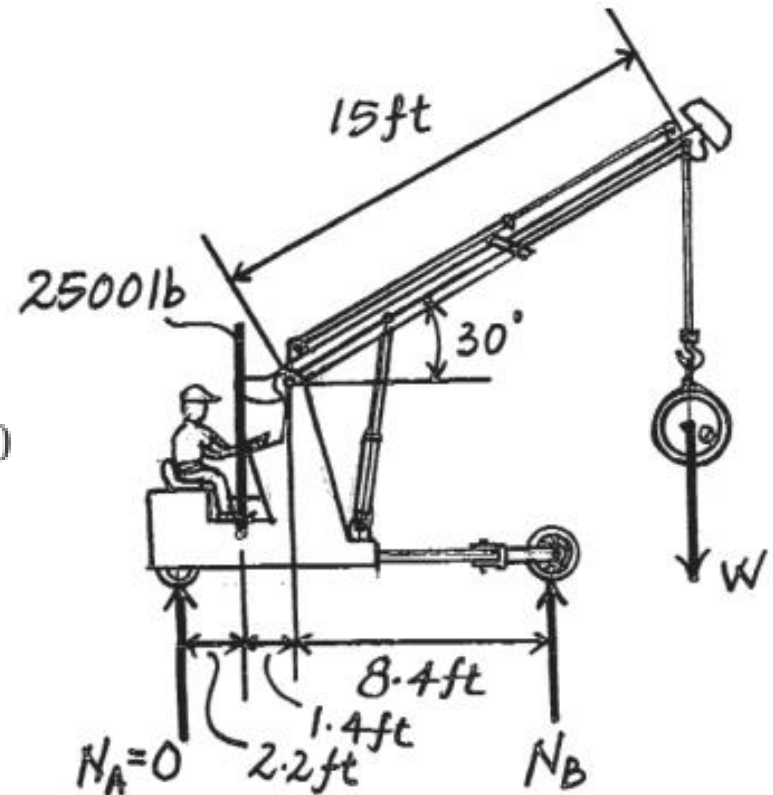
Khi bắt đầu diễn ra hiện tượng lật thì liên kết giữa bánh A và mặt đường không còn,  $N_A = 0$ .

$$\zeta + \Sigma M_B = 0;$$

$$2500(1.4 + 8.4) - W(15 \cos 30^\circ - 8.4) = 0$$

$$W = 5337.25 \text{ lb} = 5.34 \text{ kip}$$

Đây chính là trọng lượng lớn nhất của thùng hàng.





## Các bài tập tương tự

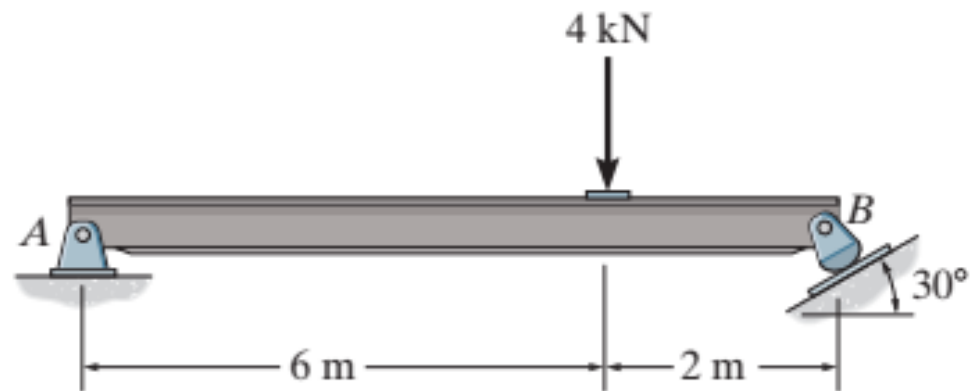
**Bài tập 63:** *Xác định phản lực ngang và thẳng đứng tại chốt A, phản lực tại gối B tác dụng lên dầm AB.*

Đáp số

$$N_B = 3.46 \text{ kN}$$

$$A_x = 1.73 \text{ kN}$$

$$A_y = 1.00 \text{ kN}$$

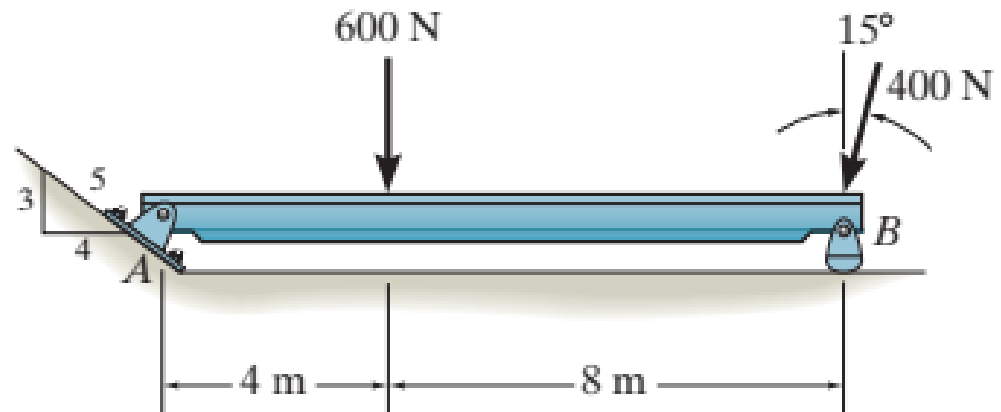


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 64:** *Xác định phản lực tổng hợp tại chốt A, phản lực tại gối B tác dụng lên dầm AB.*

