CHƯƠNG 5

CÁC THUẬT TOÁN DÙNG CHO VIỆC THÀNH LẬP NHỮNG MA TRẬN MẠNG

5.1. GIỚI THIỆU.

Những phương pháp trình bày trong các mục trên đòi hỏi một sự chuyển đổi và đảo ngược những ma trận để có được những ma trận mạng. Một phương pháp thay thế dựa trên một thuật toán có thể được dùng để thành lập trực tiếp ma trận tổng trở nút từ những thông số hệ thống và số nút đã được mã hoá. Nguyên tắc của thuật toán là thành lập ma trận tổng trở nút theo từng bước, mô phỏng cấu trúc của mạng bằng cách thêm vào từng nhánh một. Một ma trận được thành lập cho mạng riêng được biểu thị sau khi mỗi phần tử được nối với mạng.

Ngoài ra, một thuật toán được biểu thị để chuyển hóa ma trận tổng dẫn vòng từ ma trận tổng trở nút đã định.

Các phương trình mạng:

$I_{Nút} = Y_{Nút} .E_{Nút}$

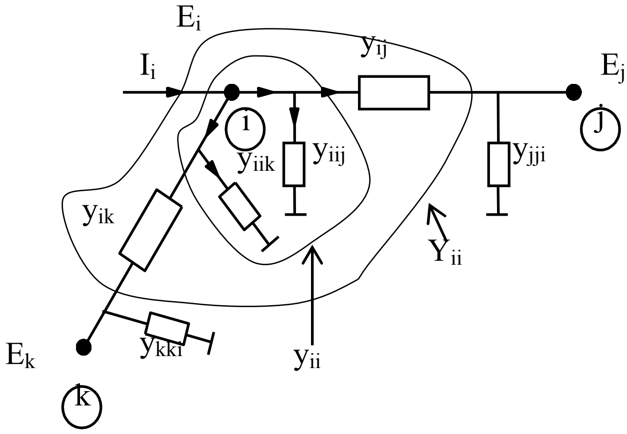
$E_{Nút} = Z_{Nút} .I_{Nút}$

$Y_{Nút} = A^t.y. A$

$Z_{Nút} = (Y_{Nút})^{-1}$

5.2. XÁC ĐỊNH MA TRẬN $Y_{NÚT}$ BẰNG PHƯƠNG PHÁP TRỰC TIẾP.

Gọi E_i, E_j, E_k là điện áp tại các nút khi bơm một dòng vào nút i.



Hình 5.1 : *Sơ đồ mô tả mạng điện tại 1 nút*

$I_j = 0;\ \forall\ j \neq i$

$$I_i = \sum_{j\neq i}(y_{iij}.E_i) + \sum_{j\neq i}(E_i - E_j)y_{ij}$$

$$= \sum_{j\neq i}(y_{iij}.E_i) + \sum_{j\neq i} y_{ij}E_i - \sum_{j\neq i} y_{ij}E_j$$

$$= E_i(\sum_{j\neq i} y_{iij} + \sum_{j\neq i} y_{ij}) + \sum_{j\neq i} E_j(-y_{ij})$$

$$= E_i(y_{ii} + \sum_{j\neq i} y_{ij}).\sum_{j\neq i} E_j(-y_{ij})$$

Ta có:

$$Y_{ii} = \sum y_{iij} + \sum y_{ij} = y_{ii} + \sum y_{ij}$$

$$Y_{ij} = -y_{ij}$$

Do đó:

$$I_i = Y_{ii}.E_i + \sum_{j\neq i} Y_{ij}E_j = \sum Y_{ij}E_j$$

Vậy : $Y_{Nút}$ là ma trận có các thành phần trên đường chéo chính là Y_{ii} thành phần ngoài đường chéo là Y_{ij}.

Chú ý: Nếu có tương hổ thì chúng ta phải tính thêm các thành phần tương hỗ.

