

Sức Bền Vật Liệu

Chương 2:

Thanh Chịu Kéo - Nén Đứng Tâm

Image courtesy of ADEPT Airmotive (Pty) Ltd.

Phone: 0936037397

Email: trangtantrien@hcmute.edu.vn





1

Giới Thiệu

2

Nội Lực Trên Mặt Cắt Ngang

3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

4

Biến Dạng

5

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Nghiêng

6

Đặc Trưng Cơ Học Của Vật Liệu

7

Ứng Suất Cho Phép-Hệ Số An Toàn

8

Tính Thanh Chịu Kéo-Nén Đúng Tâm

9

Tính chuyển vị của hệ thanh

10

Bài Toán Siêu Tĩnh

1

Giới thiệu





1

Giới thiệu



1

Giới thiệu



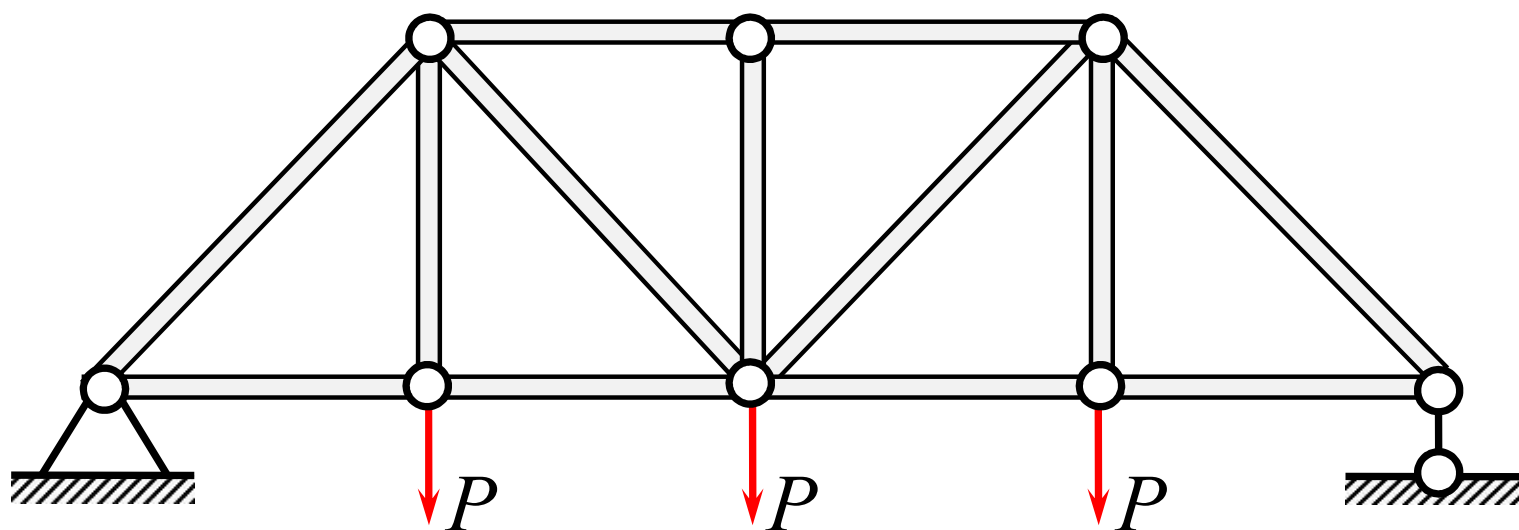
1

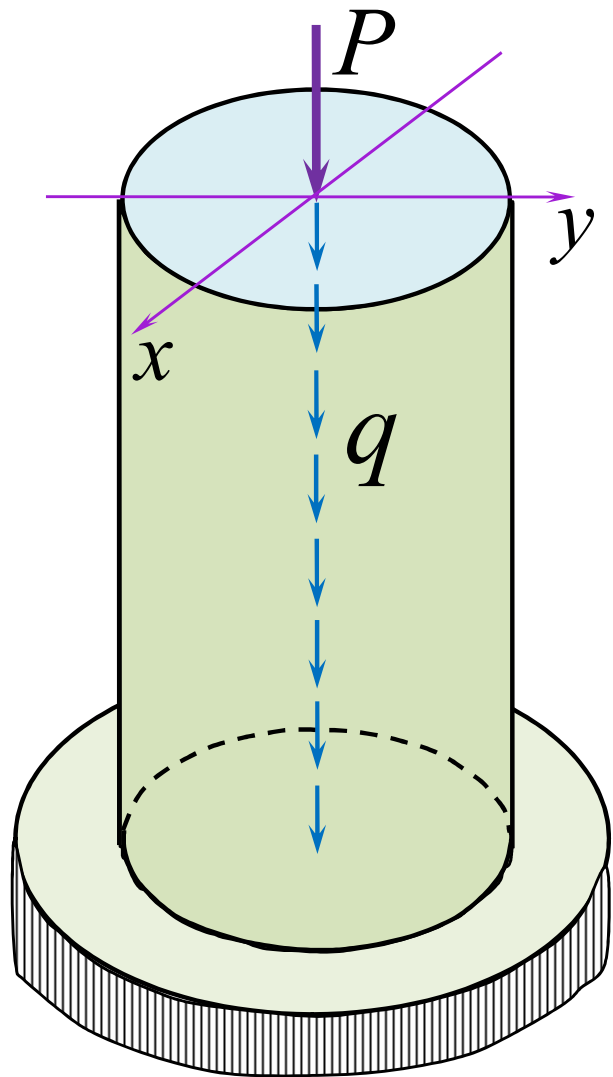
Giới thiệu



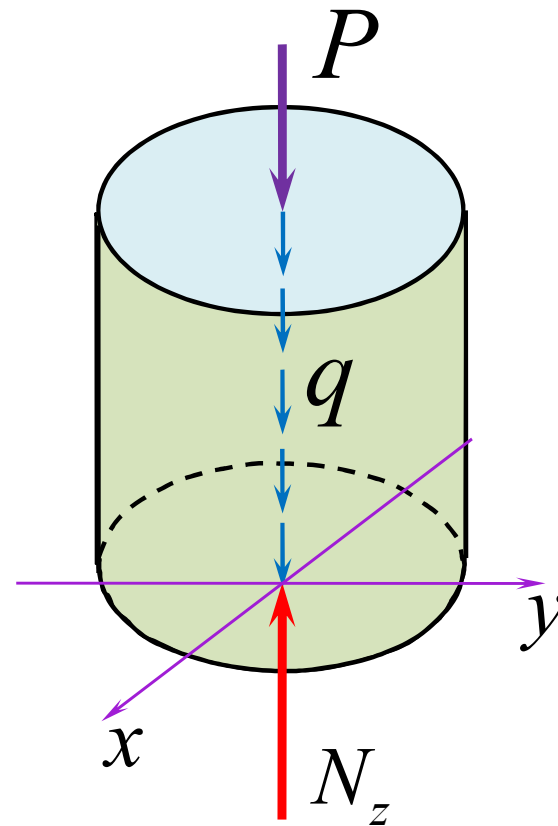
1

Giới thiệu





1.1 Thanh thẳng chỉ chịu tác dụng của lực tập trung hay lực phân bố có phương trùng với trục thanh

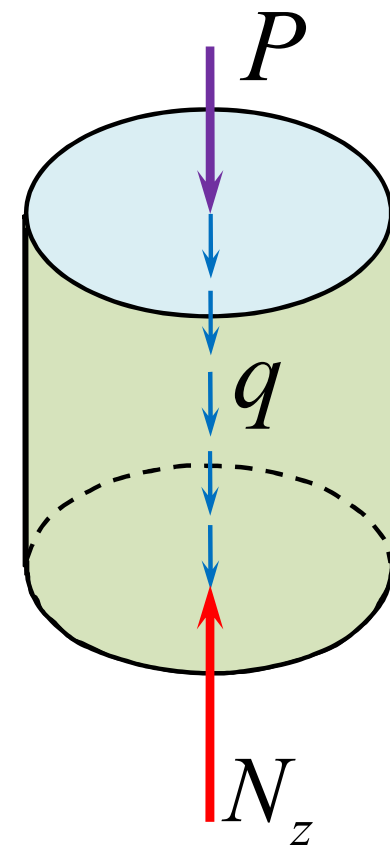


1.2 Một thanh chịu kéo-nén đúng tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ tồn tại duy nhất một thành phần nội lực là lực dọc N_z

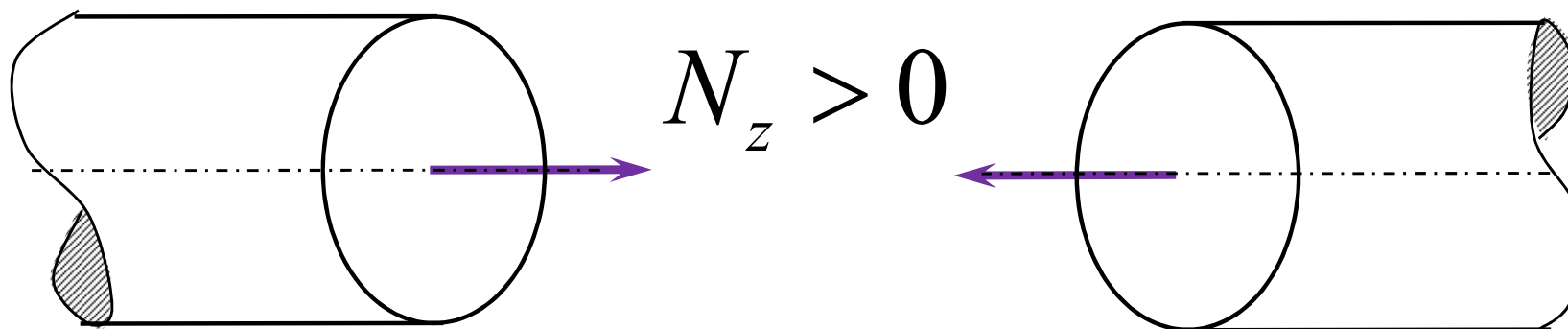
2

Nội Lực Trên Mặt Cắt Ngang

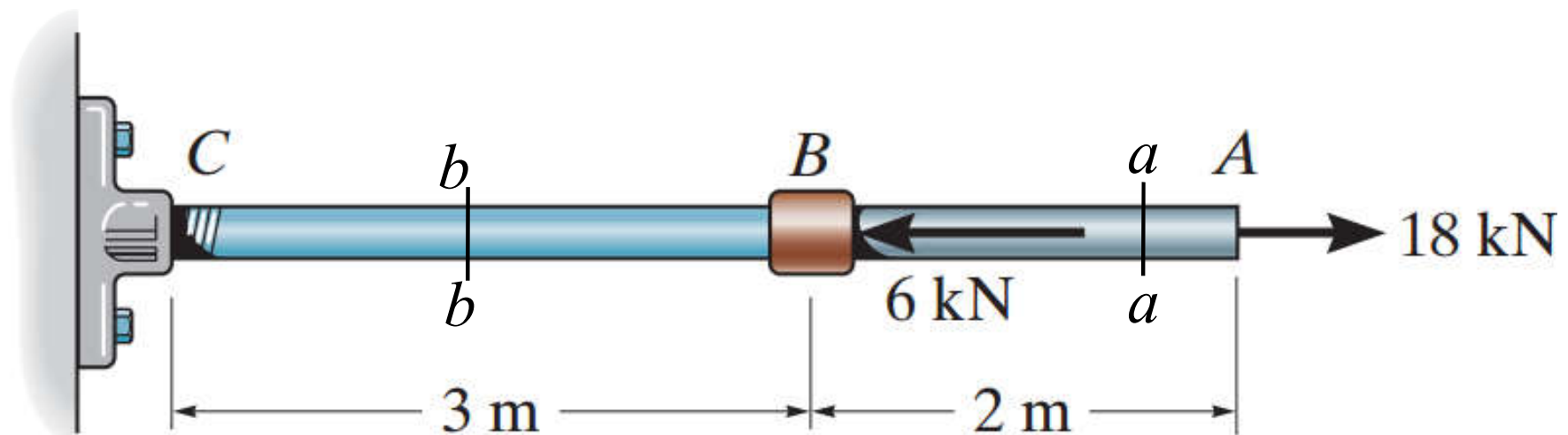
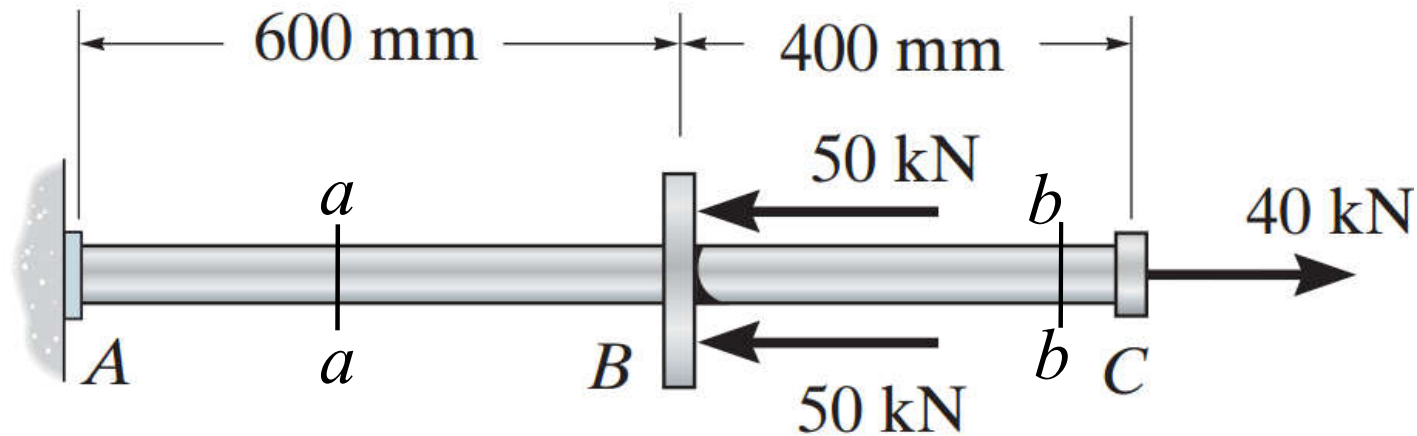
2.1 Tồn tại duy nhất một thành phần nội lực: **lực dọc N_z**



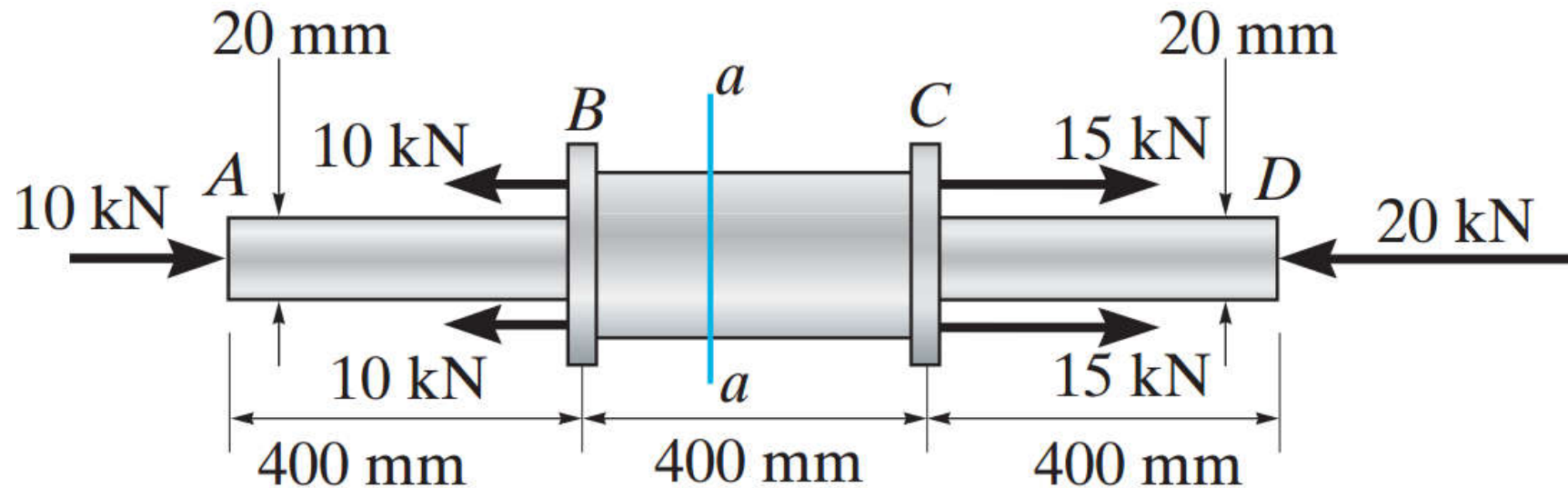
2.2 Quy ước dấu của nội lực: **lực dọc dương khi hướng ra mặt cắt (kéo)**



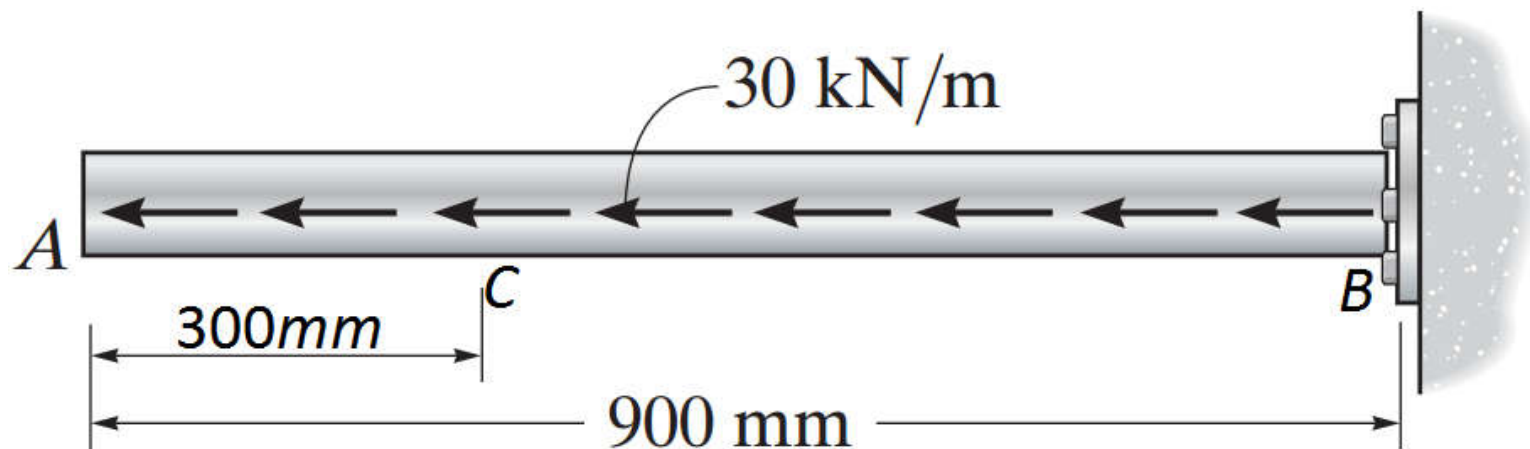
Ví dụ: *Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên các mặt cắt $a-a$ và $b-b$ của trục chịu lực như hình vẽ.*



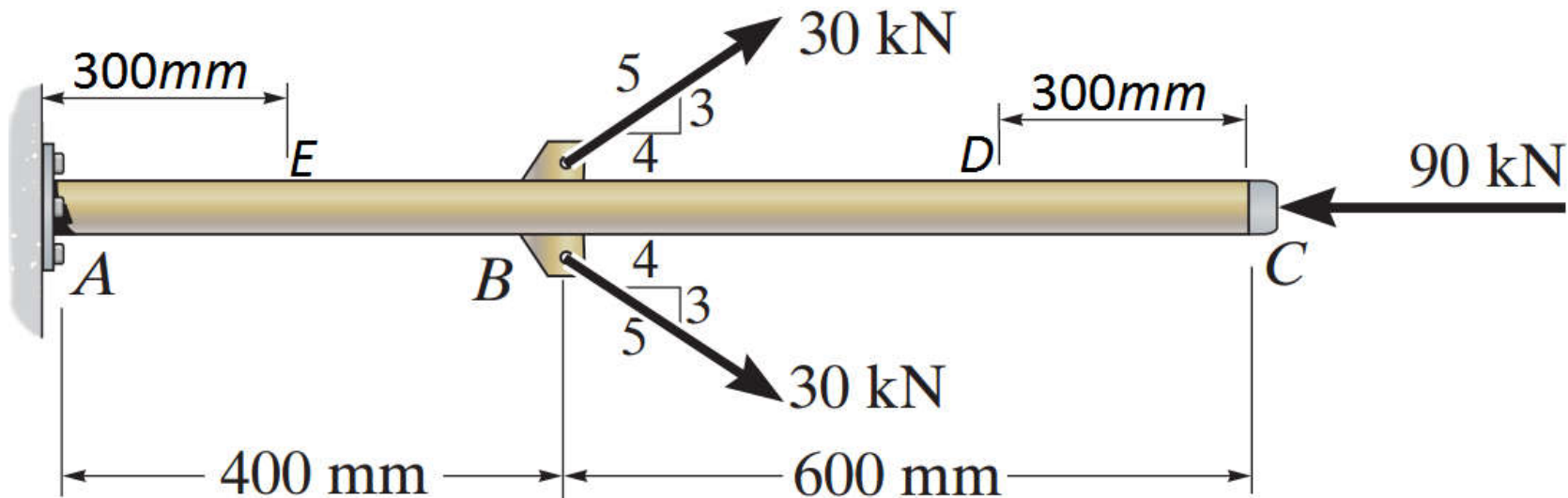
Ví dụ: Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên các mặt cắt $a-a$ của trục chịu lực như hình vẽ.



