

## CHƯƠNG 4

# CÁC MA TRẬN MẠNG VÀ PHẠM VI ỨNG DỤNG

### 4.1. GIỚI THIỆU:

Sự trình bày rõ ràng chính xác phù hợp với mô hình toán học là bước đầu tiên trong giải tích mạng điện. Mô hình phải diễn tả được đặc điểm của các thành phần mạng điện riêng biệt như mối liên hệ chi phối giữa các thành phần trong mạng. Phương trình ma trận mạng cung cấp cho mô hình toán học những thuận lợi trong việc giải bằng máy tính số.

Các thành phần của ma trận mạng phụ thuộc vào việc chọn các biến một cách độc lập, có thể là dòng hoặc áp. Vì lẽ đó, các thành phần của ma trận mạng sẽ là tổng trở hay tổng dẫn.

Đặc điểm riêng của các thành phần mạng điện có thể được trình bày thuận lợi trong hình thức hệ thống ma trận gốc. Ma trận diễn tả được đặc điểm tương ứng của mỗi thành phần, không cung cấp nhiều thông tin liên quan đến kết nối mạng điện. Nó là cần thiết, vì vậy biến đổi hệ thống ma trận gốc thành ma trận mạng là diễn tả được các đặc tính quan hệ trong lưới điện.

Hình thức của ma trận mạng được dùng trong phương trình đặc tính phụ thuộc vào cấu trúc làm chuẩn là nút hay vòng. Trong cấu trúc nút làm chuẩn biến được chọn là nút áp và nút dòng. Trong cấu trúc vòng làm chuẩn biến được chọn là vòng điện áp và vòng dòng điện.

Sự tạo nên ma trận mạng thích hợp là phần việc tính toán của chương trình máy tính số cho việc giải bài toán hệ thống điện.

### 4.2. GRAPHS.

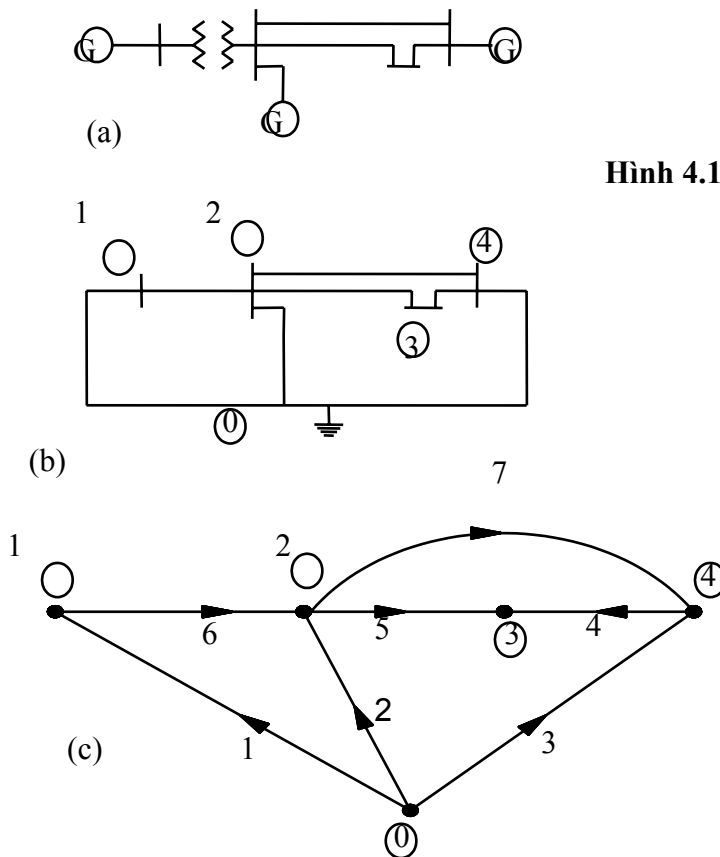
Để diễn tả cấu trúc hình học của mạng điện ta có thể thay thế các thành phần của mạng điện bằng các đoạn đường thẳng đơn không kể đặc điểm của các thành phần. Đường thẳng phân đoạn được gọi là nhánh và phần cuối của chúng được gọi là nút. Nút và nhánh nối liền với nhau nếu nút là phần cuối của mỗi nhánh. Nút có thể được nối với một hay nhiều nhánh.