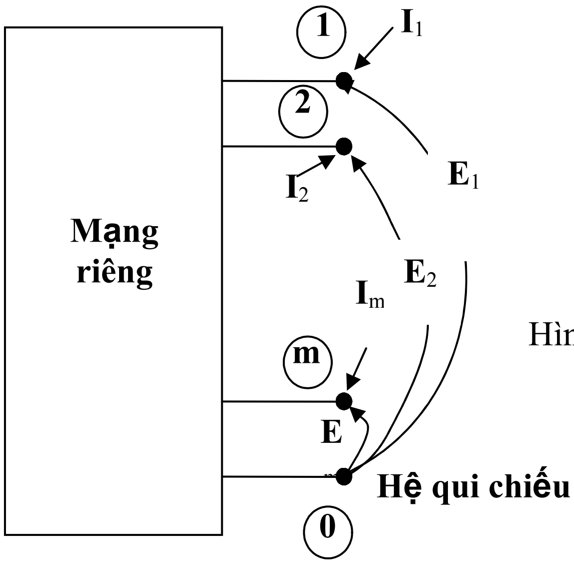
$$Y_{ii} = \sum y_{iij} + \sum y_{ij} + \sum y_{ij,rs} = y_{ii} + \sum y_{ij} + \sum y_{ij,rs}$$

$$Y_{ij} = -(y_{ij,ij} + \sum y_{ij,rs})$$

5.3. THUẬT TOÁN ĐỂ THÀNH LẬP MA TRẬN TỔNG TRỞ NÚT:

5.3.1. Phương trình biểu diễn của một mạng riêng.

Giả thiết rằng ma trận tổng trở nút $Z_{Nút}$ được biết từ một mạng riêng m nút và một nút qui chiếu 0. Phương trình biểu diễn của mạng này cho trong hình (5.2) là:



Hình 5.2 : S*ự biểu diễn của một mạng riêng*

$$\vec{E}_{Nuït} = Z_{Nuït}\vec{I}_{Nuït}$$

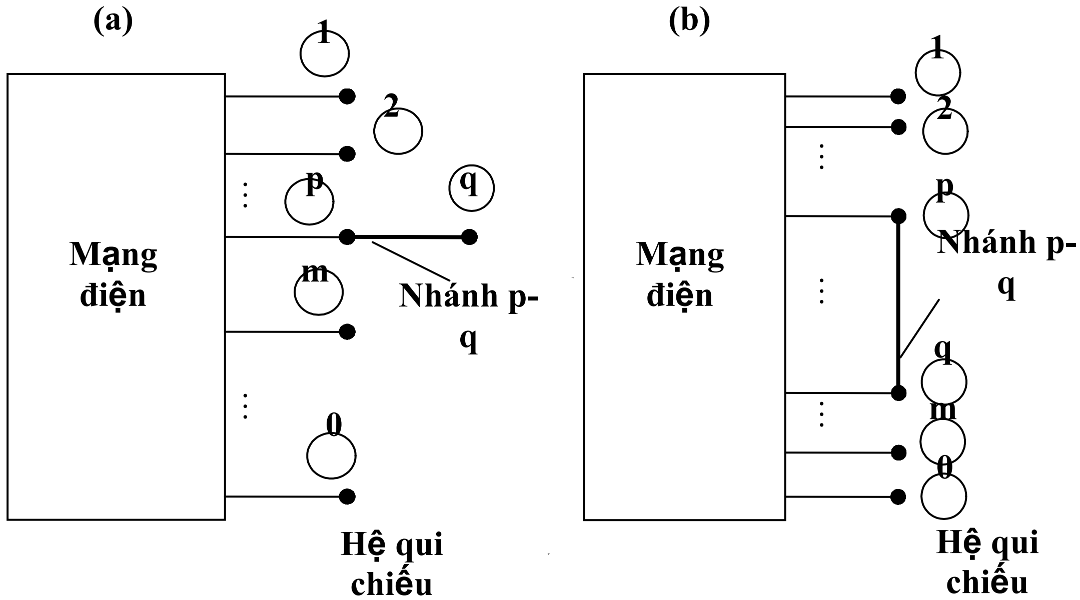
Trong đó: $\vec{E}_{Nuït}$= m x 1 vectơ của các điện áp nút được đo đối với nút qui chiếu.

