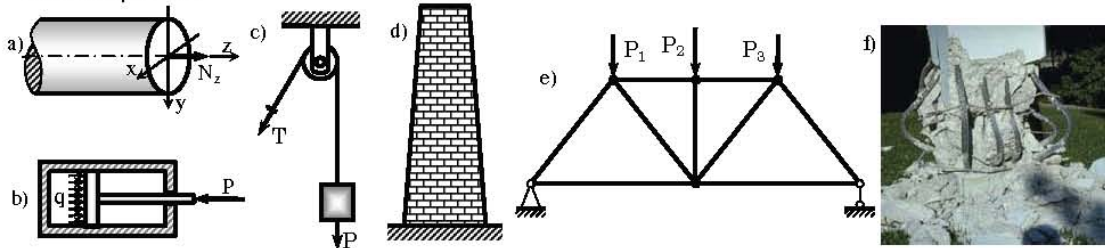


CHƯƠNG 5:**THANH CHỊU KÉO - NÉN ĐÚNG TÂM****1. Ứng suất trên tiết diện.****1. Định nghĩa.**

Thanh chịu kéo – nén đúng tâm khi trên mọi mặt cắt ngang chỉ tồn tại một thành phần ứng lực N_z , hình 5.1a.

Nếu lực dọc hướng ra ngoài mặt cắt thì gọi là thanh chịu kéo, và hướng vào mặt cắt thì gọi là thanh chịu nén.



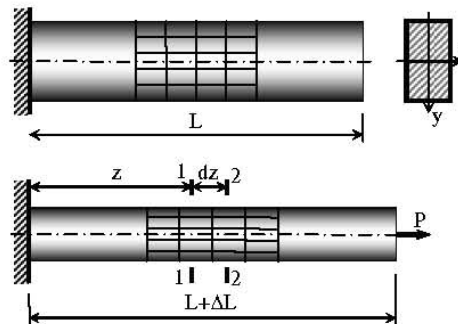
Hình 5.1: Các trường hợp thanh chịu kéo (nén) đúng tâm.

Trong hình 5.1b cần piston của xi lanh chịu nén, Hình 5.1c là một ròng rọc kéo vật nặng P và dây của ròng rọc chịu kéo, Hình 5.1d là cột gạch chịu nén dưới tác dụng của trọng lượng của bản thân, Các thanh trong dàn trên hình 5.1e có thể chịu kéo hoặc nén, Hình 5.1f là một cột bị phá hỏng do bị nén.

2. Giả thiết về biến dạng của thanh.

Xét thanh có chiều dài L , tiết diện mặt cắt ngang F không đổi. Kẻ những đường thẳng song song và vuông góc với trục, các đường kẻ này đặc trưng cho các lớp vật liệu dọc trục và tiết diện cắt ngang của thanh, hình 5.2.

Hình 5.2: Biến dạng của thanh chịu kéo đúng tâm.



Dưới tác dụng của hệ hai lực ngược chiều nhau, quan sát ta thấy góc vuông vẫn không thay đổi, các đường vuông góc với trục vẫn thẳng, các đường song song với trục vẫn giữ khoảng cách gần như không thay đổi và giãn dài ra những đoạn bằng nhau. Với những nhận xét trên ta đi đến các giả thiết.

Các tiết diện ngang vẫn phẳng và vuông góc với trục.

Các lớp vật liệu dọc trục không chèn ép, xô đẩy nhau (bỏ qua ứng suất pháp trên mặt cắt song song trục).

Các thớ vật liệu dọc trục có biến dạng dài bằng nhau.

3. Biểu thức ứng suất.

Góc vuông không đổi dẫn đến ứng suất tiếp bằng không.

Ứng suất pháp tỷ lệ với biến dạng dài theo định luật Hooke:

LÊ THANH PHONG

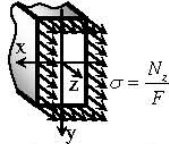
$$\sigma_z = E\varepsilon_z \quad (5.1).$$

Vì biến dạng dài bằng nhau ở mọi chỗ nên ứng suất pháp là hằng số trên tiết diện nên:

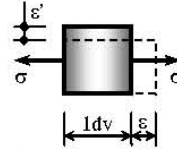
$$N_z = \int_F \sigma_z dF = \sigma_z \int_F dF = \sigma_z F, \text{ do đó:}$$

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \quad (5.2).$$

Biểu đồ ứng suất pháp trên tiết diện: Ứng suất pháp phân bố đều trên tiết diện như hình 5.3.



Hình 5.3: Biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên tiết diện.



Hình 5.4: Biến dạng dọc và biến dạng ngang của phần tử vật liệu chịu ứng suất pháp.

II. Biến dạng của thanh.

1. Biến dạng dài dọc trục.

Theo (5.1) biến dạng dài dọc trục của một đơn vị chiều dài là:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{N_z}{EF} \quad (5.3).$$

Biến dạng dài của một vi phân chiều dài dz là: $\varepsilon_z dz$.

Biến dạng dài của cả chiều dài L của thanh là:

$$\Delta L = \int_L \varepsilon_z dz = \int_L \frac{N_z}{EF} dz \quad (5.4).$$

Khi $\frac{N_z}{EF} = \text{const}$ trên suốt chiều dài L :

$$\Delta L = \frac{N_z L}{EF} \quad (5.5).$$

Khi $\frac{N_z}{EF} = \text{const}$ trên từng đoạn L_i của chiều dài L :

$$\Delta L = \sum_i \left(\frac{N_z L}{EF} \right)_i \quad (5.6).$$

Khi $EF = \text{const}$ trên từng đoạn L_i của chiều dài L :

$$\Delta L = \sum_i \frac{S_{Nzi}}{E_i F_i} \quad (5.7).$$

EF – được gọi là độ cứng khi kéo - nén của tiết diện, $\frac{EF}{L}$ được gọi là độ cứng khi kéo - nén của thanh. (đây là hình thức thể hiện của định luật Hooke về biến dạng dài).

2. Biến dạng ngang.

Bằng thực nghiệm cho thấy với một biến dạng dọc thì sẽ kèm theo một biến dạng ngang ngược dấu với biến dạng dọc như trên hình 5.4.

Độ lớn giữa hai loại biến dạng này luôn tỷ lệ với nhau với một hệ số μ nào đó phụ thuộc vào vật liệu. Nếu biến dạng dọc ε_z theo phương z thì biến dạng ngang là ε' theo phương vuông góc với phương z có quan hệ:

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon_z = -\mu \frac{\sigma_z}{E} \quad (5.8).$$

LÊ THANH PHONG

Với: $0 \leq \mu \leq 0,5$ là hệ số biến dạng ngang (hệ số Poisson), là đại lượng không thứ nguyên. Một số vật liệu thông dụng có hệ số Poisson như trong bảng 3.1.

Bảng 3.1.

Vật liệu	μ	Vật liệu	μ
Thép	$0,25 \div 0,3$	Đá	$0,2 \div 0,34$
Gang	$0,23 \div 0,27$	Bê tông	$0,16 \div 0,18$
Đồng	$0,31 \div 0,34$	Cao su	$0,47$
Nhôm	$0,32 \div 0,36$	Đất sét	$0,2 \div 0,4$
Thủy tinh	$0,25$		

3. chuyển vị của tiết diện.

