



HCMUTE

FLUID MECHANICS

Hung-Son Dang Ph.D.





CHƯƠNG 2 THỦY TĨNH HỌC

OUTLINES

1. Khái niệm chung

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

3. Áp lực thủy tĩnh lên thành rắn

1. Khái niệm chung

1.1 Đối tượng

Thủy tĩnh học nghiên cứu quy luật cân bằng của chất lỏng ở trạng thái tĩnh và ứng dụng các quy luật đó vào đời sống và sản xuất (ví dụ: xác định áp lực nước lên thành bể chứa).

Trạng thái tĩnh của chất lỏng được phân biệt dưới 2 dạng:

Tĩnh tuyệt đối.

Tĩnh tương đối.

1. Khái niệm chung

1.1 Đối tượng

* *Tĩnh tuyệt đối*: là trạng thái tĩnh khi các phân tử chất lỏng không chuyển động so với hệ tọa độ gắn liền với quả đất (lực khối tác dụng lên chất lỏng chỉ có trọng lực).

1. Khái niệm chung

1.1 Đối tượng

* *Tĩnh tương đối*: là trạng thái tĩnh khi các phần tử chất lỏng chuyển động so với hệ tọa độ gắn liền với quả đất nhưng giữa chúng không có sự chuyển động tương đối đối với nhau, tức là chúng chuyển động thành một khối coi như cứng (lực khối tác dụng lên chất lỏng gồm: trọng lực và lực quán tính).

1. Khái niệm chung

1.2 Áp suất thủy tĩnh, 2 tính chất

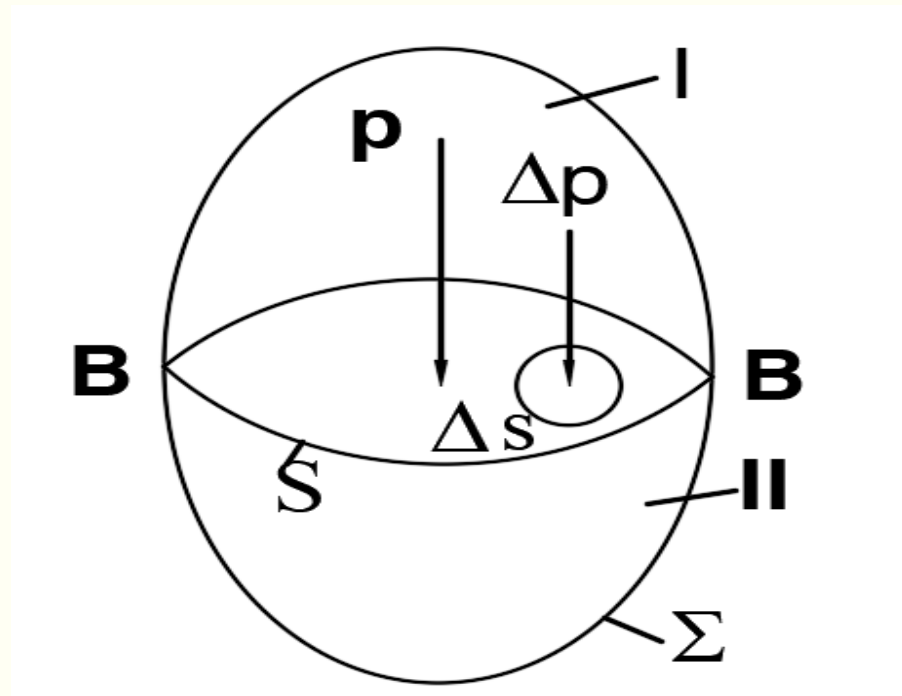
a) Áp suất thủy tĩnh: Do tác dụng của các ngoại lực (lực bề mặt và lực khối) nên trong nội bộ chất lỏng xuất hiện những ứng suất, ta gọi những ứng suất đó là áp suất thủy tĩnh.

1. Khái niệm chung

1.2 Áp suất thủy tĩnh, 2 tính chất

Để thể hiện khái niệm áp suất thủy tĩnh trong chất lỏng ta làm như sau:

Trong một môi trường chất lỏng ở trạng thái tĩnh ta xét riêng một thể tích chất lỏng giới hạn trong mặt Σ . Tưởng tượng rằng ta cắt đôi thể tích đó bằng mặt phẳng BB.



Hình 2.1 Áp suất thủy tĩnh trung bình trên S

1. Khái niệm chung

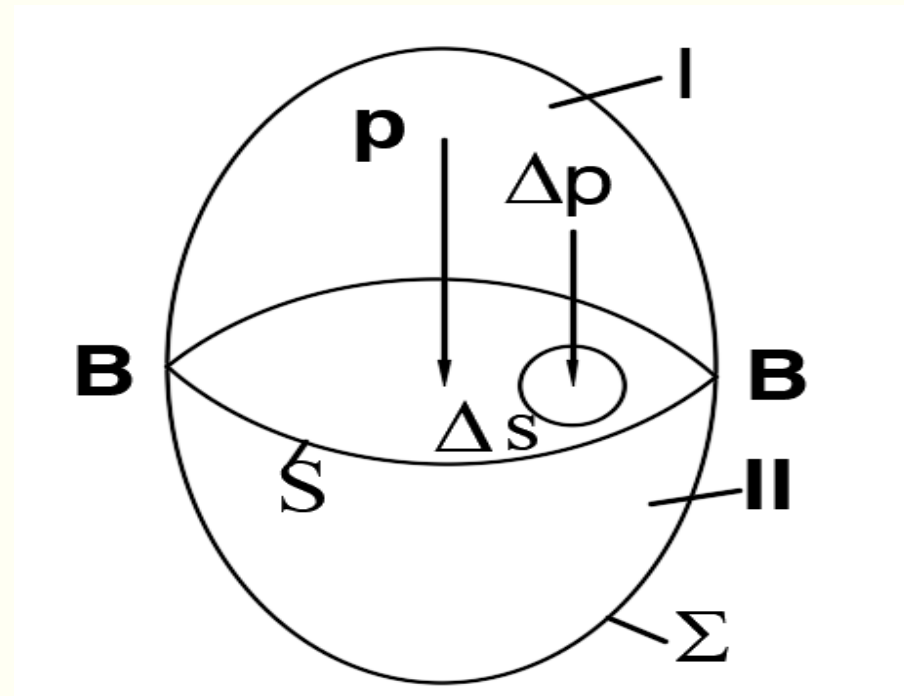
1.2 Áp suất thủy tĩnh, 2 tính chất

Nếu bỏ phần I ra mà vẫn giữ phần II ở trạng thái cân bằng thì phải thay tác dụng của phần I lên phần II bằng một lực P , gọi là áp lực thủy tĩnh lên mặt S .

Lúc này đại lượng:

$$p_{tb} = \frac{P}{S}$$

gọi là *áp suất thủy tĩnh trung bình trên S*



Hình 2.1 Áp suất thủy tĩnh trung bình trên S

1. Khái niệm chung

1.2 Áp suất thủy tĩnh, 2 tính chất

Áp suất thủy tĩnh tại một điểm:

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

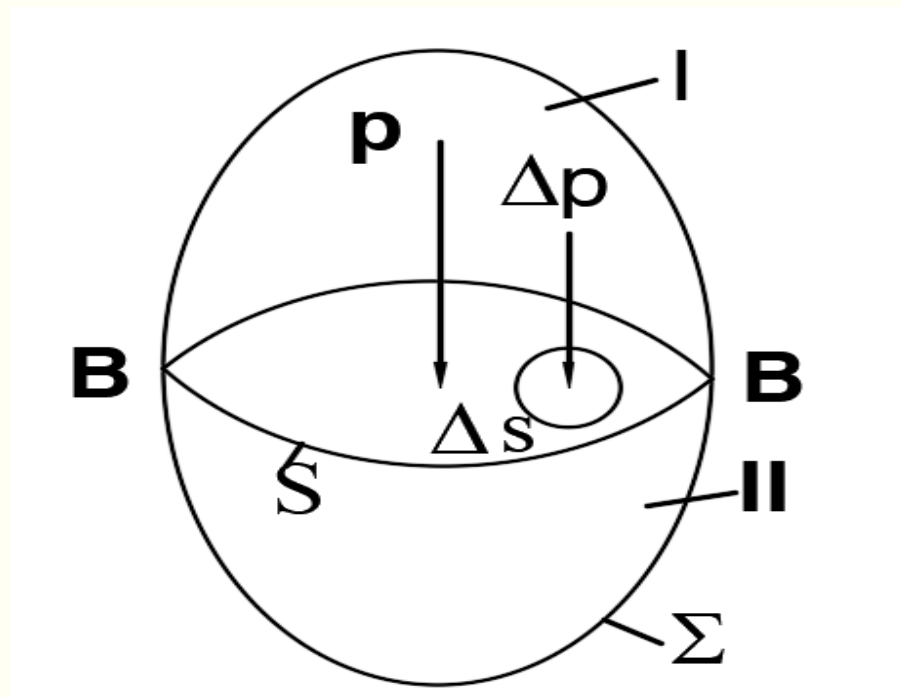
trong đó:

ΔS - phần tử diện tích quanh 1 điểm M trên mặt cắt S ;

ΔP - lực tác dụng lên phần tử diện tích ΔS .

Đơn vị đo áp suất:

Đơn vị chuẩn dùng để đo áp suất là N/m^2 .