Đáp số

$$\begin{aligned} B_y &= 586 \text{ N} \\ F_A &= 413 \text{ N} \end{aligned}$$



Hướng dẫn: Phản lực tổng hợp tại A

$$F_A = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$



## Các bài tập tương tự

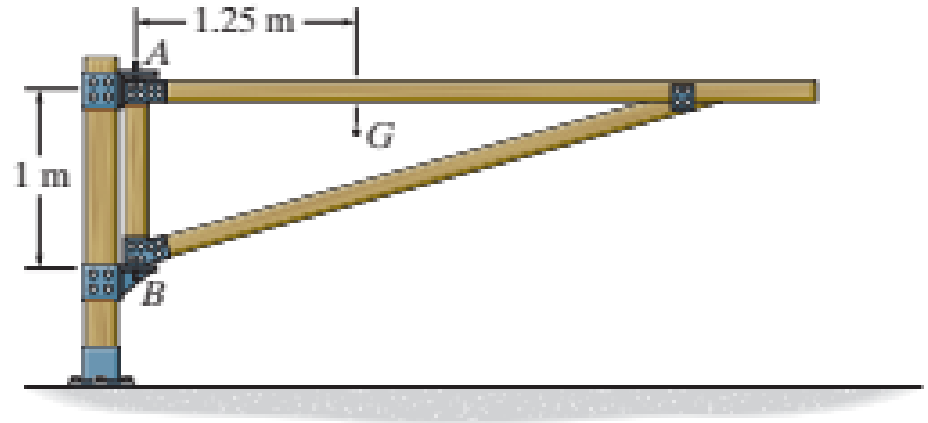
**Bài tập 65:** *Cổng gỗ có khối lượng 75 kg, trọng tâm tại G như hình vẽ. Biết rằng liên kết tại A chỉ có phản lực ngang, liên kết tại giống như gối cố định. Xác định các phản lực tác dụng lên cổng tại A và B.*

Đáp số

$$B_y = 736 \text{ N}$$

$$A_x = 920 \text{ N}$$

$$B_x = 920 \text{ N}$$



## Các bài tập tương tự

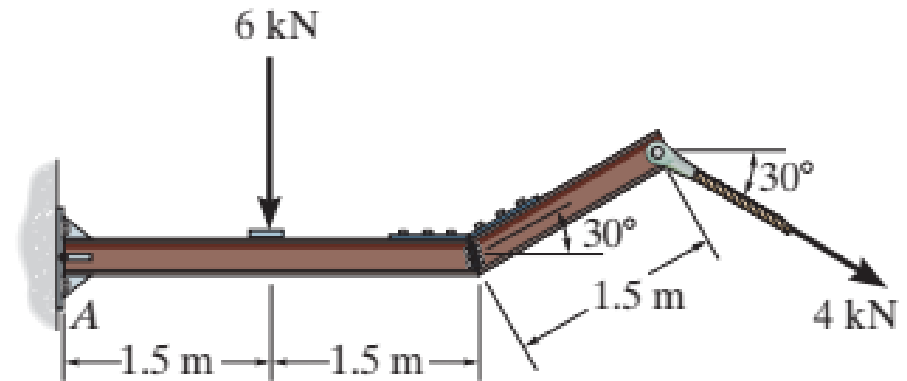
**Bài tập 66:** *Dầm chịu liên kết ngàm tại đầu trái A, đầu còn lại tự do (gọi là dầm công xôn) chịu tác dụng lực như hình vẽ. Hãy xác định phản lực và mô men phản lực tại A*

Đáp số

$$A_x = 3.46 \text{ kN}$$

$$A_y = 8 \text{ kN}$$

$$M_A = 20.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



## Các bài tập tương tự

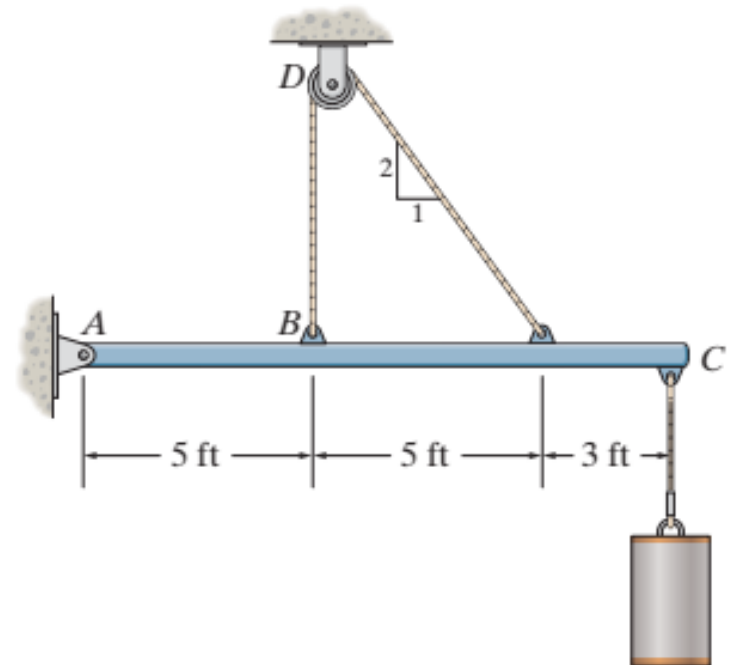
**Bài tập 67:** *Xác định lực căng dây, phản lực ngang và thẳng đứng tại A. Biết khối trụ có trọng lượng 80 lb. Bỏ qua ma sát ròng rọc D.*