Gọi chuyển vị dọc trục tại tiết diện có tọa độ z là w thì ở tọa độ lân cận $z + dz$ có chuyển vị dọc trục là $w + dw$. Do đó biến dạng dài của vi phân chiều dài dz là dw :

$$dw = \varepsilon_z dz = \frac{N_z}{EF} dz \quad (5.9).$$

Tích phân các số hạng ta tìm được chuyển vị dọc trục của tiết diện:

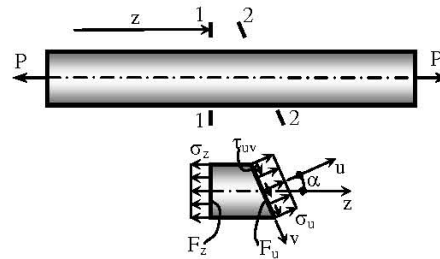
$$w = \int \varepsilon_z dz + C = \int \frac{N_z}{EF} dz + C \quad (5.10).$$

Các hằng số tích phân tìm được nhờ vào điều kiện liên kết ở hai đầu đoạn (điều kiện biên).

III. Ứng suất trên mặt cắt nghiêng.

- Vấn đề: đã biết ứng suất pháp trên mặt cắt ngang pháp tuyến của tiết diện theo (5.2).
- Yêu cầu: xác định ứng suất (pháp, tiếp) trên mặt cắt nghiêng, hợp với trục thành một góc α (hình 5.5).

Hình 5.5: Ứng suất trên mặt cắt nghiêng.



$$\sum U = 0 \Leftrightarrow \sigma_u F_u - \sigma_z F_z \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$\sum V = 0 \Leftrightarrow \tau_{uv} F_u - \sigma_z F_z \cdot \sin \alpha = 0.$$

Để ý: $F_z = F_u \cdot \cos \alpha$; sau khi biến đổi rút gọn ta được:

$$\sigma_u = \sigma_z \cos^2 \alpha \quad (5.11).$$

$$\tau_{uv} = \sigma_z \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha \quad (5.12).$$

Các nhận xét:

- Do σ_z phân bố đều nên σ_u và τ_{uv} cũng phân bố đều trên mặt cắt nghiêng.
- Khi $\alpha = 0$ thì ứng suất pháp σ_z đạt cực trị: $\sigma_{\max} = \sigma_z$.
- Khi $\alpha = 45^\circ$ thì ứng suất tiếp τ đạt cực trị:

$$\tau_{\max/\min} = \pm \frac{\sigma_z}{2} \quad (5.13).$$

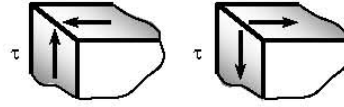
Định luật đối ứng của ứng suất tiếp:

- Xét mặt có pháp tuyến hợp với trục thành một góc $\alpha + 90^\circ$, theo (5.12) ta có:

$$\tau_{uv+90^\circ} = \frac{\sigma_z}{2} \sin 2(\alpha + 90^\circ) = -\frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha = -\tau_{uv} \quad (5.14).$$

- Định luật: Ứng suất tiếp trên hai mặt vuông góc với nhau có giá trị bằng nhau và có hướng đi quanh phân tố theo hai chiều ngược nhau như trên hình 5.6.

Hình 5.6: Định luật đối ứng ứng suất tiếp.



IV. Bài toán siêu tĩnh.

1. Định nghĩa.

Khi số liên kết của thanh nhiều hơn số lượng liên kết cần thiết đủ để cố định vị trí của thanh thì được gọi là siêu tĩnh. Số liên kết thừa gọi là liên kết đơn gọi là bậc siêu tĩnh.

2. Cách giải.

Thêm vào các phương trình còn thiếu, được gọi là phương trình biến dạng bổ sung. Đây là những phương trình mô tả về điều kiện biến dạng của hệ đảm bảo sự tương thích khi chịu biến dạng. Tùy theo kết cấu, chịu tải trọng, liên kết cụ thể mà ta sẽ tìm thấy các phương trình tương thích biến dạng thích hợp.

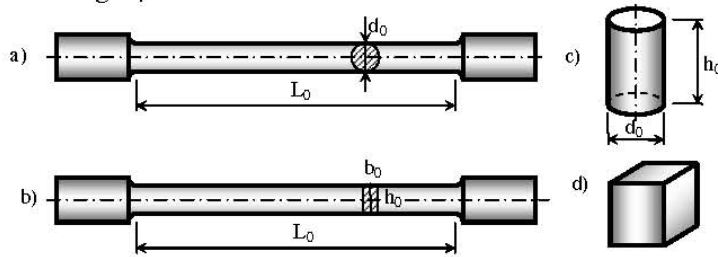
V. Các đặc trưng cơ học của vật liệu.

1. Khái niệm chung.

Vấn đề của chúng ta là cần phải so sánh độ bền, độ cứng của vật liệu khi chịu lực với ứng suất biến dạng của vật liệu cùng loại đã biết. Ta cần thí nghiệm kéo, nén để tìm hiểu tính chất chịu lực và quá trình biến dạng từ lúc bắt đầu chịu lực đến lúc phá hỏng của các loại vật liệu khác nhau.

Căn cứ vào biến dạng và sự phá hỏng, khả năng chịu kéo, nén khác nhau người ta phân vật liệu thành hai loại cơ bản: Vật liệu dẻo và vật liệu bị phá hoại khi biến dạng khá lớn như thép, đồng, nhôm... vật liệu giòn là vật liệu bị phá hoại khi biến dạng còn nhỏ như gang, đá, bê tông v.v...

Như vậy ta có bốn thí nghiệm cơ bản sau:



Hình 5.7: Hình dạng của mẫu thí nghiệm.

2. Thí nghiệm kéo vật liệu dẻo (thép).

a- Mẫu thí nghiệm.

Theo tiêu chuẩn TCVN 197 - 85 mẫu thí nghiệm có hình dáng như hình 5.7a,b.

Chiều dài L_0 thí nghiệm là đoạn thanh đường kính d_0 , diện tích F_0 .

b- Thí nghiệm.

Tăng lực kéo thì từ 0 đến khi mẫu đứt, với bộ phận vẽ biểu đồ của máy kéo, ta nhận được đồ thị quan hệ giữa lực kéo P và biến dạng dài ΔL của mẫu như hình 5.8.

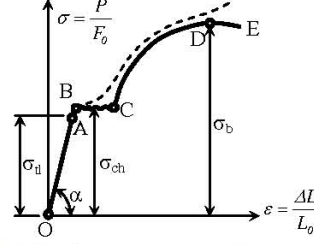
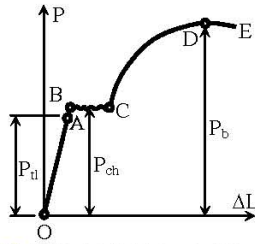
Ngoài ra sau khi mẫu bị đứt ta chấp mẫu lại, mẫu sẽ có hình dáng như hình 5.10.

c- Phân tích kết quả.

Quá trình chịu lực của vật liệu có thể chia làm ba giai đoạn.

LÊ THANH PHONG

OA: giai đoạn đàn hồi, tương quan giữa P và ΔL thuần nhất bậc nhất. Lực lớn nhất trong giai đoạn này là lực tỉ lệ P_{tl} , ứng suất tương ứng trong mẫu là giới hạn tỉ lệ.



Hình 5.8: Biểu đồ khi kéo vật liệu dẻo. Hình 5.9: Biểu đồ qui ước $\sigma - \varepsilon$ khi kéo vật liệu dẻo.