Hình 2.1 Áp suất thủy tĩnh trung bình trên S

1. Khái niệm chung

1.2 Áp suất thủy tĩnh, 2 tính chất

Ngoài ra còn dùng một số đơn vị đo khác:

- Atmosphê kỹ thuật (at):

$$1 \text{ at} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

- Mét cột nước (mH_2O)

$$1 \text{ at} = 10 \text{ mH}_2\text{O}$$

$$1 \text{ mH}_2\text{O} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$$

- Milimet thủy ngân (mmHg, tor):

$$1 \text{ at} = 736 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ mmHg} = \text{tor} = 133,322 \text{ N/m}^2$$

- Mét cột chất lỏng: Bar, Pascal (Pa), PSI: $1 \text{ at} = 14,2 \text{ PSI}$

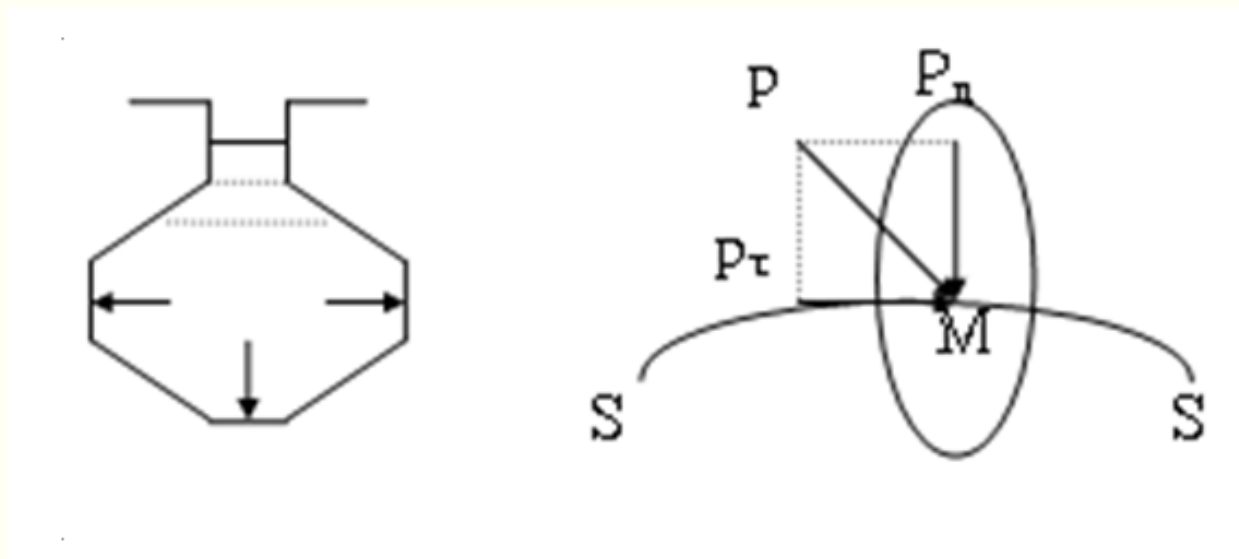
1. Khái niệm chung

1.2 Áp suất thủy tĩnh, 2 tính chất

b) Hai tính chất của áp suất thủy tĩnh:

* Tính chất 1: *Áp suất thủy tĩnh luôn tác dụng thẳng góc và hướng vào bề mặt chịu tác dụng.*

* Tính chất 2: *Áp suất thủy tĩnh tại mỗi điểm theo mọi phương đều bằng nhau.*

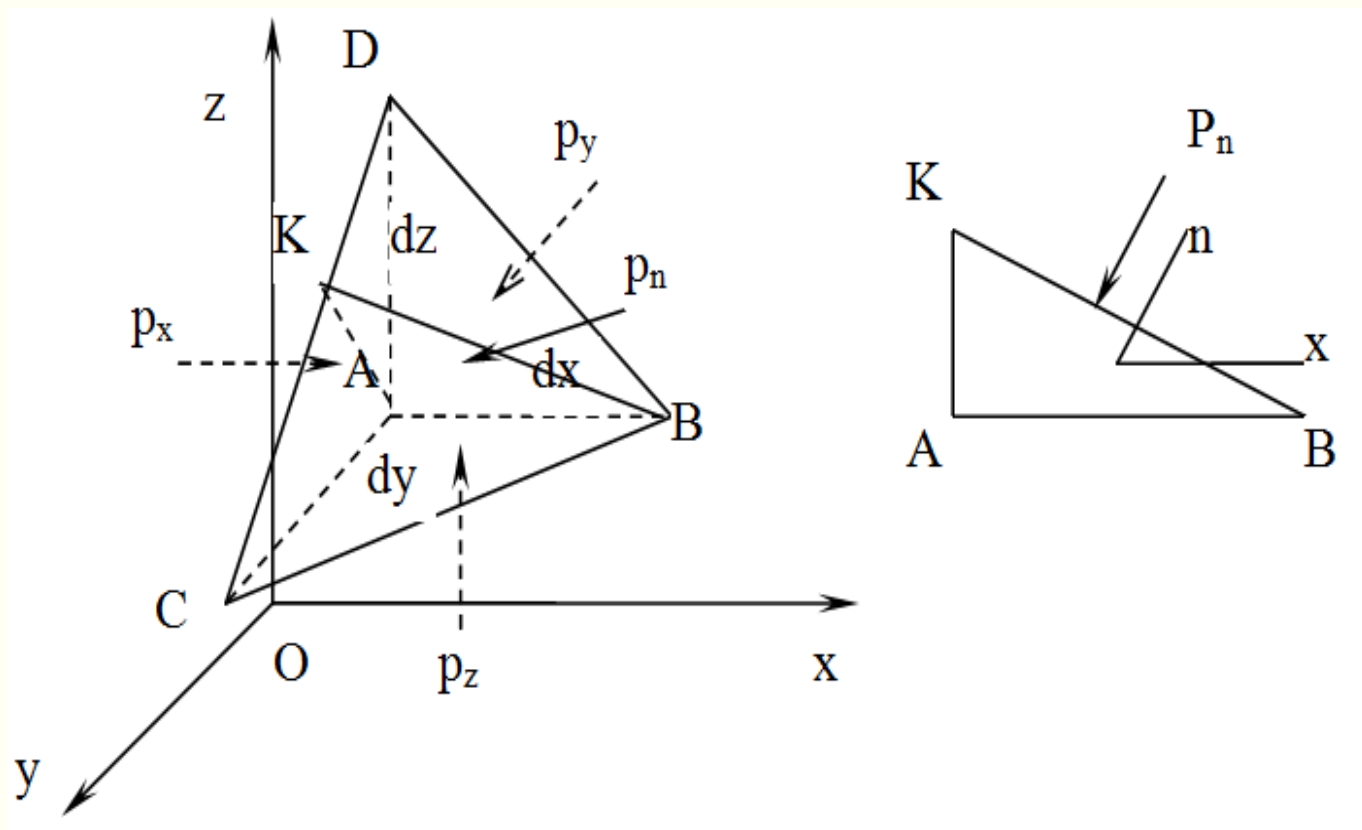


Hình 2.2 Áp suất thủy tĩnh trên mặt tác dụng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Phương trình Euler thủy tĩnh biểu thị mối quan hệ giữa ngoại lực (lực bề mặt và lực khối) tác dụng vào một phần tử chất lỏng với nội lực sinh ra trong đó (áp suất thủy tĩnh). Phương trình giúp ta tính được áp suất tại bất kỳ điểm nào trong môi trường chất lỏng.

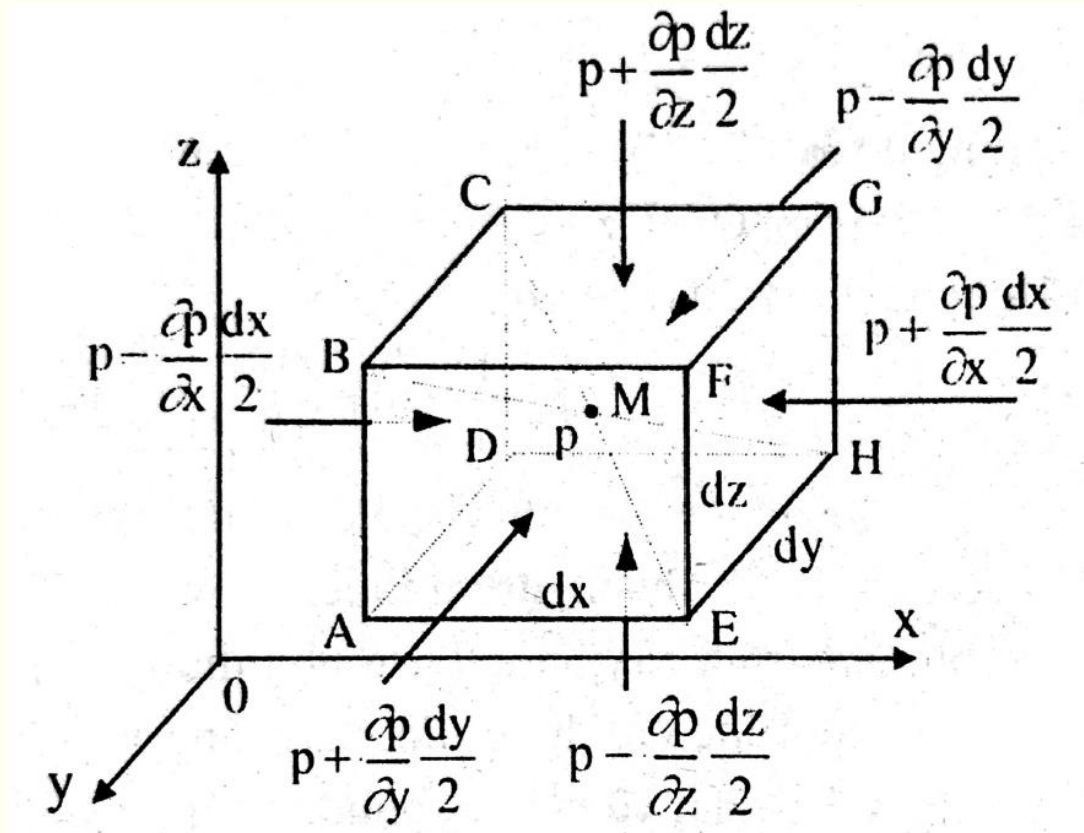


Hình 2.3 Áp suất thủy tĩnh trên không gian trục

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Trong một môi trường chất lỏng ở trạng thái cân bằng, ta xét một phần tử chất lỏng hình hộp ABCDEFGH có các cạnh là dx , dy , dz song song với các trục tọa độ. Trọng tâm M của hình hộp có tọa độ là (x, y, z) và chịu áp suất thủy tĩnh là p . Ta cần lập điều kiện cân bằng của nó dưới tác dụng của lực bề mặt và lực khối.