Graph cho thấy quan hệ hình học nối liền giữa các nhánh của mạng điện. Tập hợp con của các graph là các nhánh. Graph được gọi là liên thông nếu và chỉ nếu có đường nối giữa mỗi cặp điểm với nhau. Mỗi nhánh của graph liên thông được ấn định hướng thì nó sẽ định theo một hướng nhất định. Sự biểu diễn của hệ thống điện và hướng tương ứng của graph trình bày trong hình 4.1.

Cây là một graph liên thông chứa tất cả các nút của graph nhưng không tạo thành một vòng kín. Các thành phần của cây được gọi là nhánh cây nó là tập hợp con các nhánh của graph liên thông đã chọn trước. Số nhánh cây  $b$  qui định cho mỗi cây là:

$$b = n - 1 \tag{4.1}$$

Với:  $n$  là số nút của graph

**Hình 4.1 :** Mô tả hệ thống điện.

(a) Sơ đồ một pha.

(b) Sơ đồ thứ tự thuận.

(c) Graph định hướng.

Nhánh của graph liên thông không chứa trong cây được gọi là nhánh bù cây, tập hợp các nhánh này không nhất thiết phải liên thông với nhau được gọi là bù cây. Bù cây là phần bù của cây. Số nhánh bù cây  $l$  của graph liên thông có  $e$  nhánh là:

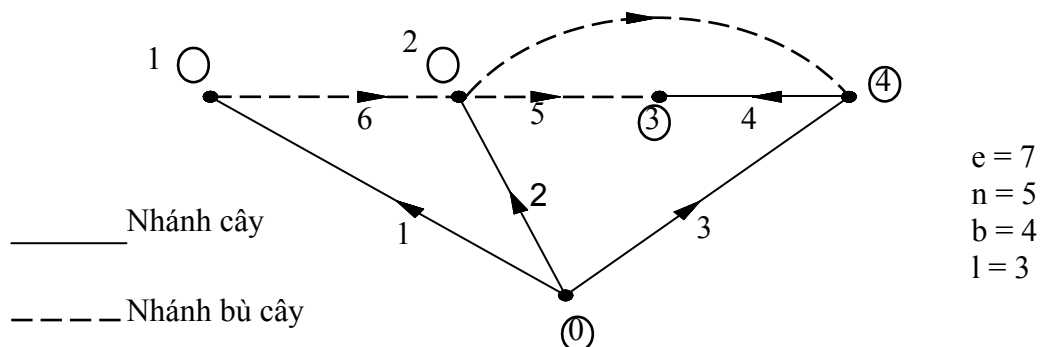
$$l = e - b$$

Từ phương trình (4.1) ta có

$$l = e - n + 1$$

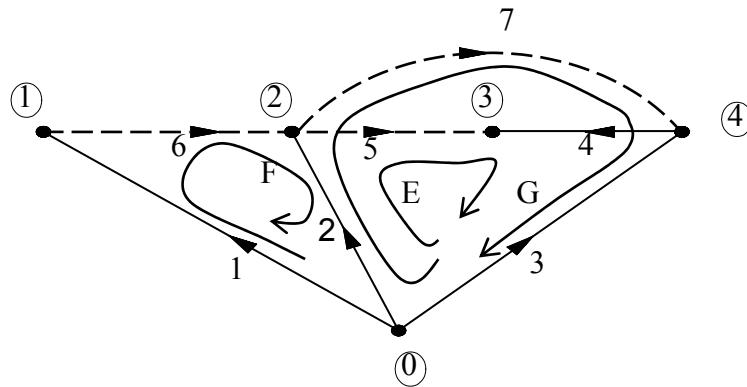
(4.2)

Cây và bù cây tương ứng của graph cho trong hình 4.1c được trình bày trong hình 4.2

**Hình 4.2 :** Cây và bù cây của graph liên thông định hướng

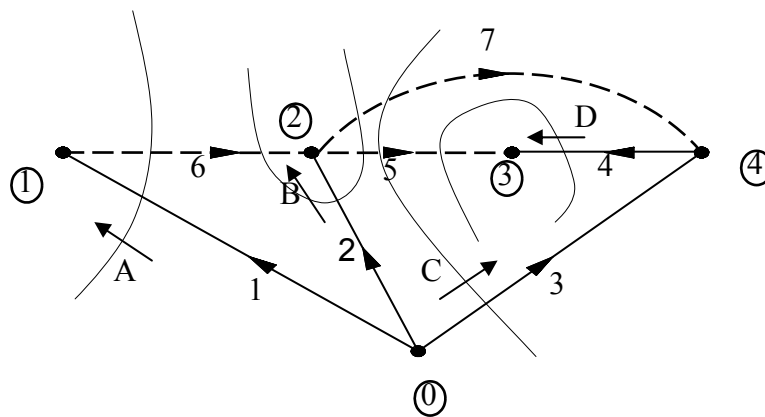
Nếu nhánh bù cây được cộng thêm vào cây thì kết quả graph bao gồm một đường kín được gọi là vòng. Mỗi nhánh bù cây được cộng thêm vào sẽ tạo thành một hay nhiều vòng. Vòng chỉ gồm có một nhánh bù cây độc lập thì gọi là vòng cơ bản. Bởi vậy, số vòng cơ bản đúng bằng số nhánh bù cây cho trong phương trình (4.2). Sự định