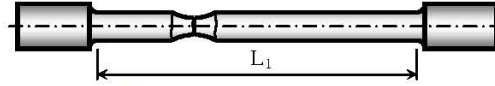
$$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_o} \quad (5.15).$$

BC: giai đoạn chảy, đặc trưng của giai đoạn này là lực kéo không tăng nhưng biến dạng tăng liên tục. Lực kéo tương ứng là lực chảy P_{ch} và ta có giới hạn chảy.

$$\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_o} \quad (5.16).$$

CDE: giai đoạn củng cố (tái bền), tương quan giữa lực P và biến dạng ΔL là đường cong phi tuyến. Lực lớn nhất là lực bền P_b và ta có giới hạn bền.

$$\sigma_b = \frac{P_b}{F_o} \quad (5.17).$$



Hình 5.10: Vật liệu dẻo bị đứt khi chịu kéo.

Nếu ta gọi chiều dài mẫu sau khi đứt hình 5.10 là L_1 và diện tích mặt cắt ngang nơi đứt là F_1 thì ta có các định nghĩa đặc trưng cho tính dẻo của vật liệu như sau:

Biến dạng dài tương đối (tính bằng phần trăm):

$$\delta = \frac{L_0 - L_1}{L_0} \times 100\% \quad (5.18).$$

Độ thắt tỷ đối (tính bằng phần trăm):

$$\psi = \frac{F_o - F_1}{F_o} \times 100\% \quad (5.19).$$

Biểu đồ $\sigma - \varepsilon$ (biểu đồ qui ước) như trên hình 5.9.

Từ biểu đồ $P - \Delta L$ ta dễ dàng suy ra biểu đồ tương quan giữa ứng suất $\sigma_z = \frac{P}{F_o}$ và biến dạng

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta L}{L_0}.$$

Biểu đồ này có hình dạng giống như biểu đồ $P - \Delta L$ (hình 5.8). Trên biểu đồ chỉ rõ $\sigma_{tl}, \sigma_{ch}, \sigma_b$ và cả mô đun đàn hồi:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \tan \alpha$$

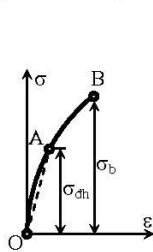
Nếu kể đến sự biến đổi diện tích mặt cắt ngang ta sẽ có biểu đồ tương quan giữa ε_z và ứng suất thực (đường nét đứt) trên hình 5.9.

3. Thí nghiệm kéo vật liệu dòn.

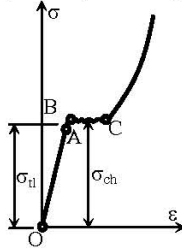
Biểu đồ kéo vật liệu dẻo có dạng đường cong như trên hình 5.11. Vật liệu không có giới hạn tỷ lệ và giới hạn chảy mà chỉ có giới hạn bền.

$$\sigma_b = \frac{P_b}{F_0} \quad (5.20).$$

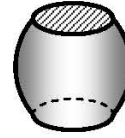
Tuy vậy người ta cũng qui ước một giới hạn đàn hồi nào đó và xem đồ thị quan hệ giữa lực kéo và biến dạng là đường thẳng (đường qui ước), đường nét đứt OA trên hình 5.11.



Hình 5.11: Biểu đồ qui ước $\sigma - \varepsilon$ khi kéo vật liệu dẻo.



Hình 5.12: Biểu đồ qui ước $\sigma - \varepsilon$ khi nén vật liệu dẻo.



Hình 5.13: Vật liệu dẻo khi chịu nén.

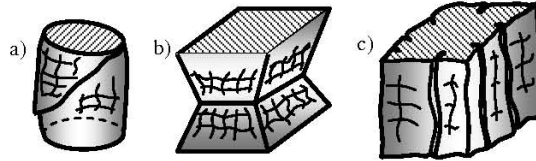
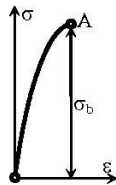
4. Nén vật liệu dẻo.

Mẫu nén vật liệu dẻo (và giòn) thường có dạng hình trụ tròn hay hình lập phương như hình 5.7c,d. Biểu đồ nén vật liệu dẻo như hình 5.12. Ta chỉ xác định được giới hạn tỷ lệ và giới hạn chảy, mà không xác định được giới hạn bền do sự phình ngang của mẫu làm cho diện tích mặt cắt ngang mẫu liên tục tăng lên. Sau thí nghiệm mẫu có dạng hình trống (hình 5.13).

5. Nén vật liệu giòn.

Biểu đồ quan hệ $\sigma - \varepsilon$ khi nén vật liệu giòn cũng là đường cong tương tự biểu đồ kéo vật liệu giòn như hình 5.14. Ta chỉ xác định được giới hạn bền tương ứng với ứng suất nén phá hỏng σ_b . Mẫu thí nghiệm bị vỡ đột ngột.

Hình 5.14: Biểu đồ qui ước $\sigma - \varepsilon$ khi nén vật liệu giòn.



Hình 5.15: Vật liệu giòn khi chịu nén.

Do tác dụng của ứng suất tiếp lớn nhất $[\tau]_{max}$, mẫu thí nghiệm nén vật liệu giòn bị phá hỏng bởi các vết nứt chéo góc 45° so với trục nén mẫu (hình 5.15a). Nếu mẫu bằng bê tông thì dạng phá hỏng như trên hình 5.15b. Nếu các mặt nén được bôi trơn tốt thì mẫu bị phá hỏng có dạng như trên hình 5.15c.

Nghiên cứu các thí nghiệm kéo và nén các vật liệu dẻo và giòn, người ta thấy rằng: giới hạn chảy của vật liệu dẻo khi kéo và nén như nhau, còn đối với vật liệu giòn giới hạn bền khi kéo bé hơn nhiều so với giới hạn bền khi nén. Ví dụ với gang xám giới hạn bền khi kéo là $2,5 \text{ kN/cm}^2$ còn giới hạn bền khi nén có thể đạt đến 10 kN/cm^2 .

VI. Các quan điểm tính toán kết cấu.

1. Quan điểm tính theo ứng suất cho phép.

Với quan điểm này, người ta đánh giá sự chịu lực của vật liệu trong toàn kết cấu chỉ tại một số điểm nguy hiểm.

$$|\sigma|_{max} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \quad (5.21).$$

Với σ_0 gọi là ứng suất nguy hiểm.

n là hệ số an toàn, được chọn tùy thuộc vào các yếu tố:

LÊ THANH PHONG

- Phương pháp công nghệ sản xuất vật liệu, kết cấu.
- Mức độ tin cậy số liệu về tải trọng.
- Phương pháp và kết quả tính toán.
- Điều kiện làm việc cụ thể của kết cấu.
- Ý nghĩa kinh tế xã hội của công trình.
- kinh nghiệm của người thiết kế.

Đối với vật liệu dòn: $\sigma_0 = \sigma_b$:

$$[\sigma]_k = \frac{\sigma_0^k}{n}; [\sigma]_n = \frac{\sigma_0^n}{n}.$$

Đối với vật liệu dẻo: $\sigma_0 = \sigma_{tl}$ (hoặc $\sigma_0 = \sigma_{ch}$).

Thanh chịu kéo nén đúng tâm điều kiện bền (5.21) được viết lại:

$$|\sigma|_{max} = \left| \frac{N_z}{F} \right|_{max} \leq [\sigma] \quad (5.22).$$

Ba bài toán cơ bản từ điều kiện bền.

Kiểm tra bền:

Ta kiểm tra xem ứng suất trong thanh có thỏa điều kiện bền hay không?

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma] \pm 5\%.$$

Chọn kích thước mặt cắt ngang:

Đây là bài toán thiết kế, ta phải định kích thước mặt cắt ngang của thanh sao cho đảm bảo điều kiện bền. Từ (5.22) ta có: $F \geq \frac{N_z}{[\sigma] \pm 5\%}$.