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tử chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Lực khối:

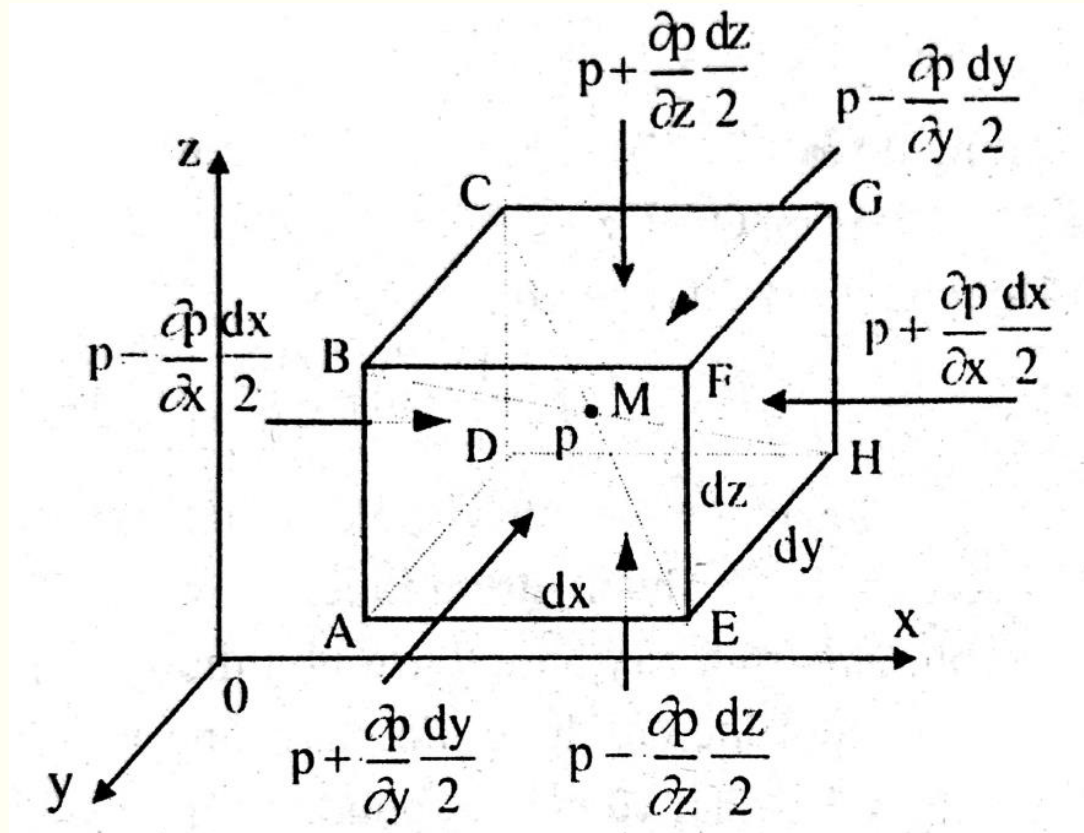
Gọi F – là tổng vector lực khối,
Ta có:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{R}$$

m - khối lượng của phân tử lỏng hình hộp:

$$m = \rho dx dy dz$$

R - tổng vector gia tốc lực khối.



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tử chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

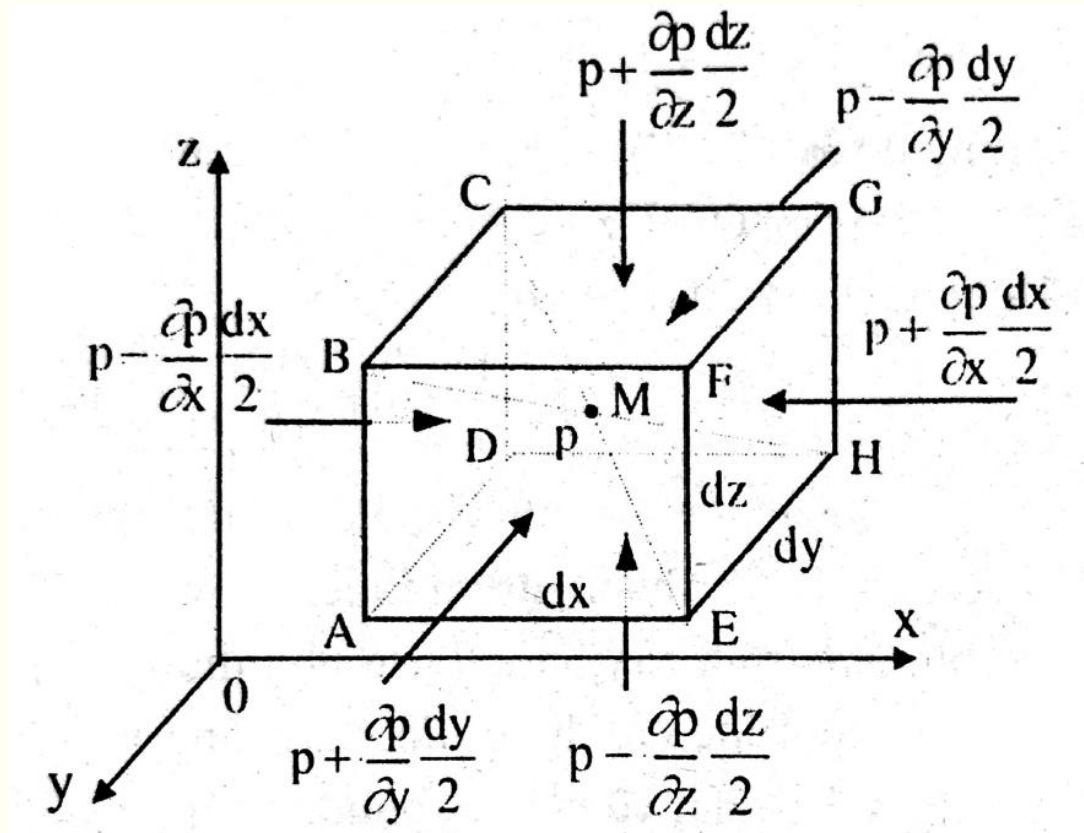
2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Lực khối:

Gọi F_x, F_y, F_z — là hình chiếu của vector gia tốc của lực khối R lên ox, oy, oz .

Chiếu F lên 3 trục, ta có:

- trục x : $\rho dx dy dz \cdot F_x$
- trục y : $\rho dx dy dz \cdot F_y$
- trục z : $\rho dx dy dz \cdot F_z$



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

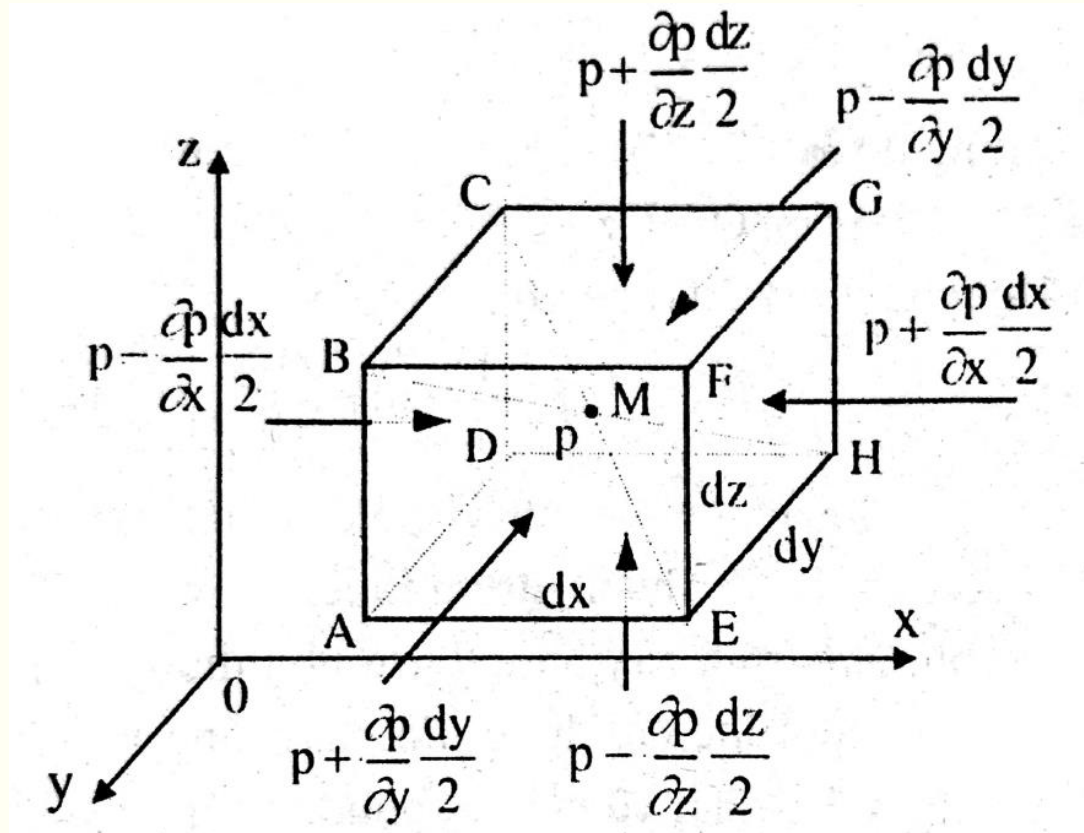
2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Lực bề mặt:

Gồm các áp lực do áp suất thủy tĩnh tạo nên trên 6 mặt:

+ Xét 2 lực tác dụng lên 2 mặt ABCD và EFGH có trọng tâm là L và N.



