

# Chương II: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

---

1. Các thông số đặc trưng của tín hiệu
2. Tín hiệu xác định thực
3. Tín hiệu xác định phức
4. Phân tích tín hiệu ra các thành phần
5. Phân tích tương quan tín hiệu
6. Phân tích phổ tín hiệu
7. Truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính

# 1. Các thông số đặc trưng của tín hiệu

---

1.1 Tích phân tín hiệu

1.2 Trị trung bình của tín hiệu

1.3 Năng lượng của tín hiệu

1.4 Công suất trung bình của tín hiệu

# 1.1 Tích phân tín hiệu

Cho  $x(t)$  là tín hiệu xác định, tích phân tín hiệu được định nghĩa như sau:

Với  $x(t)$  tồn tại trong khoảng thời gian hữu hạn  $(t_1 - t_2)$ :

$$X = \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt$$

Với  $x(t)$  tồn tại vô hạn  $-\infty, \infty$ :

$$X = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt$$

# 1.2 Trị trung bình của tín hiệu

Với tín hiệu có thời hạn hữu hạn:  $\int_{t_1}^{t_2} x(t) dt$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1}$$

Với tín hiệu có thời hạn vô hạn:

$$\langle x \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt$$

Với tín hiệu tuần hoàn:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

# 1.3 Năng lượng của tín hiệu $E_x$

Với tín hiệu có thời hạn hữu hạn:

$$E_x = \left[ x^2 \right] = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt$$

Với tín hiệu có thời hạn vô hạn:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt$$

Nếu  $0 < E_x < \infty \Rightarrow$  tín hiệu  $x$  là tín hiệu năng lượng

# 1.4 Công suất trung bình của tín hiệu

Với tín hiệu có thời hạn hữu hạn:  $\int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt$

$$P_x = \frac{1}{t_2 - t_1}$$

Với tín hiệu có thời hạn vô hạn:

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt$$

Với tín hiệu tuần hoàn:

$$P_x = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$$

Nếu  $0 < P_x < \infty \Rightarrow$  tín hiệu  $x$  là tín hiệu công suất

# Chương II: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

---

1. Các thông số đặc trưng của tín hiệu
2. Tín hiệu xác định thực
3. Tín hiệu xác định phức
4. Phân tích tín hiệu ra các thành phần
5. Phân tích tương quan tín hiệu
6. Phân tích phổ tín hiệu
7. Truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính

## 2. Tín hiệu xác định thực

---

2.1 Tín hiệu năng lượng

2.2 Tín hiệu công suất

2.3 Tín hiệu phân bố



## 2.1 Tín hiệu năng lượng

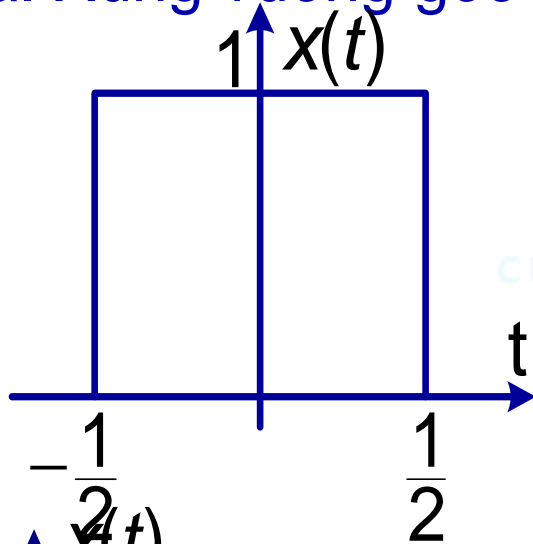
---

**2.1.1 Tín hiệu năng lượng có thời hạn hữu hạn**

**2.1.2 Tín hiệu năng lượng có thời hạn vô hạn**

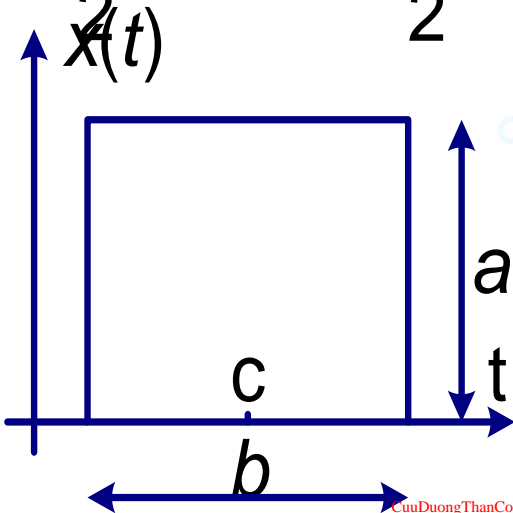
## 2.1 Tín hiệu năng lượng có thời hạn hữu hạn