Định tải trọng cho phép: từ (5.22) ta dễ dàng xác định được nội lực lớn nhất có thể đạt được của thanh là:

$$N_z \leq [\sigma]F \pm 5\%. \text{ Hay: } [N_z] = [\sigma]F$$

Từ $[N_z]$ ta có thể tìm được trị số cho phép của tải trọng tác dụng lên công trình hay chi tiết máy.

Điều kiện cứng: *biến dạng, chuyển vị phát sinh \leq biến dạng, chuyển vị cho phép.*

Điều kiện cứng trong các thanh chịu kéo – nén đúng tâm được thể hiện trong các dạng sau:

Theo biến dạng tỷ đối: $\varepsilon_{max} \leq [\varepsilon]$.

Theo biến dạng tuyệt đối của thanh: $\Delta L_{max} \leq [\Delta L]$.

Theo chuyển vị: $w_{max} \leq [w]$.

Ba bài toán cơ bản theo điều kiện cứng tương tự như đối với điều kiện bền.

2. Quan điểm tính theo tải trọng giới hạn.

Quan điểm tính theo ứng suất cho phép có ưu điểm là tính toán nhanh, đơn giản song bên cạnh gặp phải nhược điểm là không xem xét đến khả năng chịu lực tiếp sau của toàn hệ. Điều này dẫn đến việc các loại vật liệu dẻo khi biến dạng dẻo phát sinh nhưng khả năng chịu tải vẫn còn và ta không đánh giá hết khả năng chịu lực của kết cấu. Trong thực tế để nâng cao hiệu quả kinh tế, người ta còn sử dụng điều kiện bền theo tải trọng giới hạn:

$$P_{max} \leq [P] = \frac{P_{gh}}{n} \quad (5.23).$$

Với n là hệ số an toàn.

LÊ THANH PHONG

Khi xác định tải trọng giới hạn P_{gh} đối với vật liệu dẻo người ta thường dùng sơ đồ Prandtl. Đơn giản hóa sơ đồ ứng suất – biến dạng khi xem miền chảy là một đường nằm ngang và không có giai đoạn tái bền.

3. Quan điểm tính theo trạng thái giới hạn.

Với quan điểm này thì giới hạn để tính toán là khi kết cấu không còn làm việc theo một yêu cầu đề ra nào đó nữa. Thông thường người ta chia ra làm hai trạng thái giới hạn: trạng thái mất khả năng chịu lực và trạng thái không đáp ứng được những yêu cầu sử dụng đối với công trình như tính công nghệ, khả năng sinh hoạt... vv.

Nhìn chung với quan điểm này người ta đã đưa ra những qui chuẩn “Tải trọng và tác động” theo các tiêu chuẩn của nhà nước.

Ví dụ 5.1.

Cột chịu lực trên hình 5.16a. Vẽ biểu đồ lực dọc, biểu đồ ứng suất, và biểu đồ biến dạng của thanh.

Biết: $E = 2.10^4 \text{ KN/cm}^2$; $q = 140 \text{ KN/m}$; $a = 0,6 \text{ m}$; $F_1 = 12 \text{ cm}^2$; $F_2 = 28 \text{ cm}^2$; $F_3 = 50 \text{ cm}^2$.

Giải.

Biểu đồ lực dọc: Sử dụng phương pháp vẽ nhanh biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 5.16b.

Biểu đồ ứng suất: Trong hai đoạn AB và CD nội lực không đổi nên ứng suất là hằng số.

$$\sigma^{AB} = \frac{N_z^{AB}}{F_1} = \frac{-qa}{F_1} = -\frac{140.10^{-2}.60}{12} \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} = -7 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2};$$

$$\sigma^{CD} = \frac{N_z^{CD}}{F_3} = \frac{-5qa}{F_3} = -\frac{5.140.10^{-2}.60}{50} = -8,4 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2};$$

Trong đoạn BC nội lực bậc nhất nên ứng suất cũng bậc nhất.

$$\sigma^{\text{dưới},B} = \frac{N_z^{\text{dưới},B}}{F_2} = \frac{2qa}{F_2} = \frac{2.140.10^{-2}.60}{28} \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} = 6 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2};$$

$$\sigma^{\text{trên},C} = \frac{N_z^{\text{trên},C}}{F_2} = \frac{-qa}{F_2} = -\frac{140.10^{-2}.60}{28} \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} = -3 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}.$$

Biểu đồ ứng suất được vẽ trên hình 5.16c.

Biểu đồ biến dạng: theo (5.4), (5.7) $\Delta L = \int_L \frac{N_z}{EF} dz = \frac{S_{N_z}}{EF}$. Từ quan hệ này ta có nhận xét là

hàm biến dạng Δ cao hơn hàm lực dọc N_z một bậc.

- Đoạn DC:

$N_z = \text{const} \Rightarrow \Delta$ bậc nhất. $\Delta L_D = 0$;

$$\Delta L_C = \frac{S_{N_z}^{DC}}{EF_3} = \frac{-5qa.2a}{EF_3} = -\frac{10.140.10^{-2}.60^2}{2.10^4.50} = -5,04.10^{-2} \text{ cm}.$$

- Đoạn CB:

N_z bậc nhất $\Rightarrow \Delta$ bậc hai. Tại O N_z triệt tiêu $\Rightarrow \Delta$ đạt cực trị.

$$\Delta L_O = \Delta L_C + \frac{S_{N_z}^{CO}}{EF_3} = \Delta L_C - \frac{1}{2} \frac{qa.a}{EF_2} = -5,04.10^{-2} \text{ cm} - \frac{1}{2} \frac{140.10^{-2}.60^2}{2.10^4.28} \text{ cm} = -5,49.10^{-2} \text{ cm}.$$

$$\Delta L_B = \Delta L_O + \frac{S_{N_z}^{OB}}{EF_3} = \Delta L_O + \frac{1}{2} \frac{2qa.2a}{EF_2} = -5,49.10^{-2} \text{ cm} + \frac{1}{2} \frac{4.140.10^{-2}.60^2}{2.10^4.28} \text{ cm} = -3,69.10^{-2} \text{ cm}.$$

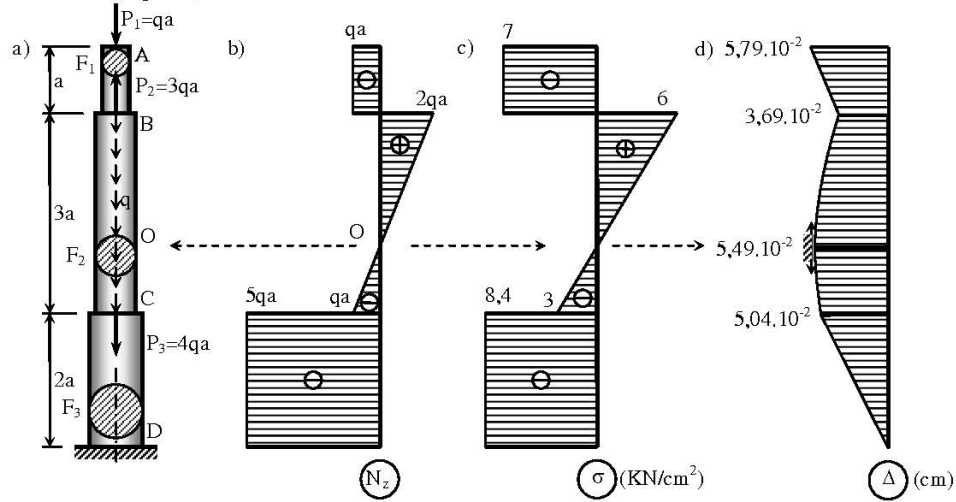
- Đoạn BA:

$N_z = \text{const} \Rightarrow \Delta$ bậc nhất.