hướng của vòng cơ bản được chọn giống như chiều của nhánh bù cây. Vòng cơ bản của graph cho trong hình 4.2 được trình bày trong hình 4.3.



**Hình 4.3 :** Vòng cơ bản định hướng theo graph liên thông

Vết cắt là tập hợp của các nhánh, nếu bỏ đi hoặc chia graph liên thông thành hai graph con liên thông. Nhóm vết cắt có thể chọn độc lập duy nhất nếu mỗi vết cắt chỉ bao gồm một nhánh cây. Vết cắt độc lập như vậy gọi là vết cắt cơ bản. Số vết cắt cơ bản đúng bằng số nhánh cây. Sự định hướng của vết cắt cơ bản được chọn giống như hướng của nhánh cây. Vết cắt cơ bản của graph cho trong hình 4.2 được trình bày trong hình 4.4



**Hình 4.4 :** Vết cắt cơ bản định hướng theo graph liên thông

## 4.3. MA TRẬN THÊM VÀO.

### 4.3.1. Ma trận thêm vào nhánh - nút Â.

Sự liên hệ giữa nhánh và nút trong graph liên thông trình bày bởi ma trận thêm vào nhánh nút. Các thành phần của ma trận được trình bày như sau:

$a_{ij} = 1$  : Nếu nhánh thứ  $i$  và nút thứ  $j$  có chiều hướng từ nhánh  $i$  vào nút  $j$

$a_{ij} = -1$  : Nếu nhánh thứ  $i$  và nút thứ  $j$  có chiều hướng từ nhánh  $i$  ra khỏi nút  $j$

$a_{ij} = 0$  : Nếu nhánh thứ  $i$  và nút thứ  $j$  không có mối liên hệ với nhau.

Kích thước của ma trận là  $e \times n$ , với  $e$  là số nhánh và  $n$  là số nút của graph. Ma trận thêm vào nhánh nút cho trong graph hình 4.2 trình bày như trên. Với:

$$\sum_{j=0}^4 a_{ij} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, e$$

$\mathbf{D} =$

$e \backslash n$	0	1	2	3	4
1	1	-1			
2	1		-1		
3	1				-1
4				-1	1
5			1	-1	
6		1	-1		
7			1		-1

Các cột của ma trận  $\hat{A}$  là phụ thuộc tuyến tính. Vì vậy hạng của  $\hat{A} < n$ .

#### 4.3.2. Ma trận thêm vào nút A.

Các nút của graph liên thông có thể chọn làm nút qui chiếu. Nút qui chiếu có thể thay đổi, nó được xem như một nút trong graph có thể cân nhắc khi ấn định cụ thể một nút nào đó làm nút qui chiếu. Ma trận thu được từ ma trận  $\hat{A}$  bỏ đi cột tương ứng với nút chọn làm nút qui chiếu là ma trận nhánh - nút A, nó sẽ được gọi là ma trận nút. Kích thước của ma trận là  $e \times (n-1)$  và hạng là  $n-1 = b$ .

Với:  $b$  là số nhánh cây của graph. Chọn nút 0 làm nút qui chiếu thể hiện trên graph trong hình 4.2.

