



HCMUTE

FLUID DYNAMICS

Hung-Son Dang Ph.D.





CHƯƠNG 4

ĐỘNG LỰC HỌC LƯU CHẤT

OUTLINES

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.1 Phương trình chuyển động của lưu chất lí tưởng (Pt Euler thủy động)

(Còn gọi là phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng lí tưởng)

Phương trình Euler thủy động có thể được suy từ phương trình Euler thủy tĩnh bằng cách sử dụng nguyên lý D'Alembert.

Ta đã có phương trình Euler thủy tĩnh dạng vector được viết cho một đơn vị khối lượng chất lỏng:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p = 0$$

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.1 Phương trình chuyển động của lưu chất lí tưởng (Pt Euler thủy động)

Nếu chất lỏng chuyển động với vận tốc \vec{u} (x,y,z,t) và có gia tốc tương ứng $\frac{d\vec{u}}{dt}$. Lực quán tính (nội) sinh ra trong dòng chảy sẽ là: $I_{qt} = - m \frac{d\vec{u}}{dt}$.

Vậy lực quán tính của một đơn vị khối lượng chất lỏng: $-\frac{d\vec{u}}{dt}$

Áp dụng nguyên lý D'Alembert: "Trong môi trường lưu chất chuyển động tổng của ngoại lực luôn cân bằng với lực quán tính" ta có phương trình cân bằng lực cho một đơn vị khối lượng chất lỏng là:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p - \frac{d\vec{u}}{dt} = 0$$

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.1 Phương trình chuyển động của lưu chất lí tưởng (Pt Euler thủy động)

Trong đó: F_x , F_y , F_z - là hình chiếu của tổng vector gia tốc khối \vec{R} lên các trục tọa độ x , y , z .

Đây là phương trình Euler thủy động dạng vi phân, hay còn gọi là phương trình vi phân chuyển động của lưu chất lý tưởng.

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.1 Phương trình chuyển động của lưu chất lí tưởng (Pt Euler thủy động)

Hay:
$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

Chiếu lên các trục tọa độ ta có:

$$F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt} \quad (1)$$

$$F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt} \quad (2)$$

$$F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt} \quad (3)$$

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.1 Phương trình chuyển động của lưu chất lí tưởng (Pt Euler thủy động)

Các trường hợp riêng:

a) Chất lỏng chuyển động thẳng đều:

Ta có: $\frac{d\vec{u}}{dt} = 0$, phương trình có dạng: $\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = 0$ - đây là phương

trình Euler thủy tĩnh.

Vậy: trong chuyển động đều áp suất phân bố theo qui luật thủy tĩnh.

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.1 Phương trình chuyển động của lưu chất lí tưởng (Pt Euler thủy động)

b) Chuyển động một chiều: ví dụ theo trục x, ta có:

$$\frac{du_y}{dt} = \frac{du_z}{dt} = 0$$

Phương trình có dạng:

$$F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2')$$

$$F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (3')$$

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.1 Phương trình chuyển động của lưu chất lí tưởng (Pt Euler thủy động)

Đây cũng là phương trình Euler thủy tĩnh.

Vậy: trong chuyển động một chiều tại mặt phẳng (yoz) vuông góc với trục chuyển động (x) áp suất phân bố theo qui luật thủy tĩnh.

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.2. Phương trình chuyển động của lưu chất thực (Pt Navier-stokes)

Phương trình Navier – Stokes hay còn gọi là phương trình vi phân chuyển động của lưu chất thực, *chính là áp dụng nguyên lý D’Alambe ở dạng tổng quát nhất*. Tuy nhiên, do lưu chất thực luôn có độ nhớt nên ngoại lực ngoài lực khối và lực bề mặt do áp suất gây ra còn có lực bề mặt do ma sát nhớt gây ra. Do đó phương trình có dạng:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \vec{u} + \frac{\nu}{3} \text{grad}(\text{div} \vec{u}) = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.2. Phương trình chuyển động của lưu chất thực (Pt Navier-stokes)

Ta thấy, so với phương trình chuyển động của chất lỏng lý tưởng, thì trong phương trình Navier – Stokes có thêm hai số hạng biểu thị ảnh hưởng của lực nhớt đó là $\nu \Delta \vec{u}$ và $\frac{\nu}{3} \text{grad}(\text{div} \vec{u})$.