LÊ THANH PHONG

$$\Delta L_A = \Delta L_B + \frac{S_{N_z}^{BA}}{EF_1} = \Delta L_B - \frac{qa \cdot a}{EF_1} = -3,69 \cdot 10^{-2} \text{ cm} - \frac{140 \cdot 10^{-2} \cdot 60^2}{2 \cdot 10^4 \cdot 12} \text{ cm} = -5,79 \cdot 10^{-2} \text{ cm}.$$

Biểu đồ biến dạng được vẽ trên hình 5.16d.



Hình 5.16: cho ví dụ 5.1.

Ví dụ 5.2.

Hệ thanh chịu lực như hình 5.17a. Xác định tải trọng P theo điều kiện bền. Biết: Các thanh có tiết diện mặt cắt ngang hình tròn đường kính $d = 5 \text{ cm}$, ứng suất cho phép $[\sigma] = 10 \text{ KN/cm}^2$.

Giải.

Xét cân bằng nút A (hình 5.17b).

$$\Sigma X = N_B \cos 30^\circ + N_C \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow N_B = -N_C \quad (a).$$

$$\Sigma Y = -P + N_B \sin 30^\circ - N_C \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow N_B - N_C = P \quad (b).$$

Thay (a) vào (b).

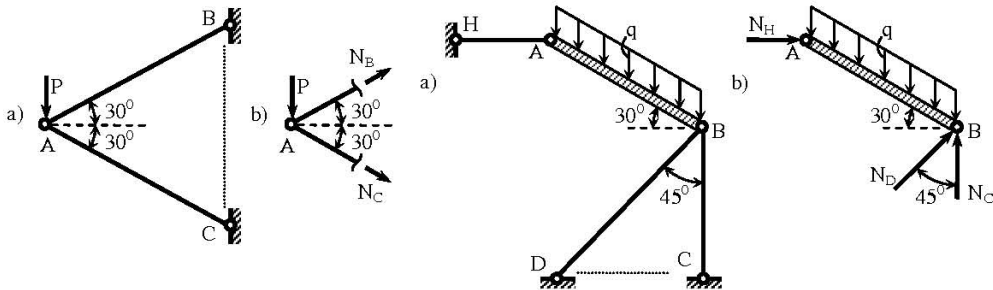
$$\Rightarrow N_C = -\frac{1}{2}P. \text{ Thanh AC chịu nén.}$$

Thay N_C vào (a).

$$\Rightarrow N_B = \frac{1}{2}P. \text{ Thanh AB chịu kéo.}$$

$$\text{Điều kiện bền: } |\sigma|_{\max} \leq [\sigma] \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{P}{F} = \frac{1}{2} \frac{P \cdot 4}{\pi d^2} \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq \frac{\pi d^2 [\sigma]}{2} = \frac{3,14 \cdot 5^2 \cdot 10}{2} \text{ KN} \approx 392,7 \text{ KN}.$$

Chọn $P = 392 \text{ KN}$.



Hình 5.17: cho ví dụ 5.2.

Hình 5.18: cho ví dụ 5.3.

Ví dụ 5.3.

Thanh cứng tuyệt đối AB có chiều dài l m được giằng bởi các thanh AH, BD, BC chịu lực như hình 5.18a. Các thanh đều có diện tích tiết diện mặt cắt ngang F , ứng suất cho phép $[\sigma] = 10 \text{ KN/cm}^2$. Cho: $q = 40 \text{ KN/m}$. Xác định F theo điều kiện bền.

Giải.

Xét cân bằng thanh AB (hình 5.18b).

$$\Sigma m_B - q \cdot AB \cdot \frac{AB \cos 30}{2} + N_E \cdot AB \sin 30 = 0 \Rightarrow N_E = \frac{\sqrt{3}}{2} q \cdot AB.$$

$$\Sigma X = N_E + N_D \cos 45 = 0 \Rightarrow N_D = -\sqrt{2} N_E = -\sqrt{\frac{3}{2}} q \cdot AB. \text{ Thanh BD chịu kéo.}$$

$$\Sigma Y = -q \cdot AB + N_C + N_D \cos 45 = 0 \Rightarrow N_C = q \cdot AB - \frac{\sqrt{2}}{2} N_D = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} q \cdot AB.$$

Điều kiện bền :

$$|\sigma|_{\max} = \sigma^{CB} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \frac{q \cdot AB}{F} \leq [\sigma] \Rightarrow F \geq \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \frac{q \cdot AB}{[\sigma]} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \frac{1,2 \cdot 1}{10} \text{ cm}^2 \approx 7,46 \text{ cm}^2.$$

Chọn $F = 7,5 \text{ cm}^2$.

Ví dụ 5.4.

Hệ gồm hai thanh AB, DH cứng tuyệt đối, các thanh giằng BD, DK có diện tích tiết diện mặt cắt ngang $F = 25 \text{ cm}^2$, ứng suất cho phép $[\sigma] = 12 \text{ KN/cm}^2$ (hình 5.19a). Xác định P theo điều kiện bền.

Giải.

Xét cân bằng thanh AB (hình 5.19b).

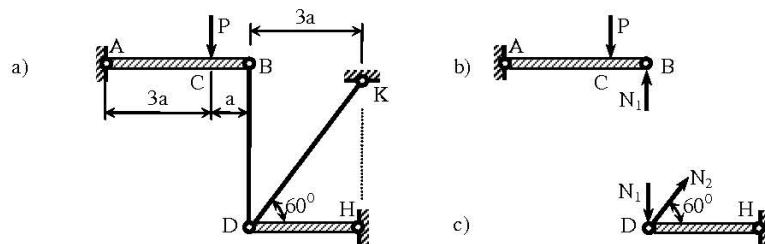
$$\Sigma m_A = P \cdot 3a - N_1 \cdot 4a = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{3}{4} P.$$

Xét cân bằng thanh DH (hình 5.19c).

$$\Sigma m_H = -N_1 \cdot 3a + N_2 \sin 60 \cdot 3a = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} N_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{4} P = \frac{\sqrt{3}}{2} P.$$

$$\text{Điều kiện bền: } |\sigma|_{\max} = \sigma^{DK} = \frac{N_2}{F} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{P}{F} \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq \frac{2F[\sigma]}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 12}{\sqrt{3}} \text{ KN} \approx 346,4 \text{ KN}.$$

Chọn $P = 346 \text{ KN}$.



Hình 5.19: cho ví dụ 5.4.

Ví dụ 5.5.

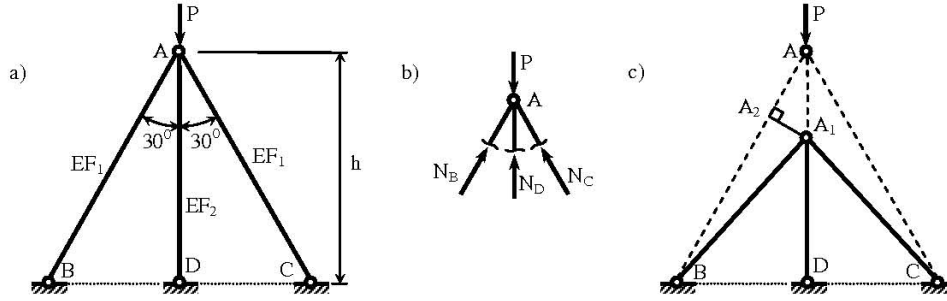
Có ba thanh làm cùng loại vật liệu liên kết nhau tại A như hình 5.20a.