Đáp số

$$T = 74.6 \text{ lb}$$

$$A_x = 33.4 \text{ lb}$$

$$A_y = 61.3 \text{ lb}$$



## Các bài tập tương tự

**Bài tập 68:** Thanh AB chịu tác dụng hệ lực phân bố đều cường độ  $600 \text{ N/m}$ . Thanh có liên kết gối cố định tại A và liên kết dây BC tại B. Xác định phản lực ngang và thẳng đứng tại A, lực căng dây BC.

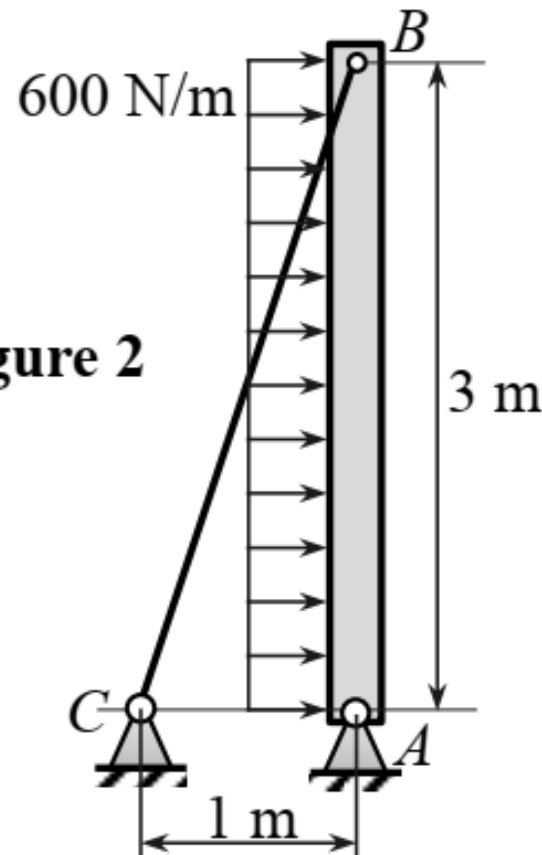
Đáp số:

$$A_x = 900 \text{ N}$$

$$A_y = 2700 \text{ N}$$

$$T_{BC} = 2846 \text{ N}$$

Figure 2

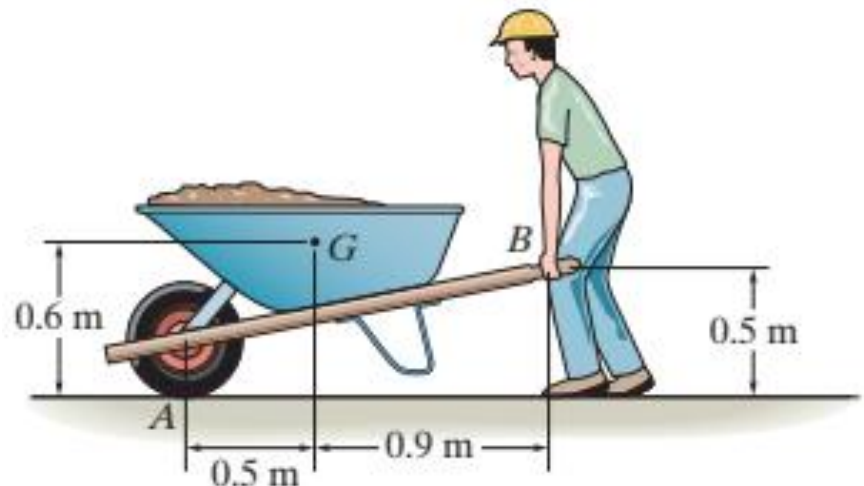


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 69:** Một xe vận chuyển vật liệu bằng tay có tổng khối lượng 60 kg, đặt tại tâm  $G$ . Xác định lực do cả hai tay người tác dụng lên cán xe.