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

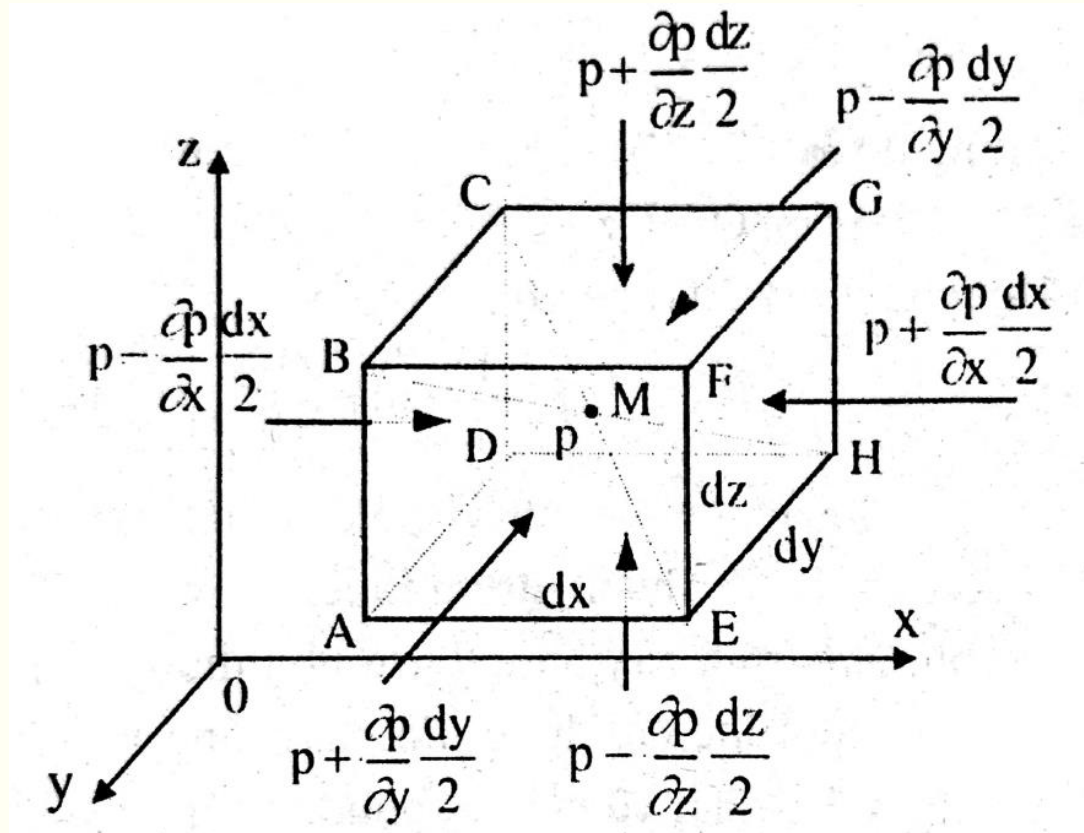
2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Lực bề mặt:

+ Vì $p = p(x, y, z)$ là hàm số liên tục của tọa độ x, y, z ; nên theo triển khai Taylor tại x_0 ta có:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \frac{x - x_0}{1!} + f''(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!}$$

+ ...



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

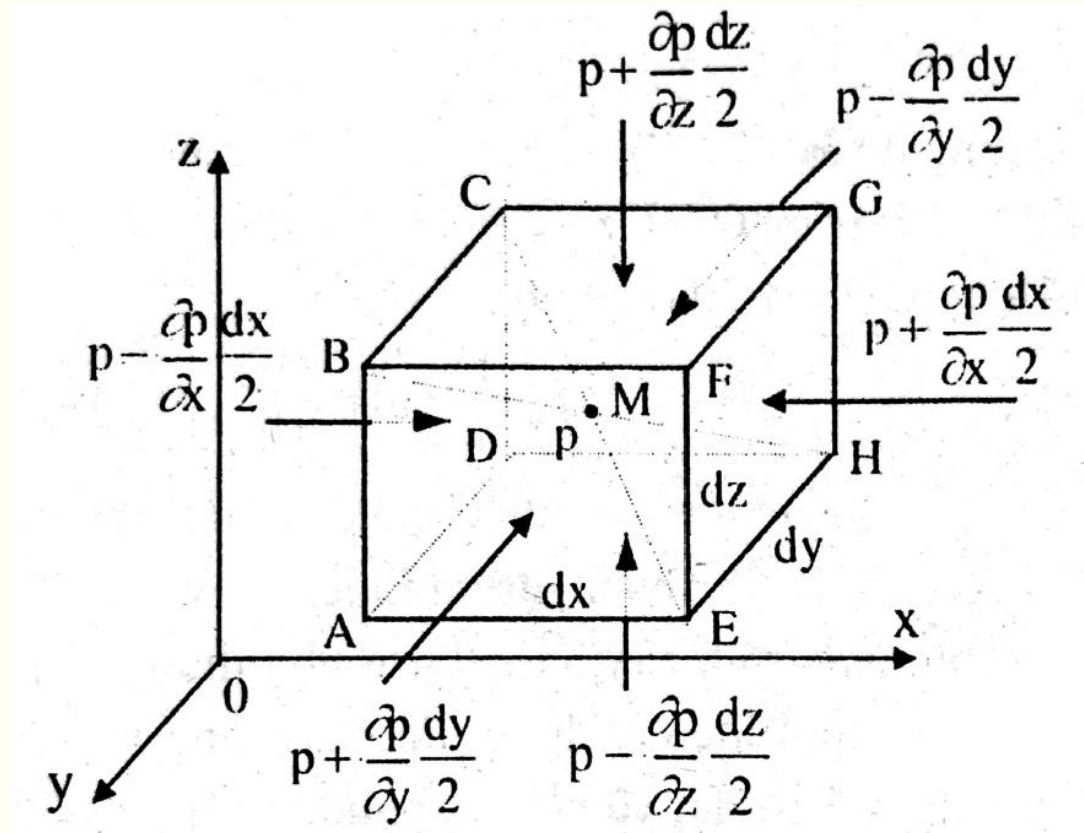
2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Cho hàm $p = p(x, y, z)$ tại trọng tâm M, sau khi loại trừ các vô cùng bé bậc 2 trở lên ta xác định được các giá trị áp suất tại 2 điểm L và N là:

$$p_L = p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

$$p_N = p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tử chất lỏng

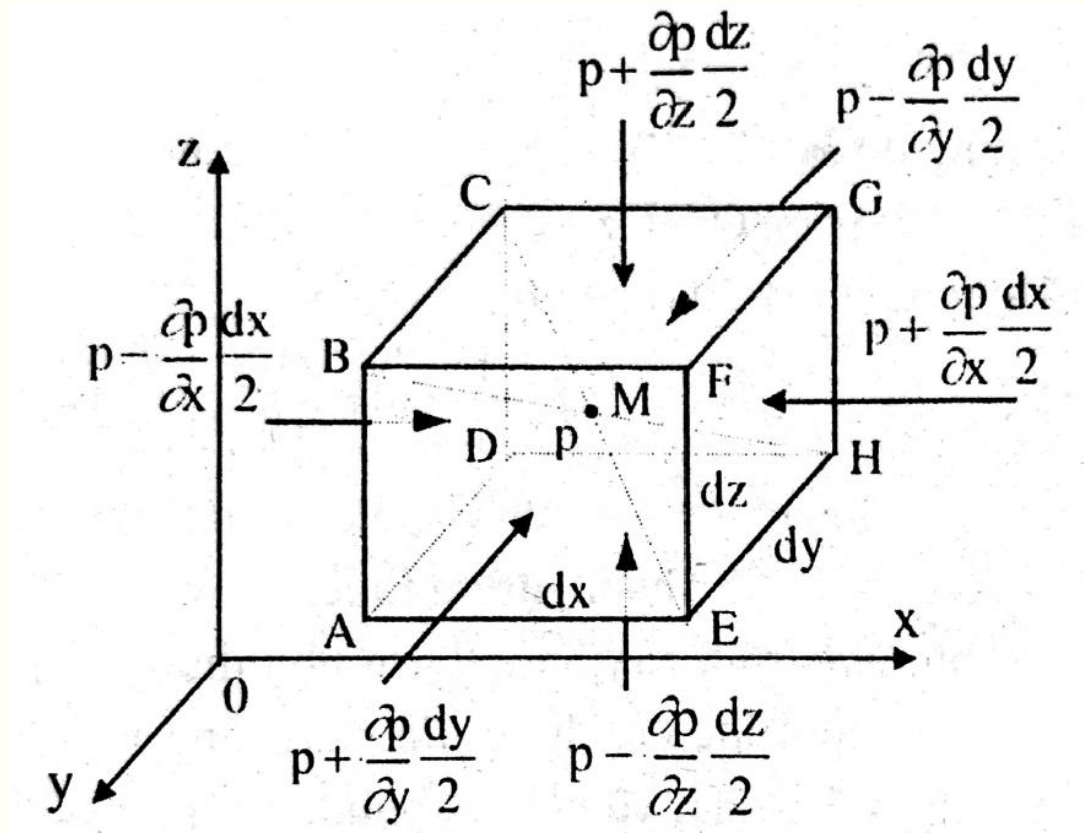
2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Vậy các lực bề mặt tác dụng lên 2 mặt đang xét ABCD và EFGH sẽ là:

$$P_L = p_L \cdot dydz = \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz$$

$$P_N = p_N \cdot dydz = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz$$



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

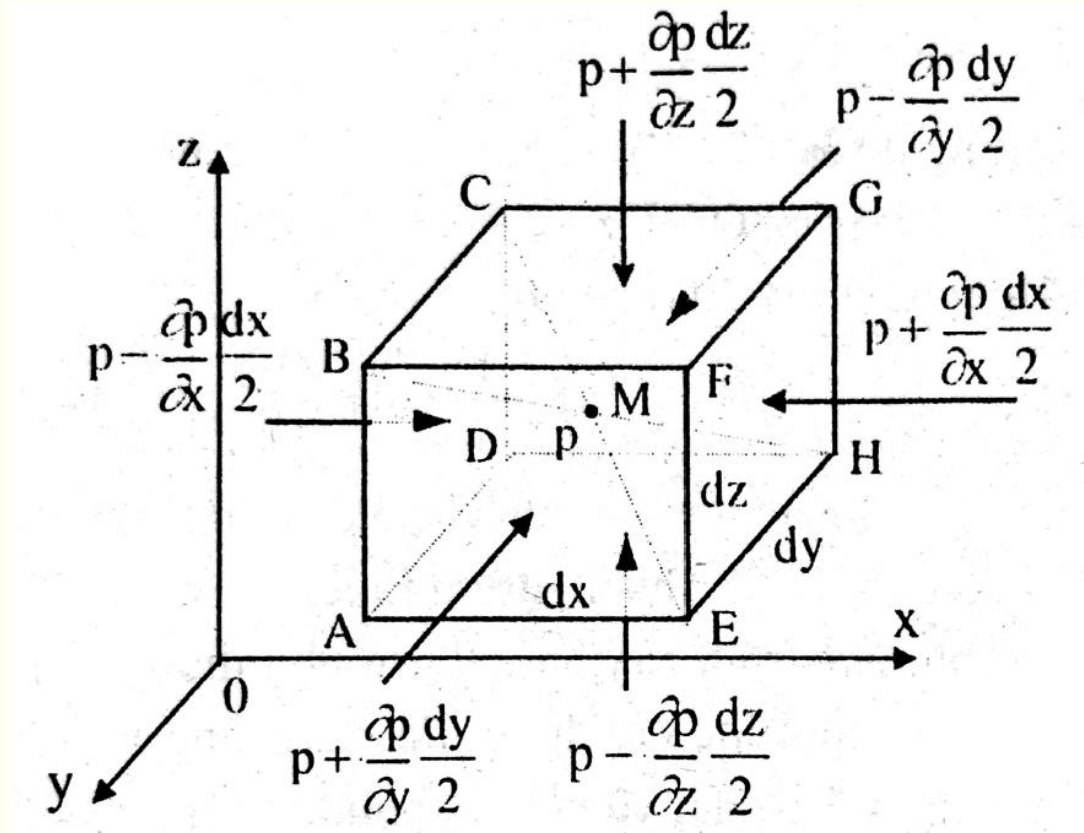
2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Viết phương trình cân bằng lực trên trục ox ta có: $\rho dx dy dz \cdot F_x + P_L - P_N = 0$

$$\text{Hay: } \rho dx dy dz \cdot F_x + \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dy \cdot dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dy \cdot dz = 0$$

$$\text{Hay: } \rho dx dy dz \cdot F_x - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = 0$$