Cho $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$; $h = 2,4 \text{ m}$; $P = 250 \text{ KN}$; $F_2 = 2F_1$. Xác định các kích thước F_1 , F_2 theo:

Điều kiện bền của các thanh $[\sigma] = 9 \text{ KN/cm}^2$.

LÊ THANH PHONG

Điều kiện cứng: chuyển vị thẳng đứng của điểm A không vượt quá $1,2mm$.



Hình 5.20: cho ví dụ 5.5.

Giải.

Nhận xét đây là hệ lực phẳng động qui, số phương trình cân bằng tĩnh học cần thiết lập là hai nhưng số ẩn số của bài toán là ba do đó đây là hệ siêu tĩnh bậc một.

Xét cân bằng nút A (hình 5.20b).

$$\Sigma X = N_B \sin 30 - N_C \sin 30 = 0 \Rightarrow N_B = N_C \quad (c).$$

$$\Sigma Y = -P + N_D + N_B \cos 30 + N_C \cos 30 = 0 \Rightarrow N_D + \sqrt{3}N_B = P \quad (d).$$

Xét quan hệ hình học giữa hai trạng thái trước và sau biến dạng của hệ (hình 5.20c).

$$AA_1 \text{ là biến dạng của thanh đứng } AD: AA_1 = \frac{N_D \cdot h}{EF_2} = \frac{1}{2}N_D \frac{h}{EF_1}.$$

$$\text{Có thể xem } BA_1 \approx BA_2 \text{ do đó } AA_2 \text{ là biến dạng của thanh nghiêng } AB: AA_2 = \frac{N_B}{EF_1} \frac{h}{\cos 30}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } AA_1A_2: AA_1 = \frac{AA_2}{\cos 30} \Rightarrow \frac{1}{2}N_D \frac{h}{EF_1} = \frac{1}{\cos^2 30} N_B \frac{h}{EF_1} \quad (e).$$

$$\Rightarrow N_B = \frac{3}{8}N_D \text{ thay vào (d): } \left(1 + \frac{3}{8}\sqrt{3}\right)N_D = P.$$

$$\Rightarrow N_D = \frac{8}{8+3\sqrt{3}}P \text{ và } N_B = N_C = \frac{3}{8+3\sqrt{3}}P.$$

$$|\sigma|^{AB} = |\sigma|^{AC} = \frac{N_B}{F_1} = \frac{3}{8+3\sqrt{3}} \frac{P}{F_1}; |\sigma|^{AD} = \frac{N_D}{F_2} = \frac{8}{8+3\sqrt{3}} \frac{P}{2F_1} = \frac{4}{8+3\sqrt{3}} \frac{P}{F_1}.$$

Điều kiện bền:

$$|\sigma|_{\max} = |\sigma|^{AD} = \frac{4}{8+3\sqrt{3}} \frac{P}{F_1} \leq [\sigma] \Rightarrow F_1 \geq \frac{4}{8+3\sqrt{3}} \frac{P}{[\sigma]} = \frac{4}{8+3\sqrt{3}} \frac{250}{9} \text{ cm}^2 \approx 8,42 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Chọn } F_1 = 8,5 \text{ cm}^2; F_2 = 17 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Điều kiện cứng: } AA_1 \leq \Delta \Rightarrow \frac{N_D \cdot h}{EF_2} \leq \Delta$$

$$\Rightarrow F_2 \geq \frac{N_D \cdot h}{E \cdot \Delta} = \frac{8}{8+3\sqrt{3}} \frac{P \cdot h}{E \Delta} = \frac{8}{8+3\sqrt{3}} \frac{250 \cdot 240}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,12} \text{ cm}^2 \approx 15,1559 \text{ cm}^2.$$

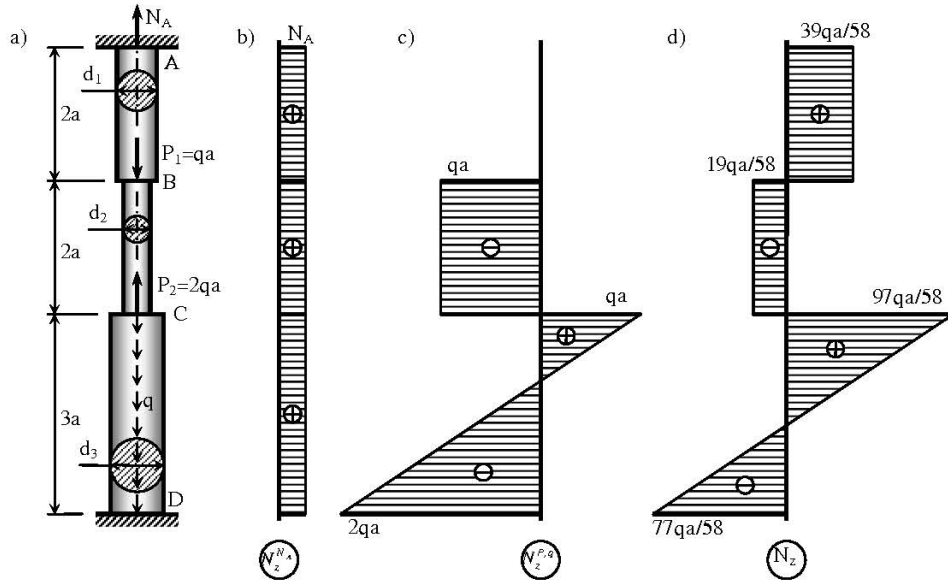
$$\text{Chọn } F_2 = 15,2 \text{ cm}^2; F_1 = 7,6 \text{ cm}^2.$$

Ví dụ 5.6.

Cột trụ bậc, liên kết và chịu lực như hình 5.21a.

Biết: $[\sigma] = 10 \text{ KN/cm}^2$; $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$; $d_1 = 6 \text{ cm}$; $d_2 = 4 \text{ cm}$; $d_3 = 8 \text{ cm}$; $a = 0,5 \text{ m}$.

Xác định $[q]$ theo điều kiện bền. Với tải trọng tìm được, tính chuyển vị của mặt cắt qua C.



Hình 5.21: cho ví dụ 5.6.

Giải.

$$F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \pi 9 \text{ cm}^2; F_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \pi 4 \text{ cm}^2; F_3 = \frac{\pi d_3^2}{4} = \pi 36 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_3 = 9F_2 = 4F_1.$$

Giải phóng liên kết tại A ta vẽ được biểu đồ lực dọc do phản lực N_A gây ra (hình 5.21b) và biểu đồ lực dọc do các tải trọng tác dụng gây ra (hình 5.21c).

Phương trình tương thích biến dạng: $\Delta L_{AD} = 0 \Rightarrow \Delta L_{AD}^{(N_A)} + \Delta L_{AD}^{(P,q)} = 0$

$$\Rightarrow \frac{N_A \cdot 2a}{EF_1} + \frac{N_A \cdot 2a}{E \cdot F_2} + \frac{N_A \cdot 3a}{E \cdot F_3} - \frac{qa \cdot 2a}{E \cdot F_2} + \frac{1}{2} \frac{qa \cdot a}{EF_3} - \frac{1}{2} \frac{2qa \cdot 2a}{EF_3} = 0.$$

$$\Rightarrow N_A \left(\frac{2}{F_3/4} + \frac{2}{F_3/9} + \frac{3}{F_3} \right) + qa \left(-\frac{2}{F_3/9} - \frac{3}{2F_3} \right) = 0.$$

$$\Rightarrow N_A (8 + 18 + 3) + qa \left(-18 - \frac{3}{2} \right) = 0 \Rightarrow N_A = \frac{1}{29} \frac{39}{2} qa = \frac{39}{58} qa.$$

Biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 5.21d.