Đáp số:

$$F_B = 105 \text{ N}$$

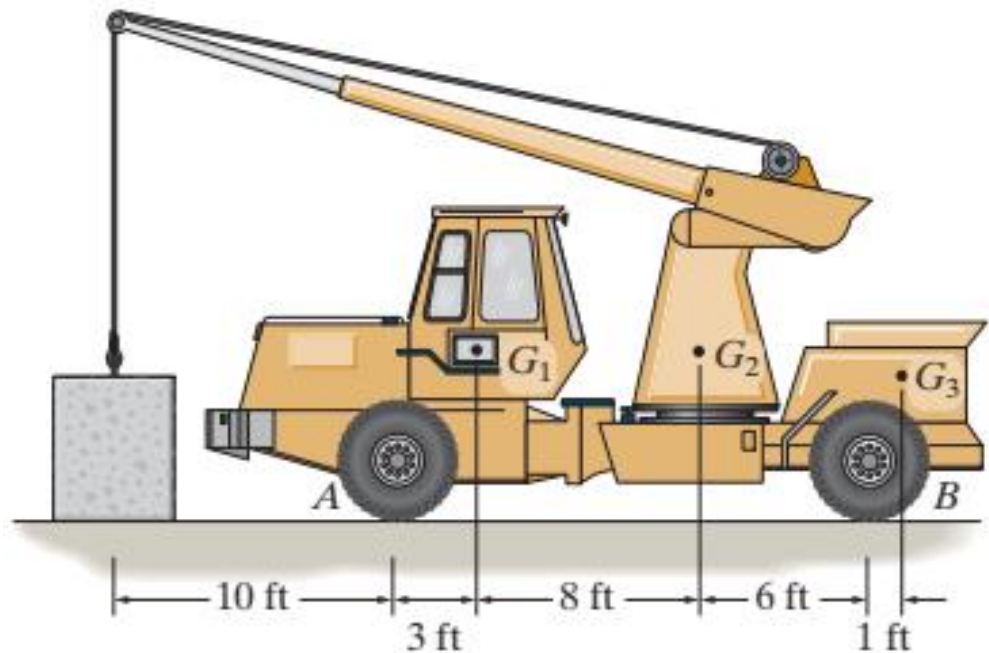


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 70:** Một xe cẩu gồm ba phần có trọng lượng là  $W_1 = 3500 \text{ lb}$ ,  $W_2 = 900 \text{ lb}$ ,  $W_3 = 1500 \text{ lb}$  đặt tại các điểm  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  tương ứng. Bỏ qua trọng lượng của cần. Cho trọng lượng khối bê tông cần nhấc lên là  $800 \text{ lb}$ . Hãy xác định phản lực từ mặt đường tác dụng lên mỗi bánh xe A và B. Tính trọng lượng lớn nhất của khối bê tông để xe không bị lật.

Đáp số:

$$N_A = 2.19 \text{ kip}, N_B = 1.16 \text{ kip}, \\ W = 4.74 \text{ kip}$$





# Cách giải bài toán phẳng hệ vật cân bằng

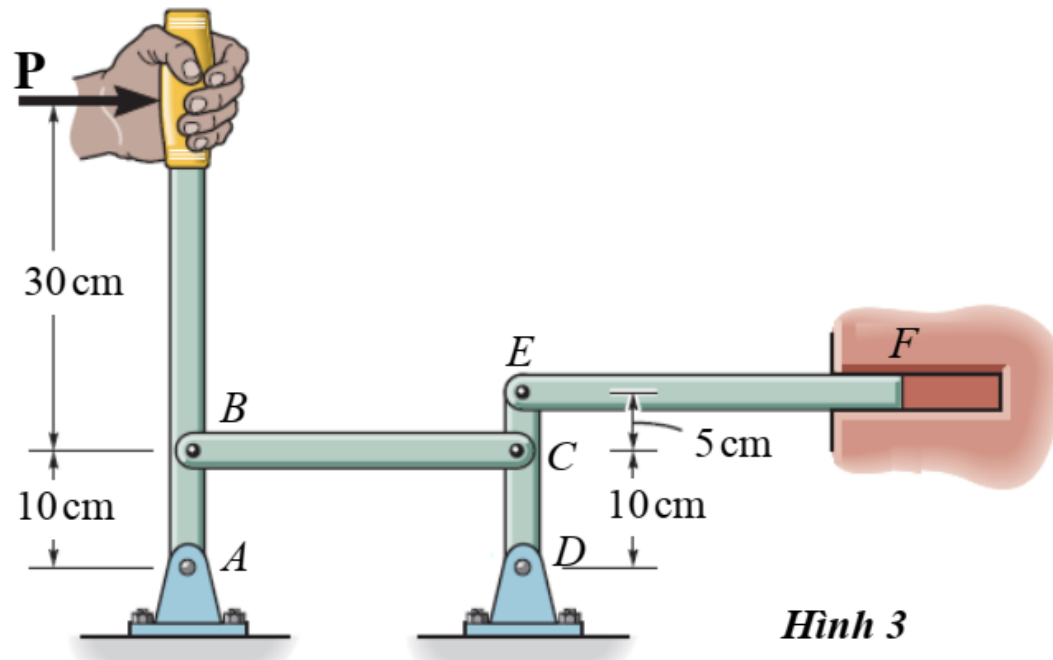
## 2 phương pháp giải bài toán phẳng hệ vật cân bằng:

- **Phương pháp tách vật**: Tách rời từng vật → Vẽ sơ đồ giải phóng liên kết cho từng vật → Lập phương trình cân bằng + Định luật 3 Newton → Giải phương trình cân bằng
- **Phương pháp hóa rắn**: Xem hệ vật như là một vật → Vẽ sơ đồ giải phóng liên kết cho vật → Lập phương trình cân bằng cho vật → Giải phương trình cân bằng.