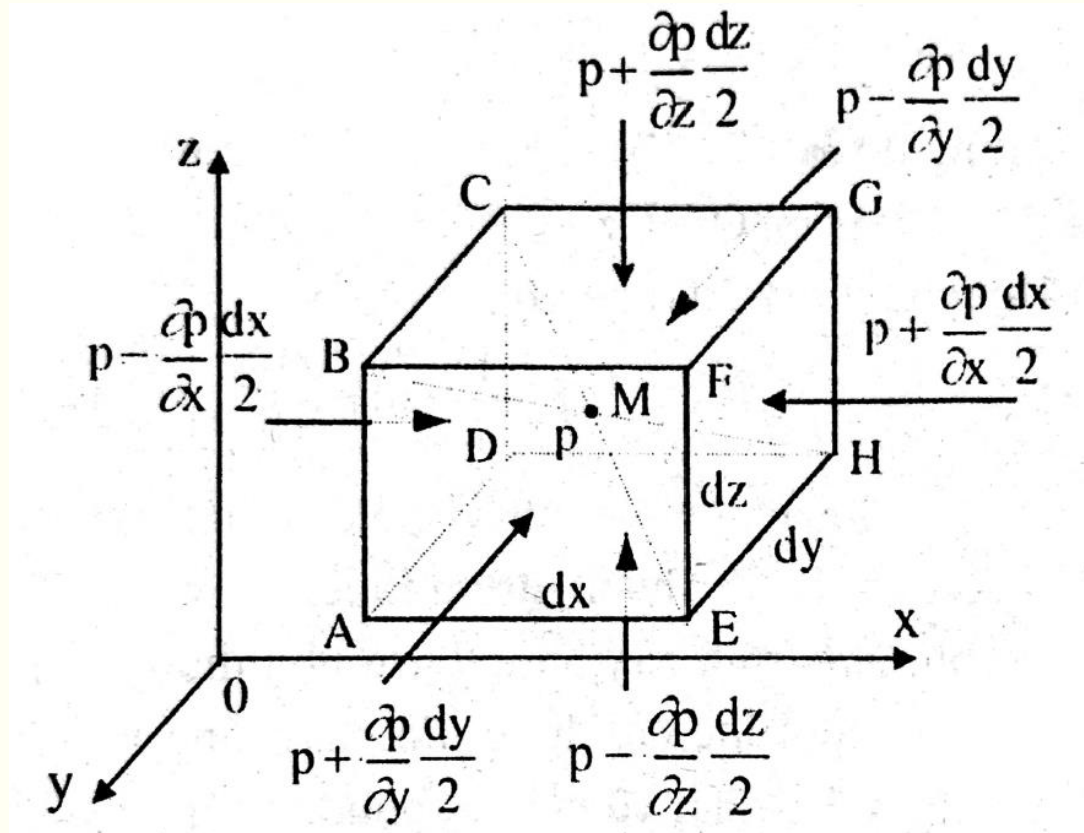
Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tử chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Chia phương trình cho khối lượng $m = \rho dx dy dz$, tức là tính lực tác dụng lên 1 đơn vị khối lượng chất lỏng, ta có:

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.1 Chứng minh phương trình Euler thủy tĩnh

Tương tự với trục oy và oz, ta có:

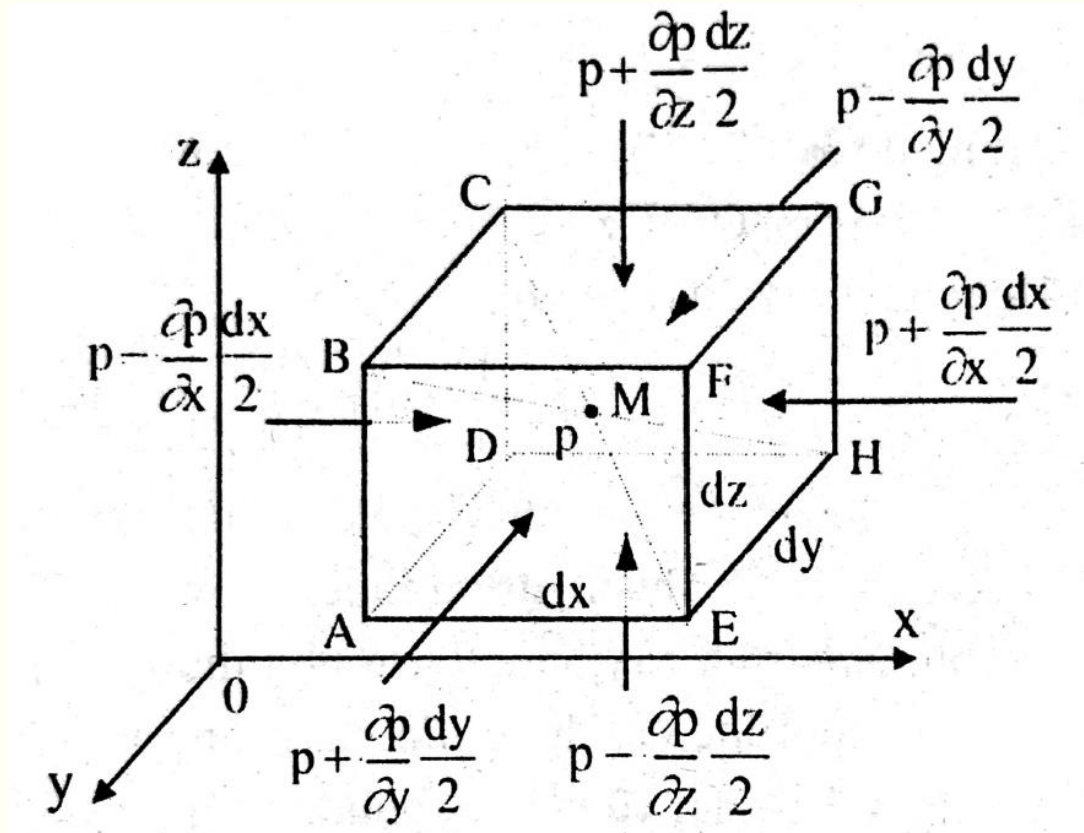
$$F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

$$F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Ta có thể viết dưới dạng vector:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = 0$$

là phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng tĩnh.



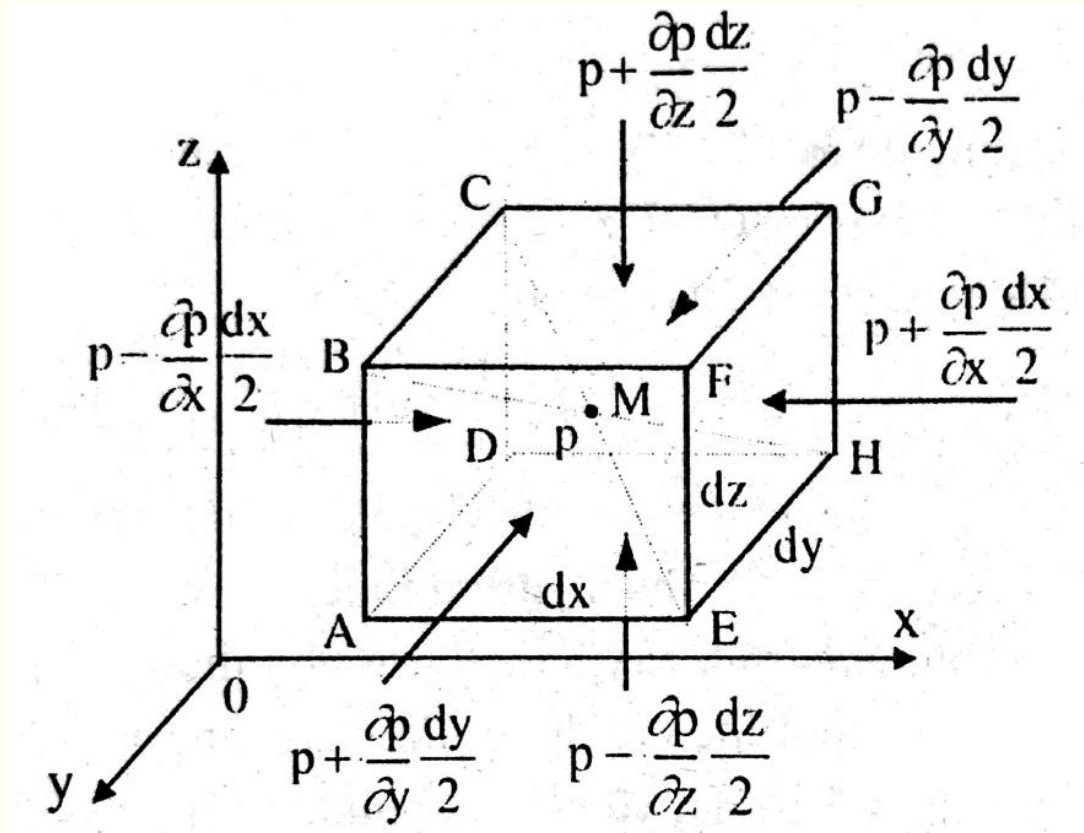
Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.2 Phân tích phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng tĩnh

Nhân lần lượt với dx , dy , dz rồi cộng lại và chuyển vế, ta được:

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.2 Phân tích phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng tĩnh

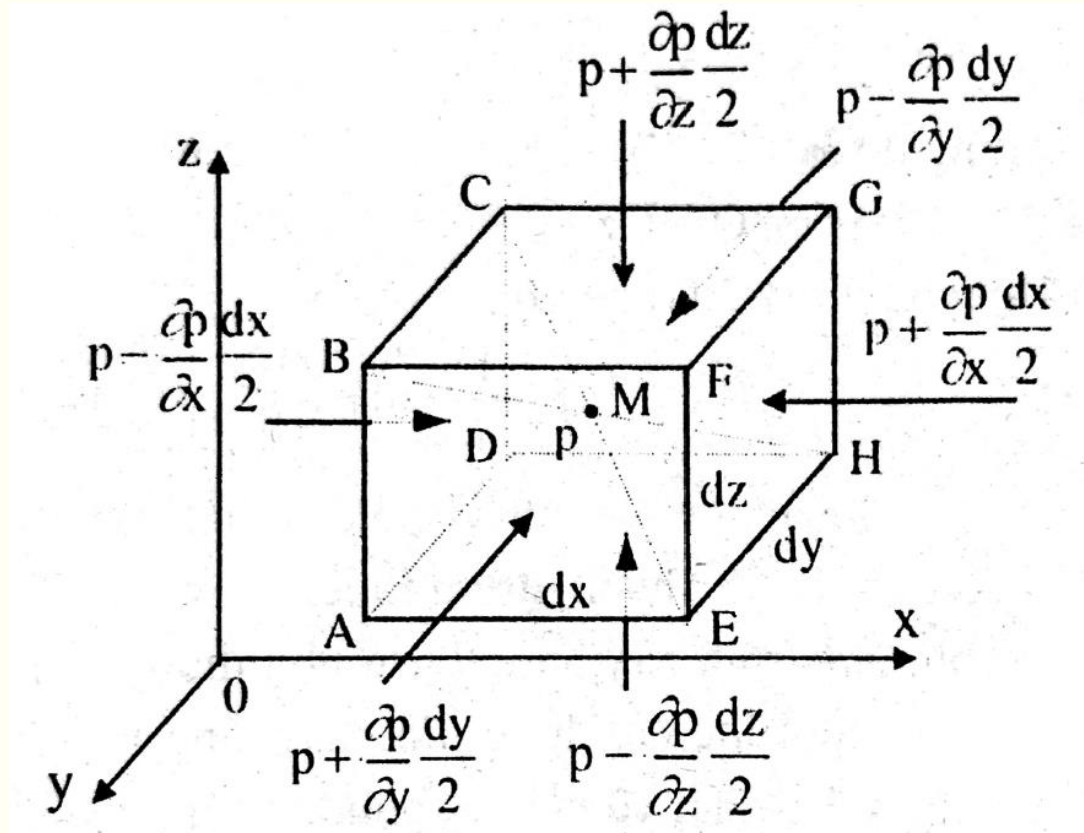
Ta thấy vế phải là vi phân toàn phần của hàm áp suất:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz =$$

dp

Do đó: $F_x dx + F_y dy + F_z dz =$
 $\frac{1}{\rho} dp$

Hay là: $dp = \rho(F_x dx + F_y dy + F_z dz)$



Hình 2.4 Phân bố lực trên phân tố chất lỏng

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.3 Phương trình của mặt đẳng áp

Định nghĩa: mặt đẳng áp là mặt có áp suất bằng nhau.

$$p = \text{const} \quad \text{hay} \quad dp = 0$$

Phương trình của mặt đẳng áp: thay $dp = 0$ vào pt, ta được:

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0$$

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.4 Ứng dụng phương trình Euler thủy tĩnh giải bài toán tĩnh tuyệt đối:

a) Quy luật phân bố áp suất:

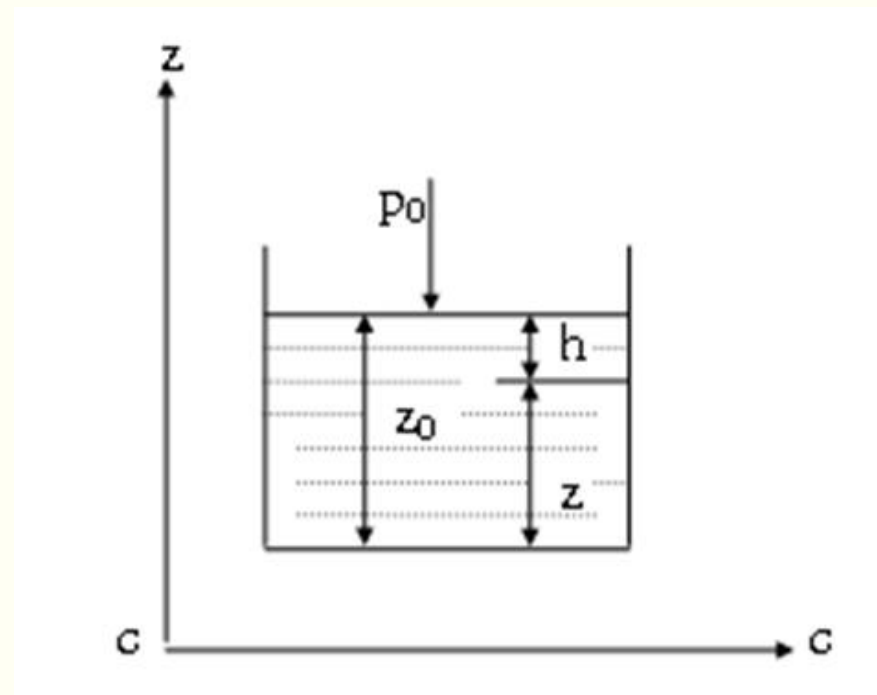
Trong trường hợp tĩnh tuyệt đối, lực khối chỉ có trọng lực, trục oz hướng lên trên, mặt chuẩn để tính độ cao z là mặt nằm c-c.

Ta có: $F_x = 0$; $F_y = 0$; $F_z = -g$

Thay vào bt, ta được:

$$-gdz = \frac{1}{\rho} dp \quad \text{hay} \quad dp = -\rho g dz = -\gamma dz$$

Đây còn được gọi là *pt vi phân cân bằng của chất lỏng tĩnh tuyệt đối*.



Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.4 Ứng dụng phương trình Euler thủy tĩnh giải bài toán tĩnh tuyệt đối:

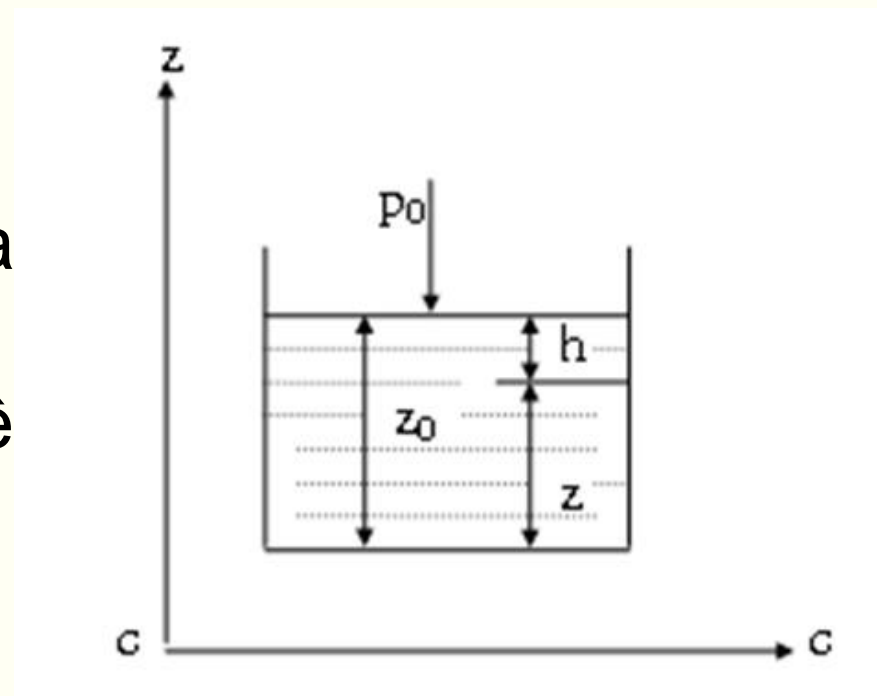
Tích phân lên ta được

$$p = -\gamma z + C$$

Trong đó : C – là hằng số tích phân được ta lấy từ điều kiện biên:

Khi: $z = z_0$, ta có: $p = p_0$ - áp suất trên bề mặt thoáng. Thay vào ta có:

$$p_0 = -\gamma z_0 + C$$



Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.4 Ứng dụng phương trình Euler thủy tĩnh giải bài toán tĩnh tuyệt đối:

Hay: $C = p_0 + \gamma z_0$

Thay C vào pt áp suất, ta được:

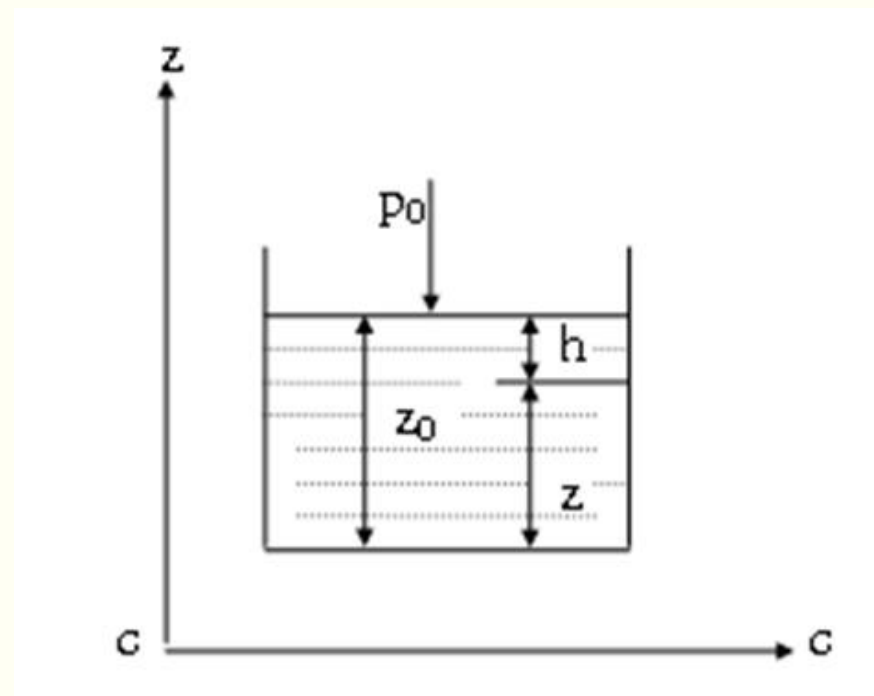
$$p = p_0 + \gamma z_0 - \gamma z = p_0 + \gamma(z_0 - z)$$