Xác định $[q]$ theo điều kiện bền.

$$\sigma_{\max}^{AB} = \frac{39}{58} \frac{qa}{F_1} = \frac{39}{58} \frac{qa \cdot 4}{F_3} = \frac{156}{58} \frac{qa}{F_3}; \sigma_{\max}^{BC} = \frac{19}{58} \frac{qa}{F_2} = \frac{19}{58} \frac{qa \cdot 9}{F_3} = \frac{171}{58} \frac{qa}{F_3}; \sigma_{\max}^{CD} = \frac{97}{58} \frac{qa}{F_3}.$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \sigma_{\max}^{BC} = \frac{171}{58} \frac{qa}{F_3} \leq [\sigma] \Rightarrow q \leq \frac{58 F_3 [\sigma]}{171 a} = \frac{58 \cdot \pi \cdot 36 \cdot 10}{171 \cdot 50} \frac{\text{KN}}{\text{cm}} \approx 7,6721 \frac{\text{KN}}{\text{cm}}.$$

$$\text{Chọn } [q] = 7,6 \frac{\text{KN}}{\text{cm}}.$$

Tính chuyển vị của mặt cắt qua C.

$$\Delta L_{CA} = -\frac{19}{58} \frac{qa \cdot 2a}{EF_2} + \frac{39}{58} \frac{qa \cdot 2a}{EF_1} = -\frac{19}{58} \frac{2,7 \cdot 6 \cdot 50^2}{2 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 4} + \frac{39}{58} \frac{2,7 \cdot 6 \cdot 50^2}{2 \cdot 10^4 \cdot \pi \cdot 9} \text{ cm} = -4,3 \cdot 10^{-3} \text{ cm}. \text{ Dấu âm}$$

chứng tỏ hai mặt cắt C và A dịch lại gần nhau hay điểm C đi lên.

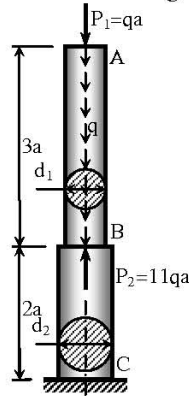
BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.1. Cột chịu lực trên hình 5.22.

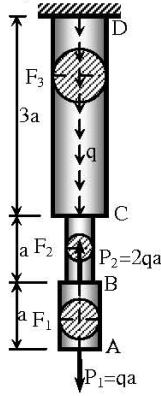
Cho: $[\sigma] = 11 \text{ KN/cm}^2$; $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$; $q = 140 \text{ KN/m}$; $a = 0,7 \text{ m}$; $d_1 = 6 \text{ cm}$; $d_2 = 8 \text{ cm}$.

LÊ THANH PHONG

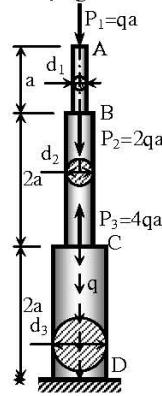
Kiểm tra bền cho cột. Vẽ biểu đồ ứng suất, và biểu đồ biến dạng của thanh.



Hình 5.22.



Hình 5.23.



Hình 5.24.

5.2. Cột chịu lực trên hình 5.23.

Cho: $[\sigma] = 10 \text{ KN/cm}^2$; $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$; $q = 120 \text{ KN/m}$; $a = 0,5 \text{ m}$.

Xác định F_1 , F_2 , F_3 diện tích mặt cắt ngang của các đoạn cột theo điều kiện bền. Sau đó tính chuyển vị thẳng của điểm A.

5.3. Cột chịu lực trên hình 5.24.

Cho: $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$; $a = 0,8 \text{ m}$; $d_1 = 8 \text{ cm}$; $d_2 = 12 \text{ cm}$; $d_3 = 16 \text{ cm}$. Xác định $[q]$ theo:

Điều kiện bền: $[\sigma] = 12 \text{ KN/cm}^2$.

Điều kiện cứng: chuyển vị thẳng đứng của điểm A không vượt quá 1 mm .

5.4. Hệ thanh chịu lực như hình 5.25, các thanh làm bằng thép vuông có $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$.

Xác định tải trọng P theo:

Điều kiện bền: $[\sigma] = 9 \text{ KN/cm}^2$.

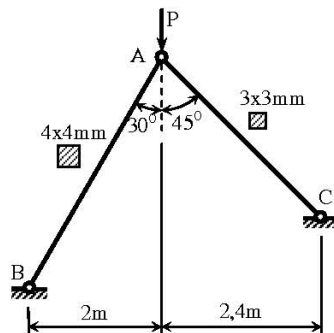
Điều kiện cứng: $[\varepsilon] = 6,5 \cdot 10^{-3}$.

5.5. Hệ thanh chịu lực như hình 5.26, các thanh làm bằng thép tròn đường kính d_1 và d_2 . Cho:

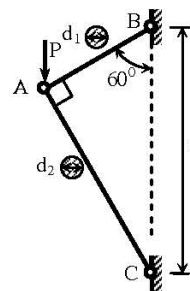
$E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$; $a = 1,2 \text{ m}$. Xác định d_1 , d_2 để các thanh đều thỏa mãn:

Điều kiện bền: $[\sigma] = 14 \text{ KN/cm}^2$.

Điều kiện cứng: $[\varepsilon] = 7,2 \cdot 10^{-3}$.



Hình 5.25.



Hình 5.26.

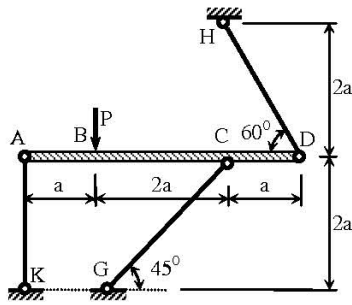
5.6. Thanh cứng tuyệt đối AD được giằng bởi các thanh AK, CG, DH chịu lực như hình 5.27.

Các thanh giằng có diện tích tiết diện mặt cắt ngang $F = 24 \text{ cm}^2$, mô đun đàn hồi

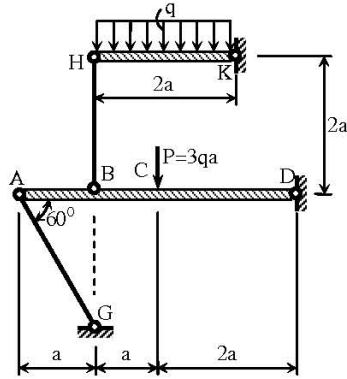
$E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$. Cho: $a = 0,8 \text{ m}$. Xác định tải trọng P theo:

Điều kiện bền: $[\sigma] = 12 \text{ KN/cm}^2$.

Điều kiện cứng: $[\varepsilon] = 8,6 \cdot 10^{-4}$.



Hình 5.27.



Hình 5.28.

5.7. Hệ gồm hai thanh AD, HK cứng tuyệt đối và các thanh giằng AG, BH có diện tích tiết diện mặt cắt ngang F , mô đun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$ (hình 5.28).

Biết: $q = 130 \text{ KN/m}$; $a = 0,8 \text{ m}$. Xác định diện tích F theo:

Điều kiện bền: $[\sigma] = 11 \text{ KN/cm}^2$.