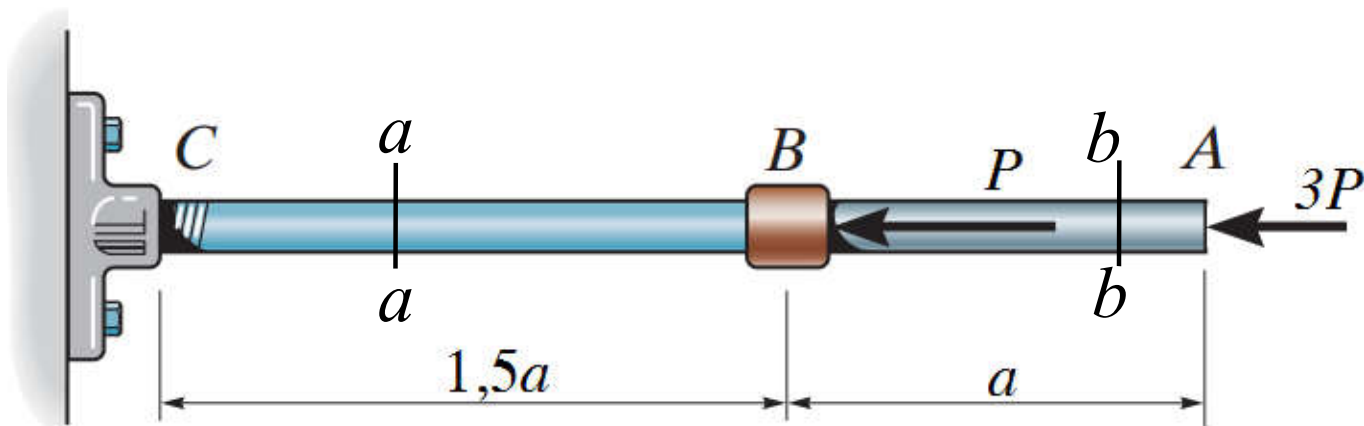
Ví dụ: Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên các mặt cắt ngang qua C của trục chịu lực như hình vẽ.



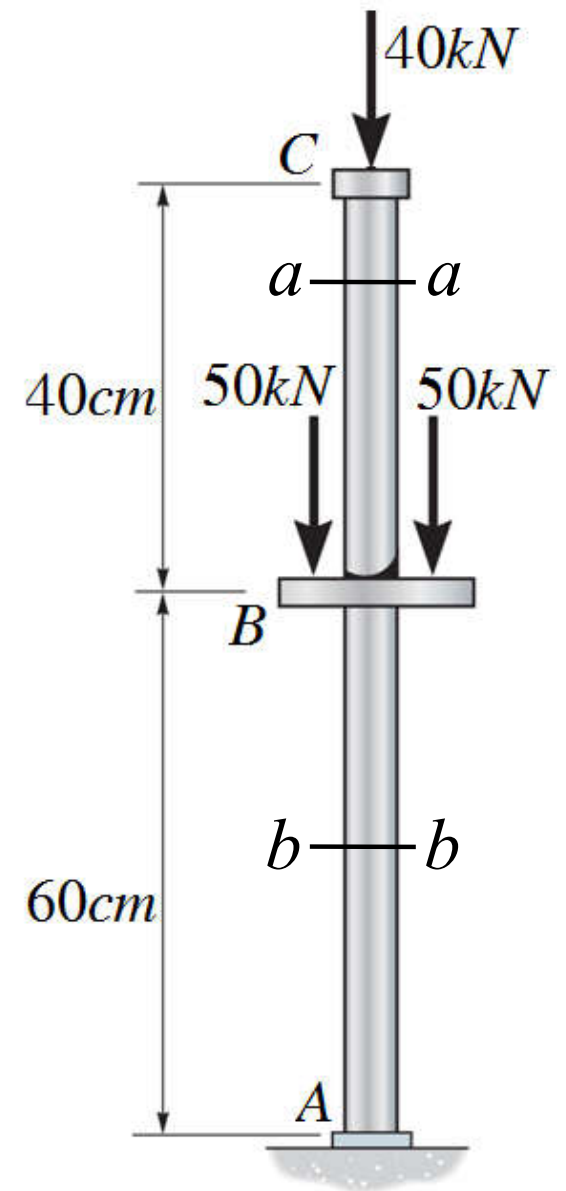
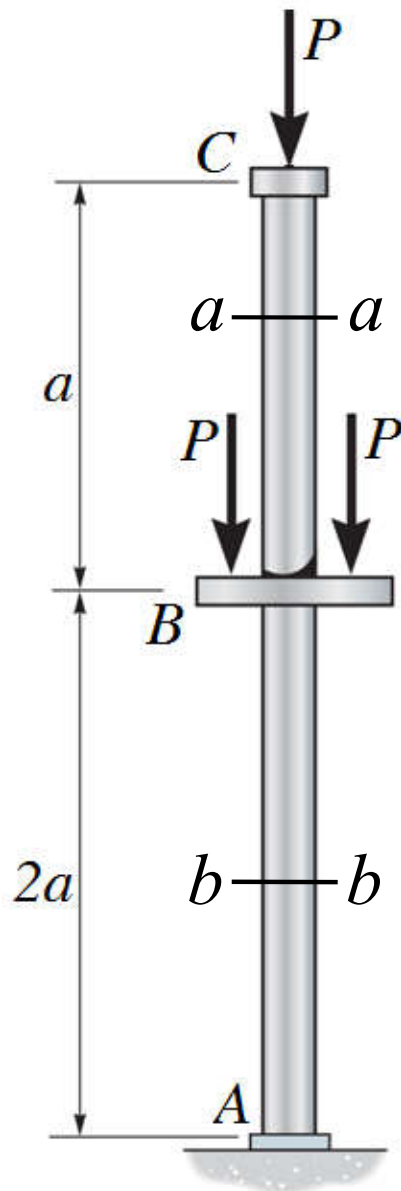
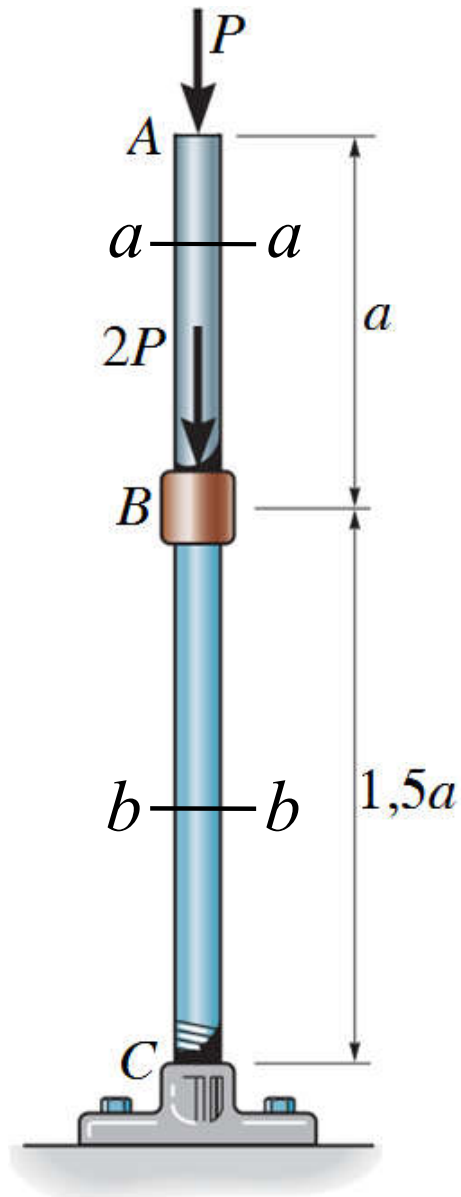
Ví dụ: Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên các mặt cắt ngang qua D và E của trục chịu lực như hình vẽ.



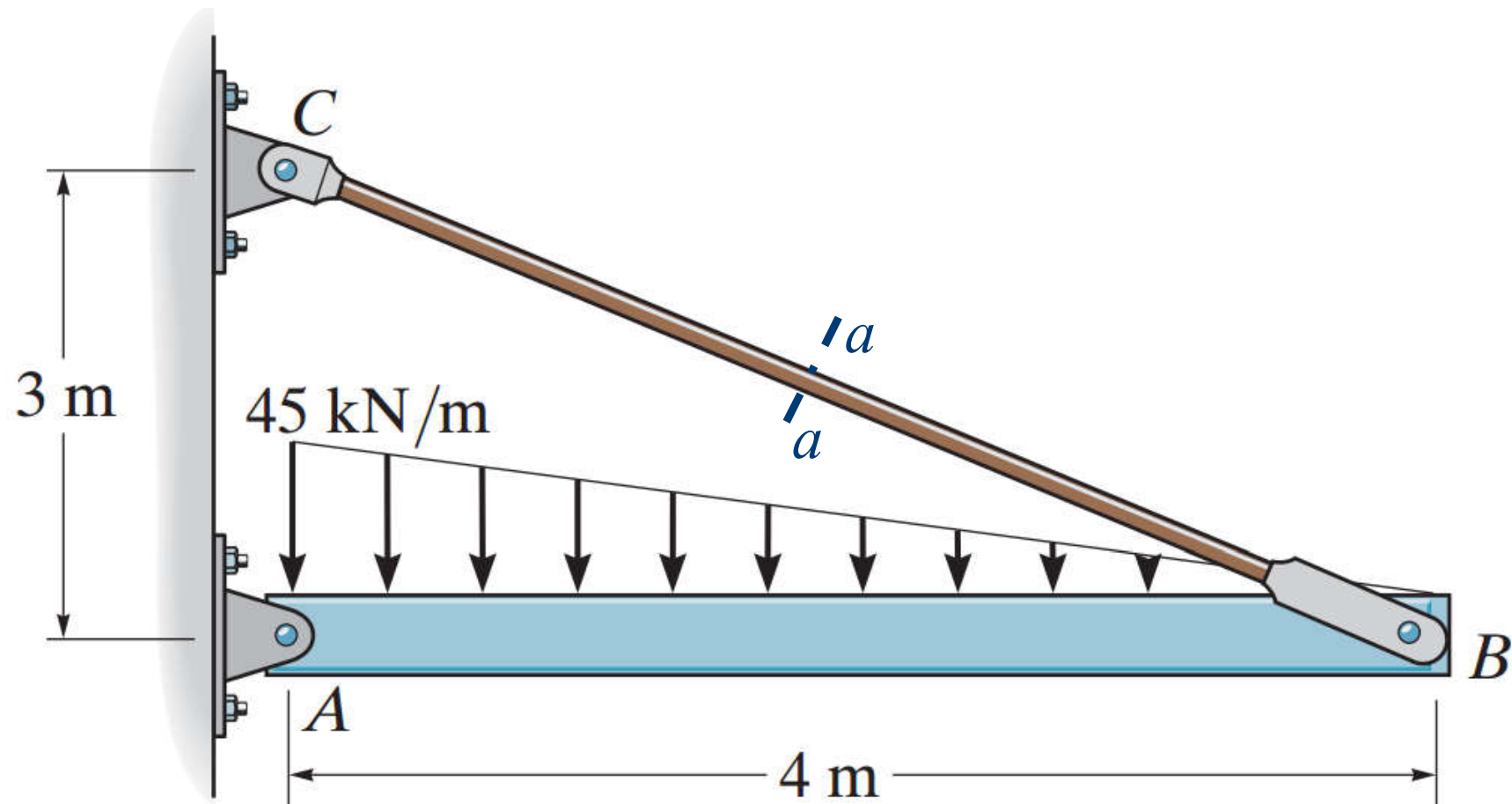
Ví dụ: Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên các mặt cắt $a-a$ và $b-b$ của trục chịu lực như hình vẽ.



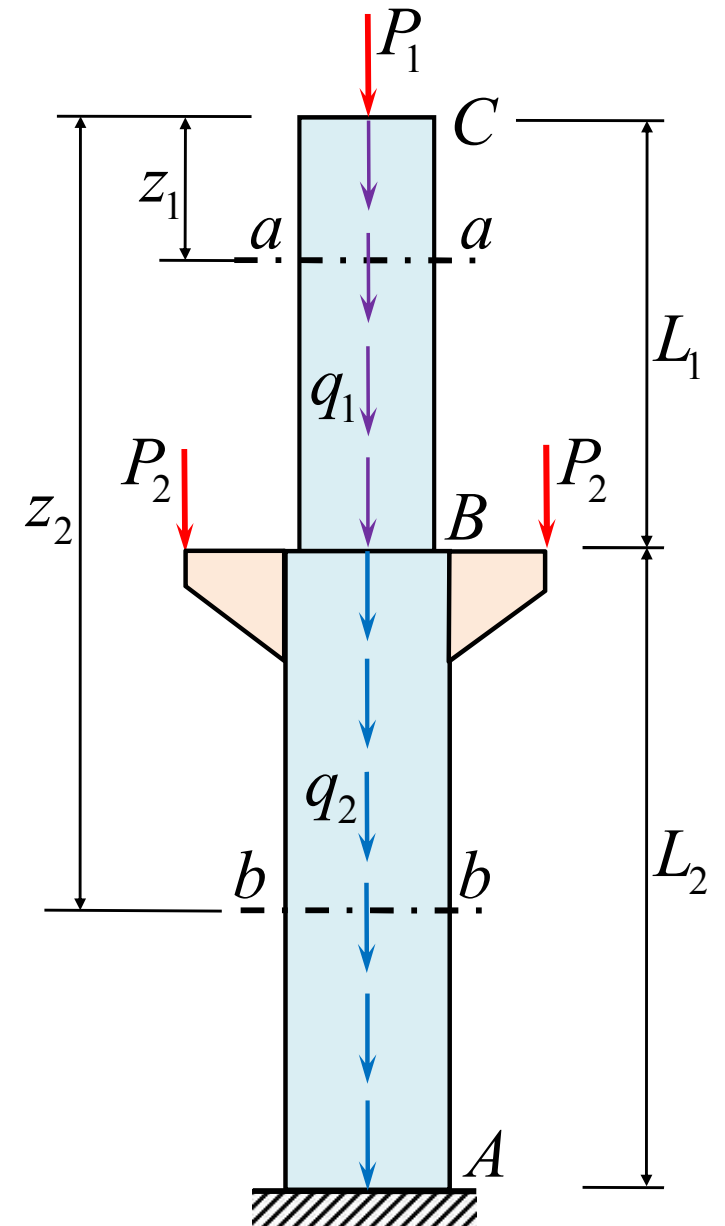
Ví dụ: Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên các mặt cắt $a-a$ và $b-b$ của trục chịu lực như hình vẽ.



Ví dụ: *Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên mặt cắt ngang của thanh BC.*



Ví dụ: *Xác định thành phần lực dọc phát sinh trên các mặt cắt $a-a$ và $b-b$ là hàm của z_1 và z_2 của cột chịu lực như hình vẽ.*



2.3 Biểu đồ nội lực:

+ Xét đoạn BC:

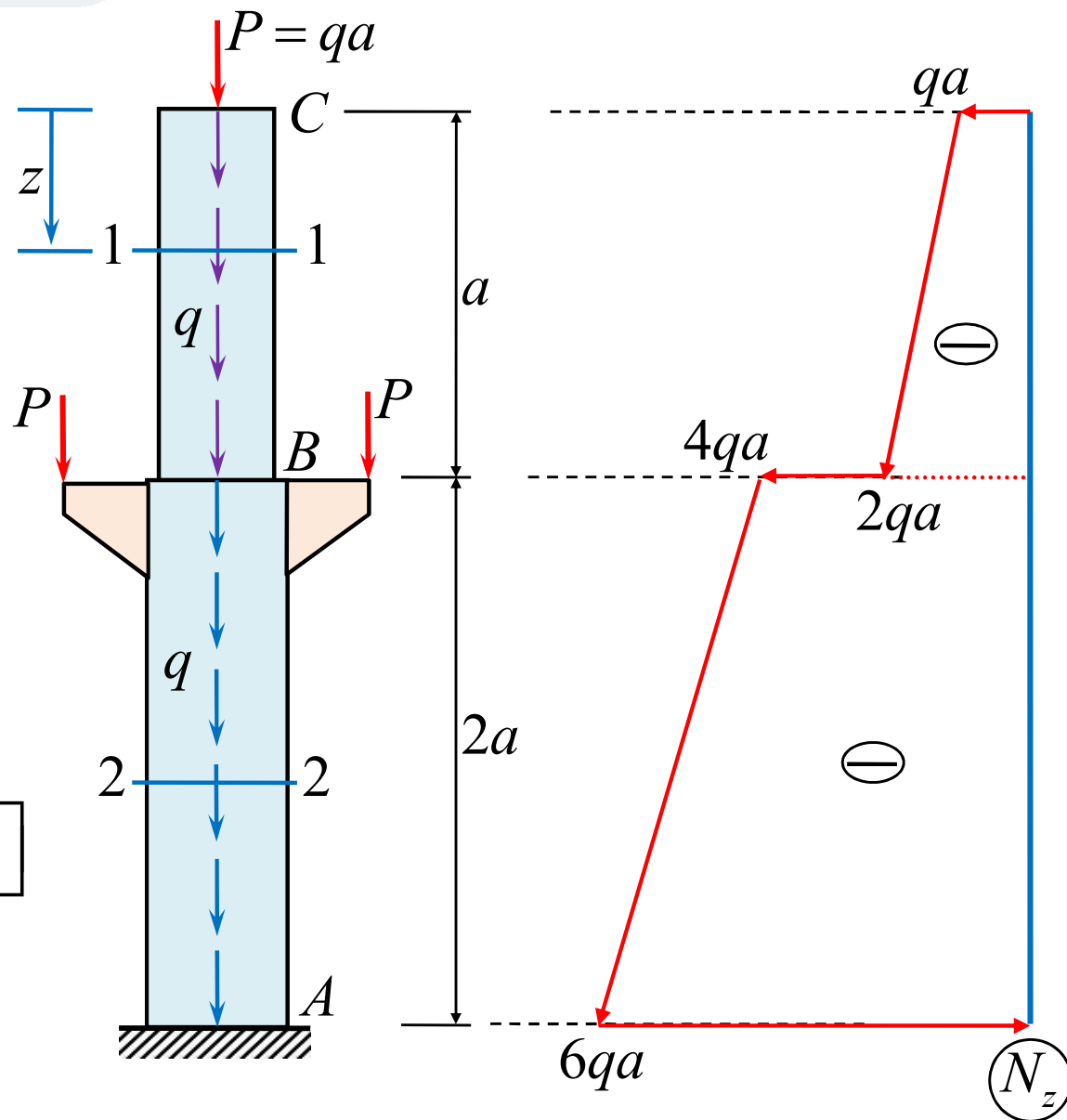
$$N_{z_1} = -(qa + qz_1)$$

$$0 \leq z_1 \leq a$$

+ Xét đoạn AB:

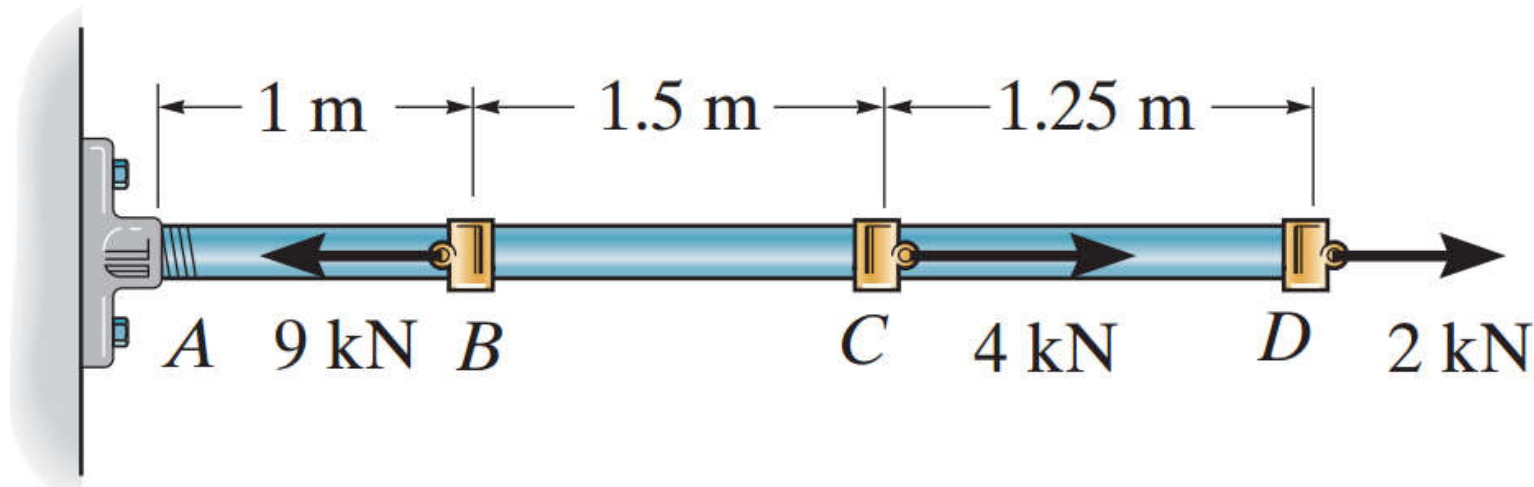
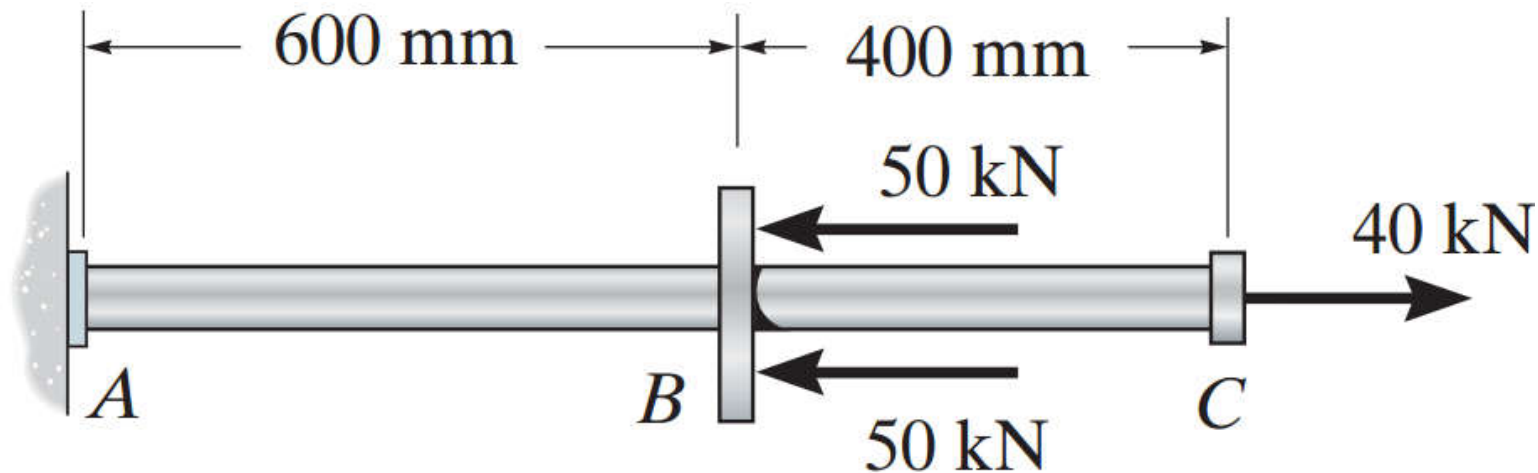
$$N_{z_2} = -[4qa + q(z_2 - a)]$$

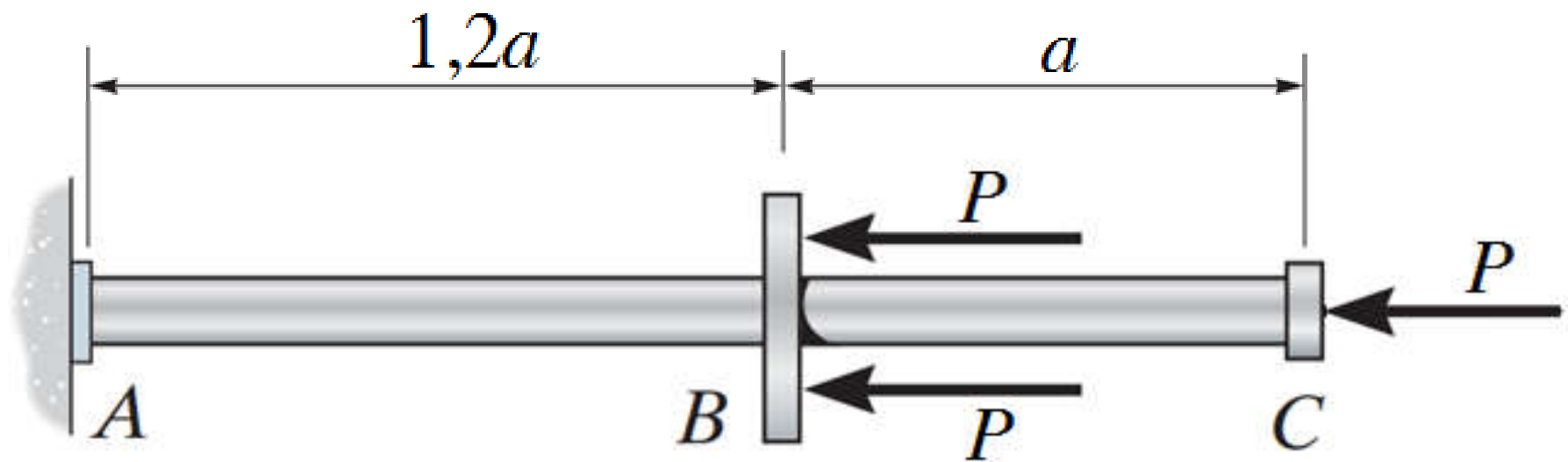
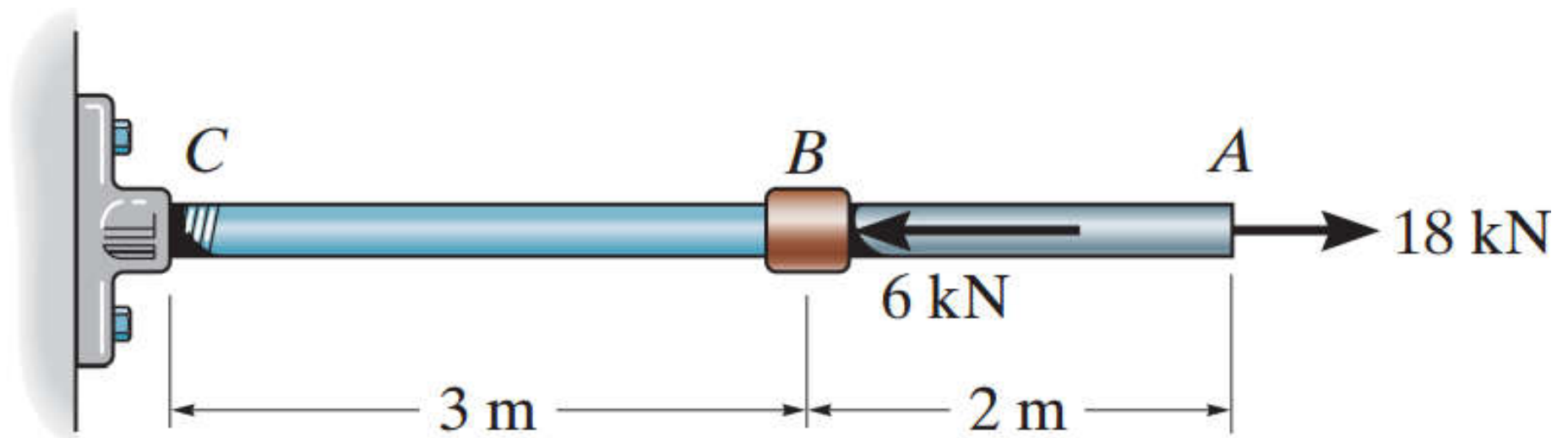
$$a \leq z_2 \leq 3a$$

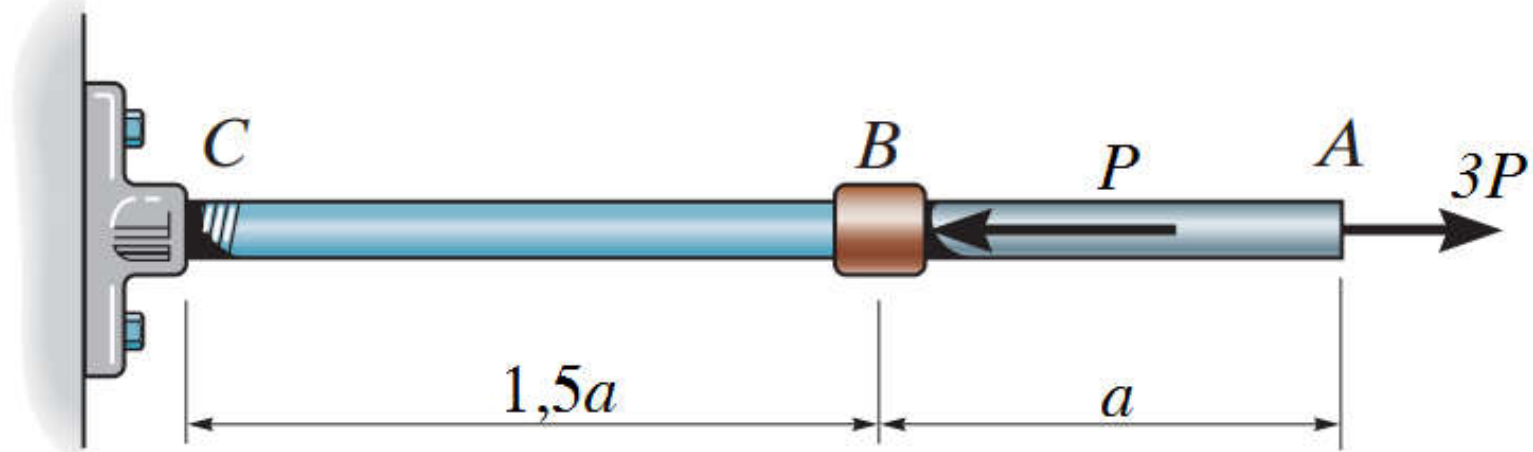
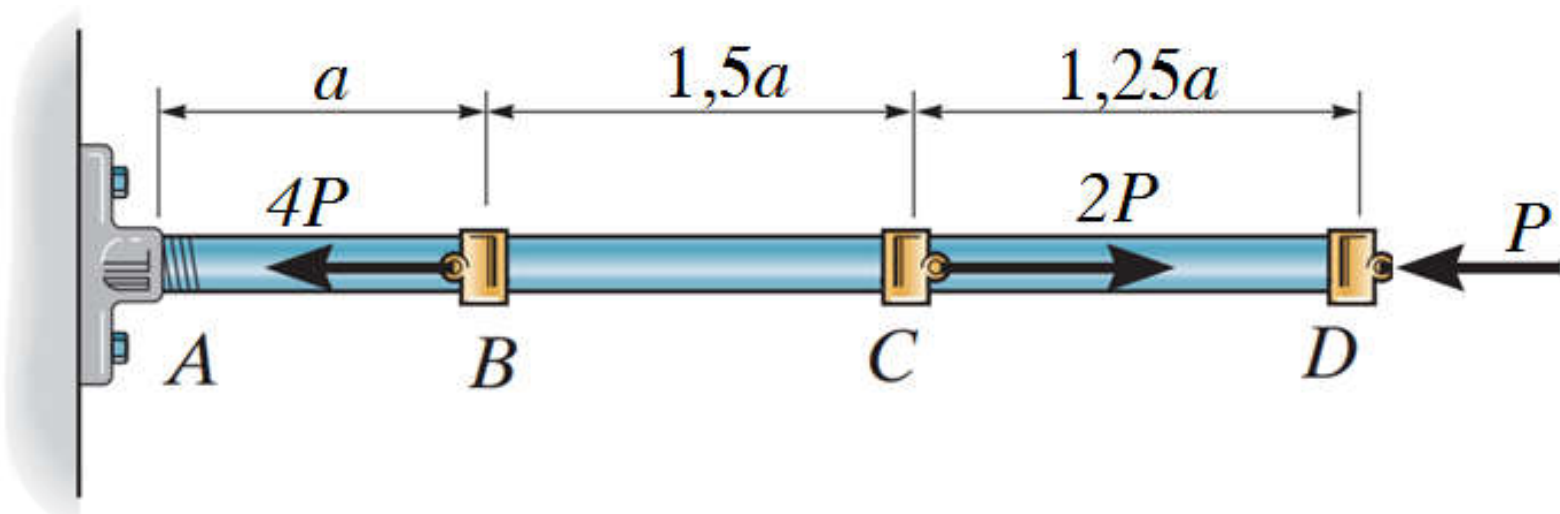
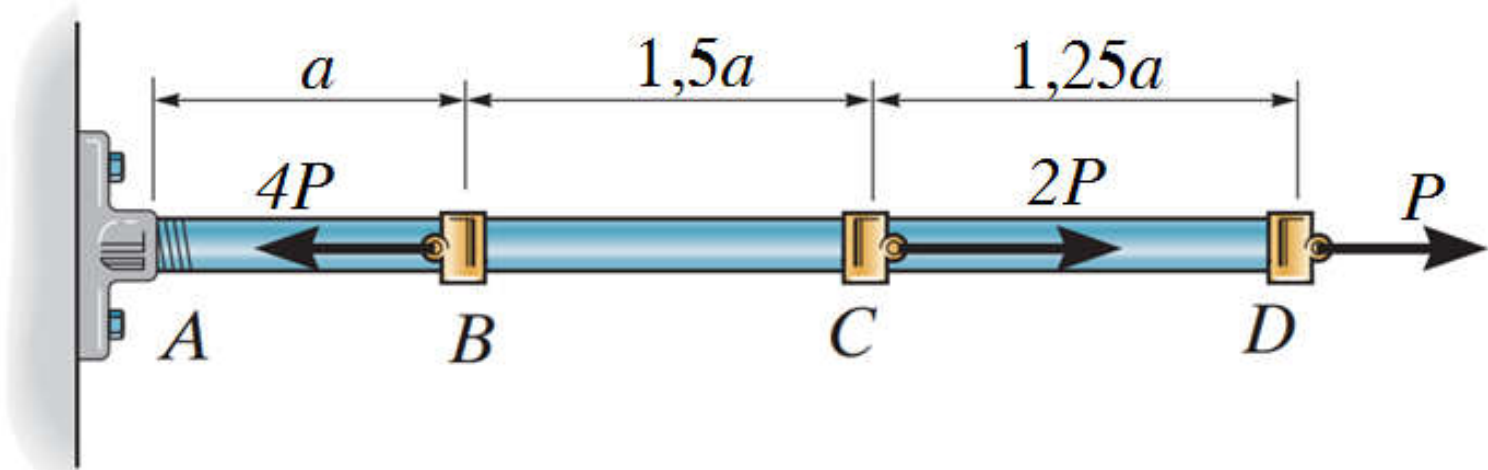