$\vec{I}_{Nuït}$= m x 1 vectơ của các dòng điện được bơm vào nút khi một nhánh p - q được thêm vào mạng riêng, nó có thể là một nhánh cây hoặc một nhánh bù cây như cho ở hình (5.3)

(a) Sự thêm vào của một nhánh cây

(b) Sự thêm vào của một nhánh bù cây

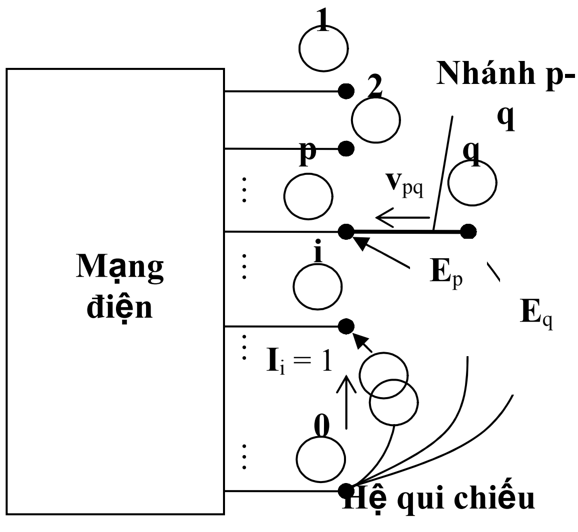
- Nếu p - q là một nhánh cây, một nút mới q được thêm vào mạng riêng và tạo thành ma trận tổng trở nút kích thước là (m + 1) x (m + 1). Các vectơ điện áp mới và dòng điện mới có kích thước là (m + 1) x 1. Để xác định ma trận tổng trở nút mới yêu cầu chỉ tính các phần tử trong hàng và cột mới.
- Nếu p - q là một nhánh bù cây, không có nút mới được thêm vào mạng riêng. Trong trường hợp này, kích thước của các ma trận trong phương trình biểu diễn được giữ nguyên, nhưng tất cả các phần tử của ma trận tổng trở nút phải được tính lại để bao hàm ảnh hưởng của nhánh bù cây được thêm vào.



Hình 5.3 : *Sự biểu diễn của một mạng riêng với một nhánh được thêm vào*

5.3.2. Sự thêm vào của một nhánh cây.

Giả sử ma trận $Z_{Nút}$ ban đầu có kích thước m x m, sau khi thêm 1 nhánh cây kích thước m → m +1. Giả sử ta thêm vào 1 nút q ta có phương trình biểu diễn của mạng riêng với một nhánh cây p - q được thêm vào là như (5.1). Điều đó có nghĩa là mạng tồn tại các nhánh bị động cả hai phía.



Hình 5.4 : *Dòng điện được bơm vào và sự tính toán các điện áp nút của Z_{qi}*

Do đó: $Z_{qi} = Z_{iq}$, với i = 1, 2, ..., m và có liên quan đến các nút của mạng riêng, nhưng không kể đến nút mới q.

Nhánh cây p - q thêm vào được xem là có hỗ cảm với một hoặc nhiều nhánh của mạng điện.

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ * \\ E_p \\ E_m \\ E_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & * & * & Z_{1m} & Z_{1q} \\ Z_{21} & * & * & Z_{2m} & Z_{2q} \\ * & * & * & * & * \\ Z_{p1} & * & * & Z_{pm} & Z_{pq} \\ Z_{m1} & * & * & Z_{mm} & Z_{mq} \\ Z_{q1} & * & * & Z_{qm} & Z_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ * \\ I_p \\ I_m \\ I_q \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

Các phần tử Z_{qi} có thể được xác định bằng cách bơm vào một dòng điện tại nút i và tính điện áp tại nút q với điểm qui chiếu như trình bày ở hình (5.4). Giả sử ta bơm dòng I = 1A vào nút i ($I_j = 0 \ \ \forall \ \ j \neq i$) vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0, từ phương trình (5.1) suy ra:

$E_q = Z_{qi} .I_i = Z_{qi}$

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại

$$\begin{aligned} &E_1 = Z_{1i} .I_i \\ &E_2 = Z_{2i} .I_i \\ &.............. \\ &E_p = Z_{pi} .I_i \\ &............... \\ &E_m = Z_{mi} .I_i \\ &E_q = Z_{qi} .I_i \end{aligned} \tag{5.2}$$

Cho $I_i = 1$ trong phương trình (5.2), Z_{qi} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính E_q