Dạng vi phân:

$$\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{u} + \nu \Delta u_x &= \frac{du_x}{dt} \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \text{div} \vec{u} + \nu \Delta u_y &= \frac{du_y}{dt} \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \text{div} \vec{u} + \nu \Delta u_z &= \frac{du_z}{dt} \end{aligned}$$

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.2. Phương trình chuyển động của lưu chất thực (Pt Navier-stokes)

* Các trường hợp riêng:

- Đối với chuyển động ổn định lưu chất không nén được $\rho = \text{const}$, phương trình liên tục có dạng $\text{div} \vec{u} = 0$. Do đó phương trình vi phân chuyển động của lưu chất không nén được sẽ là:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \vec{u} = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

4.1 Phương trình vi phân chuyển động

4.1.2. Phương trình chuyển động của lưu chất thực (Pt Navier-stokes)

- Nếu chất lỏng là lý tưởng $\nu = 0$, ta được phương trình Euler thủy động:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

- Nếu chất lỏng không chuyển động ($\vec{u} = 0$) hay chuyển động thẳng đều ($\frac{d\vec{u}}{dt} = 0$) ta sẽ được phương trình Euler tĩnh.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.1. Phương trình Bernoulli cho dòng nguyên tố lưu chất lí tưởng chuyển động ổn định.

Ta chứng minh bằng cách suy từ phương trình vi phân chuyển động của lưu chất lý tưởng.

Điều kiện lập phương trình:

- Dòng chảy ổn định
- Lưu chất không nén được
- Lực khối tác dụng chỉ có trọng lực.

Ta phân tích phương trình bằng cách lần lượt nhân 2 vế của phương trình cho dx , dy , dz và cộng lại, sẽ được:

$$\begin{aligned} F_x dx + F_y dy + F_z dz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) = \\ = \frac{du_x}{dt} dx + \frac{du_y}{dt} dy + \frac{du_z}{dt} dz \end{aligned}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.1. Phương trình Bernoulli cho dòng nguyên tố lưu chất lí tưởng chuyển động ổn định.

- Vì lực khối chỉ có trọng lực nên $F_x = F_y = 0$, $F_z = -g$.

- Mặt khác do giả thiết chuyển động ổn định nên $p = p(x,y,z)$. Tức là:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

- Vì $u_x = \frac{dx}{dt}$; $u_y = \frac{dy}{dt}$; $u_z = \frac{dz}{dt}$, vế phải của phương trình có thể biến đổi thành:

$$u_x du_x + u_y du_y + u_z du_z = u du = d\left(\frac{u^2}{2}\right)$$

Thay vào ta có:

$$-gdz - \frac{1}{\rho} dp = d\left(\frac{u^2}{2}\right)$$

Hay là:
$$gdz + \frac{1}{\rho} dp + d\left(\frac{u^2}{2}\right) = 0$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.1. Phương trình Bernoulli cho dòng nguyên tố lưu chất lí tưởng chuyển động ổn định.

Phương trình và viết cho một đơn vị khối lượng chất lỏng, vì vậy nếu ta chia phương trình cho gia tốc trọng trường g ta sẽ được phương trình viết cho một đơn vị trọng lượng chất lỏng:

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d\left(\frac{u^2}{2g}\right) = 0$$

Hay:
$$d\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}\right) = 0$$

Tích phân lên ta được:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.1. Phương trình Bernoulli cho dòng nguyên tố lưu chất lí tưởng chuyển động ổn định.

Đây chính là phương trình Bernoulli của dòng nguyên tố chất lỏng lý tưởng chuyển động ổn định.

Phương trình trên là phương trình cơ bản của thủy lực học và thủy khí động lực .

Phương trình Bernoulli còn gọi là phương trình năng lượng vì nó là một dạng của định luật bảo toàn năng lượng.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.2. Ý nghĩa năng lượng của phương trình Bernoulli

$z(m)$ - vị năng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng tính từ một mặt chuẩn bất kỳ hay gọi là vị năng đơn vị hoặc tỷ vị năng.

$\frac{p}{\gamma}(m)$ - áp năng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng, gọi là áp năng đơn vị hay tỷ áp năng.

$z + \frac{p}{\gamma}(m)$ - đại diện cho thế năng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng, gọi là thế năng đơn vị hay tỷ thế năng, ký hiệu e_{th} .

$$e_{th} = z + \frac{p}{\gamma}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.2. Ý nghĩa năng lượng của phương trình Bernoulli

$\frac{u^2}{2g}$ (m) - động năng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng gọi tắt là động năng đơn vị hay tỷ động năng, ký hiệu e_d .

$$e_d = \frac{u^2}{2g}$$

Tổng của ba số hạng $(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g})$ biểu thị tổng cơ năng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng gọi là cơ năng đơn vị hay tỷ cơ năng, ký hiệu e

$$e = (z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}) = e_{th} + e_d$$

Vậy: Tại tất cả các mặt cắt ướt của dòng nguyên tố chất lỏng lý tưởng chảy ổn định, năng lượng đơn vị (năng lượng riêng) là một hằng số, hay $e = \text{const}$.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.3. Ý nghĩa thủy lực của phương trình Bernoulli

$z(m)$ - độ cao hình học.