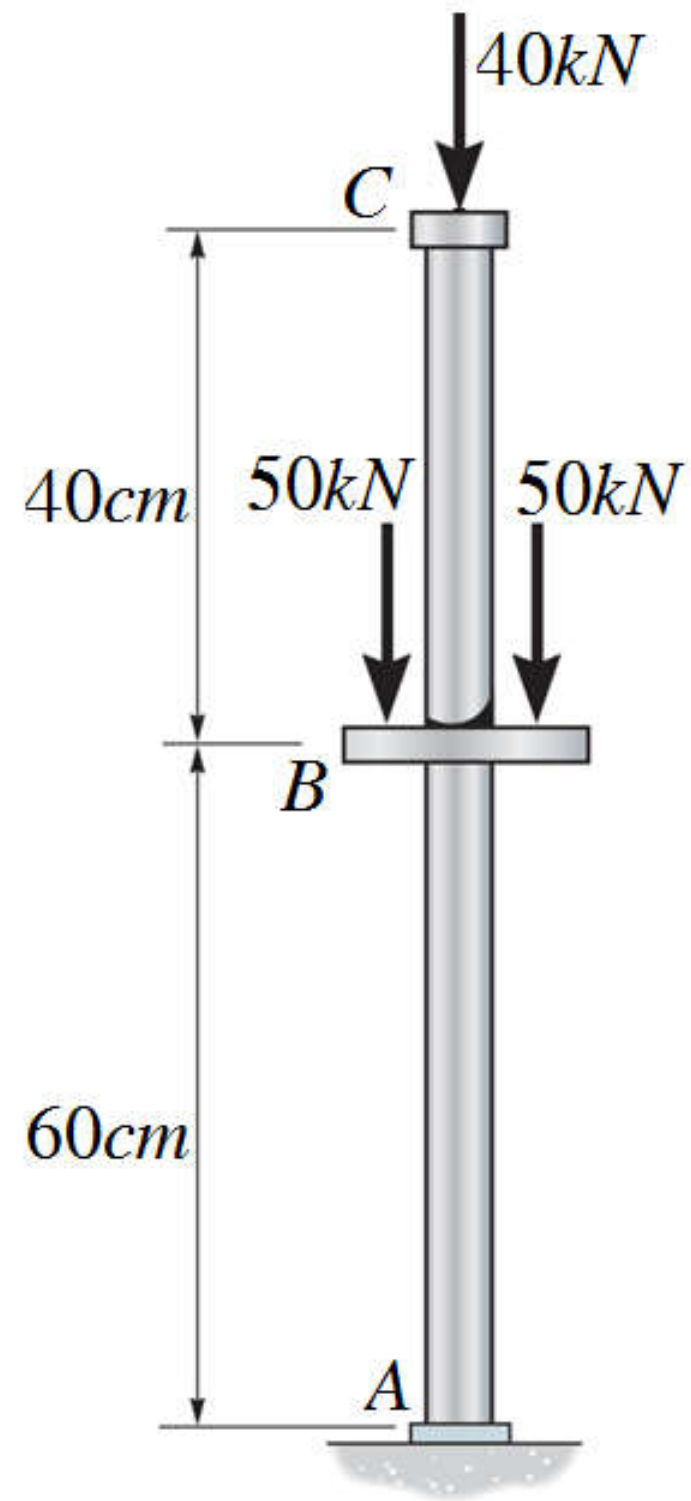
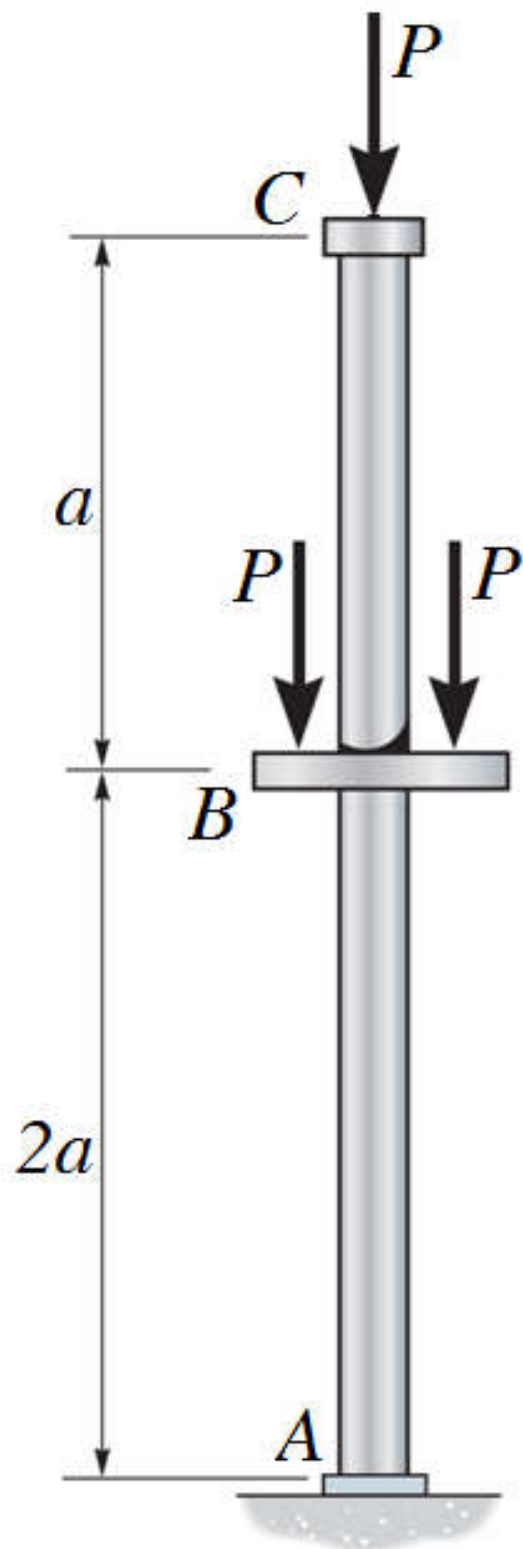
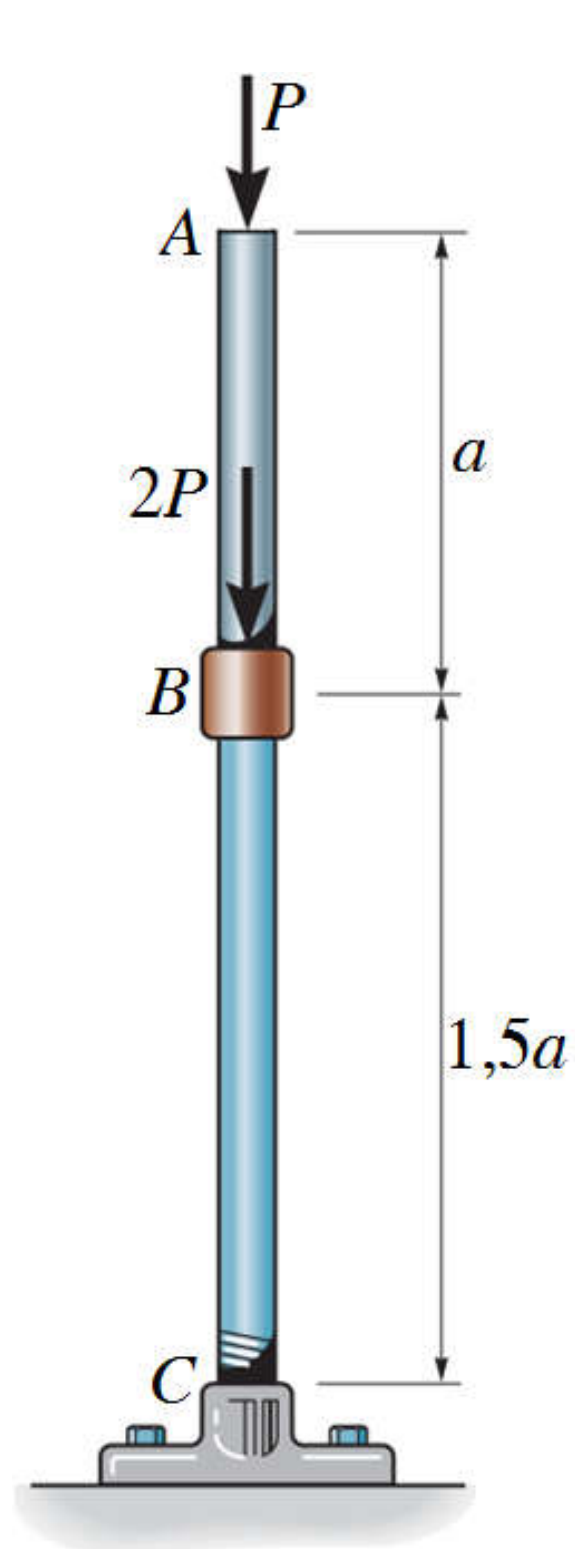
=> Biểu đồ nội lực là đồ thị mô tả qui luật phân bố của nội lực dọc theo trục thanh

Ví dụ: Vẽ biểu đồ lực dọc N_z phát sinh trong trục bằng phương pháp mặt cắt biến thiên.

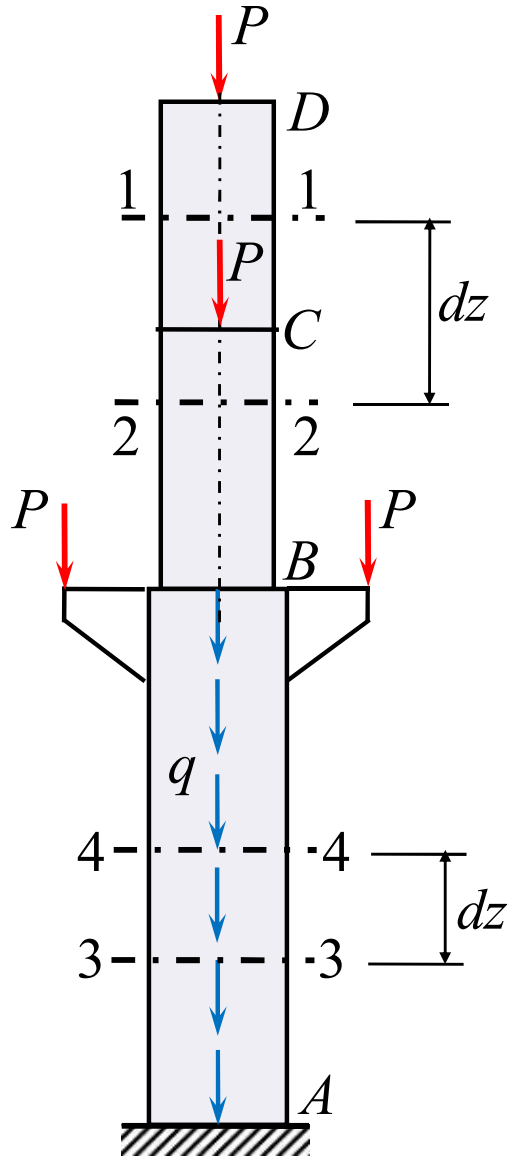




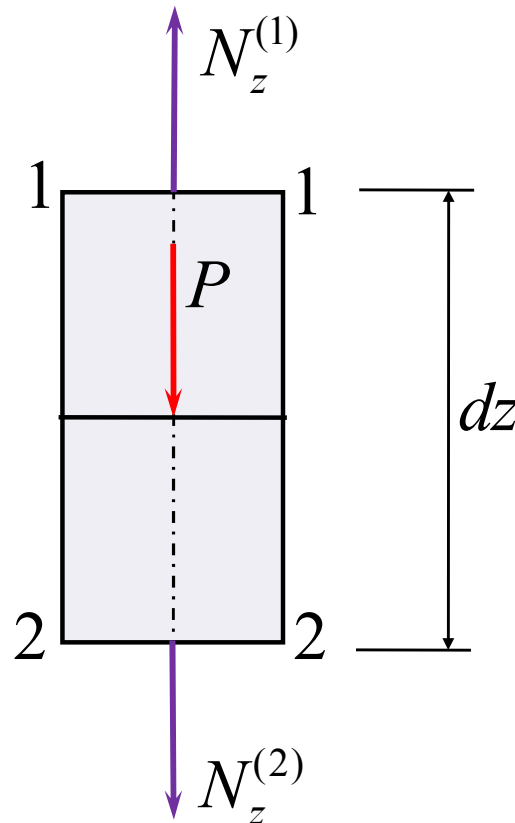




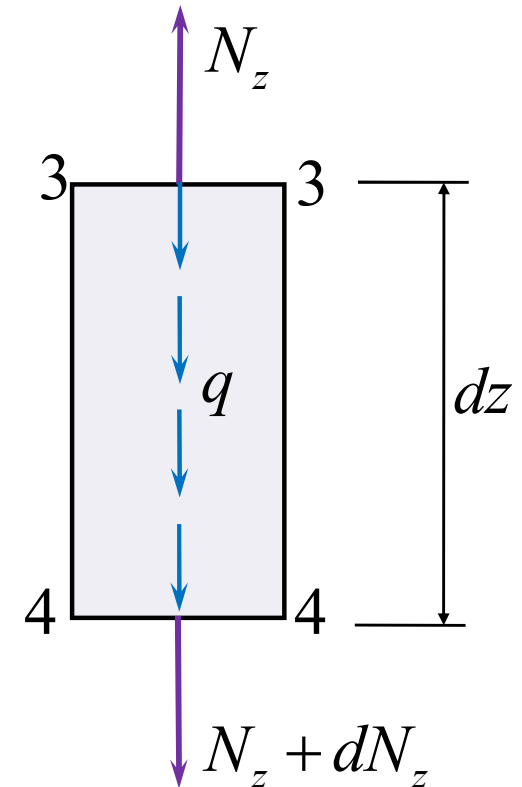
2.4 Vẽ Biểu Đồ Nội Lực Bằng Phương Vẽ Nhanh



$$N_z^{(2)} = N_z^{(1)} - P$$

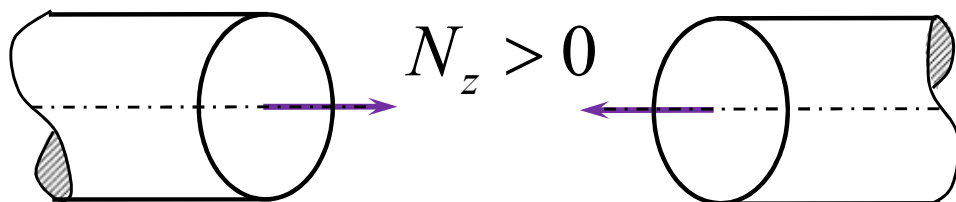


$$\begin{cases} \frac{dN_z}{dz} = -q \\ N_z^{(B)} = N_z^{(A)} + R_q^{(AB)} \end{cases}$$



2

Nội Lực Trên Mặt Cắt Ngang



N_z gây kéo là dương

$$\frac{dN_z}{dz} = q$$



N_z hơn lực phân bố một bậc

$$N_z^{(2)} = N_z^{(1)} \pm P$$



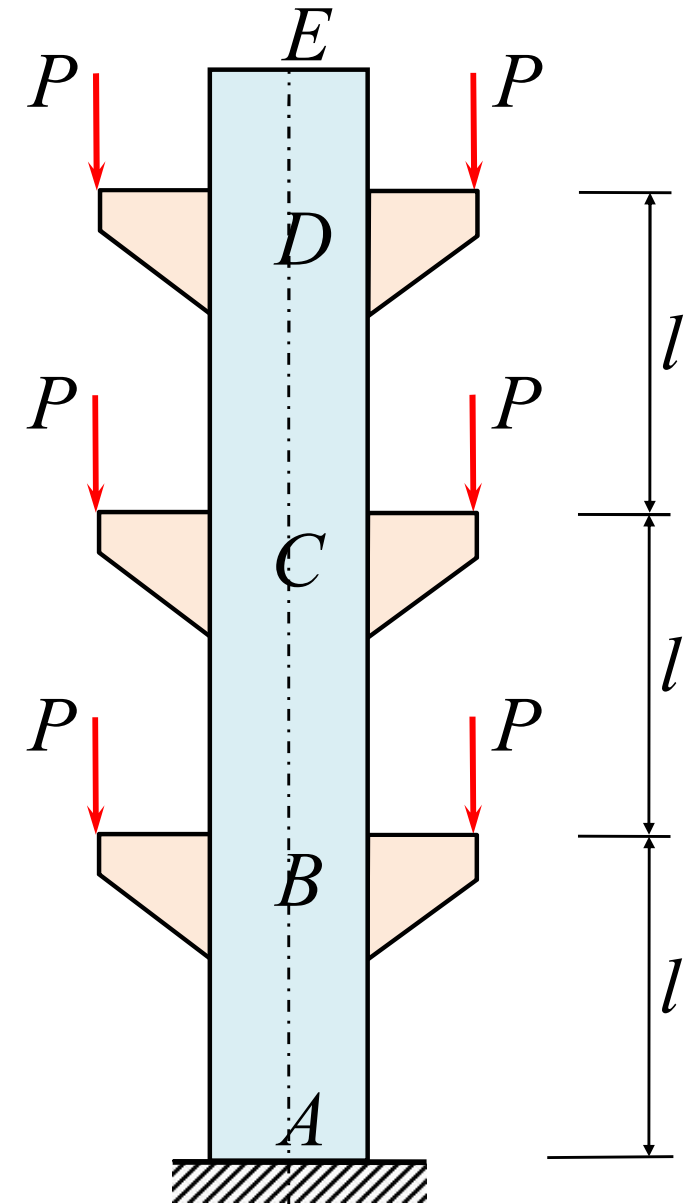
Nếu trên sơ đồ tính có lực tập trung, biểu đồ N_z có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị lực tập trung. Nhảy về dương khi lực gây kéo, nhảy về âm khi lực gây nén

$$N_z^{(B)} = N_z^{(A)} + R_q^{(AB)}$$

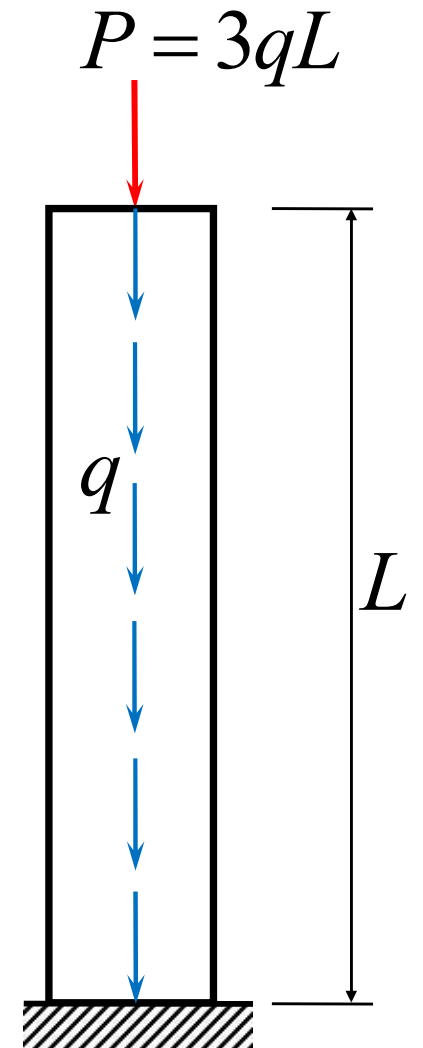


N_z cuối đoạn bằng N_z đầu đoạn cộng hợp lực phân bố trên đoạn đó (lực phân bố kéo dương, nén âm)

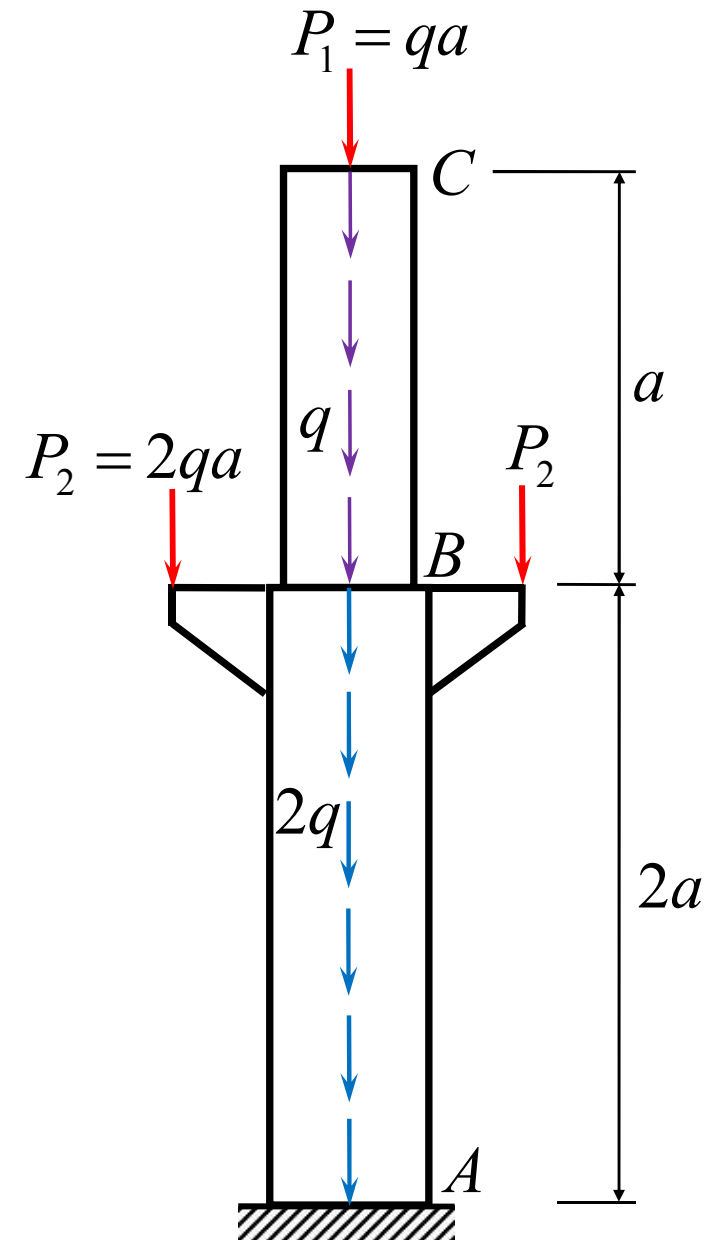
Ví dụ: *Vẽ biểu đồ lực dọc N_z phát sinh trong trục bằng phương pháp vẽ nhanh.*