Các điện áp nút liên kết với nhánh thêm vào và điện áp qua nhánh được thể hiện bởi:

$$E_q = E_p - v_{pq} \tag{5.3}$$

Các dòng điện trong các nhánh của mạng trong hình (5.4) được diễn tả trong các số hạng của các tổng dẫn ban đầu và các điện áp qua các nhánh là:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{pq} \\ \mathbf{i}_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{pq,pq} & \mathbf{y}_{pq,rs} \\ \mathbf{y}_{rs,pq} & \mathbf{y}_{rs,rs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{pq} \\ \mathbf{V}_{rs} \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

Trong phương trình (5.4), pq là một chỉ số cố định và liên quan với nhánh thêm vào, và rs là chỉ số biến đổi, liên quan đến các nhánh khác. Trong đó:

- i_{pq} và v_{pq}: Là dòng điện và điện áp chạy qua tương ứng với nhánh thêm vào.
- i_{rs} và v_{rs}: Là các vectơ dòng điện và điện áp trong các nhánh của mạng riêng.
- $y_{pq,pq}$: Là tổng dẫn riêng của nhánh thêm vào.
- $y_{pq,rs}$: Là vectơ của các tổng dẫn tương hỗ giữa nhánh thêm vào p - q và các nhánh r - s của mạng riêng.
- $y_{rs,pq}$: Là vectơ chuyển vị của $y_{pq,rs}$
- $[y_{rs,rs}]$: Là ma trận tổng dẫn ban đầu của mạng riêng.

Dòng điện chạy trong nhánh cây thêm vào cho trong hình 5.4 là:

$i_{pq} = 0$ (5.5)

Tuy nhiên, v_{pq} không bằng 0 vì nhánh cây thêm vào hỗ cảm với một hoặc nhiều nhánh của mạng riêng. Ngoài ra:

$$\vec{v}_{rs} = \vec{E}_r - \vec{E}_s \qquad (5.6)$$

Trong đó: E_r và E_s là các suất điện động tại các nút trong mạng riêng. Từ phương trình (5.5) ta có:

$$i_{pq} = y_{pq,pq}.v_{pq} + \sum \vec{y}_{pq,rs}.\vec{v}_{rs} = 0$$

Do đó:

$$v_{pq} = -\frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \vec{y}_{pq,rs}.\vec{v}_{rs}$$

Thế $\vec{v}_{rs}$ từ phương trình (5.6) ta có:

$$v_{pq} = -\frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \vec{y}_{pq,rs}(\vec{E}_r - \vec{E}_s) \qquad (5.7)$$

Thế v_{pq} vào trong phương trình (5.3) từ (5.7) ta có:

$$E_q = E_p + \frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \vec{y}_{pq,rs}(\vec{E}_r - \vec{E}_s)$$

Cuối cùng, thế E_p, E_q, $\vec{E}_r$ và $\vec{E}_s$ từ phương trình (5.2) với $I_i = 1$, ta có:

$$Z_{qi} = Z_{pi} + \frac{1}{y_{pq,pq}} \sum \vec{y}_{pq,rs}(\vec{Z}_{ri} - \vec{Z}_{rs}) \qquad i = 1, 2, ...m \qquad i \neq j \qquad (5.8)$$

Phần tử Z_{qq} có thể được tính bằng cách bơm một dòng điện tại nút q và tính điện áp tại nút đó. Giả sử ta bơm dòng I = 1A vào nút q ($I_j = 0 \ \forall \ j \neq q$) vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0, từ phương trình (5.1) ta suy ra.

$E_q = Z_{qq}.I_q = Z_{qq}$

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại

$$\begin{aligned} E_1 &= Z_{1q}.I_q \\ &\vdots \\ E_p &= Z_{pq}.I_q \\ &\vdots \\ E_m &= Z_{mq}.I_q \end{aligned} \qquad (5.9)$$

Trong phương trình (5.9), Z_{qq} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính E_q.