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 58:** Cho cơ cấu ép như hình vẽ, với  $P = 30\text{ N}$ . Thanh  $EF$  trượt ngang sang phải để ép lên vật đặt trong rãnh  $F$ . Ở trạng thái cân bằng như hình vẽ, tay cầm  $AB$  và thanh  $DCE$  thẳng đứng, thanh  $BC$  và thanh  $EF$  nằm ngang. Xác định phản lực liên kết tại  $A$  và  $B$  của tay cầm  $AB$ . Tính lực do thanh  $EF$  ép lên vật đặt trong rãnh  $F$ .



## Ví dụ áp dụng

Tách rời và vẽ sơ đồ giải phóng liên kết cho tay cầm AB

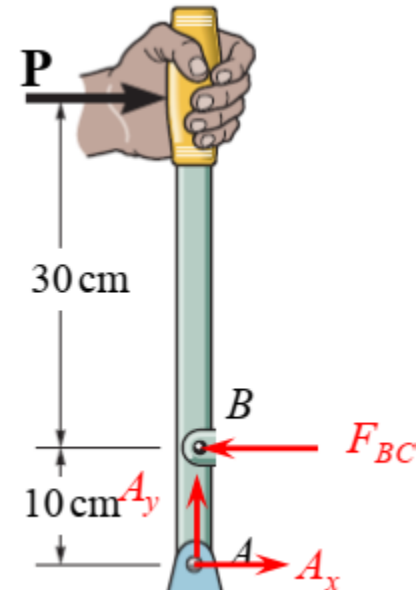
$$\zeta + \Sigma M_A = 0; \quad -(30 \text{ N}) \cdot (40 \text{ cm}) + F_{BC} \cdot (10 \text{ cm}) = 0$$

$$F_{BC} = 120 \text{ N}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad (30 \text{ N}) - (120 \text{ N}) + A_x = 0$$

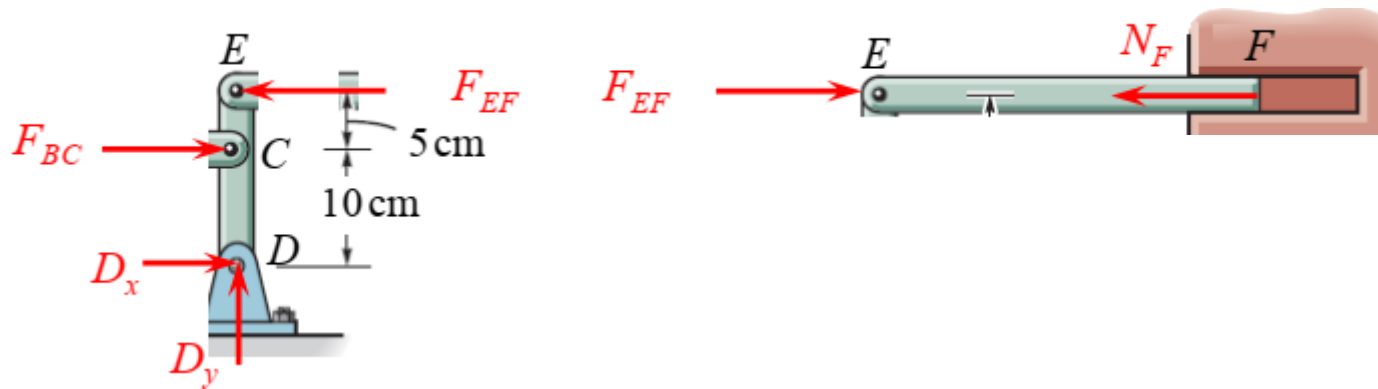
$$A_x = 90 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y = 0$$



## Ví dụ áp dụng

Tiếp tục tách rời và vẽ sơ đồ giải phóng liên kết cho thanh DCE và thanh EF



$$\curvearrowleft + \sum M_D = 0 \quad (-120 \text{ N}) \cdot (10 \text{ cm}) + F_{EF} \cdot (15 \text{ cm}) = 0 \quad F_{EF} = 80 \text{ N}$$