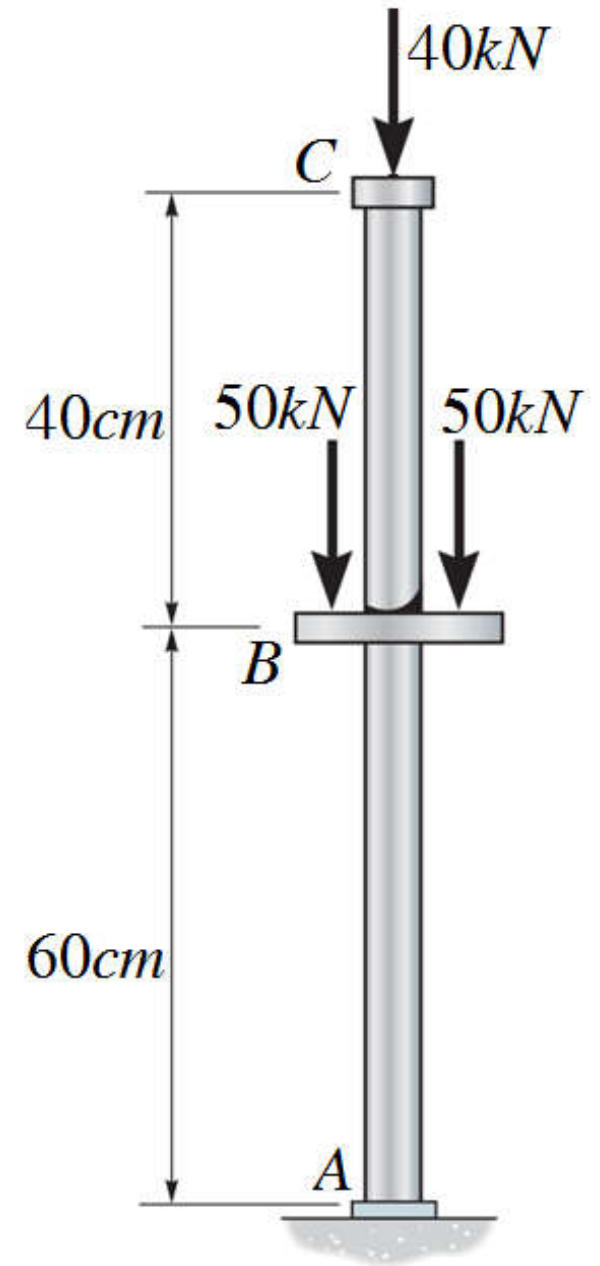
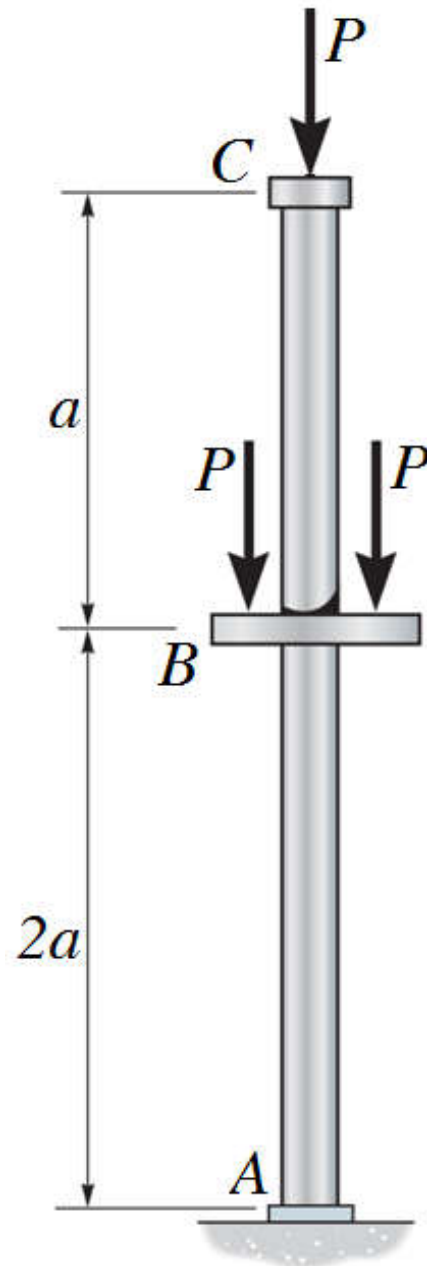
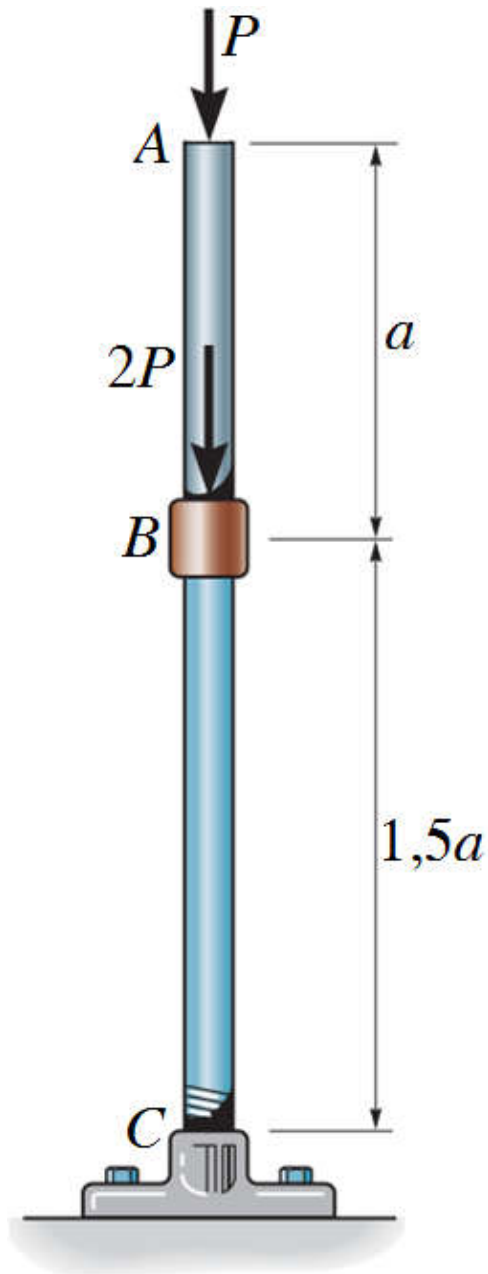
Ví dụ: *Vẽ biểu đồ lực dọc N_z phát sinh trong trục bằng phương pháp vẽ nhanh.*



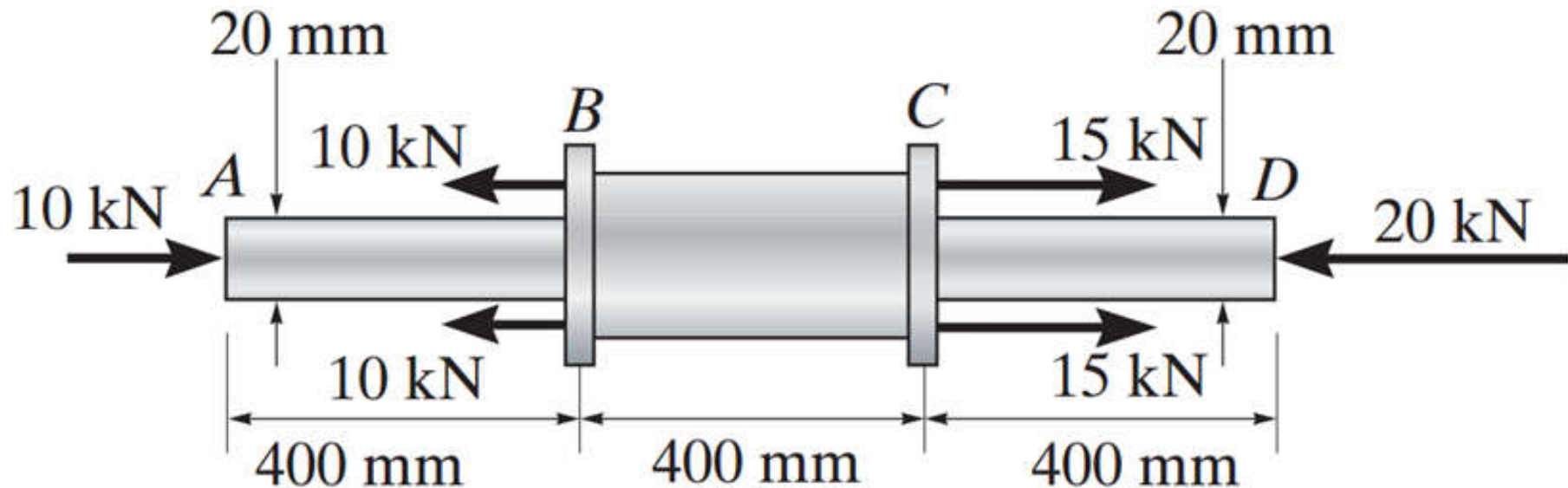
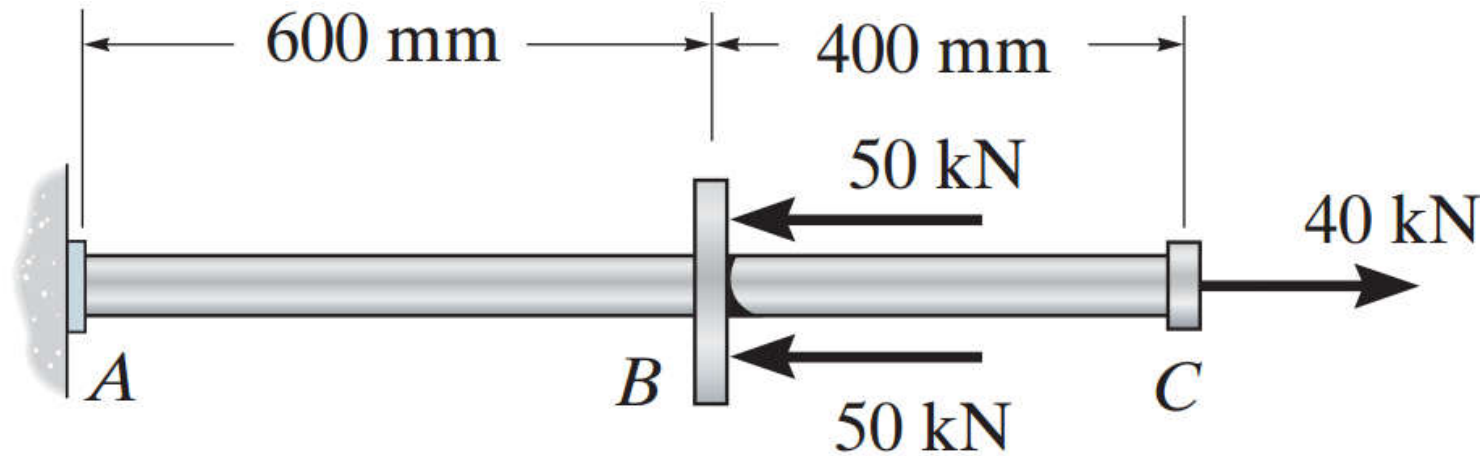
Ví dụ: Vẽ biểu đồ lực dọc N_z phát sinh trong trục bằng phương pháp vẽ nhanh.



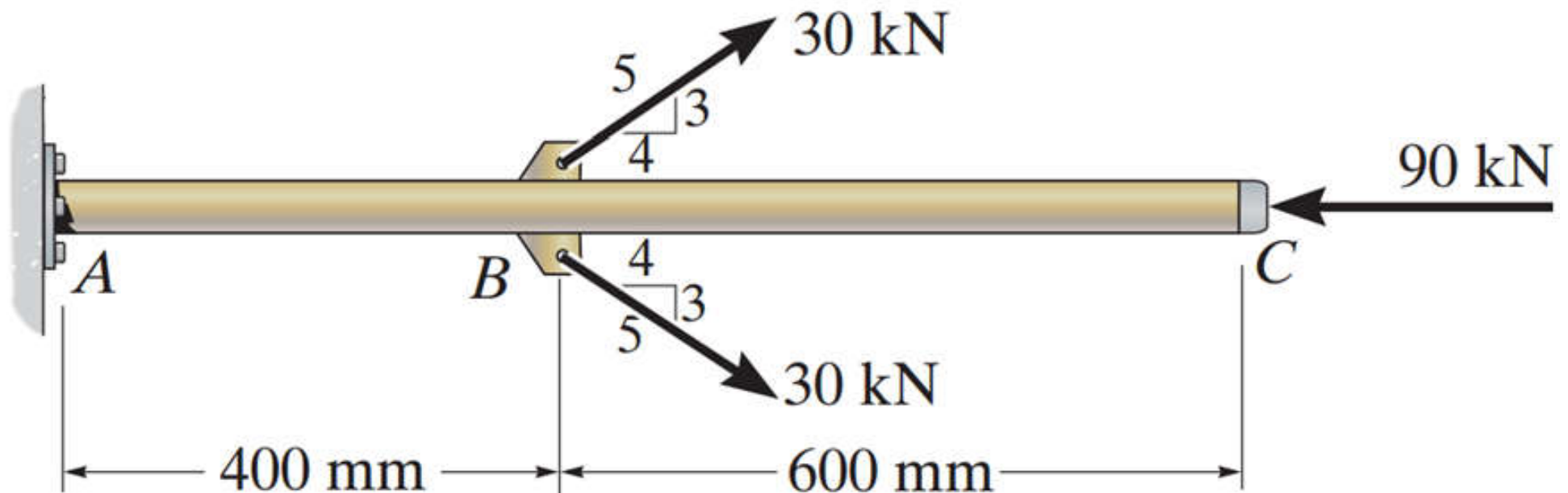
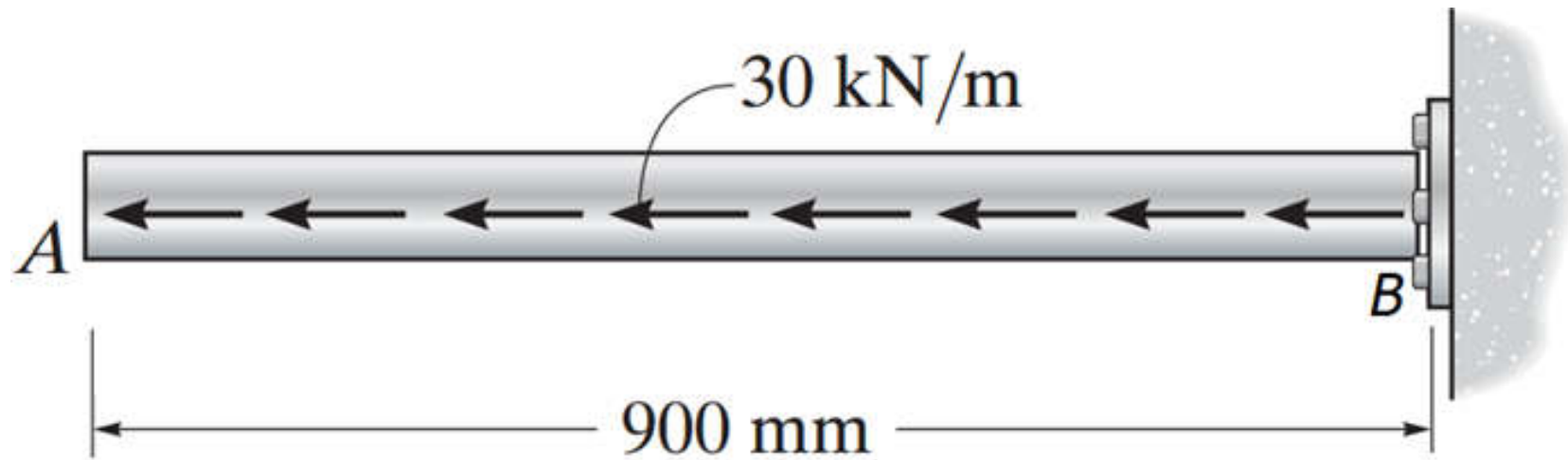
Ví dụ: Vẽ biểu đồ lực dọc N_z phát sinh trong trục bằng phương pháp vẽ nhanh.

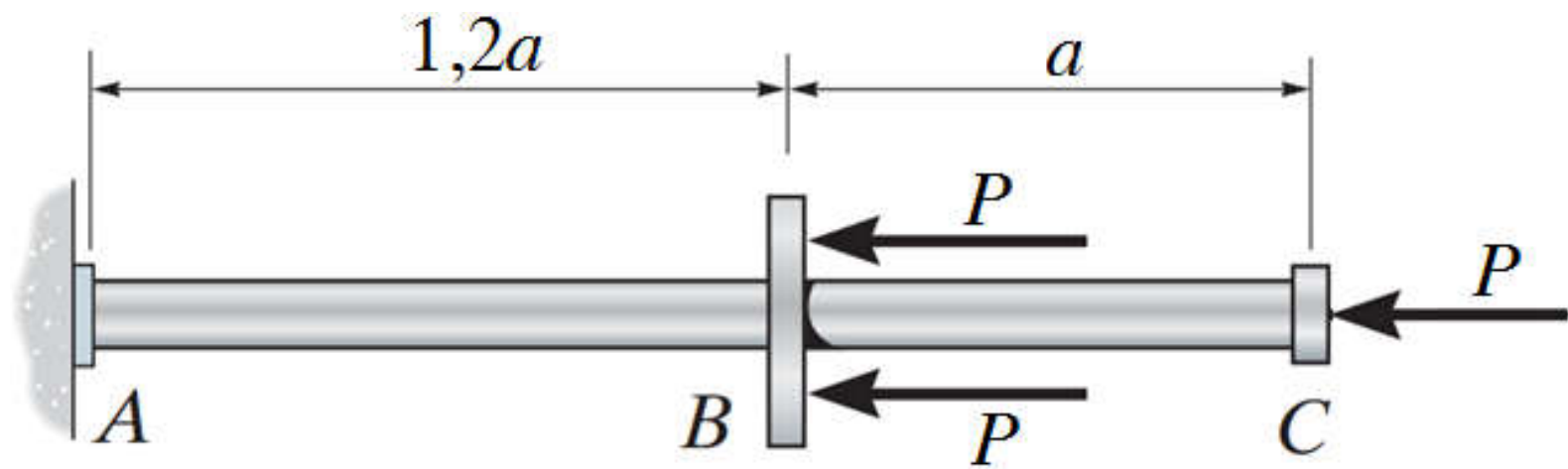
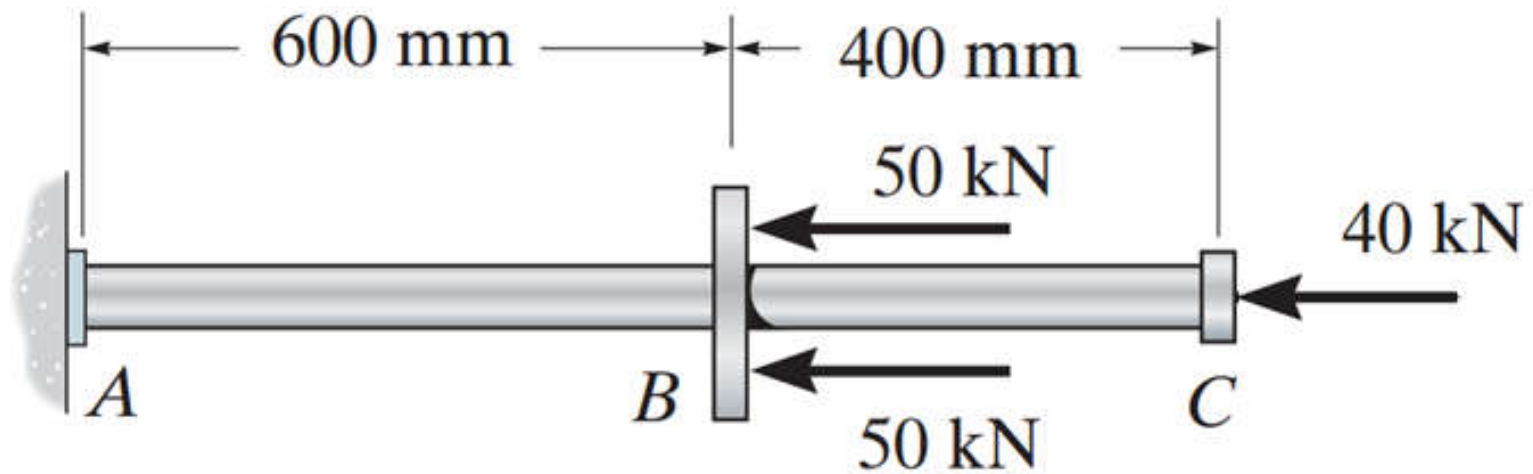
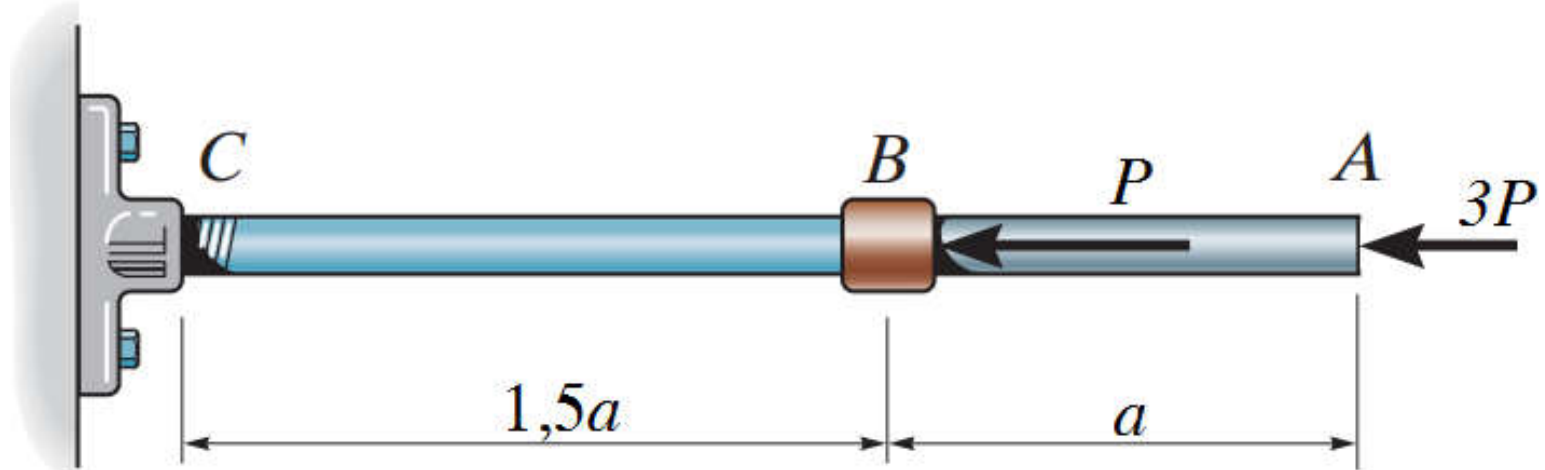