$\mathbf{A} =$

$e \backslash \text{nút}$	1	2	3	4
1	-1			
2		-1		
3				-1
4			-1	1
5		1	-1	
6	1	-1		
7		1		-1

Ma trận A là hình chữ nhật và là duy nhất. Nếu hàng của A sắp xếp theo một cây riêng biệt thì ma trận trên có thể phân chia thành các ma trận con  $A_b$  có kích thước  $b \times (n-1)$  và  $A_t$  có kích thước là  $l \times (n-1)$ . Số hàng của ma trận  $A_b$  tương ứng với số nhánh cây và số hàng của ma trận  $A_t$  tương ứng với số nhánh bù cây. Ma trận phân chia của graph trên hình 4.2 được trình bày như sau:

$$A = \begin{array}{c|cccc} \text{nút} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & \text{○} & \text{○} & \text{○} & \text{○} \\ \hline 1 & -1 & & & \\ 2 & & -1 & & \\ 3 & & & & -1 \\ 4 & & & -1 & 1 \\ 5 & & 1 & -1 & \\ 6 & 1 & -1 & & \\ 7 & & 1 & & -1 \end{array} = \begin{array}{c|c} \text{nút} & \text{Các nút} \\ \hline \text{Nhánh cây} & A_b \\ \hline \text{Nhánh bù cây} & A_t \end{array}$$

$A_b$  là ma trận vuông không duy nhất với hạng  $(n-1)$ .

#### 4.3.3. Ma trận hướng đường - nhánh cây K:

Hướng của các nhánh cây đến các đường trong 1 cây được trình bày bằng ma trận hướng đường - nhánh cây. Với 1 đường được định hướng từ 1 nút qui chiếu. Các phần tử của ma trận này là:

$k_{ij} = 1$ : Nếu nhánh cây  $i$  nằm trong đường từ nút  $j$  đến nút qui chiếu và được định hướng cùng hướng.

$k_{ij} = -1$ : Nếu nhánh cây  $i$  nằm trong đường từ nút  $j$  đến nút qui chiếu nhưng được định hướng ngược hướng.

$k_{ij} = 0$ : Nếu nhánh cây  $i$  không nằm trong đường từ nút  $j$  đến nút qui chiếu.

Với nút 0 là nút qui chiếu ma trận hướng đường - nhánh cây liên kết với cây được trình bày ở hình 4.2 có dạng dưới đây.

$$K = \begin{array}{c|cccc} \text{đường} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \text{Nhánh cây} & \text{○} & \text{○} & \text{○} & \text{○} \\ \hline 1 & 1 & & & \\ 2 & & -1 & & \\ 3 & & & -1 & -1 \\ 4 & & & & -1 \end{array}$$

Đây là ma trận vuông không duy nhất với cấp là  $(n-1)$ . Ma trận hướng - đường nhánh cây liên hệ nhánh cây với các đường nhánh cây nối đến nút qui chiếu và ma trận  $A_b$  liên kết các nhánh cây với các nút. Vì vậy có tỉ lệ tương ứng 1:1 giữa các đường và các nút.

$$A_b \cdot K^t = 1 \quad (4.3)$$

$$\text{Do đó: } K^t = A_b^{-1} \quad (4.4)$$

#### 4.3.4. Ma trận vết cắt cơ bản B.

Liên hệ giữa nhánh với vết cắt cơ bản của graph liên thông được thể hiện trong ma trận vết cắt cơ bản B. Các thành phần của ma trận là.

$b_{ij} = 1$  : Nếu nhánh thứ  $i$  và hướng cùng chiều với vết cắt cơ bản thứ  $j$

$b_{ij} = -1$  : Nếu nhánh thứ  $i$  và hướng ngược chiều với vết cắt cơ bản thứ  $j$

$b_{ij} = 0$  : Nếu nhánh thứ  $i$  không liên quan với vết cắt thứ  $j$

Ma trận vết cắt cơ bản có kích thước là  $e \times b$  của graph cho trên hình 4.4 là:

$B =$

$\begin{matrix} e & b \\ \backslash & \end{matrix}$		Vết cắt cơ bản			
		A	B	C	D
1		1			
2			1		
3				1	
4					1
5			-1	1	1
6		1	1		
7			1	1	

Ma trận B có thể phân chia thành các ma trận con  $U_b$  và  $B_t$ . Số hàng của ma trận  $U_b$  tương ứng với số nhánh cây và số hàng của ma trận  $B_t$  tương ứng với số nhánh bù cây. Ma trận phân chia được biểu diễn như sau:

$B =$

$\begin{matrix} e & b \\ \backslash & \end{matrix}$		Vết cắt cơ bản			
		A	B	C	D
1		1			
2			1		
3				1	
4					1
5			-1	1	1
6		-1	1		
7			1	1	

$=$

$\begin{matrix} e & b \\ \backslash & \end{matrix}$		Vết cắt cơ bản	
Nhánh cây		$U_b$	
Nhánh bù cây		$B_t$	

Ma trận đơn vị  $U_b$  cho ta thấy quan hệ tương ứng của một nhánh cây với một vết cắt cơ bản..