a. Xung vuông góc  $\Pi$   $t$



$$x(t) = \Pi_t = \begin{cases} 0 & |t| > 1/2 \\ 1 & |t| < 1/2 \end{cases}$$

$$x = \int_{-1/2}^{1/2} dt = 1 \quad E_x = \int_{-1/2}^{1/2} dt = 1$$



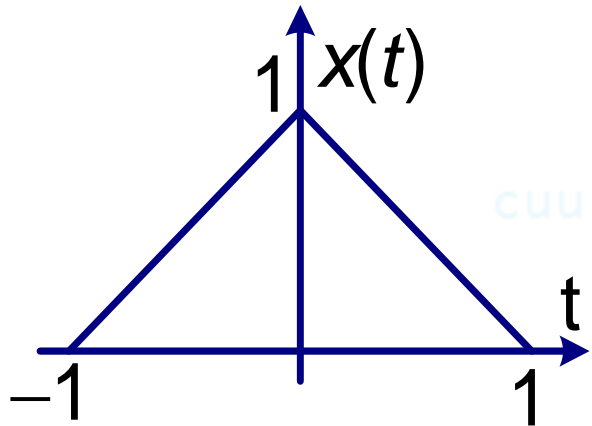
$$x(t) = a \Pi \left( \frac{t - c}{b} \right)$$

$$x = ab$$

$$Ex = a^2 b$$

## 2.1 Tín hiệu năng lượng có thời hạn hữu hạn (tt)

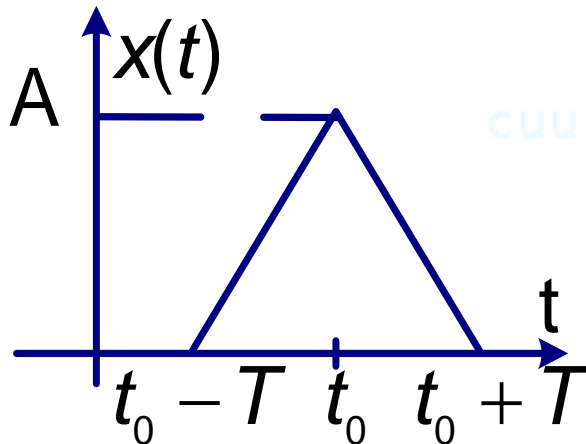
b. Xung tam giác  $\Lambda_t$



$$x(t) = \Lambda_t = \begin{cases} 1 - |t| & |t| < 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$$

$$x = \int_{-1}^0 (1 + t) dt + \int_0^1 (1 - t) dt = 1$$

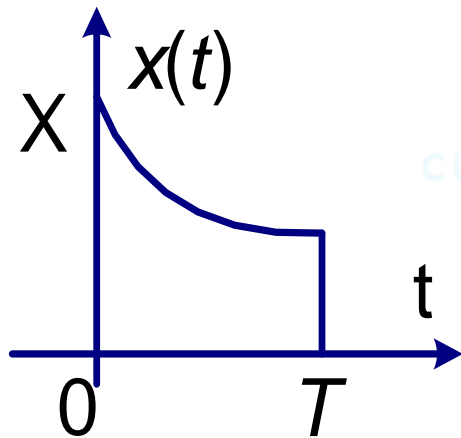
$$E_x = \int_{-1}^0 (1 + t)^2 dt + \int_0^1 (1 - t)^2 dt = 2/3$$



$$x(t) = A \Lambda \left( \frac{t - t_0}{T} \right)$$

## 2.1 Tín hiệu năng lượng có thời hạn hữu hạn (tt)

### c. Xung hàm mũ



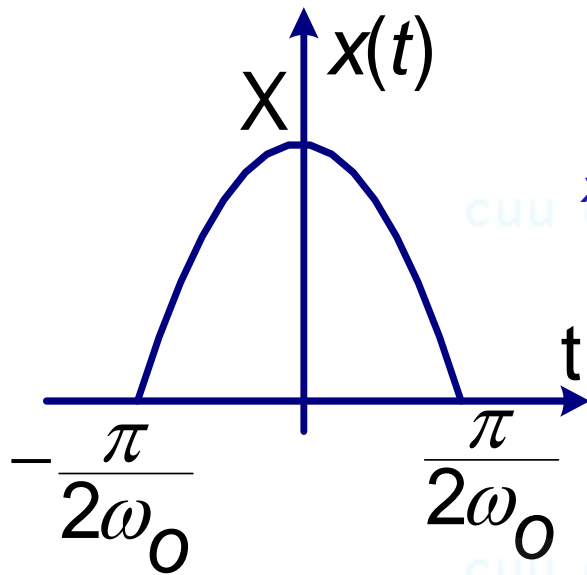
$$x(t) = X e^{-\alpha t} \Pi \left( \frac{t - \frac{T}{2}}{T} \right) \quad \alpha > 0$$

$$x = \int_0^T X e^{-\alpha t} dt = \frac{X}{\alpha} (1 - e^{-\alpha T})$$

$$E_x = \int_0^T X^2 e^{-2\alpha t} dt = \frac{X^2}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha T})$$