Ví dụ: Vẽ biểu đồ lực dọc N_z phát sinh trong trục bằng phương pháp vẽ nhanh.



Ví dụ: Vẽ biểu đồ lực dọc N_z phát sinh trong trục bằng phương pháp vẽ nhanh.





*Áp lực = cường độ nội lực
trên một đơn vị diện tích*

Ứng Suất

σ

Kéo-Nén

τ

Cắt, trượt

Nội Lực

*Lực phát sinh trên
mặt cắt, là lượng thay
đổi lực liên kết giữa
các phân tử trong chi
tiết do sự thay đổi
hình dáng, kích thước
của chi tiết*

Biến Dạng

BD dài

ΔL

ε

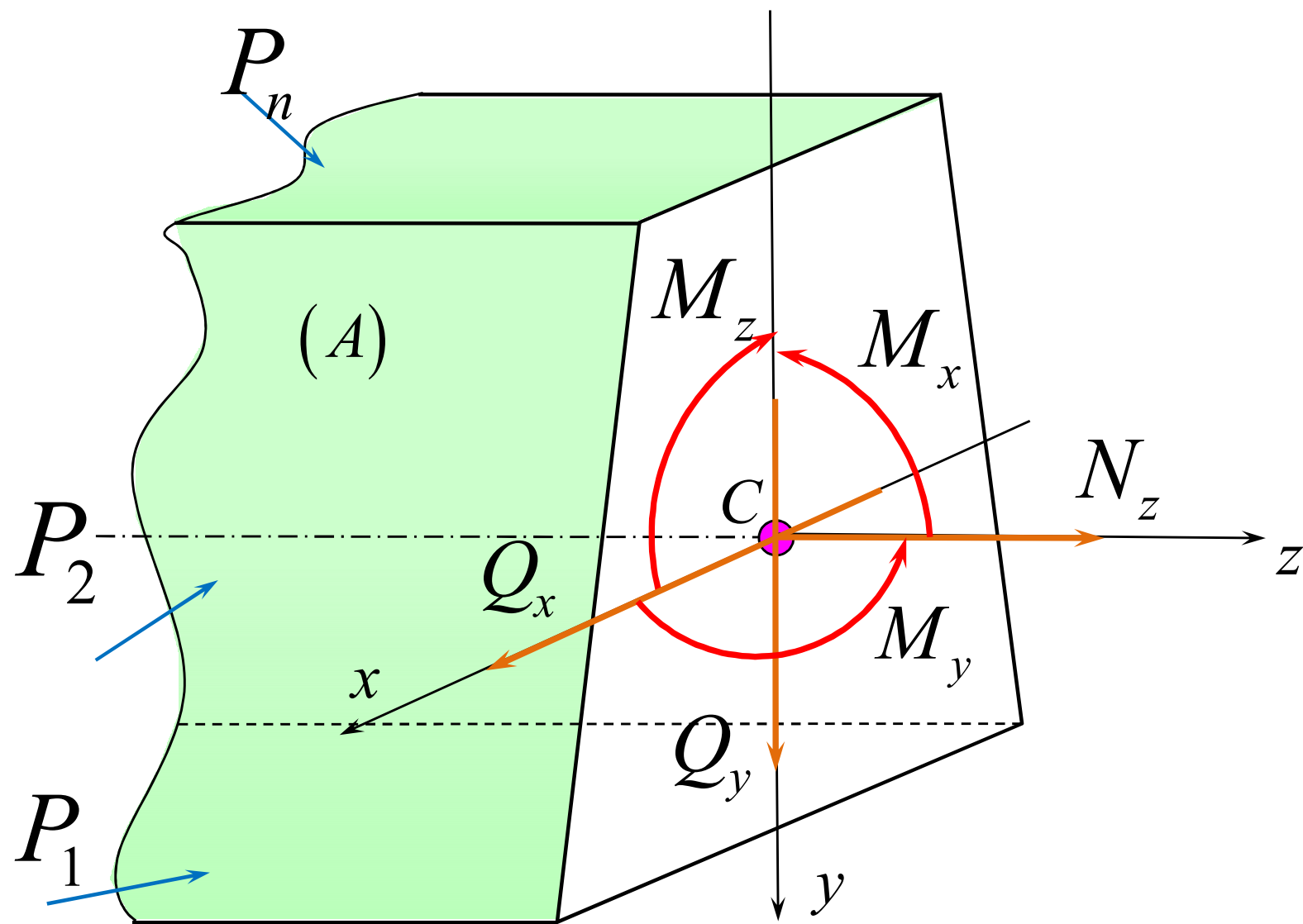
BD góc

γ

*Sự thay đổi hình
dáng, kích thước
của chi tiết*



Nội Lực

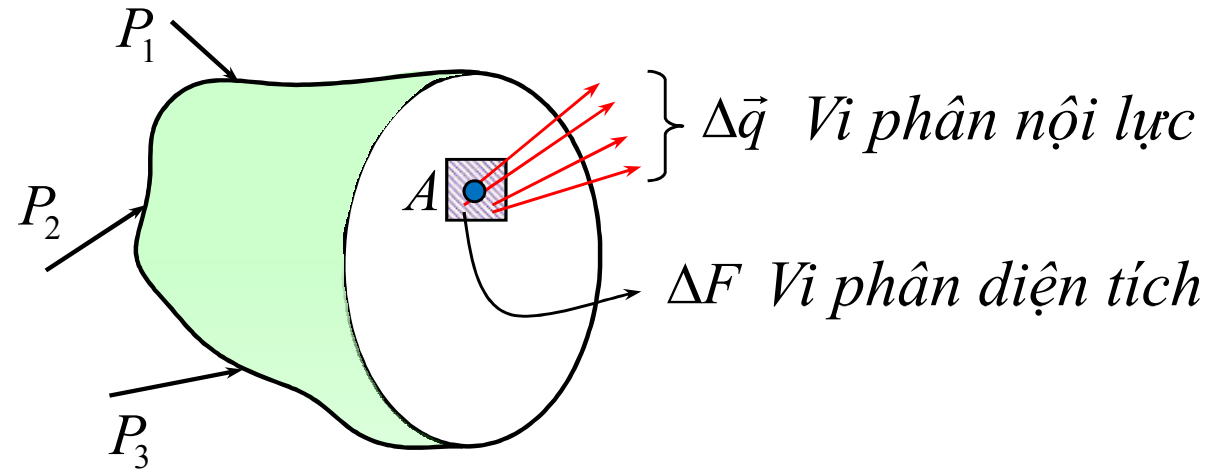




Ứng Suất

* Ứng suất trung bình:

$$\vec{u}_{tb} = \frac{\Delta \vec{q}}{\Delta F}$$



=> Ứng suất bằng cường độ của nội lực trên một đơn vị diện tích

* Ứng suất tại một điểm: $\vec{U}_A = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{q}}{\Delta F} = \frac{d\vec{q}}{dF}$

* Thứ nguyên của ứng suất: $[lực]/[chiều dài]^2$

Ứng suất có đơn vị: $N/m^2, kN/cm^2$



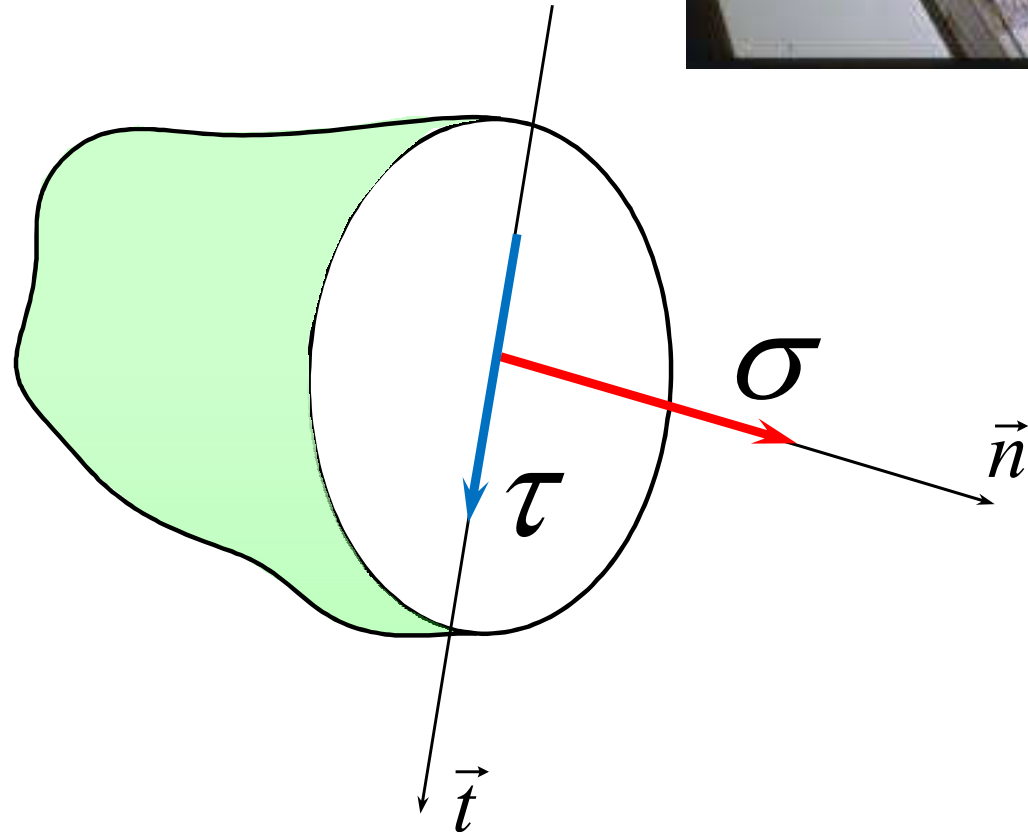
Ứng Suất

* **Ý nghĩa của ứng suất:** ứng suất tại một điểm là đại lượng đặc trưng cho khả năng chịu đựng của vật liệu tại điểm đó và là **tiêu chí để kiểm tra bền**.

* **Phân loại ứng suất:**

+ σ : Ứng suất pháp

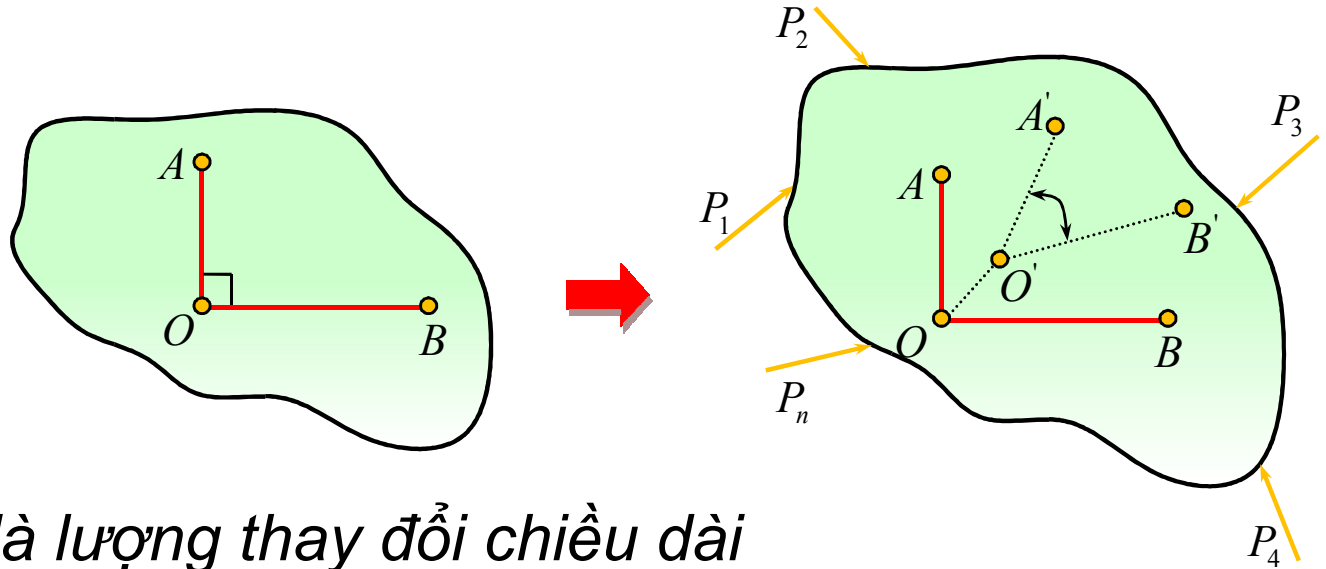
+ τ : Ứng suất tiếp





Biến Dạng

* **Biến dạng:** là sự thay đổi hình dáng, kích thước của chi tiết khi chịu tác dụng của ngoại lực.



* **Phân loại biến dạng:**

- **Biến dạng dài:** là lượng thay đổi chiều dài

+ **Biến dạng dài tuyệt đối:** $\Delta L = O'A' - OA$

+ **Biến dạng dài tương đối:** $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{O'A' - OA}{OA} (\%)$

- **Biến dạng góc (Biến dạng trượt):** là lượng thay đổi của góc vuông

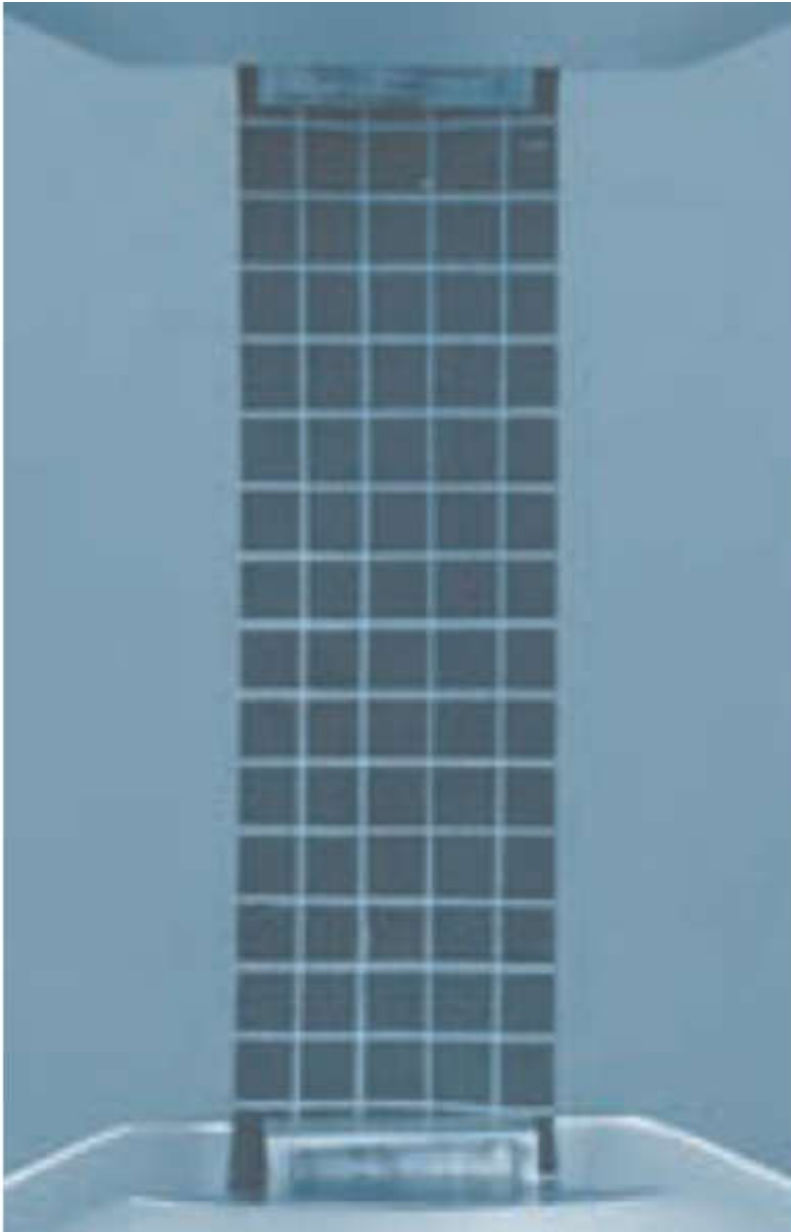
$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \widehat{A'O'B'}$$

* **Chuyển vị:** là sự thay đổi vị trí của một điểm thuộc vật trước và sau khi vật bị biến dạng.