Ma trận con  $B_t$  có thể thu được từ ma trận nút  $A$ . Liên hệ giữa nhánh bù cây với nút cho thấy bởi ma trận con  $A_t$  và giữa nhánh cây với nút là ma trận con  $A_b$ . Từ đây tương ứng quan hệ của một nhánh cây với một vết cắt cơ bản,  $B_t.A_b$  cho thấy quan hệ giữa các nhánh bù cây với các nút như sau:

$$B_t.A_b = A_t$$

Vì vậy

$$B_t = A_t . A_b^{-1}$$

Theo phương trình (4.4) ta có

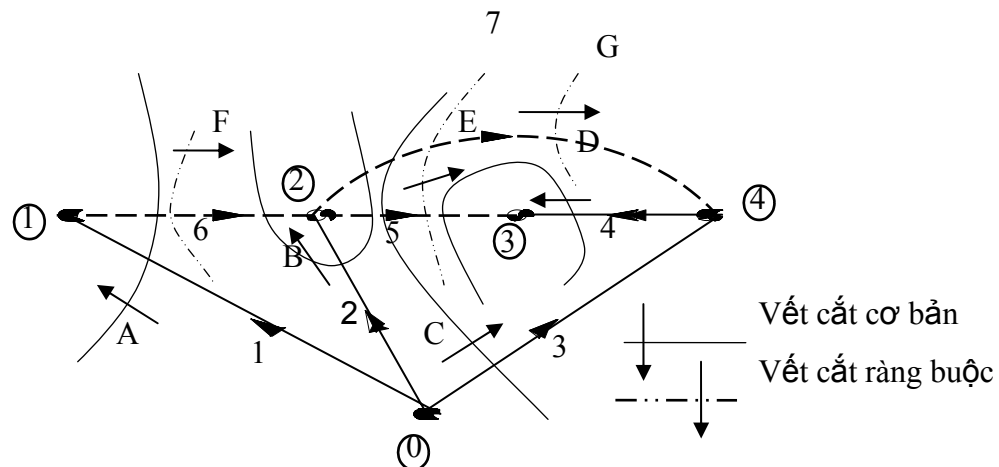
$$A_b^{-1} = K^t$$

Vì vậy ta có

$$B_t = A_t . K^t \quad (4.5)$$

#### 4.3.5. Ma trận vết cắt tăng thêm $\hat{B}$ .

Vết cắt giả thiết được gọi là vết cắt ràng buộc có thể đưa vào sau từng bước để số vết cắt đúng bằng số nhánh. Mỗi vết cắt ràng buộc chỉ gồm một nhánh bù cây của graph liên thông. Vết cắt ràng buộc của graph cho trên hình 4.4 được trình bày trong hình 4.5.



**Hình 4.5 :** Vết cắt cơ bản và ràng buộc định hướng theo graph liên thông

Ma trận vết cắt tăng thêm có hình thức biểu diễn như ma trận vết cắt cơ bản cộng thêm số cột của vết cắt ràng buộc. Vết cắt ràng buộc được định hướng phụ thuộc vào hướng của nhánh bù cây. Ma trận vết cắt tăng thêm của graph trình bày trên hình 4.5 là ma trận  $\hat{B}$  như sau:

$\hat{B} =$

		Vết cắt cơ bản				Vết cắt giả tạo		
		A	B	C	D	E	F	G
e	e	1						
	1							
	2		1					
	3			1				
	4				1			
	5		-1	1	1	1		
	6	-1	1				1	
	7		-1	1				1

$\hat{B}$ : Là ma trận vuông có kích thước  $e \times e$  và không duy nhất. Ma trận  $\hat{B}$  có thể phân chia như sau:

		Vết cắt cơ bản				Vết cắt giả tạo		
		A	B	C	D	E	F	G
e	e	1						
	1							
	2		1					
	3			1				
	4				1			
	5		-1	1	1	1		
	6	-1	1				1	
	7		-1	1				1

$\hat{B} =$

		Vết cắt cơ bản	Vết cắt giả tạo
e	e		
		$U_b$	0
		$B_t$	$U_t$

Nhánh cây  
 Nhánh bù cây

#### 4.3.6. Ma trận thêm vào vòng cơ bản C.

Tác động của nhánh cây với vòng cơ bản của graph liên thông thể hiện bởi ma trận vòng cơ bản. Thành phần của ma trận là:

$c_{ij} = 1$ : Nếu nhánh cây thứ  $i$  và hướng cùng chiều với vòng cơ bản thứ  $j$

$c_{ij} = -1$ : Nếu nhánh cây thứ  $i$  và hướng ngược chiều với vòng cơ bản thứ  $j$

$c_{ij} = 0$ : Nếu nhánh cây thứ  $i$  không liên quan với vòng cơ bản thứ  $j$

Ma trận vòng cơ bản có kích thước  $e \times l$  theo graph cho trên hình 4.3 như sau:

Vòng cơ bản

1	e	1	E	F	G
1				1	
2		-1		-1	
3		-1			
4		-1			
5		1			
6				1	
7					1

$C =$

Ma trận  $C$  có thể phân chia thành các ma trận con  $C_b$  và  $U_t$ . Số hàng của ma trận  $C_b$  tương ứng với số nhánh cây và số hàng của ma trận  $U_t$  tương ứng với số nhánh bù cây. Ma trận phân chia như sau:

		Vòng cơ bản					Vòng cơ bản		
	1	E	F	G		1			
e	/				e	/			
1			1		1		C <sub>b</sub>		
2	-1	-1			2				
3	-1				3				
4	-1				4				
5	1				5		U <sub>t</sub>		
6		1			6				
7			1		7				

C =

Nhánh cây

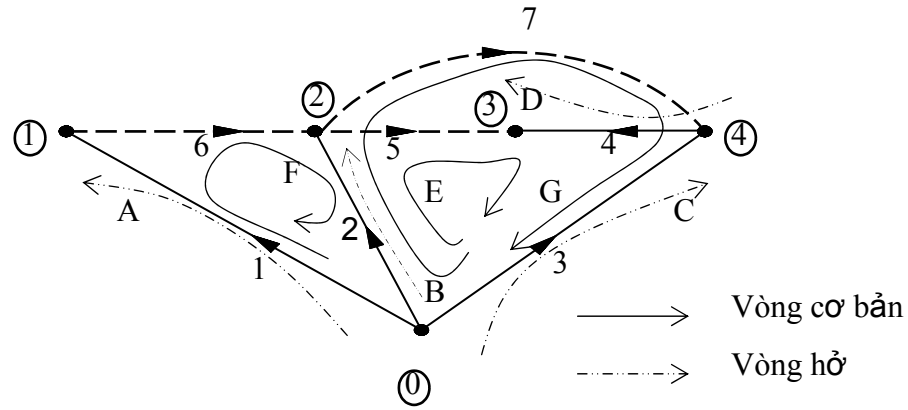
Nhánh bù cây

=

Ma trận đơn vị  $U_t$  cho thấy một nhánh bù cây tương ứng với một vòng cơ bản.

#### 4.3.7. Ma trận số vòng tăng thêm $\hat{C}$ .

Số vòng cơ bản trong graph liên thông bằng số nhánh bù cây. Để có tổng số vòng bằng số nhánh, thêm vào  $(e-1)$  vòng, tương ứng với  $b$  nhánh cây, gọi là vòng hở. Vòng hở được vẽ bên các nút nối bởi nhánh cây. Vòng hở của graph cho trên hình 4.3 được trình bày trong hình 4.6. Hướng của vòng hở được xác định theo như hướng của nhánh cây.



**Hình 4.6 :** Vòng cơ bản và vòng hở định hướng theo graph liên thông

Mà trận vòng tăng thêm có hình thức nằm bên cạnh ma trận vòng cơ bản, các cột của nó biểu diễn mối quan hệ giữa các nhánh với vòng hở. Ma trận của graph trình bày trong hình 4.6 được biểu diễn dưới đây.

$\hat{C}$  : Là ma trận vuông, kích thước  $e \times e$  và không duy nhất.

		Vòng hở				Vòng cơ bản		
		A	B	C	D	E	F	G
$\hat{C} =$	1	1					1	
	2		1			1	-1	1
	3			1		-1		-1
	4				1	-1		
	5					1		
	6						1	
	7							1

Ma trận  $\hat{C}$  có thể phân chia như sau:

		Vòng hở				Vòng cơ bản					
		A	B	C	D	E	F	G			
$\hat{C}$	e	1					1		=	Nhánh cây	
	2		1			1	-1	1			
	3			1		-1		-1			
	4				1	-1					
	5					1					
	6						1				
	7							1			
		Vòng hở				Vòng cơ bản					