Mà: $z_0 - z = h$

Vậy: $p = p_0 + \gamma h$

Trong đó: p_0 - áp suất mặt thoáng;

γh - trọng lượng cột chất lỏng cao bằng h và diện tích đáy bằng 1 đơn vị



Hình 2.5 Phân bố áp suất

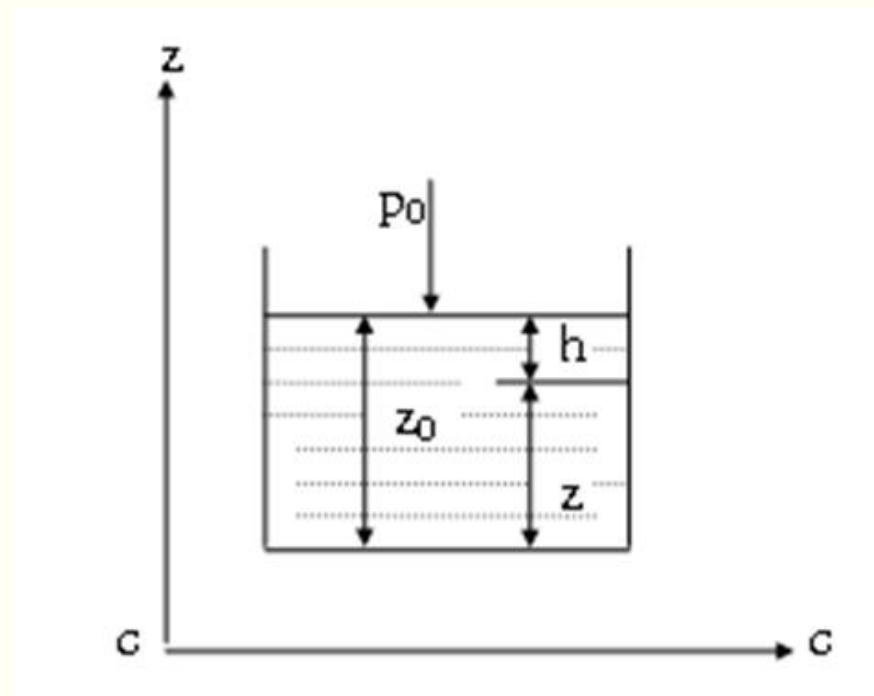
2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.4 Ứng dụng phương trình Euler thủy tĩnh giải bài toán tĩnh tuyệt đối:

$$p = p_0 + \gamma h$$

Đây là dạng thứ 1 của phương trình cơ bản của thủy tĩnh học.

Áp suất thủy tĩnh tại mỗi điểm trong chất lỏng bằng tổng của áp suất p_0 trên mặt thoáng cộng với trọng lượng cột chất lỏng bên trên nó (có diện tích đáy bằng 1 đơn vị diện tích).



Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.4 Ứng dụng phương trình Euler thủy tĩnh giải bài toán tĩnh tuyệt đối:

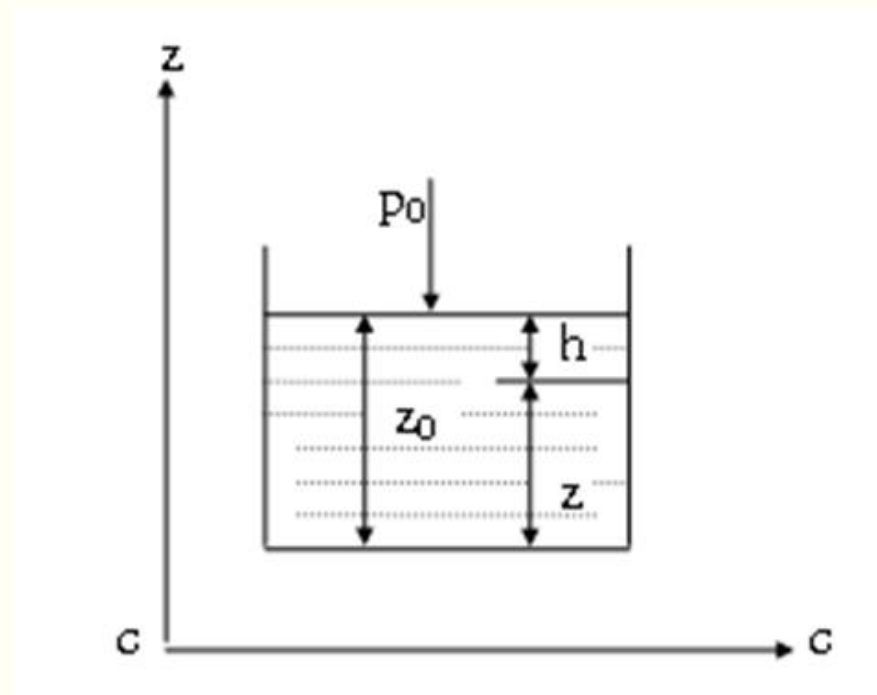
Dạng thứ II của phương trình cơ bản:

Thay $h = z_0 - z$, chia pt cho γ , chuyển vế, ta được:

$$z + \frac{p}{\gamma} = z_0 + \frac{p_0}{\gamma} = \text{const}$$

z (m) - độ cao hình học;

$\frac{p}{\gamma}$ (m) - độ cao đo áp của chất lỏng.



Hình 2.5 Phân bố áp suất

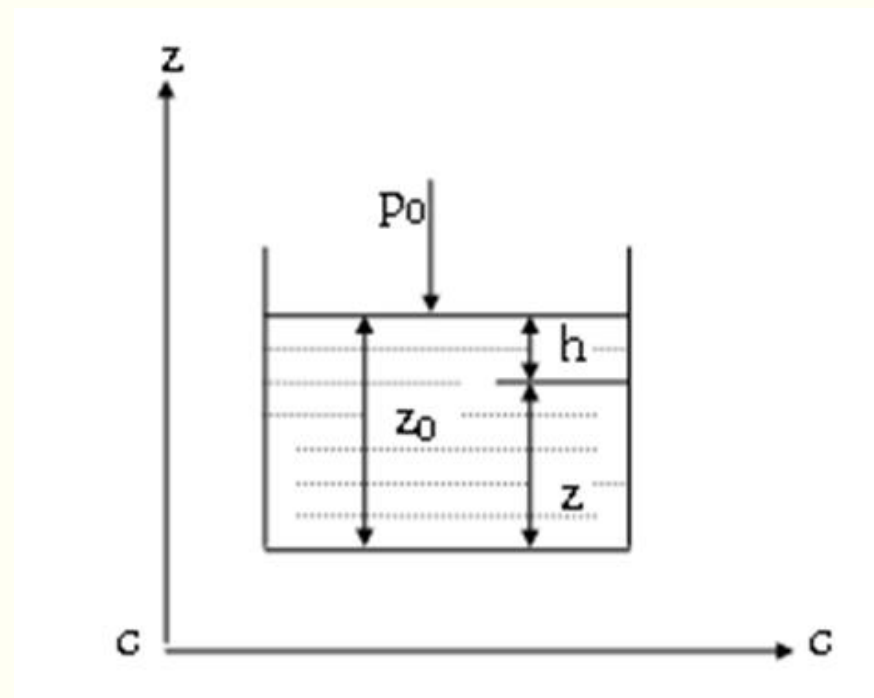
2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.4 Ứng dụng phương trình Euler thủy tĩnh giải bài toán tĩnh tuyệt đối:

Dạng thứ II của phương trình cơ bản:

Trong một môi trường chất lỏng cân bằng tĩnh, tổng của độ cao hình học z và độ cao đo áp p/γ là một hằng số đối với mọi điểm và được gọi là *cột áp thủy tĩnh* H_t .

$$H_t = z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$$



Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.4 Ứng dụng phương trình Euler thủy tĩnh giải bài toán tĩnh tuyệt đối:

b) Phương trình của mặt đẳng áp:

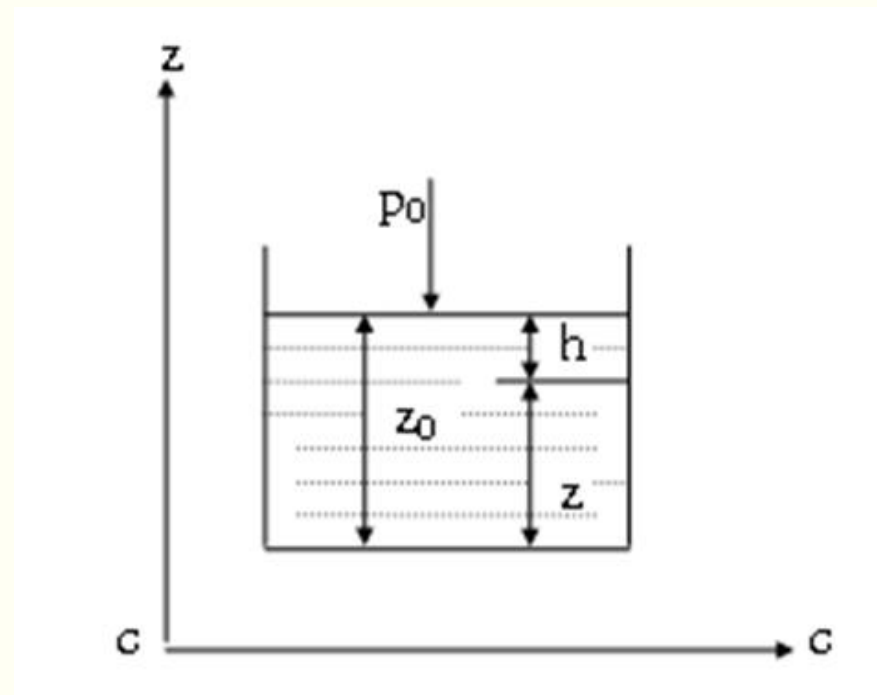
Thay F_x , F_y , F_z vào pt, ta có:

- $gdz = 0$ suy ra : $z = \text{const}$

Đây là pt mặt đẳng áp trong trường hợp tĩnh tuyệt đối, là các *mặt phẳng nằm ngang song song với mặt chuẩn*.