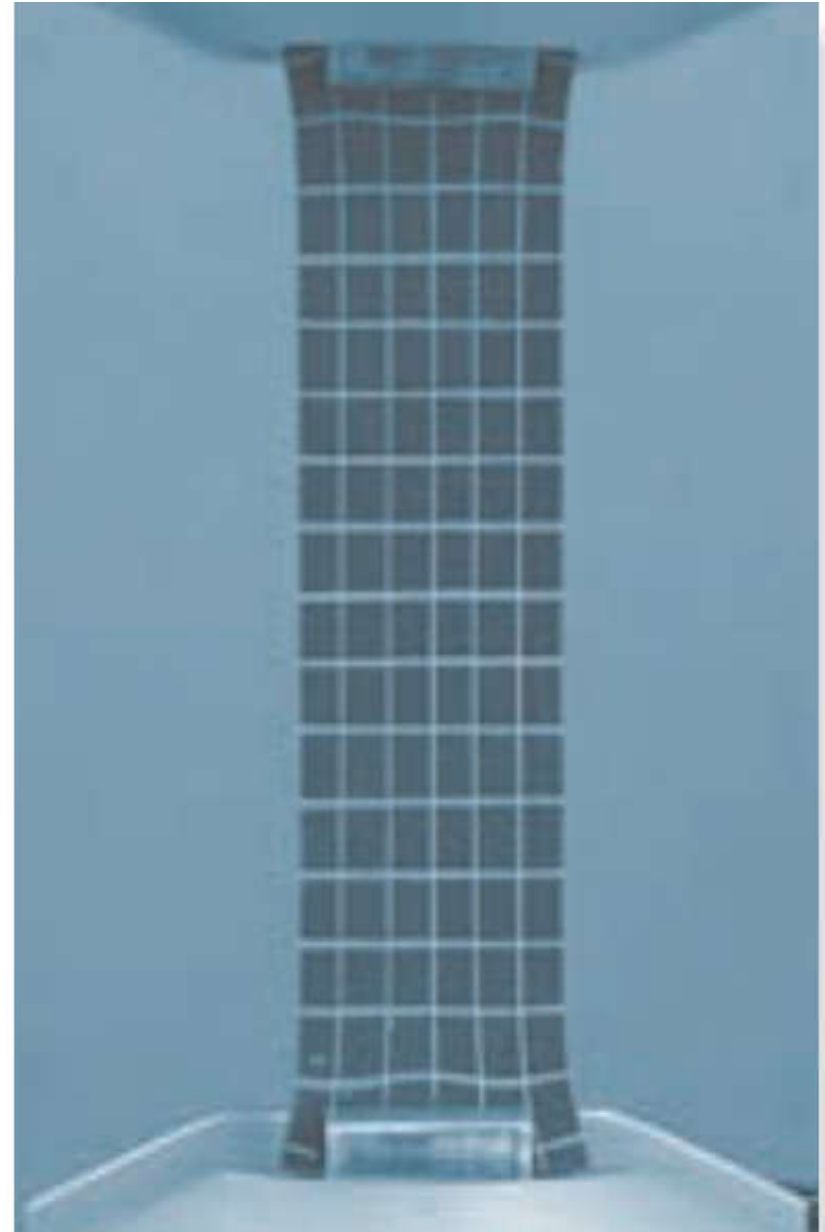
3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

3.1 Giả thiết về biến dạng của thanh:



Trước khi biến dạng



Sau khi biến dạng

3.1 Giả thiết về biến dạng của thanh:

* Giả thiết mặt cắt ngang phẳng

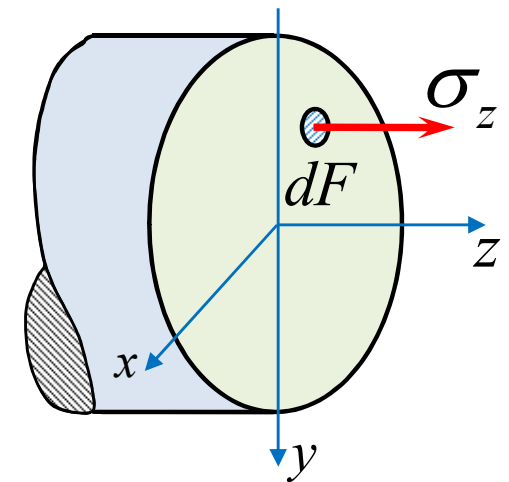
=> Biến dạng dài như nhau trên các lớp dọc trục thanh: $\varepsilon_z = \text{const}$

=> Bỏ qua ứng suất tiếp trên mặt cắt

* Giả thiết về các thớ dọc

=> Trên mặt cắt ngang chỉ tồn tại ứng suất pháp dọc trục σ_z

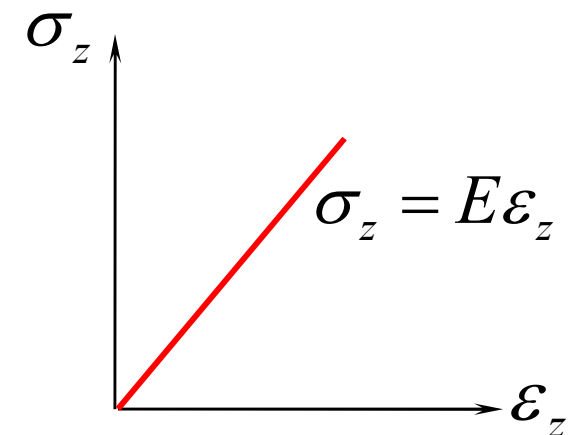
* Giả thiết về vật liệu: vật liệu liên tục, đồng nhất, đẳng hướng



3.2 Biểu thức tính ứng suất:

+ Theo định luật Hooke: $\sigma_z = E\varepsilon_z$

E : mô đun đàn hồi của vật liệu



Materials		Density ρ (Mg/m ³)	Moduls of Elasticity E (GPa)	Modulus of Rigidity G (GPa)	Yield Strength (MPa) σ_Y Tens. Comp. ^b Shear			Ultimate Strength (MPa) σ_u Tens. Comp. ^b Shear			%Elongation in 50 mm specimen	Poisson's Ratio ν	Coef. of Therm. Expansion α (10 ⁻⁶)/°C
Metallic													
Aluminum Wrought Alloys	2014-T6	2.79	73.1	27	414	414	172	469	469	290	10	0.35	23
	6061-T6	2.71	68.9	26	255	255	131	290	290	186	12	0.35	24
Cast Iron Alloys	Gray ASTM 20	7.19	67.0	27	–	–	–	179	669	–	0.6	0.28	12
	Malleable ASTM A-197	7.28	172	68	–	–	–	276	572	–	5	0.28	12
Copper Alloys	Red Brass C83400	8.74	101	37	70.0	70.0	–	241	241	–	35	0.35	18
	Bronze C86100	8.83	103	38	345	345	–	655	655	–	20	0.34	17
Magnesium Alloy	[Am 1004-T61]	1.83	44.7	18	152	152	–	276	276	152	1	0.30	26
Steel Alloys	Structural A-36	7.85	200	75	250	250	–	400	400	–	30	0.32	12
	Structural A992	7.85	200	75	345	345	–	450	450	–	30	0.32	12
	Stainless 304	7.86	193	75	207	207	–	517	517	–	40	0.27	17
	Tool L2	8.16	200	75	703	703	–	800	800	–	22	0.32	12
Titanium Alloy	[Ti-6Al-4V]	4.43	120	44	924	924	–	1,000	1,000	–	16	0.36	9.4
Nonmetallic													
Concrete	Low Strength	2.38	22.1	–	–	–	12	–	–	–	–	0.15	11
	High Strength	2.37	29.0	–	–	–	38	–	–	–	–	0.15	11
Plastic Reinforced	Kevlar 49	1.45	131	–	–	–	–	717	483	20.3	2.8	0.34	–
	30% Glass	1.45	72.4	–	–	–	–	90	131	–	–	0.34	–
Wood Select Structural Grade	Douglas Fir	0.47	13.1	–	–	–	–	2.1 ^c	26 ^d	6.2 ^d	–	0.29 ^e	–
	White Spruce	3.60	9.65	–	–	–	–	2.5 ^c	36 ^d	6.7 ^d	–	0.31 ^e	–

3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

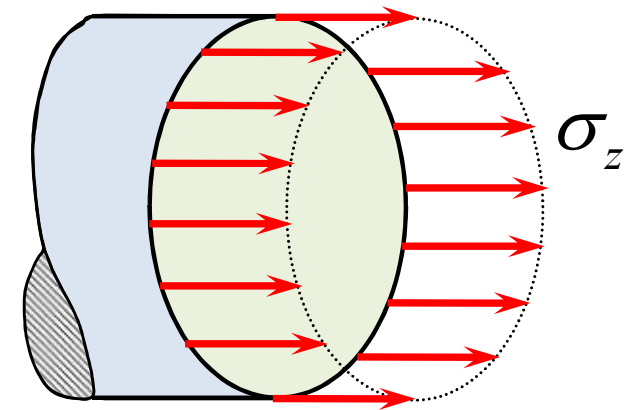
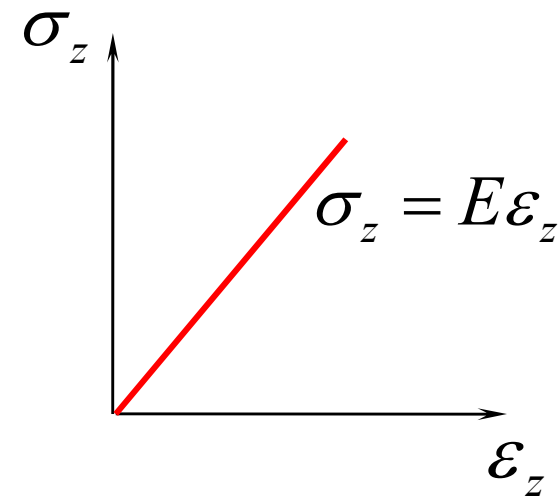
+ Theo định luật Hooke: $\sigma_z = E\varepsilon_z$

Vì $\varepsilon_z = \text{const}$ trên toàn mặt cắt

→ $\sigma_z = \text{const}$ trên toàn mặt cắt

+ Quan hệ giữa ứng suất và nội lực

$$N_z = \int_F \sigma_z dF = \sigma_z \int_F dF = \sigma_z F$$



→
$$\sigma_z = \frac{N_z}{F}$$

- F : diện tích mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất

- N_z : lực dọc tại mặt cắt có điểm tính ứng suất

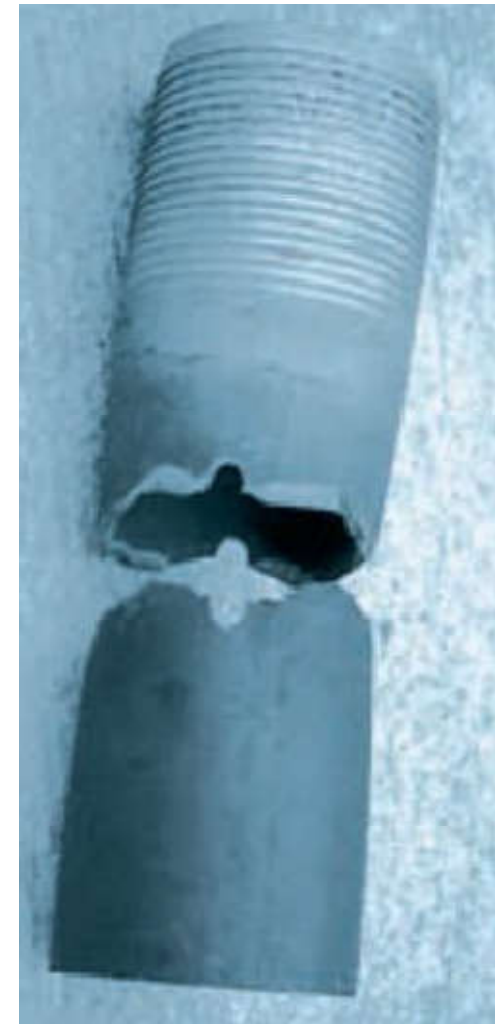
3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

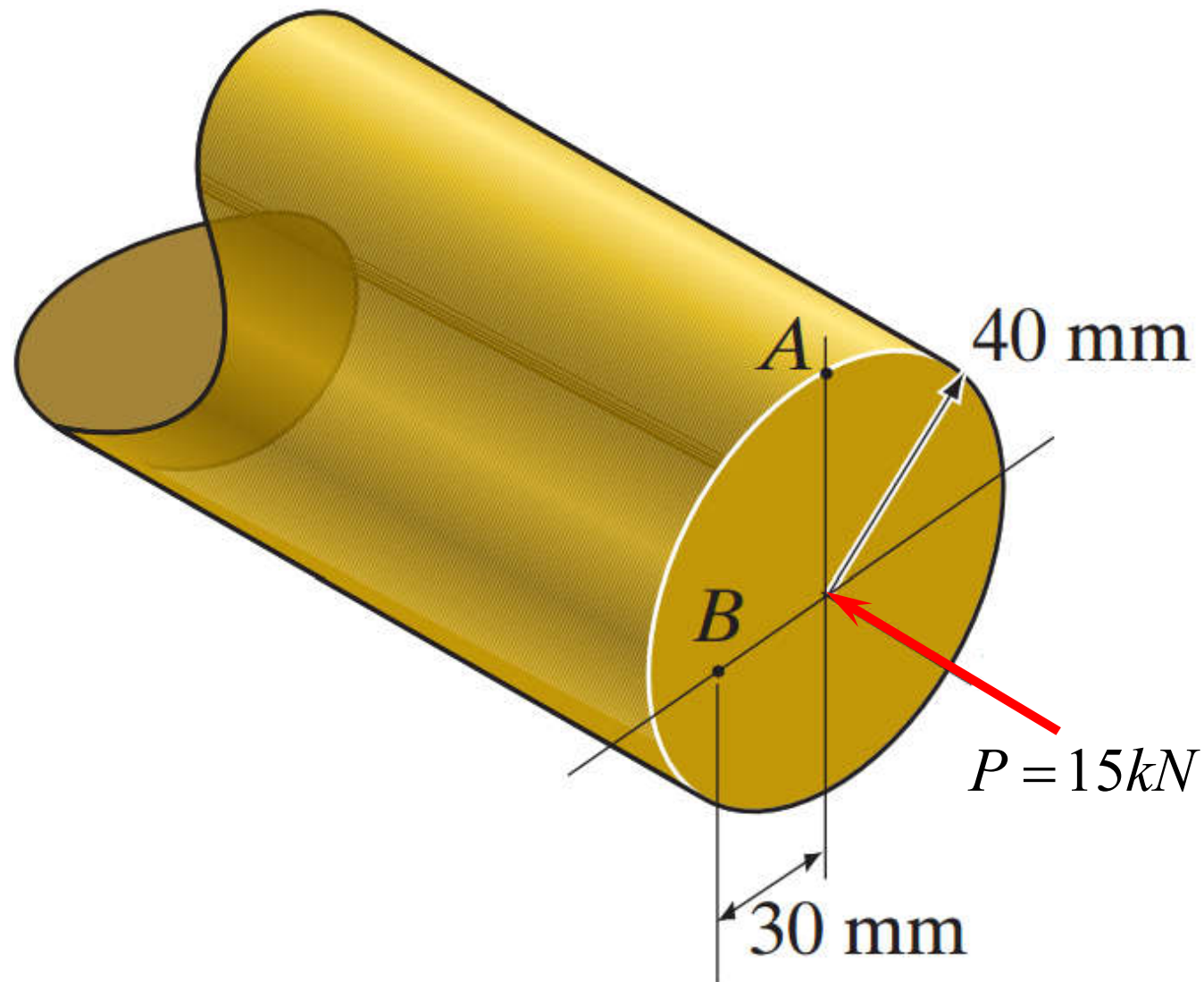
$$\sigma_z = \frac{N_z}{F}$$

- F : diện tích mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất
- N_z : lực dọc tại mặt cắt ngang tính ứng suất

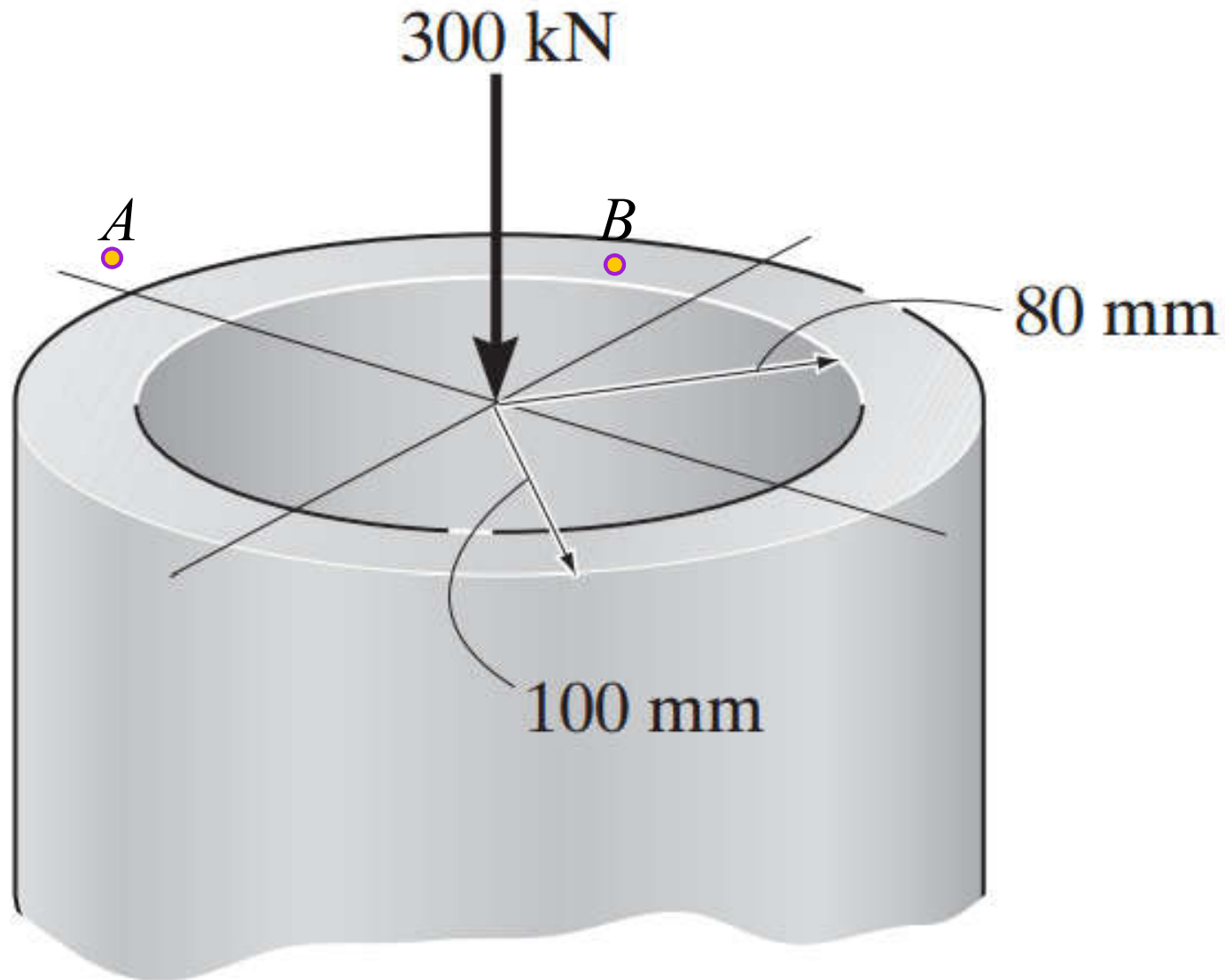
* Ứng suất phân bố đều trên mặt cắt ngang



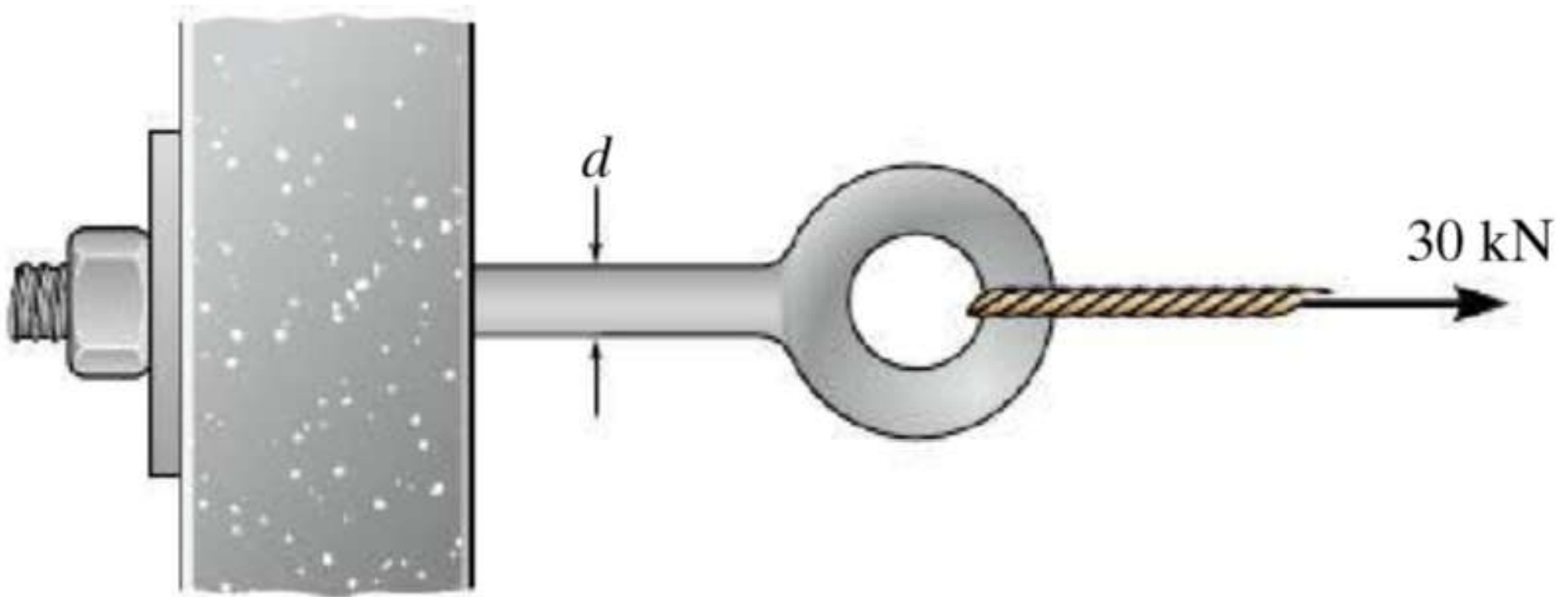
Ví dụ: Thanh chịu tác dụng của lực $P = 15 \text{ kN}$ như hình vẽ. Tính ứng suất pháp phát sinh tại các điểm A và B trên mặt cắt ngang của trục.