## 2.1 Tín hiệu năng lượng có thời hạn hữu hạn (tt)

### d. Xung cosin



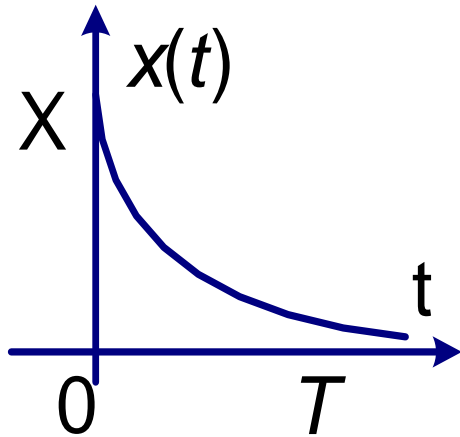
$$x(t) = X \cos \omega_0 t \Pi \left( \frac{t}{\frac{\pi}{\omega_0}} \right)$$

$$x = \int_{-\frac{\pi}{2\omega_0}}^{\frac{\pi}{2\omega_0}} X \cos \omega_0 t dt = \frac{2X}{\omega_0}$$

$$E_x = \frac{\pi X^2}{2\omega_0}$$

## 2.2 Tín hiệu năng lượng có thời hạn vô hạn

### a. Hàm mũ suy giảm



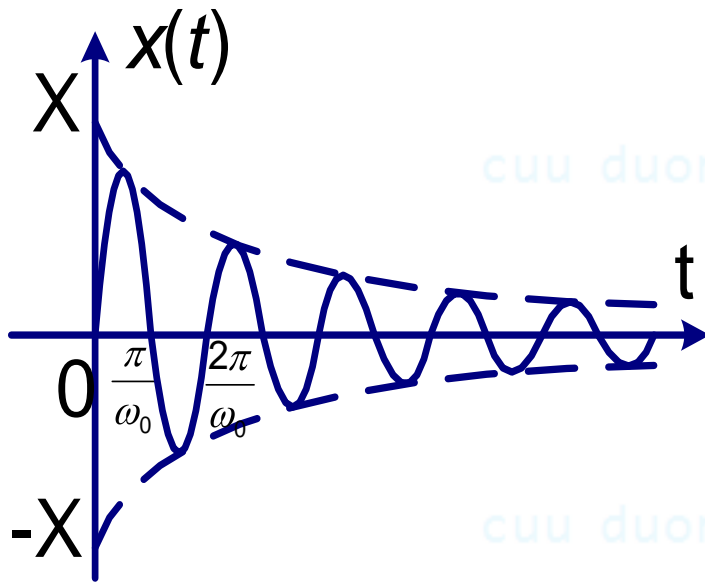
$$x(t) = \begin{cases} X e^{-\alpha t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \alpha > 0$$

$$x = \int_0^{\infty} X e^{-\alpha t} dt = \frac{X}{\alpha}$$

$$E_x = \int_0^{\infty} X^2 e^{-2\alpha t} dt = \frac{X^2}{2\alpha}$$

## 2.2 Tín hiệu năng lượng có thời hạn vô hạn (tt)

b. Tín hiệu sin suy giảm theo hàm mũ

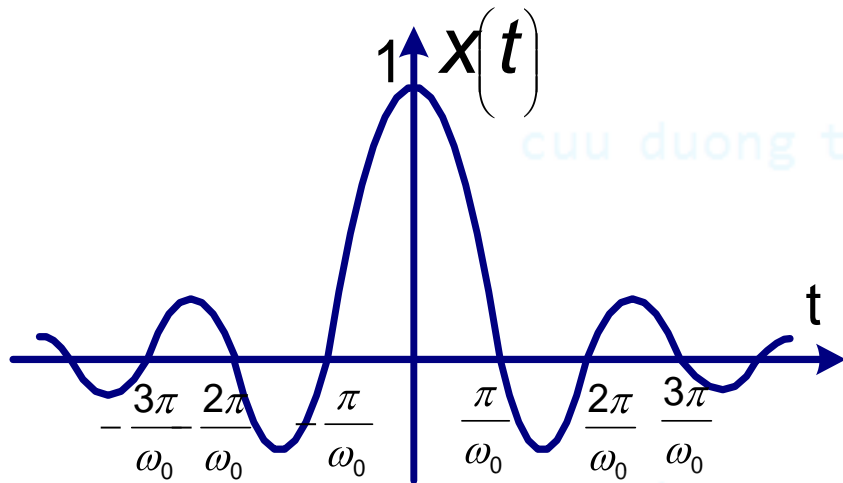


$$x(t) = \begin{cases} X e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$x = X \frac{\omega_0}{\alpha^2 + \omega_0^2} \quad E_x = \frac{X^2 \omega_0^2}{4 \alpha^2 (\alpha^2 + \omega_0^2)}$$