Do vậy, dạng thứ nhất của pt cơ bản còn có thể viết dưới dạng:

$$p_2 = p_1 + \gamma h_{12}$$



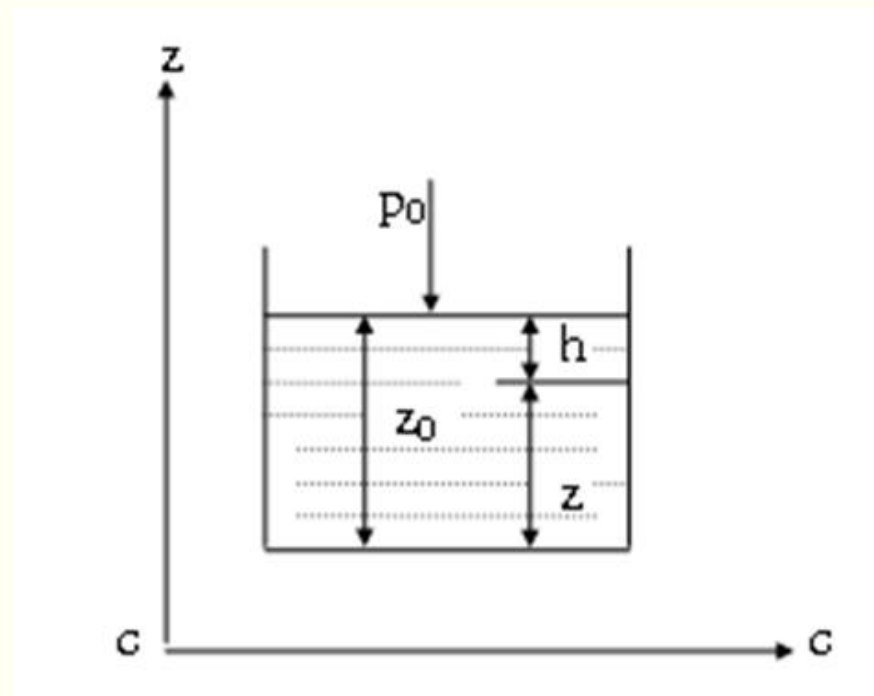
Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2. 5 Ý nghĩa năng lượng của phương trình cơ bản thủy tĩnh:

Xét 1 phân tố chất lỏng quanh 1 điểm A, có khối lượng dm , trọng lượng $dG = g.dm$, ở độ cao hình học z và chịu áp suất p .

So với mặt chuẩn, phần tử này có thế năng $g.dm.z = dG.z$. Năng lượng này đặc trưng cho vị trí của phần tử nên gọi là vị năng.

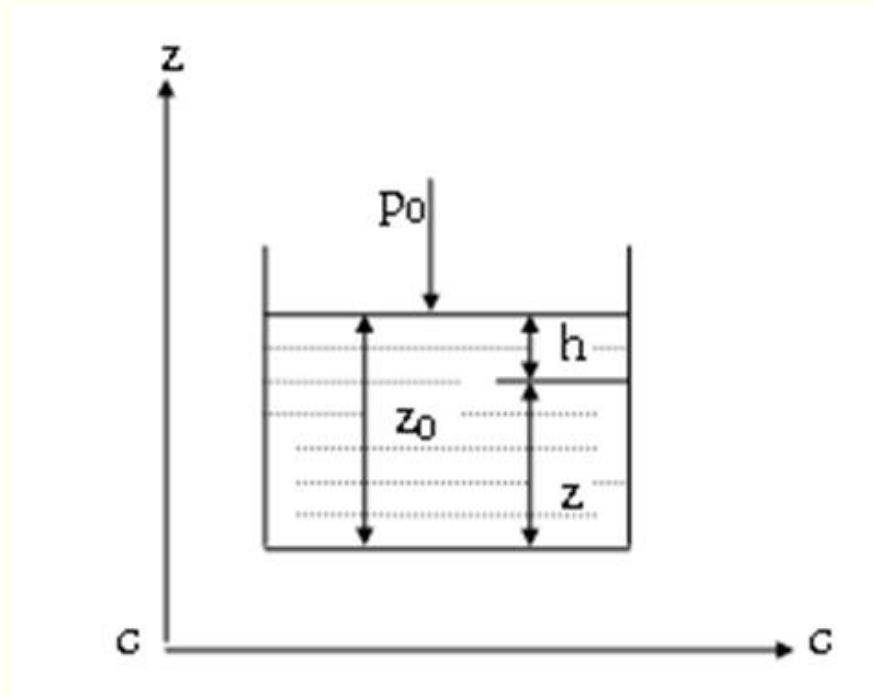


Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2. 5 Ý nghĩa năng lượng của phương trình cơ bản thủy tĩnh:

Phần tử chất lỏng còn chịu áp suất p nên có năng lượng $(p / \gamma).dG$. Phần năng lượng này cũng là thế năng và đặc trưng cho áp suất thủy tĩnh tác dụng lên phần tử chất lỏng nên được gọi là áp năng.



Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.5 Ý nghĩa năng lượng của phương trình cơ bản thủy tĩnh:

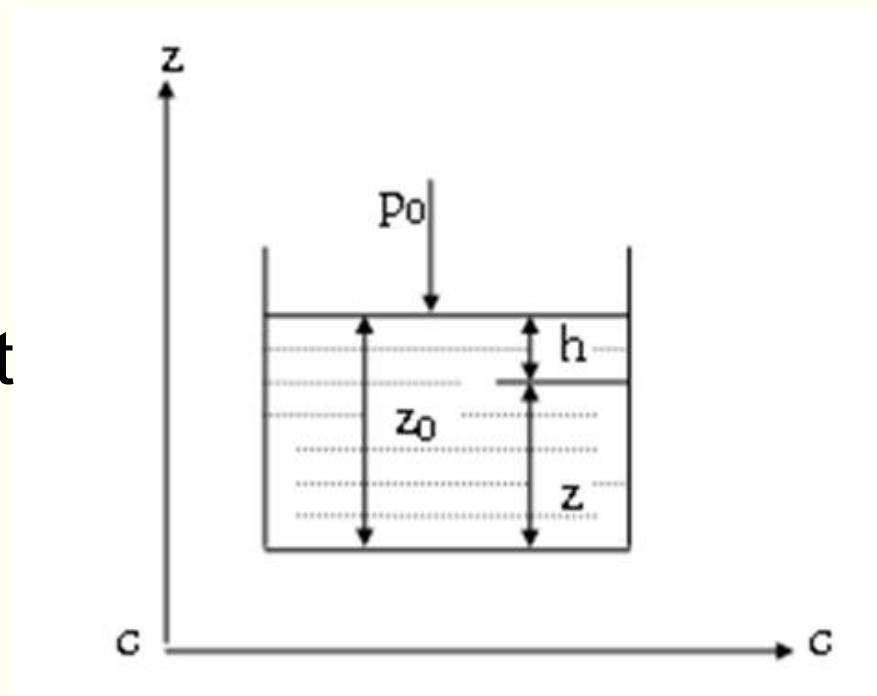
$$\frac{\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) dG}{dG} = z + \frac{p}{\gamma}$$

là thế năng của 1 đơn vị trọng lượng chất lỏng, hay còn gọi là thế năng đơn vị (tỷ thế năng).

z - vị năng đơn vị (tỷ vị năng)

p / γ - áp năng đơn vị (tỷ áp năng)

$z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$ - cột áp thủy tĩnh



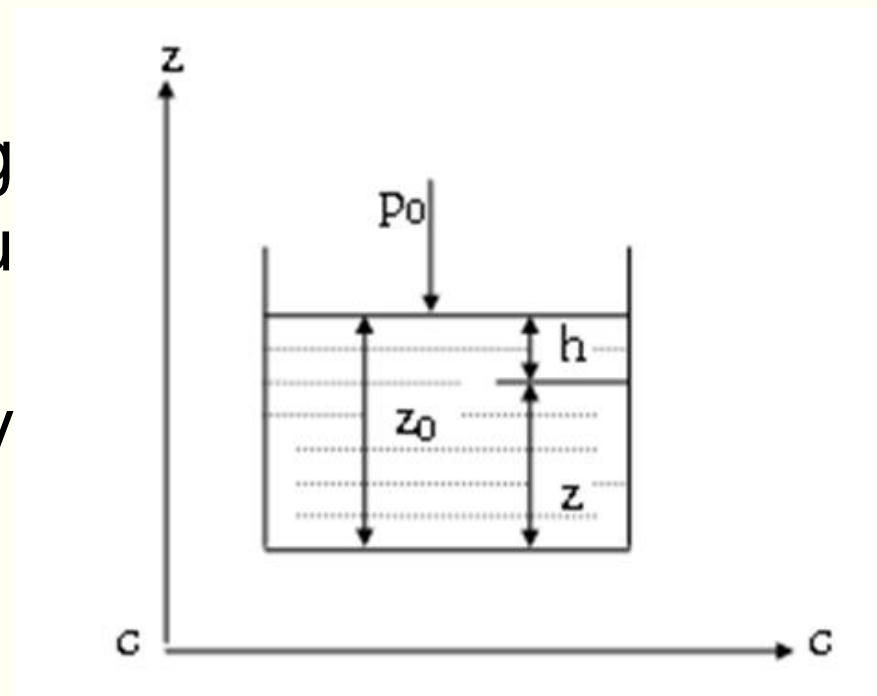
Hình 2.5 Phân bố áp suất

2. Phương trình Euler thủy tĩnh

2.5 Ý nghĩa năng lượng của phương trình cơ bản thủy tĩnh:

Vậy: -Thế năng đơn vị của mọi điểm trong môi trường chất lỏng cân bằng đều nhau và bằng cột áp thủy tĩnh.

-Đối với chất lỏng tĩnh, cột áp thủy tĩnh là một hằng số.



Hình 2.5 Phân bố áp suất



The End