Điều kiện cứng: chuyển vị thẳng đứng của điểm A không vượt quá $1,5 \text{ mm}$.

5.8. Thanh gãy khúc ABC cứng tuyệt đối, được giằng bởi các thanh BH, CD có diện tích tiết diện mặt cắt ngang F , mô đun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$ và đỡ bằng gối di động B, chịu lực như hình 5.29.

Cho: $P = 120 \text{ KN}$; $a = 1 \text{ m}$. Xác định diện tích F theo:

Điều kiện bền: $[\sigma] = 10 \text{ KN/cm}^2$.

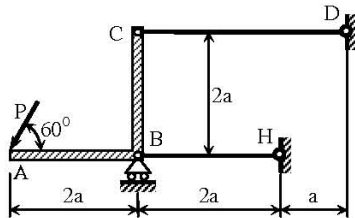
Điều kiện cứng: $[\varepsilon] = 9,4 \cdot 10^{-4}$.

5.9. Tấm cứng tuyệt đối ABC được giằng bởi các thanh AK, BD, CH chịu lực như hình 5.30. Các thanh giằng có diện tích tiết diện mặt cắt ngang $F = 24 \text{ cm}^2$, mô đun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$.

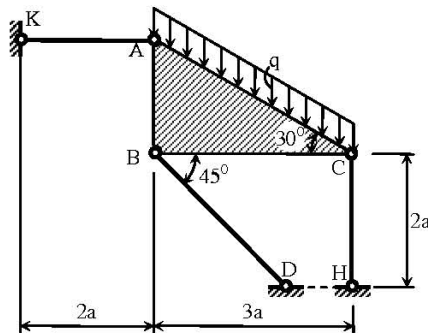
Cho: $a = 1,3 \text{ m}$. Xác định tải trọng $[q]$ theo:

Điều kiện bền: $[\sigma] = 9 \text{ KN/cm}^2$.

Điều kiện cứng: $[\varepsilon] = 6,8 \cdot 10^{-3}$.



Hình 5.29.



Hình 5.30.

5.10. Cột trụ bậc, liên kết và chịu lực như hình 5.31.

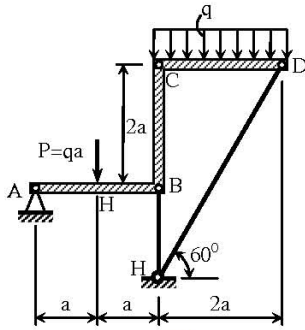
Biết: $[\sigma] = 12 \text{ KN/cm}^2$; $E = 2 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2$; $q = 160 \text{ KN/m}$; $a = 0,6 \text{ m}$.

Xác định d_1 , d_2 , d_3 theo điều kiện bền. Với các đường kính tìm được, tính chuyển vị của mặt cắt qua C.

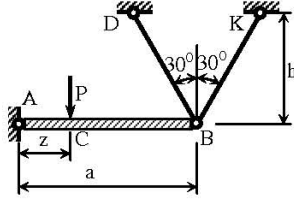
LÊ THANH PHONG

Biết: $[\sigma] = 11 \text{ KN/cm}^2$; $F_1 = 20 \text{ cm}^2$; $F_2 = 30 \text{ cm}^2$; $a = 1,2 \text{ m}$. Xác định ứng lực trong các thanh và tải trọng cho phép $[q]$ theo điều kiện bền. Với tải trọng tìm được, xác định chuyển vị đứng của điểm D.

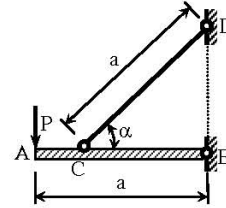
5.16. Kết cấu gồm một thanh gậy khúc ABCD cứng tuyệt đối, được đỡ trên gối A và hai thanh chống BH, DH như hình 5.37. Các thanh có mô đun đàn hồi E và diện tích mặt cắt ngang F . Biết: $[\sigma] = 14 \text{ KN/cm}^2$; $q = 180 \text{ KN/m}$; $a = 1 \text{ m}$. Xác định ứng lực trong các thanh và diện tích mặt cắt ngang F theo điều kiện bền. Với diện tích tìm được, xác định chuyển vị đứng của điểm D.



Hình 5.37.



Hình 5.38.



Hình 5.39.

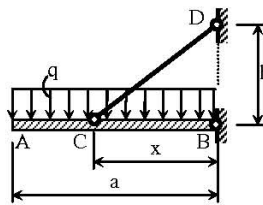
5.17. Thanh cứng tuyệt đối AB chịu liên kết khớp ở A, tại B được giằng bởi hai thanh BD và BK như hình 5.38. Các thanh giằng có cùng mô đun đàn hồi E , diện tích tiết diện mặt cắt ngang F . Cho: $[\sigma] = 12 \text{ KN/cm}^2$; $P = 100 \text{ KN}$; $E = 2,10^4 \text{ KN/cm}^2$; $F = 25 \text{ cm}^2$; $a = 0,6 \text{ m}$; $h = 0,4 \text{ m}$.

Khi $z = a/3$ xác định ứng lực xuất hiện trong các thanh BD, BK.

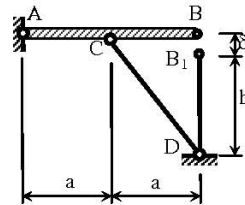
Xác định trị số giới hạn của z để các thanh BD, BK thỏa mãn điều kiện bền.

5.18. Thanh cứng tuyệt đối AB chịu liên kết khớp tại B và giữ bằng dây chằng CD như hình 5.39. Không thay đổi chiều dài dây chằng. Hãy xác định vị trí của nó (giá trị góc α) để khi đó khối lượng dây chằng xác định từ điều kiện bền là nhỏ nhất.

5.19. Kết cấu gồm thanh tuyệt đối cứng AB được giữ bởi thanh thép CD như hình 5.40. Xác định vị trí điểm liên kết của thanh giằng CD và thanh tuyệt đối cứng AB (khoảng cách x) để trọng lượng của thanh giằng là nhỏ nhất đảm bảo điều kiện bền. Xác định trọng lượng nhỏ nhất đó. Biết: $[\sigma] = 15 \text{ KN/cm}^2$; $q = 100 \text{ KN/m}$; $a = 6 \text{ m}$; $h = 3 \text{ m}$; trọng lượng riêng của thép $\gamma = 7,85 \cdot 10 \text{ KN/cm}^3$. Khi tính bỏ qua trọng lượng của thanh tuyệt đối cứng.



Hình 5.40.



Hình 5.41.

5.20. Kết cấu gồm thanh cứng tuyệt đối AB và các thanh giằng DC ; DB_1 như hình 5.41. Các thanh DC ; DB_1 làm cùng một loại vật liệu có mô đun đàn hồi E . Thanh DC có diện tích mặt cắt ngang F_1 , thanh DB_1 có diện tích mặt cắt ngang F_2 . Do sai số gia công, khi thực hiện nối B_1 với B thì trong các thanh giằng phát sinh nội lực. Xác định khe hở δ để ứng suất phát sinh trong các thanh DC ; DB_1 không vượt quá ứng suất cho phép $[\sigma]$.

Cho: $[\sigma] = 12 \text{ KN/cm}^2$; $E = 2,10^4 \text{ KN/cm}^2$; $F_1 = 30 \text{ cm}^2$; $F_2 = 50 \text{ cm}^2$; $a = 0,5 \text{ m}$; $h = 0,6 \text{ m}$.