## 2.2 Tín hiệu năng lượng có thời hạn vô hạn (tt)

### c. Tín hiệu Sa



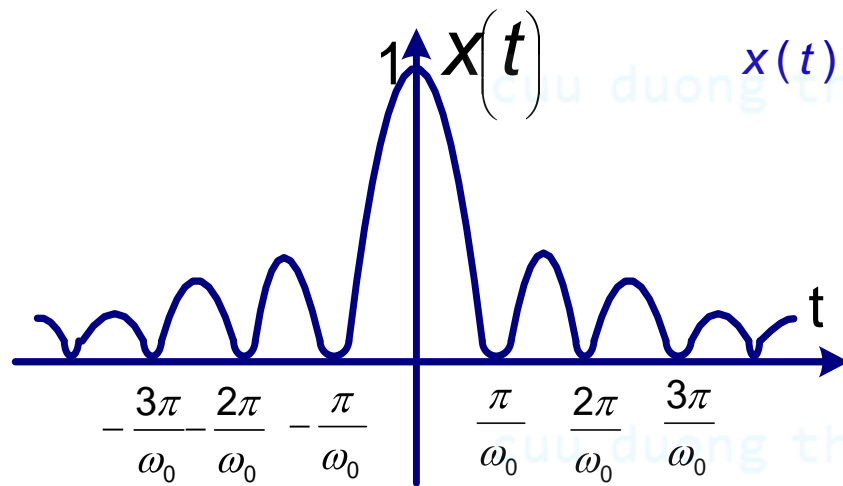
$$x(t) = \text{Sa}^{\omega_0 t} = \begin{cases} \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0 t} & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{\omega_0} \quad E_x = \frac{\pi}{\omega_0}$$



## 2.2 Tín hiệu năng lượng có thời hạn vô hạn (tt)

d. Tín hiệu  $\text{Sa}^2 \omega_0 t$



$$x(t) = \text{Sa}^2 \omega_0 t = \begin{cases} \frac{\sin^2 \omega_0 t}{\omega_0 t^2} & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{\omega_0} \quad E_x = \frac{2\pi}{3\omega_0}$$

## 2.2 Tín hiệu công suất

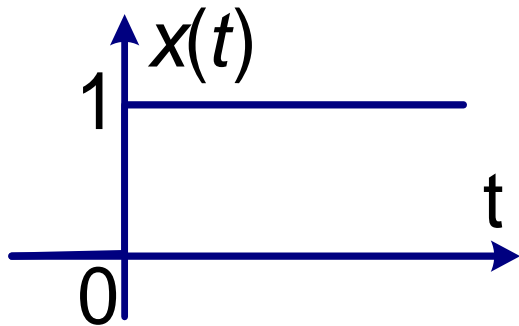
---

### 2.2.1 Tín hiệu CS không tuần hoàn

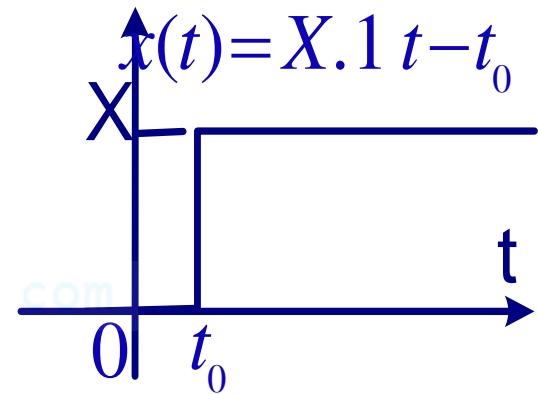
### 2.2.2 Tín hiệu tuần hoàn

## 2.3 Tín hiệu công suất không tuần hoàn

a. Bước nhảy đơn vị  $1(t)$

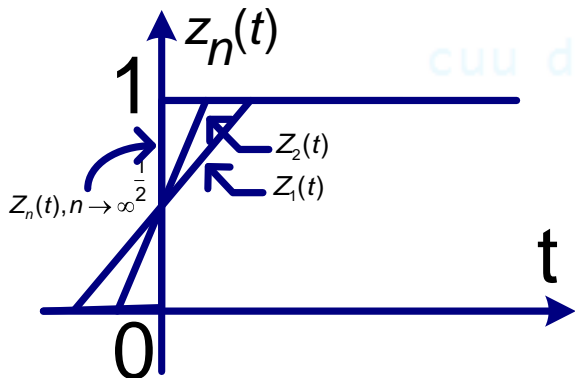


$$x(t) = 1(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 1/2 & t = 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



$$\langle x \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^T dt = \frac{1}{2}$$