$\frac{p}{\gamma}(m)$ - độ cao đo áp (tuyệt đối hoặc dư) - để đo độ cao đo áp, dùng ống đo áp.

$z + \frac{p}{\gamma} (m)$ - cột áp thủy tĩnh, ký hiệu $H_t = z + \frac{p}{\gamma}$ có thứ nguyên là độ dài.

$\frac{u^2}{2g}(m)$ – độ cao vận tốc hay độ cao lưu tốc là độ cao cực đại mà một dòng tia chất lỏng có thể đạt được khi ta cho chất lỏng phun lên từ một vòi phun theo phương thẳng đứng với vận tốc u .

Chiều cao này tính theo công thức:

$$h = \frac{u^2}{2g}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.3. Ý nghĩa thủy lực của phương trình Bernoulli

Để đo độ cao vận tốc ta dùng ống Pitô

Ống Pitô là một ống nhỏ bằng kim loại hoặc thủy tinh, hình chữ L, đường kính từ $(6 \div 10)\text{mm}$, miệng đoạn ống ngắn thu hẹp với đường kính $(1 \div 2)\text{mm}$. Đặt ống Pitô vào trong dòng chảy sao cho miệng đoạn ống ngắn ngược chiều dòng chảy và vuông góc với đường dòng. Ta thấy cột chất lỏng trong ống dâng lên một độ cao bằng $\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.3. Ý nghĩa thủy lực của phương trình Bernoulli

Muốn đo riêng độ cao $\frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$ ta đặt thêm ống đo áp thẳng đứng sao cho miệng ống song song với các đường dòng và sát miệng vào cửa ống Pitô. Trong ống này chất lỏng dâng lên một độ cao bằng $\frac{p}{\gamma}$. Độ chênh mức chất lỏng trong 2 ống đo áp và Pitô chính là độ cao vận tốc.

Tổng của cột áp tĩnh $H_t = z + \frac{p}{\gamma}$ và độ cao vận tốc $\frac{u^2}{2g}$ gọi là cột áp thủy động.

$$H_d = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} - \text{cột áp thủy động.}$$

Vậy: Trong một dòng nguyên tố chất lỏng lý tưởng chảy ổn định $H_d = \text{const}$.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.4. Phương trình Bernoulli của dòng nguyên tố chất lỏng thực chuyển động ổn định

Khi chất lỏng thực chuyển động, tính nhớt gây ra những lực masat trong nội bộ chất lỏng, cản trở sự chuyển động. Một phần cơ năng của chất lỏng bị tiêu hao để khắc phục những lực cản đó. Phần cơ năng này biến thành nhiệt năng không thu hồi được, vì vậy năng lượng đơn vị của chất lỏng thực giảm dần dọc theo chiều dòng chảy, và $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \neq \text{const.}$

Vậy khi dòng chảy thực chuyển động từ mặt cắt (1-1) đến mặt cắt (2-2), ta có:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} > z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.4. Phương trình Bernoulli của dòng nguyên tố chất lỏng thực chuyển động ổn định