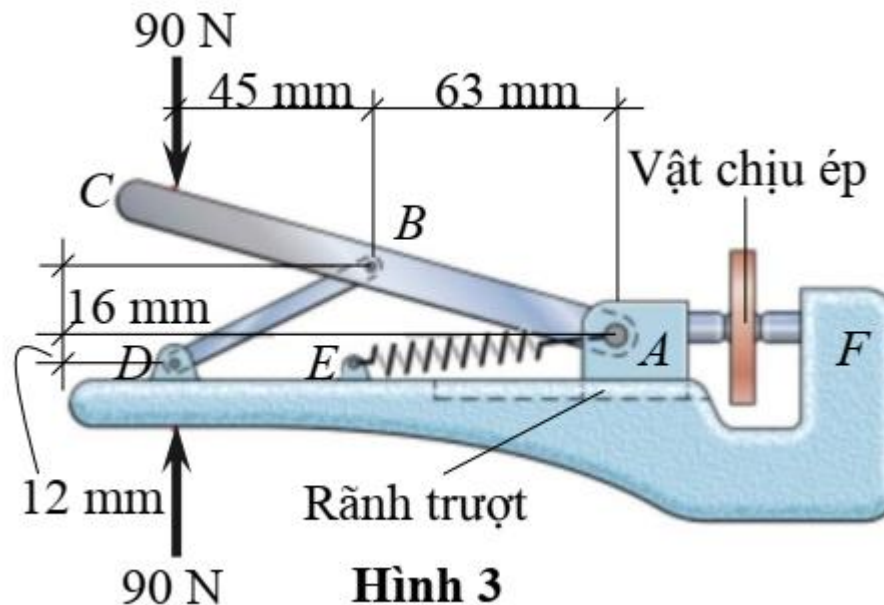
$$\rightarrow \sum F_x = 0; \quad -N_F + 80 \text{ N} = 0 \quad N_F = 80 \text{ N}$$

Lực ép do thanh EF tác dụng lên vật cần ép có trị số 80 N và ngược chiều  $\mathbf{N}_F$



## Ví dụ áp dụng

**Ví dụ 59:** Cho cơ cấu máy có kích thước và chịu lực như hình vẽ. Các chi tiết ABC, BD, DEF nối với nhau bằng các chốt bản lề tại B và D. Khối A trượt trong rãnh trên thanh DEF và nối với thanh ABC bằng chốt bản lề tại A và nối với lò xo EA. Bỏ qua ma sát tại các chốt bản lề và rãnh trượt. Bỏ qua lực đàn hồi lò xo nối EA. Tính các phản lực liên kết do các chốt bản lề tại A và B tác dụng lên chi tiết ABC. Tính lực ép do khối A ép lên vật

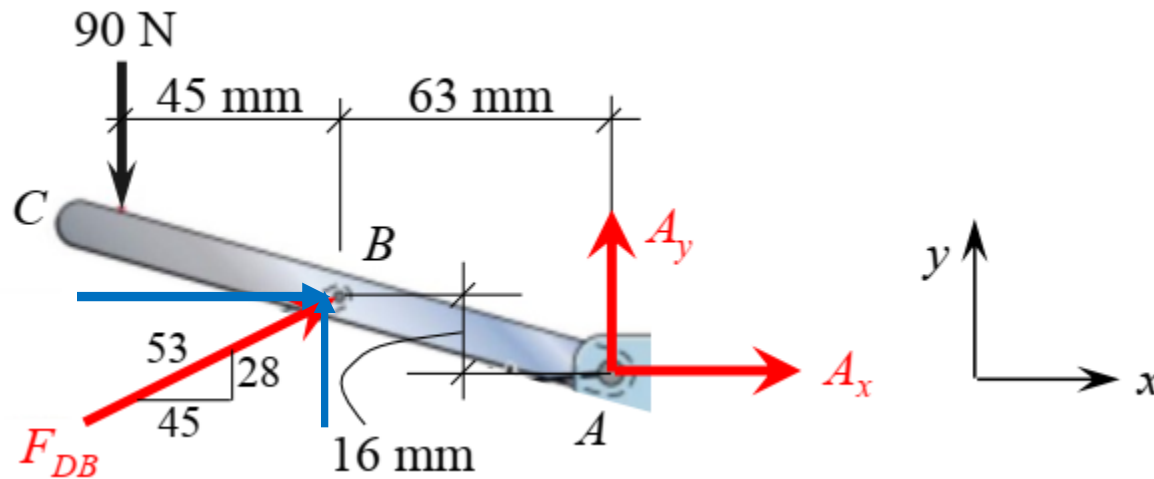


Hình 3



## Ví dụ áp dụng

Tách rời và vẽ sơ đồ giải phóng liên kết cho chi tiết ABC



$$\zeta + \Sigma M_A = 0;$$

$$(90 \text{ N}) \cdot (108 \text{ mm}) - \frac{45}{53} F_{DB} \cdot (16 \text{ mm}) - \frac{28}{53} F_{DB} \cdot (63 \text{ mm}) = 0$$

$$F_{DB} = 207,4 \text{ N}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0;$$