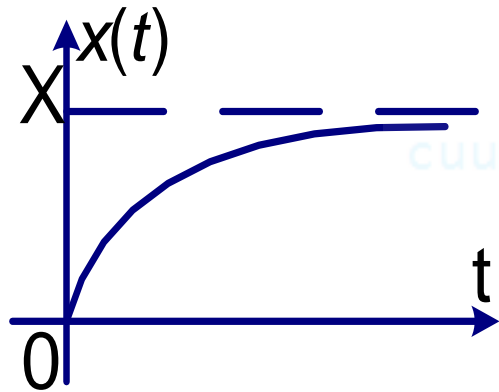
$$P_x = \frac{1}{2}$$



$$z_n(t) = \begin{cases} 1 & t > \frac{1}{2n} \\ nt + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2n} \leq t \leq \frac{1}{2n} \\ 0 & t < -\frac{1}{2n} \end{cases}$$

## 2.3 Tín hiệu công suất không tuần hoàn (tt)

### b. Hàm mũ tăng dần



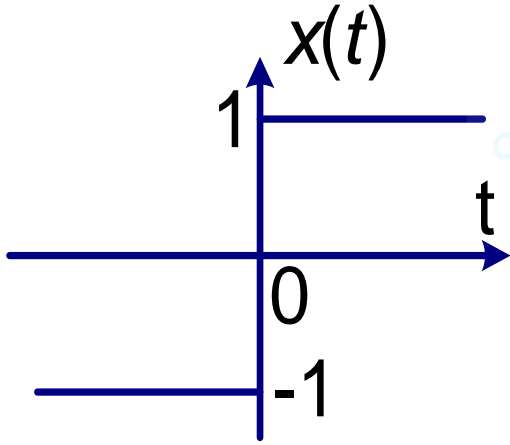
$$x(t) = \begin{cases} X (1 - e^{-\alpha t}) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \alpha > 0$$

$$x(t) = X (1 - e^{-\alpha t}) 1(t)$$

$$\langle x \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T X (1 - e^{-\alpha t}) dt = \frac{X}{2}; \quad P_x = \frac{X^2}{2}$$

## 2.3 Tín hiệu công suất không tuần hoàn (tt)

### b. Tín hiệu Sgn(t)



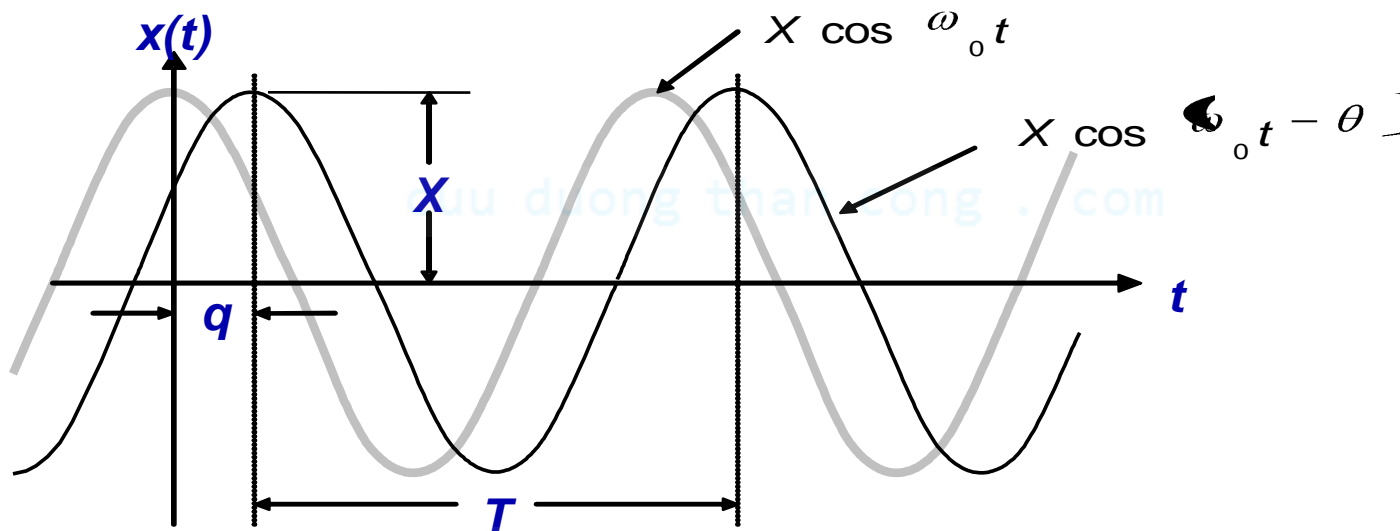
$$x(t) = \text{Sgn}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$

$$\langle x \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left[ \int_{-T}^0 (-1) dt + \int_0^T (1) dt \right] = 0$$