Hay:
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w12}$$

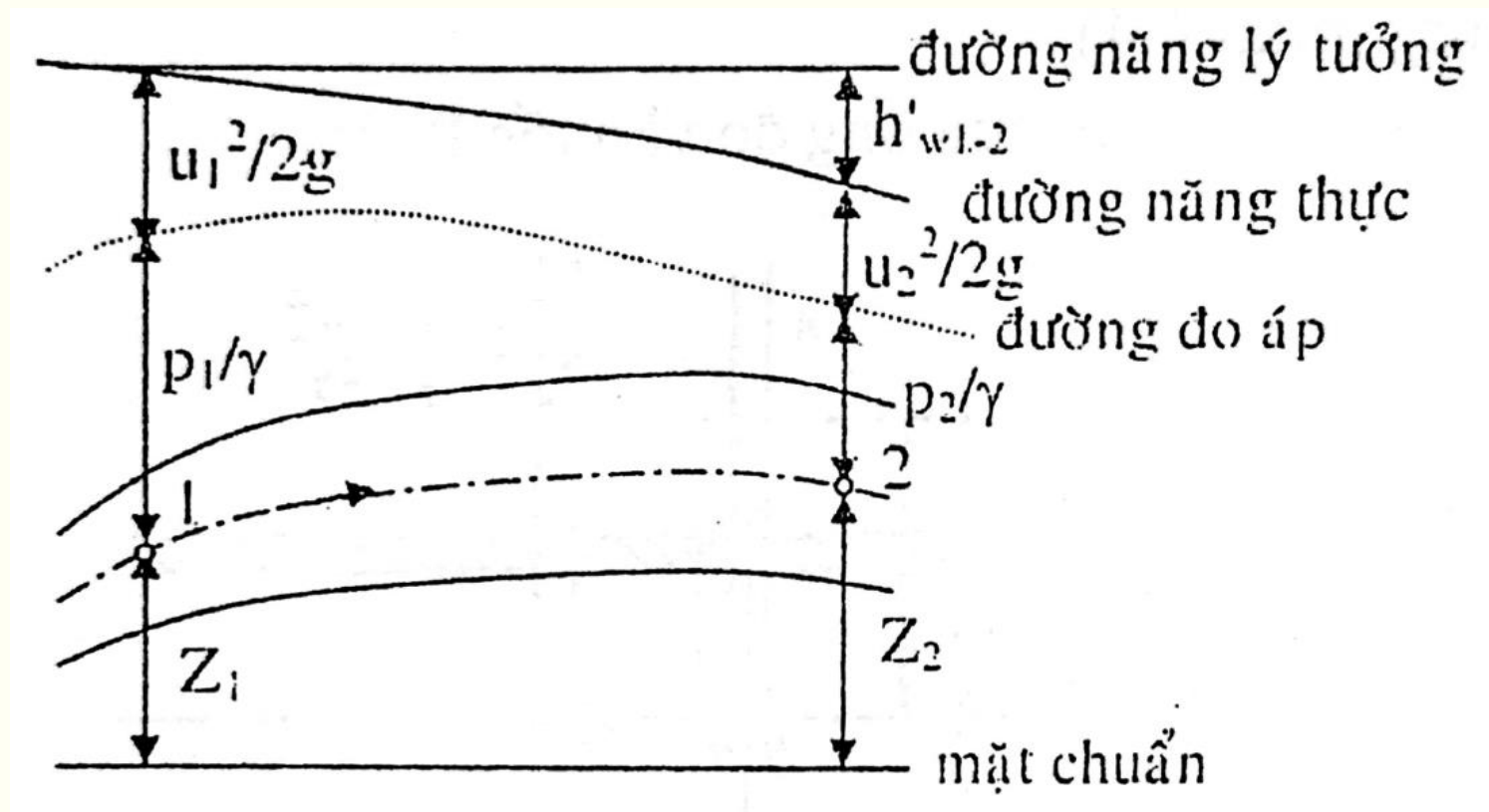
Đây chính là phương trình Bernoulli của dòng nguyên tố chất lỏng thực chuyển động ổn định.

h'_{w12} [m] - là phần năng lượng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng bị tiêu hao khi chất lỏng di chuyển từ m/c (1-1) đến m/c (2-2), nó được gọi là *tổn thất năng lượng đơn vị* (hoặc *tổn thất tỷ năng*) hoặc *tổn thất cột áp*.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.5. Biểu diễn hình học của phương trình Bernoulli

Ta chỉ cần xét dòng nguyên tố. Vì tất cả các số hạng trong phương trình Bernoulli đều có thứ nguyên là độ dài đại diện cho những độ cao chất lỏng, nên có thể dùng hình vẽ biểu diễn sự biến thiên của các độ cao chất lỏng z , $\frac{p}{\gamma}$, $\frac{u^2}{2g}$ của cột áp thủy tĩnh và cột áp thủy động dọc theo dòng chảy.



Hình 4.1 Biểu diễn hình học pt Bernoulli

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.5. Biểu diễn hình học của phương trình Bernoulli

a) *Đường năng*: biểu diễn năng lượng đơn vị của dòng chảy e, hay là cột áp thủy động H_d .

+ *Độ dốc thủy lực*: ký hiệu J (là đại lượng không thứ nguyên) biểu diễn sự biến thiên của cơ năng đơn vị e hoặc H_d dọc theo chiều dài của dòng chảy.

$$J = \frac{d(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g})}{dL} = \frac{de}{dL} = \frac{h_w}{L}$$

- Khi chất lỏng là lý tưởng $J = 0$, đường năng là một đường thẳng song song với mặt chuẩn.

- Khi chất lỏng là thực J là đại lượng luôn luôn dương $J > 0$, đường năng là một đường dốc xuống dọc theo dòng chảy.

4.2 Phương trình năng lượng Bernoulli

4.2.5. Biểu diễn hình học của phương trình Bernoulli

b) Đường đo áp: biểu diễn thế năng đơn vị của dòng chảy e_{th} , hoặc biểu diễn cột áp thủy tĩnh H_t .

+ Độ dốc đo áp: ký hiệu J_{da} (cũng là đại lượng không thứ nguyên) biểu diễn sự biến thiên của thế năng đơn vị e_{th} hoặc H_t dọc theo chiều dài của dòng chảy.

$$J_{da} = \frac{d(z + \frac{p}{\gamma})}{dL}$$

- J_{da} có thể > 0 cũng có thể < 0 tùy thuộc sự biến thiên của vận tốc trong dòng chảy.

- Trong dòng chảy đều ($u = \text{const}$), đường đo áp luôn song song với đường năng.



The End