Tương tự ta có điện áp giữa 2 nút p và q là:

$E_q = E_p - v_{pq}$

Điện áp tại các nút p và q được liên kết với nhau bởi phương trình (5.3) và dòng điện chạy qua nhánh thêm vào là:

$i_{pq} = -I_q = -1$ (5.10)

Các điện áp qua các nhánh của mạng riêng được cho bởi phương trình (5.6) và các dòng điện chạy qua các nhánh đó cho bởi phương trình (5.4) và (5.10) ta có:

$$i_{pq} = y_{pq,pq}.v_{pq} + \sum \vec{y}_{pq,rs}.\vec{v}_{rs} = -1$$

Do đó:

$$v_{pq} = \frac{-1 - \sum \vec{y}_{pq,rs}.\vec{v}_{rs}}{y_{pq,pq}}$$

Thế $\vec{v}_{rs}$ từ phương trình (5.6) ta có:

$$v_{pq} = \frac{-1 - \sum \vec{y}_{pq,rs}.(\vec{E}_r - \vec{E}_s)}{y_{pq,pq}} \qquad (5.11)$$

Thế v_{pq} vào trong phương trình (5.11) từ (5.3) ta có:

$$E_q = E_p + \frac{1 + \sum \bar{y}_{pq,rs}.(\vec{E}_r - \vec{E}_s)}{y_{pq,pq}}$$

Cuối cùng, thế E_p, E_q, $\vec{E}_r$ và $\vec{E}_s$ từ phương trình (5.9) với $I_q = 1$, ta có:

$$Z_{qq} = Z_{pq} + \frac{1 + \sum \bar{y}_{pq,rs}(\vec{Z}_{rq} - \vec{Z}_{sq})}{y_{pq,pq}} \qquad (5.12)$$

Nếu không có hỗ cảm giữa nhánh cây thêm vào và các nhánh khác của mạng riêng, thì các phần tử của $y_{pq,rs}$ bằng 0.

Và ta có:

$$Z_{pq,pq} = \frac{1}{y_{pq,pq}}$$

Từ phương trình (5.8), ta suy ra rằng:

$Z_{qi} = Z_{pi}$, i = 1, 2, ...m $i \neq j$

Và từ phương trình (5.12), ta có:

$Z_{qq} = Z_{pq} + Z_{pq,pq}$

Hơn nữa, nếu như không có hỗ cảm và p là nút qui chiếu

$Z_{pi} = 0$, i = 1, 2,......m $i \neq q$

Nên: $Z_{qi} = 0$, i = 1, 2,......m $i \neq q$

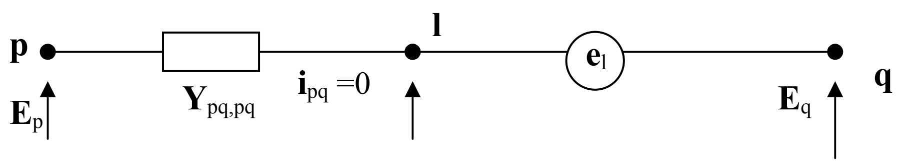
Tương tự: $Z_{pq} = 0$

Và vì vậy: $Z_{qq} = Z_{pq,pq}$

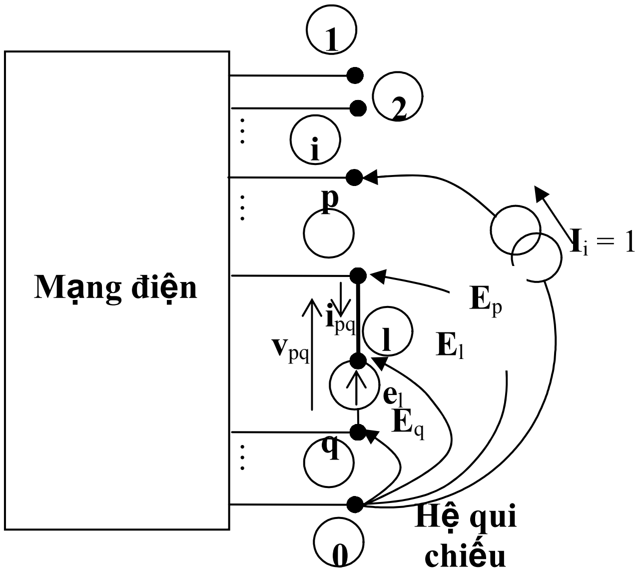
5.3.3. Sự thêm vào của một nhánh bù cây.

Nếu nhánh p - q thêm vào là một nhánh bù cây, phương pháp để tính các phần tử của ma trận tổng trở nút là mắc nối tiếp với nhánh thêm vào một suất điện động e_l như cho trong hình 5.5.