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left[ \int_{-T}^0 (-1)^2 dt + \int_0^T (1)^2 dt \right] = 1$$

## 2.4 Tín hiệu tuần hoàn

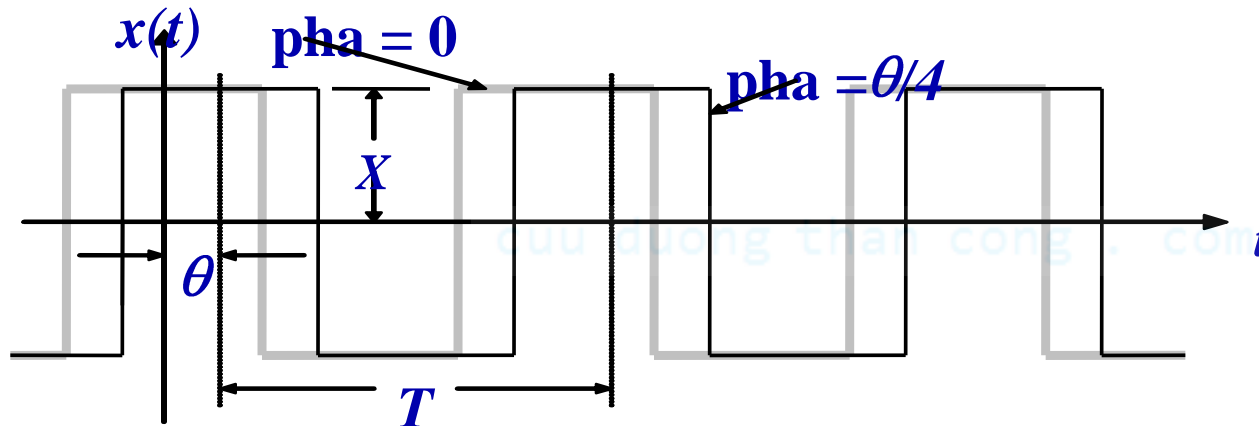
### a. Tín hiệu điều hòa



$$\langle x \rangle = 0 \quad P_x = \frac{X^2}{2}$$

## 2.4 Tín hiệu tuần hoàn (tt)

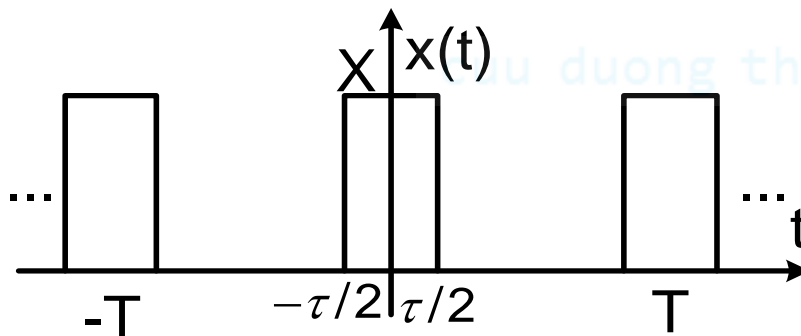
### b. Dãy xung vuông góc lưỡng cực



$$\langle x \rangle = 0$$

$$P_x = X^2$$

### c. Tín hiệu xung vuông góc đơn cực



$$\langle x \rangle = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} X dt = \frac{X\tau}{T};$$

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} X^2 dt = \frac{X^2\tau}{T};$$

## 2.3 Tín hiệu phân bố

---

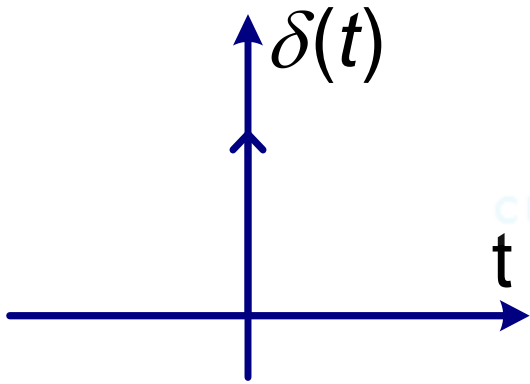
### 2.3.1 Phân bố $\delta(t)$

### 2.3.2 Phân bố lược

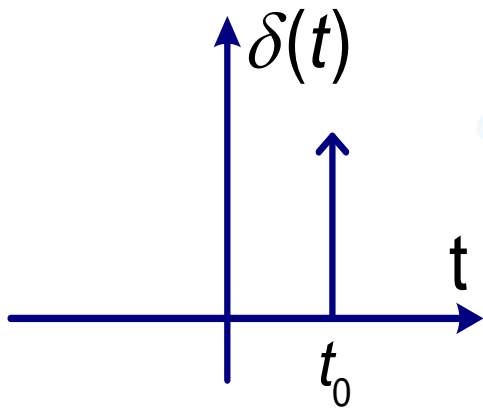


## 2.4 Tín hiệu phân bố

### a. Phân bố $\delta(t)$



$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \quad \text{và} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$