$$\frac{45}{53} \cdot (207,4 \text{ N}) + A_x = 0 \quad A_x = -176,1 \text{ N}$$

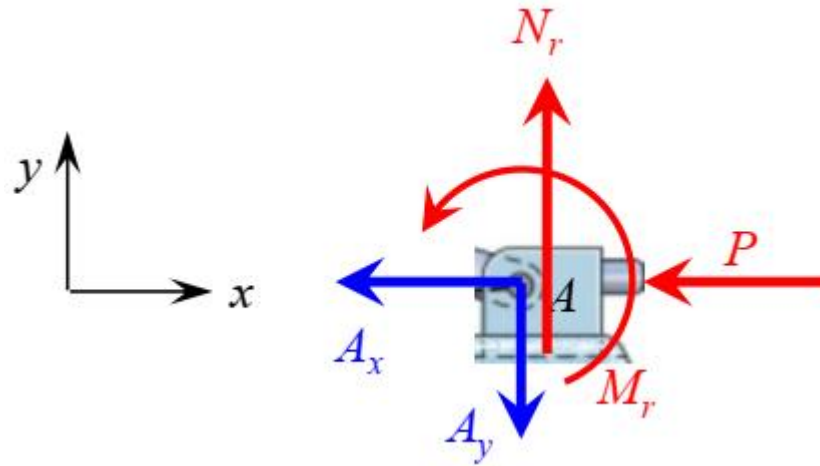
$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$\frac{28}{53} \cdot (207,4 \text{ N}) + A_y - (90 \text{ N}) = 0 \quad A_y = -19,6 \text{ N}$$



## Ví dụ áp dụng

Tách rời và vẽ sơ đồ giải phóng liên kết cho khối A



$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad & -A_x - P = 0 \quad & -(-176,1) - P = 0 \quad & P = 176,1 \text{ N} \end{aligned}$$

Lực ép do khối A tác dụng lên vật có trị số 176,1 N ngược chiều với **P**



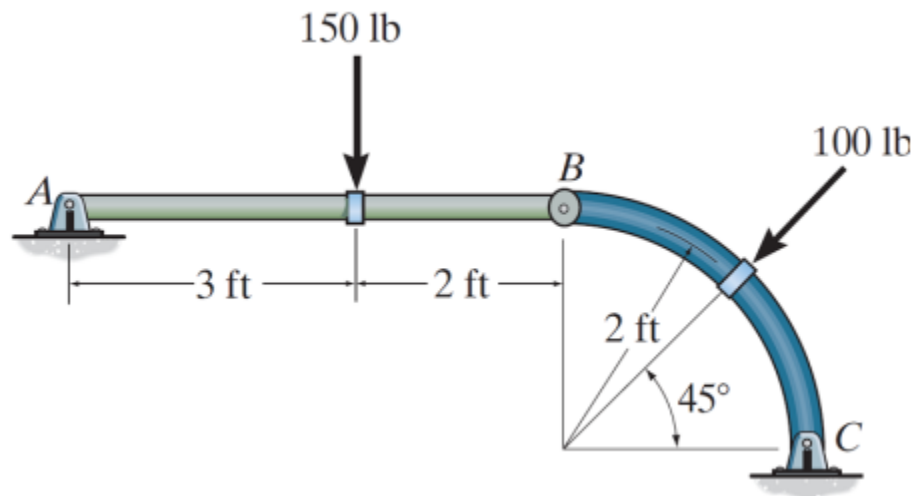
## Các bài tập tương tự

**Bài tập 71:** *Xác định phản lực ngang và thẳng đứng tại các gối cố định A, C tác dụng lên hai thanh AB và BC. Biết hai thanh nối với nhau bằng khớp xoay tại B.*

Đáp số:

$$A_x = 161 \text{ lb}; A_y = 60 \text{ lb}$$

$$C_x = 90 \text{ lb}; C_y = 161 \text{ lb}$$





## Các bài tập tương tự

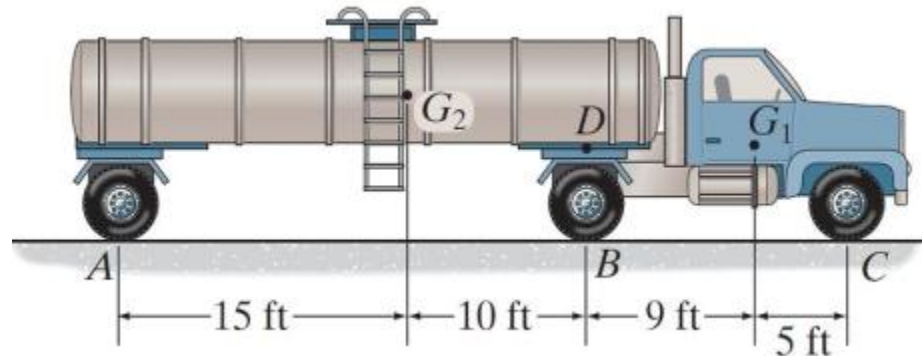
**Bài tập 72:** Dầu kéo và thùng xe có trọng lượng lần lượt là 8000 lb và 20000 lb, đặt tại các trọng tâm  $G_1$  và  $G_2$ . Hãy xác định các phản lực từ mặt đất tác dụng lên các bánh xe A, B, C. Biết thùng xe và dầu kéo nối với nhau bằng khớp xoay D.