Việc này tạo thành một nút giả l mà nút đó sẽ được loại trừ ra sau đó. Suất điện động e_l được chọn như thế nào mà dòng điện chạy qua nhánh bù cây thêm vào bằng 0.



Giả sử ma trận $Z_{Nút}$ ban đầu có kích thước m x m, khi ta thêm nhánh bù cây và tạo nút giả l thì ma trận $Z_{Nút}$ có kích thước là (m+1) x (m+1).



Hình 5.5 : *Dòng điện bơm vào, suất điện động trong mạch nối tiếp với nhánh bù cây thêm vào và các điện áp nút cho việc tính toán của Z_{li}*

Phương trình đặt trưng cho mạng riêng với nhánh p-l thêm vào và mạch nối tiếp sức điện động e_l là .

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ * \\ E_m \\ e_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & * & * & Z_{1m} & Z_{1l} \\ Z_{12} & * & * & * & Z_{2l} \\ * & * & * & * & * \\ Z_{m1} & * & * & Z_{mm} & Z_{ml} \\ Z_{l1} & * & * & Z_{lm} & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ * \\ I_m \\ I_l \end{bmatrix} \qquad (5.13)$$

Vì: $e_l = E_l - E_q$

Phần tử Z_{li} có thể được xác định bằng cách bơm vào một dòng điện tại nút i và tính điện áp tại nút l thuộc về nút q. Vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0, từ phương trình (5.13) ta suy ra:

$E_k = Z_{ki} .I_i = Z_{ki}$

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại

$E_1 = Z_{1i} .I_i$

$\vdots$

$E_p = Z_{pi} .I_i$

$\vdots$

$e_l = Z_{li}.I_i$, i =1, 2, ...m (5.14)

Cho $I_i = 1$ trong phương trình (5.14), Z_{li} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính e_l.

Suất điện động trong mạch nối tiếp là:

$e_l = E_p - E_q - v_{pl}$ (5.15)

Vì dòng điện chạy qua nhánh bù cây thêm vào là:

$i_{pq}= 0$

Nhánh p - l có thể được lý giải như một nhánh cây. Dòng điện trong nhánh này, ứng với các số hạn của tổng dẫn ban đầu và điện áp qua các nhánh là:

$$i_{pq} = i_{pl} = y_{pq,pl}.v_{pl} + \sum \vec{y}_{pq,rs}.\vec{v}_{rs} = 0$$

Với: $y_{pq,pq}$: Là tổng dẫn riêng của nhánh p - q

$y_{pq,rs}$: Là tổng dẫn tương hổ của nhánh p - q với nhánh r - s

$i_{pl} = i_{pq} = 0$

Vì vậy:

$$v_{pl} = -\frac{1}{y_{pl,pl}}\sum \vec{y}_{pl,rs}.\vec{v}_{rs}$$

Do đó: $\vec{y}_{pl,rs} = \vec{y}_{pq,rs}$ và $y_{pl,pl} = y_{pq,pq}$

Nên ta có:

$$v_{pl} = -\frac{1}{y_{pq,pq}}\sum \vec{y}_{pq,rs}.\vec{v}_{rs} \qquad (5.16)$$

Thế lần lượt phương trình (5.16), (5.6) và (5.14) với $I_i = 1$ vào phương trình (5.15) ta có:

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi} + \frac{1}{y_{pl,pl}}\sum \vec{y}_{pl,rs}(\vec{Z}_{ri} - \vec{Z}_{si}) \qquad i = 1, 2, ...m, i \neq l \qquad (5.17)$$

Phần tử Z_{ll} có thể được tính bằng cách bơm vào một dòng điện tại nút l với nút q là điểm nút qui chiếu và tính điện áp tại nút thứ l thuộc về nút q. Giả sử ta bơm dòng I = 1A vào nút l ($I_j = 0 \ \forall \ i \neq l$), vì tất cả các dòng điện tại các nút khác bằng 0. Từ phương trình 5.13) ta suy ra:

$E_k = Z_{kl}I_l = Z_{kl}$ k = 1, 2, ...m

Tương tự như trên ta bơm vào các nút còn lại.

$$\begin{aligned} &E_1 = Z_{1l}.I_l \\ &\vdots \\ &E_p = Z_{pl}.I_l \\ &\vdots \\ &e_l = Z_{ll}.I_l = Z_{ll} \end{aligned} \qquad (5.18)$$

Tương tự ta có điện áp giữa 2 nút p và l là:

$e_l = E_p - E_q - v_{pl}$

Cho $I_l = 1$ ở phương trình (5.18), Z_{ll} có thể thu được trực tiếp bằng cách tính e_l.