$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t \neq t_0 \\ \infty & t = t_0 \end{cases} \quad \text{và} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$$

## 2.4 Tín hiệu phân bố

- Tính chất

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} a \delta(t) dt = a \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = a$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t') dt' = 1(t); \quad \frac{d1(t)}{dt} = \delta(t)$$

$$(3) x(t) \delta(t-t_0) = x(t_0) \delta(t-t_0)$$

$$x(t) \delta(t-t_0) = x(t_0) \delta(t-t_0)$$

$$(4) \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t) dt = x(0); \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t-t_0) dt = x(t_0)$$

## 2.4 Tín hiệu phân bố

$$(4) \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t) dt = x(0); \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$$

$$(5) \quad \delta\left(\frac{t}{t_0}\right) = |t_0| \delta(t)$$

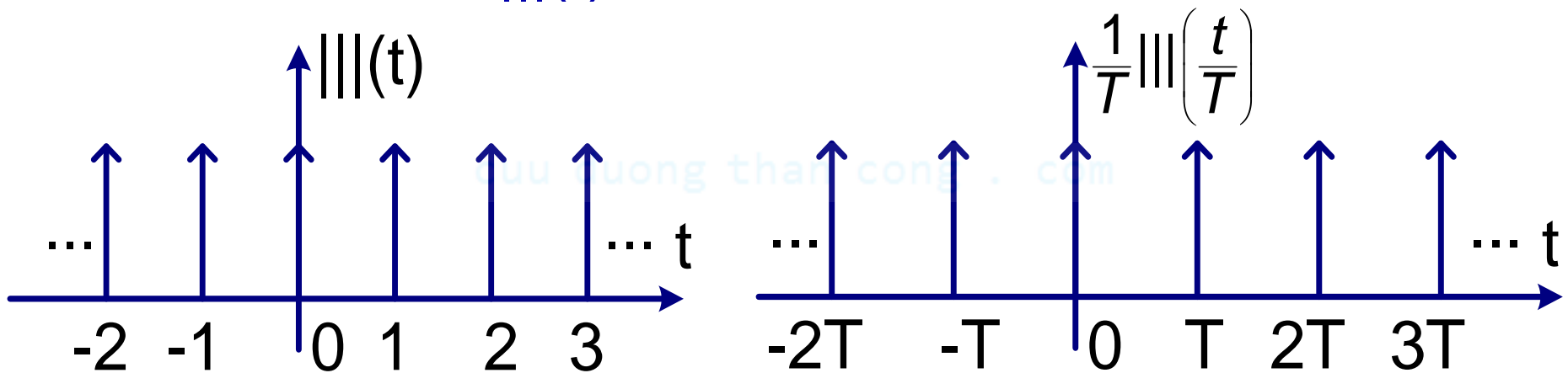
$$(6) \quad \delta(-t) = \delta(t)$$

$$(7) \quad x(t) * \delta(t) = x(t)$$

$$x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$$

## 2.4 Tín hiệu phân bố

### b. Phân bố lược $|||(t)$



$$|||_t = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta_{t-n}$$

$$\frac{1}{T} |||\left(\frac{t}{T}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta_{t-nT}$$

## 2.4 Tín hiệu phân bố

- Tính chất

(1) Tính chất rời rạc

$$x(t) \cdot \frac{1}{T} \text{III} \left( \frac{t}{T} \right) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT)$$

(2) Tính chất lặp tuần hoàn

$$x(t) * \frac{1}{T} \text{III} \left( \frac{t}{T} \right) = x(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t - nT)$$

# Chương II: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

---

1. Các thông số đặc trưng của tín hiệu
2. Tín hiệu xác định thực
3. Tín hiệu xác định phức
4. Phân tích tín hiệu ra các thành phần
5. Phân tích tương quan tín hiệu
6. Phân tích phổ tín hiệu
7. Truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính

### 3. Tín hiệu xác định phức

$$x(t) = \operatorname{Re} x(t) + j \operatorname{Im} x(t)$$

Năng lượng của tín hiệu phức:  $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$

$$\int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

Công suất trung bình:  $P_x = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt$$

$$P_x = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt$$

# Chương II: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

---

1. Các thông số đặc trưng của tín hiệu
2. Tín hiệu xác định thực
3. Tín hiệu xác định phức
4. **Phân tích tín hiệu ra các thành phần**
5. Phân tích tương quan tín hiệu
6. Phân tích phổ tín hiệu
7. Truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính



# 4. Phân tích tín hiệu ra các thành phần

---

4.1 Thành phần thực, ảo

4.2 Thành phần chẵn và lẻ

4.3 Thành phần xoay chiều và một chiều

## 4.1 Thành phần thực, ảo

$$\begin{aligned}x(t) &= \operatorname{Re} x(t) + j \operatorname{Im} x(t); & \operatorname{Re} x(t) &= \frac{1}{2}[x(t) + x^*(t)] \\x^*(t) &= \operatorname{Re} x(t) - j \operatorname{Im} x(t); & \operatorname{Im} x(t) &= \frac{1}{2j}[x(t) - x^*(t)]\end{aligned}$$

$$x = \operatorname{Re} x(t) + j \operatorname{Im} x(t);$$

$$\langle x \rangle = \langle \operatorname{Re} x(t) \rangle + j \langle \operatorname{Im} x(t) \rangle;$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = E_{\operatorname{Re} x} + E_{\operatorname{Im} x}$$

$$P_x = P_{\operatorname{Re} x} + P_{\operatorname{Im} x}$$

# 4.1 Thành phần chẵn, lẻ

$$x(t) = x_{ch}(t) + x_l(t); \quad x_{ch}(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

$$x_{ch}(-t) = x_{ch}(t)$$

$$x_l(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

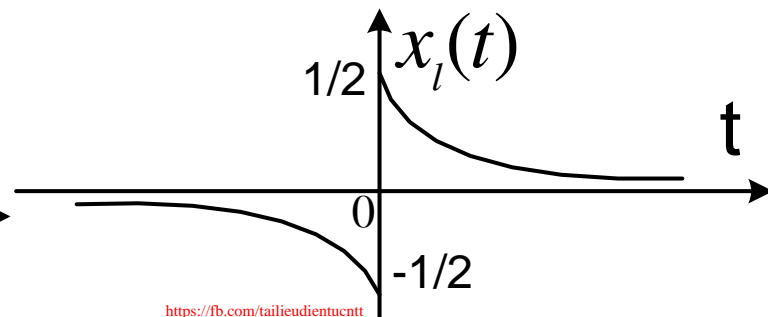
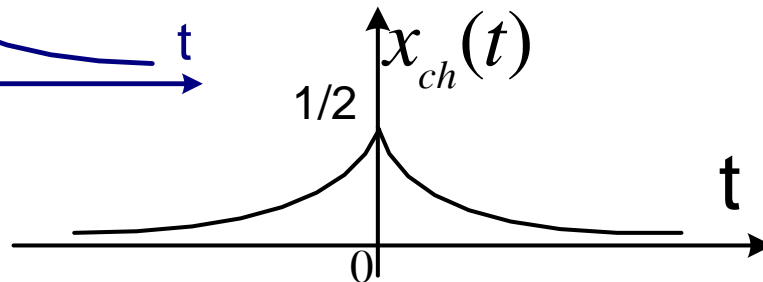
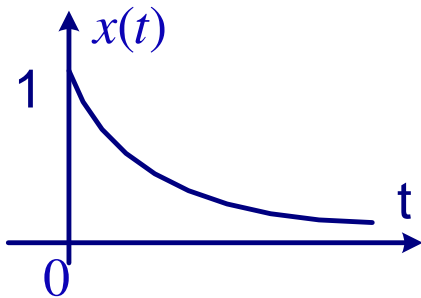
$$x_l(-t) = -x_l(t)$$

$$x_l = 0 \quad \langle x_l \rangle = 0$$

Ví dụ: Thành phần chẵn và lẻ của  $x(t) = e^{-\alpha t}1(t)$

$$E_x = E_{xch} + E_{xl}$$

$$P_x = P_{xch} + P_{xl}$$



# 4.1 Thành phần một chiều, xoay chiều

$$x(t) = \bar{x} + \tilde{x}(t); \quad \text{Trong đó:}$$

$$\tilde{x} = 0 \quad \langle \tilde{x} \rangle = 0$$

$$\bar{x} = \langle x \rangle : \text{thành phần một chiều}$$

$$E_x = E_{\tilde{x}} + E_{\bar{x}} \quad \tilde{x} : \text{thành phần xoay chiều}$$

$$P_x = P_{\tilde{x}} + P_{\bar{x}}$$

Ví dụ: Thành phần một chiều và xoay chiều của TH  $x(t)$  :