Đáp số:

$$N_A = 8000 \text{ lb}$$

$$N_B = 14857 \text{ lb}$$

$$N_C = 5143 \text{ lb}$$

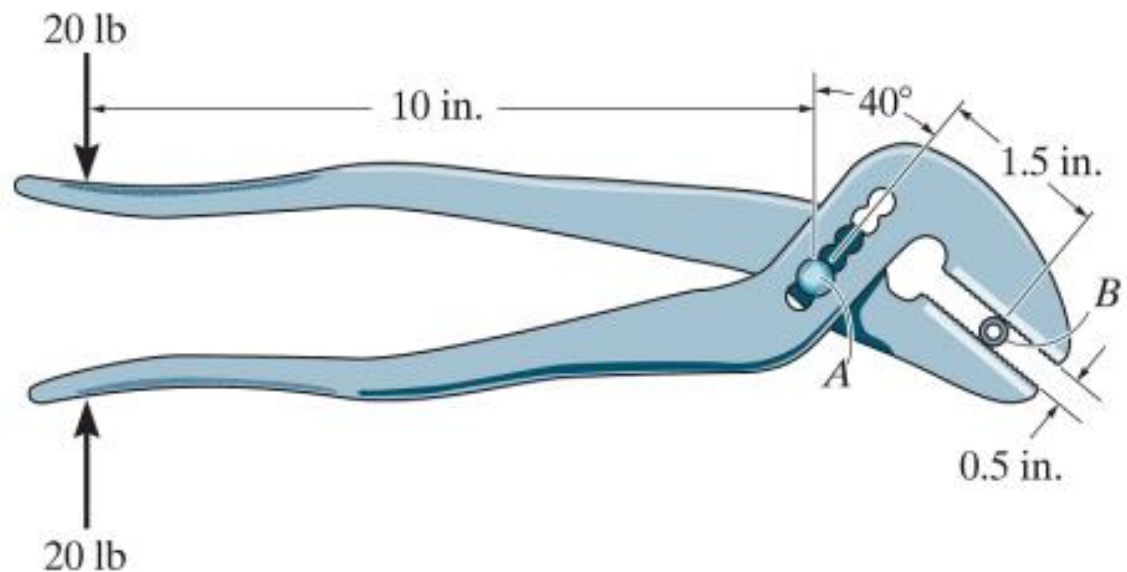


## Các bài tập tương tự

**Bài tập 73:** *Xác định lực kẹp lên chi tiết tròn nhẵn ở B nếu tay người tác dụng cặp lực 20 lb lên cán kèm như hình vẽ.*

Đáp số:

$$F_B = 133 \text{ lb}$$



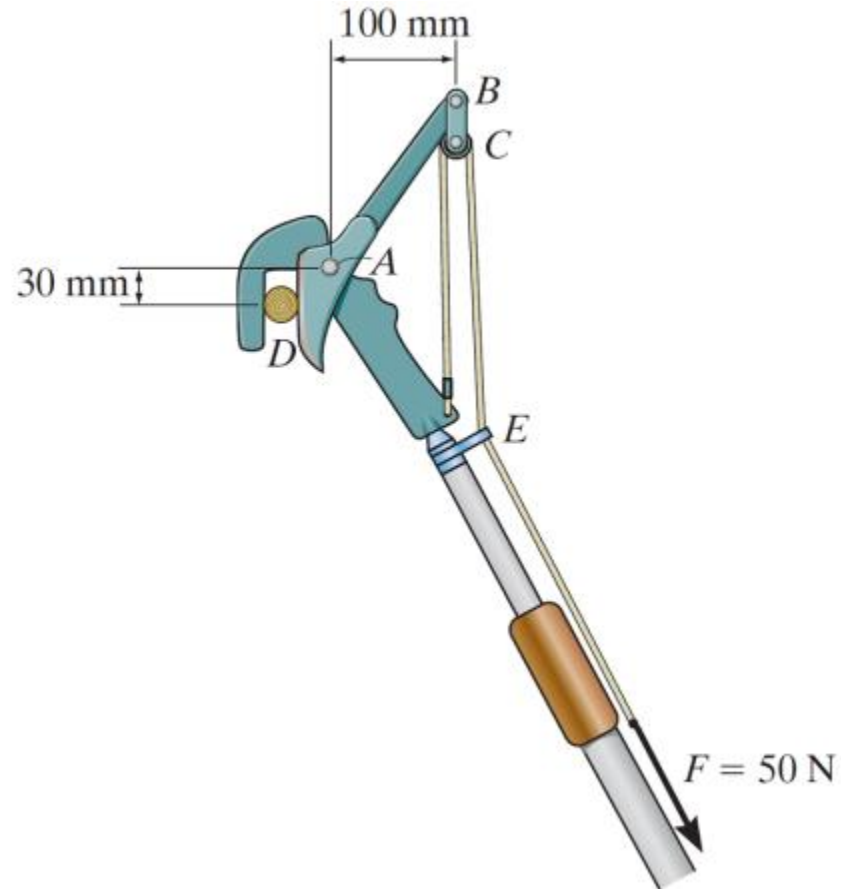
## Các bài tập tương tự

**Bài tập 74:** *Xác định lực cắt lên thân cây tròn ở D và phản lực tại chốt bản lề A nếu người dùng tác dụng một lực  $F = 50\text{ N}$  lên dây như hình vẽ.*

Đáp số:

$$N_D = 333\text{ N}$$

$$A_x = 333\text{ N}; A_y = 100\text{ N}$$



**End of the Lecture**

Let Learning Continue