Dòng điện trong nhánh p - l là:

$i_{pl} = -I_l = -1$

Dòng điện này trong các số hạng của các tổng dẫn ban đầu và các điện áp qua các nhánh là:

$$i_{pq} = i_{pl} = y_{pq,pl}.v_{pl} + \sum \vec{y}_{pq,rs}.\vec{v}_{rs} = -1$$

Với: $y_{pq,pq}$: Là tổng dẫn riêng của nhánh p - q

$y_{pq,rs}$: Là tổng dẫn tương hỗ của nhánh p - q với nhánh r - s

Tương tự, vì:

$\vec{y}_{pl,rs} = \vec{y}_{pq,rs}$ và $y_{pl,pl} = y_{pq,pq}$

Nên: $$v_{pl} = -\frac{1 + \sum \vec{y}_{pl,rs}.\vec{v}_{rs}}{y_{pl,pl}} \qquad (5.19)$$

Thế lần lượt phương trình (5.19), (5.6) và (5.18) vào phương trình (5.15) với $I_l = 1$ ta có:

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + \frac{1 + \sum \vec{y}_{pq,rs}(\vec{Z}_{rl} - \vec{Z}_{sl})}{y_{pq,pq}} \qquad (5.20)$$

Nếu nhánh thêm vào không hỗ cảm với các nhánh khác của mạng riêng, thì các phần tử $y_{pq,rs} = 0$

Và: $Z_{pq,pq} = \dfrac{1}{y_{pq,pq}}$

Từ phương trình (5.17) ta suy ra:

$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$, $i = 1, 2, ...m$ $i \neq l$

Và từ phương trình (5.20):

$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + Z_{pq,pq}$

Hơn nữa, nếu sự thêm vào đó mà không hỗ cảm và p là nút qui chiếu thì:

$Z_{pi} = 0$, $i = 1, 2, ...m$ $i \neq l$

Và: $Z_{li} = -Z_{qi}$, $i = 1, 2, ...m$ $i \neq l$

Và tương tự:: $Z_{pl} = 0$

Vì vậy: $Z_{ll} = - Z_{ql} + Z_{pq,pq}$

Các phần tử trong hàng và cột thứ l của ma trận tổng trở nút với mạng riêng thêm vào được tìm thấy từ các phương trình (5.17) và (5.20). Việc còn lại của tính toán đòi hỏi ma trận tổng trở nút bao hàm ảnh hưởng của nhánh bù cây thêm vào. Điều này có thể hoàn thành bằng cách biến đổi các phần tử $Z_{ij,}$ trong đó i, j = 1, 2, ...m, và loại trừ hàng và cột l tương ứng với nút giả.

Nút giả được loại trừ bằng cách ngắn mạch nguồn suất điện động mạch nối tiếp e_l. Từ phương trình (5.13) ta có:

$$\vec{E}_{Nuït} = Z_{Nuït}\vec{I}_{Nuït} + \vec{Z}_{il}.I_l \qquad (5.21)$$

Và: $$e_l = \vec{Z}_{lj}.\vec{I}_{Nuït} + Z_{ll}.I_l = 0 \qquad i, j = 1, 2, ...m \qquad (5.22)$$

Giải I_l từ phương trình (5.22) và thế vào (5.21):

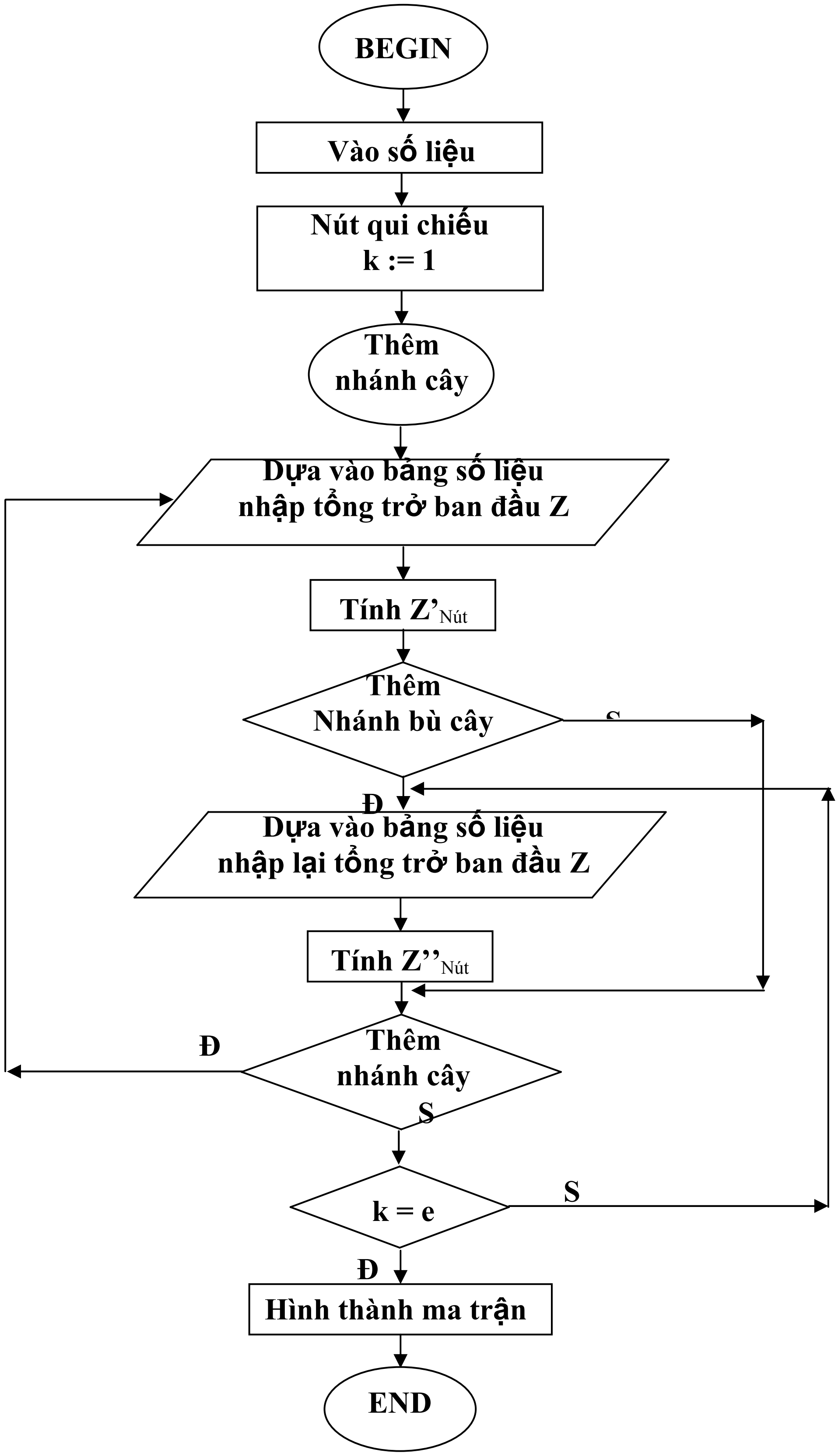
$$\vec{E}_{Nuït} = (Z_{Nuït} - \frac{\vec{Z}_{il}.\vec{Z}_{lj}}{Z_{ll}}).\vec{I}_{Nuït}$$

Đây là phương trình biểu diễn của mạng riêng bao hàm nhánh bù cây. Từ đó suy ra yêu cầu của ma trận tổng trở nút là:

$$Z_{Nút}\text{ (được biến đổi)} = Z_{Nút}\text{ (trước lúc loại trừ)} - \frac{\vec{Z}_{il}.\vec{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

Với :   Bất kỳ phần tử của $Z_{Nút}$ (được biến đổi) là:

$$Z_{ij}\text{ (được biến đổi)} = Z_{ij}\text{ (trước lúc loại trừ)} - \frac{\vec{Z}_{il}.\vec{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$



LƯU ĐỒ THÀNH LẬP MA TRẬN TỔNG TRỞ NÚT