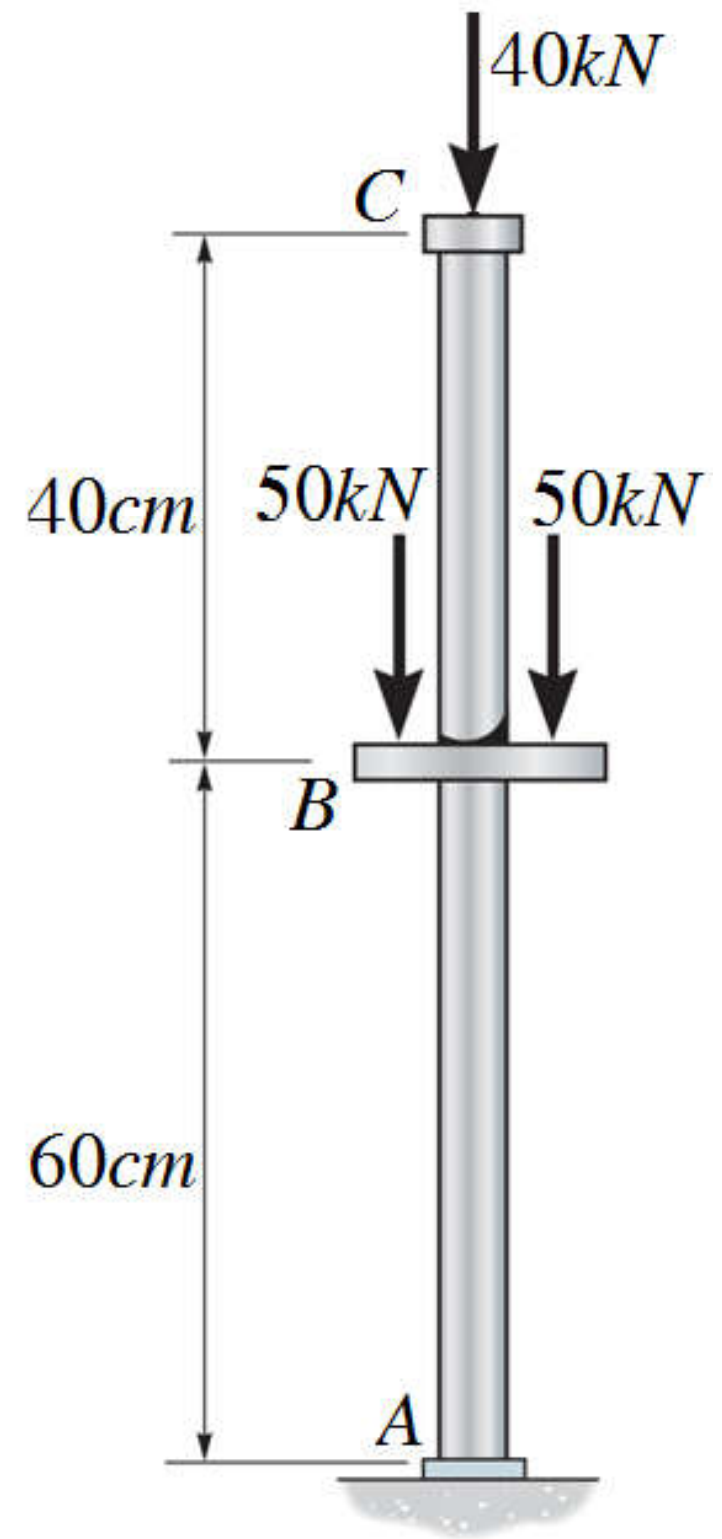
Ví dụ: Thanh chịu tác dụng của lực 300 kN như hình vẽ. Tính ứng suất pháp phát sinh tại các điểm A và B trên mặt cắt ngang của trục.



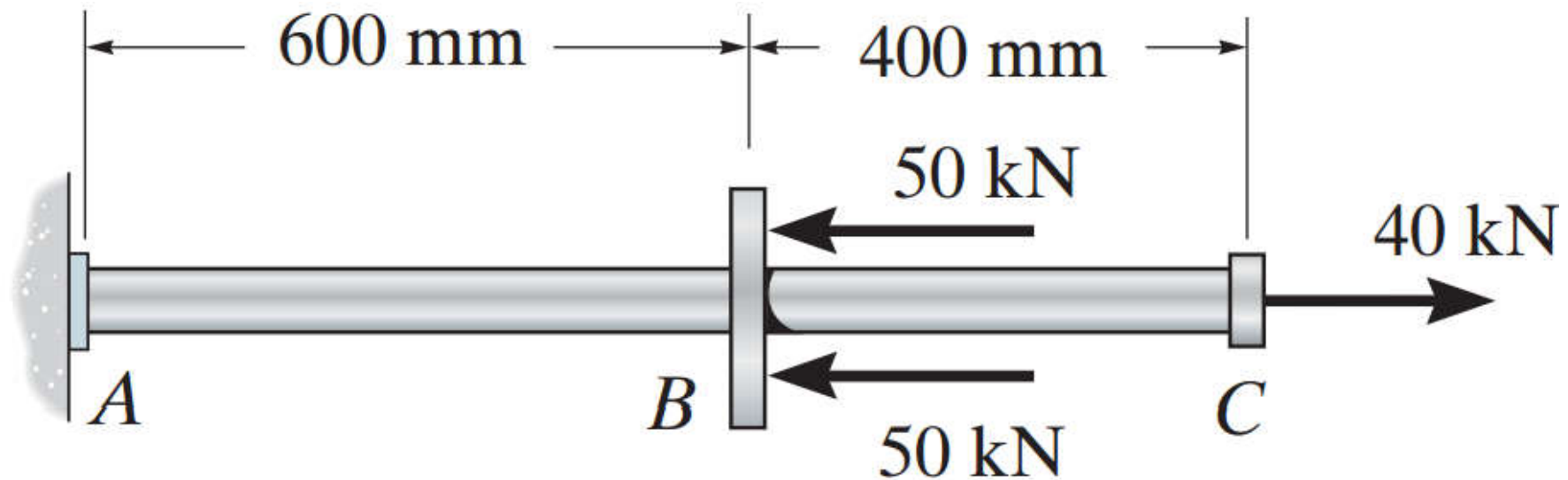
Ví dụ: Bu lông vòng chịu kéo như hình vẽ. Xác định đường kính d của thân bu lông để ứng suất pháp phát sinh trong thân bu lông không vượt quá 21 kN/cm^2 .



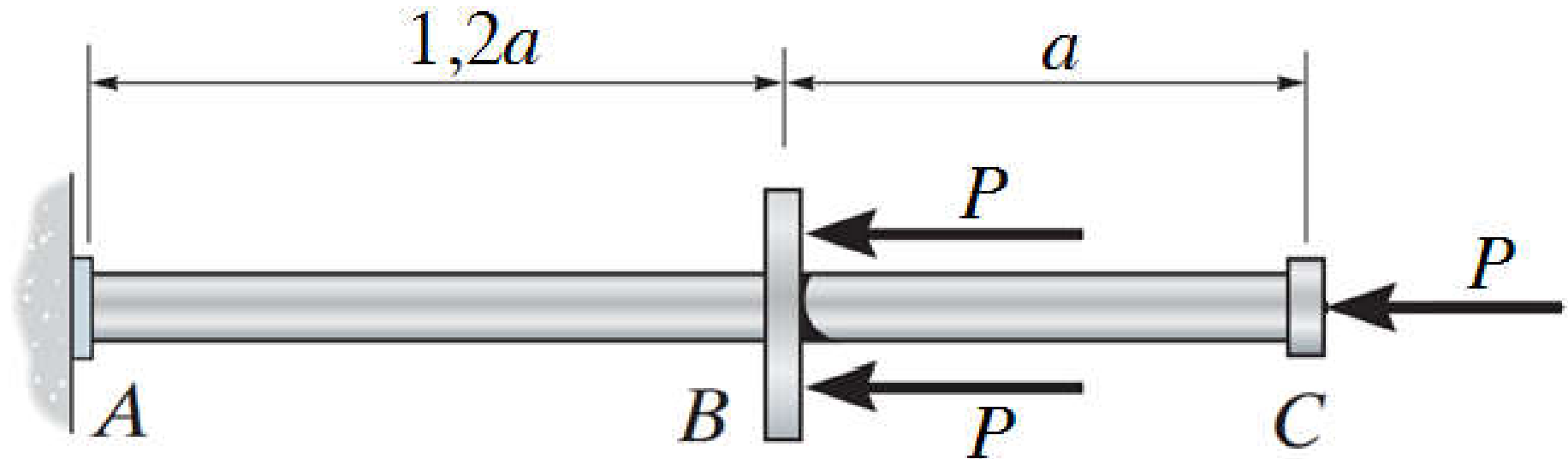
Ví dụ: Trục AC có mặt cắt ngang hình tròn đường kính 10 cm và chịu lực dọc trục như hình vẽ. Xác định ứng suất pháp lớn nhất phát sinh trong trục.



Ví dụ: Trục AC có đường kính không đổi bằng 150 mm. xác định ứng suất kéo lớn nhất, ứng suất nén lớn nhất phát sinh trong trục.



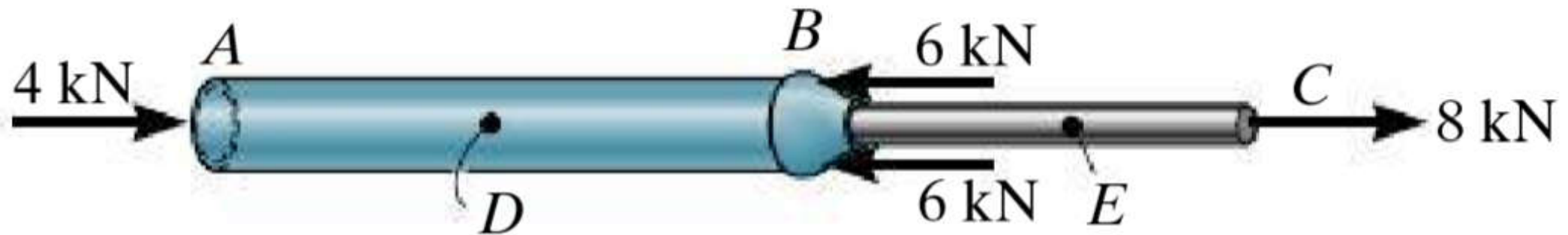
Ví dụ: Trục AC có đường kính không đổi bằng 200 mm. Xác định giá trị của lực P để ứng suất pháp lớn nhất phát sinh trong trục không vượt quá 21kN/cm^2 .



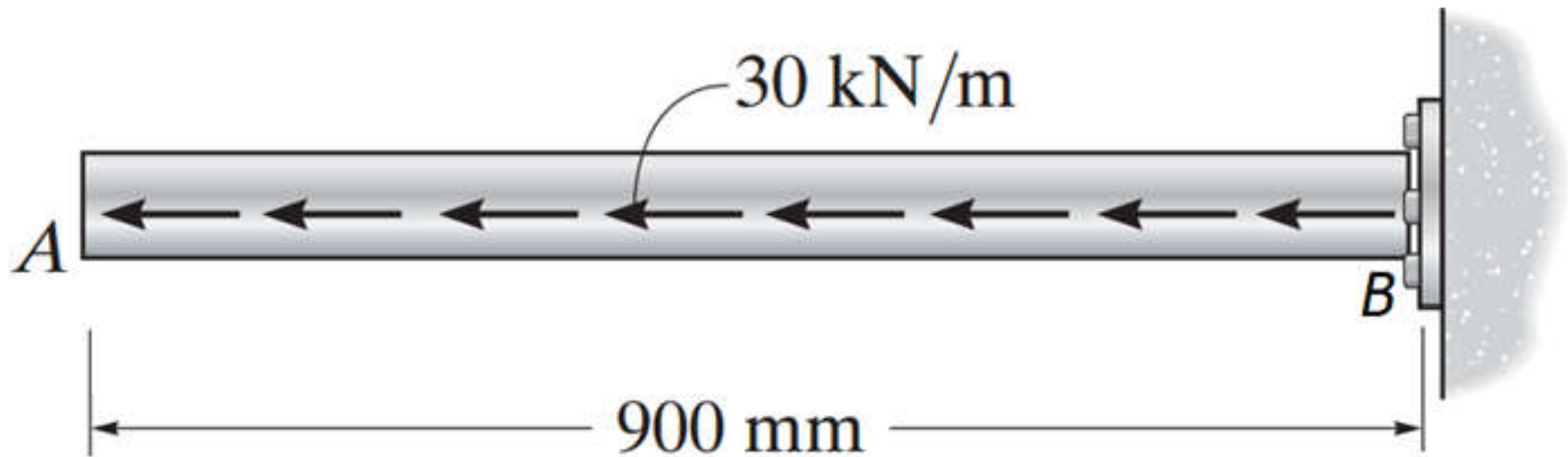
Ví dụ: Trục AC gồm 2 đoạn được hàn với nhau. Đoạn AB là ống tròn có đường kính ngoài 28 mm, đường kính trong 20 mm. Đoạn BC là trụ đặc có đường kính 12 mm.

- Xác định ứng suất pháp phát sinh tại các điểm D, E và tính ứng suất pháp lớn nhất phát sinh trong trục.

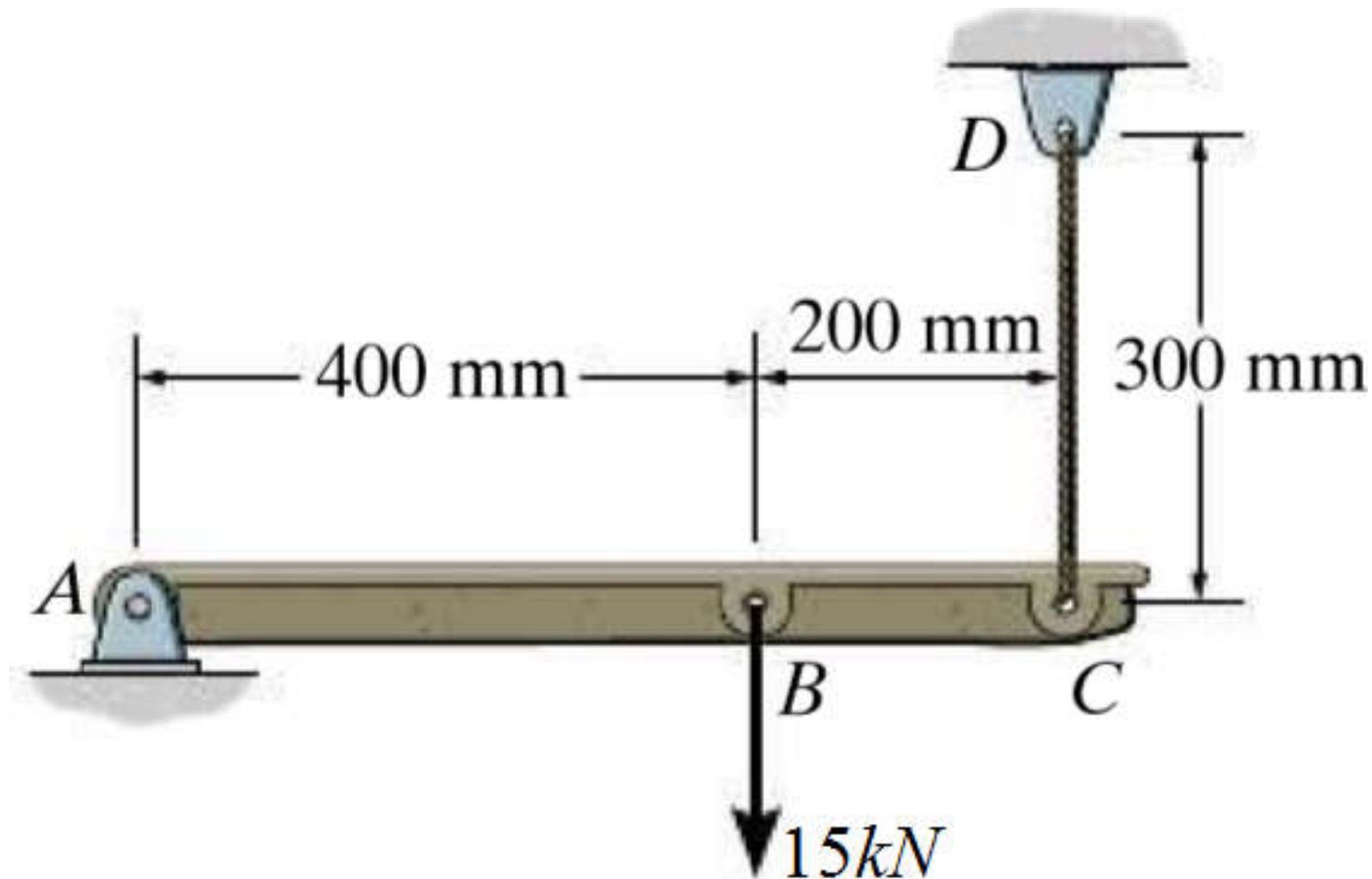
- Vẽ các phân bố ứng suất tại D và E.



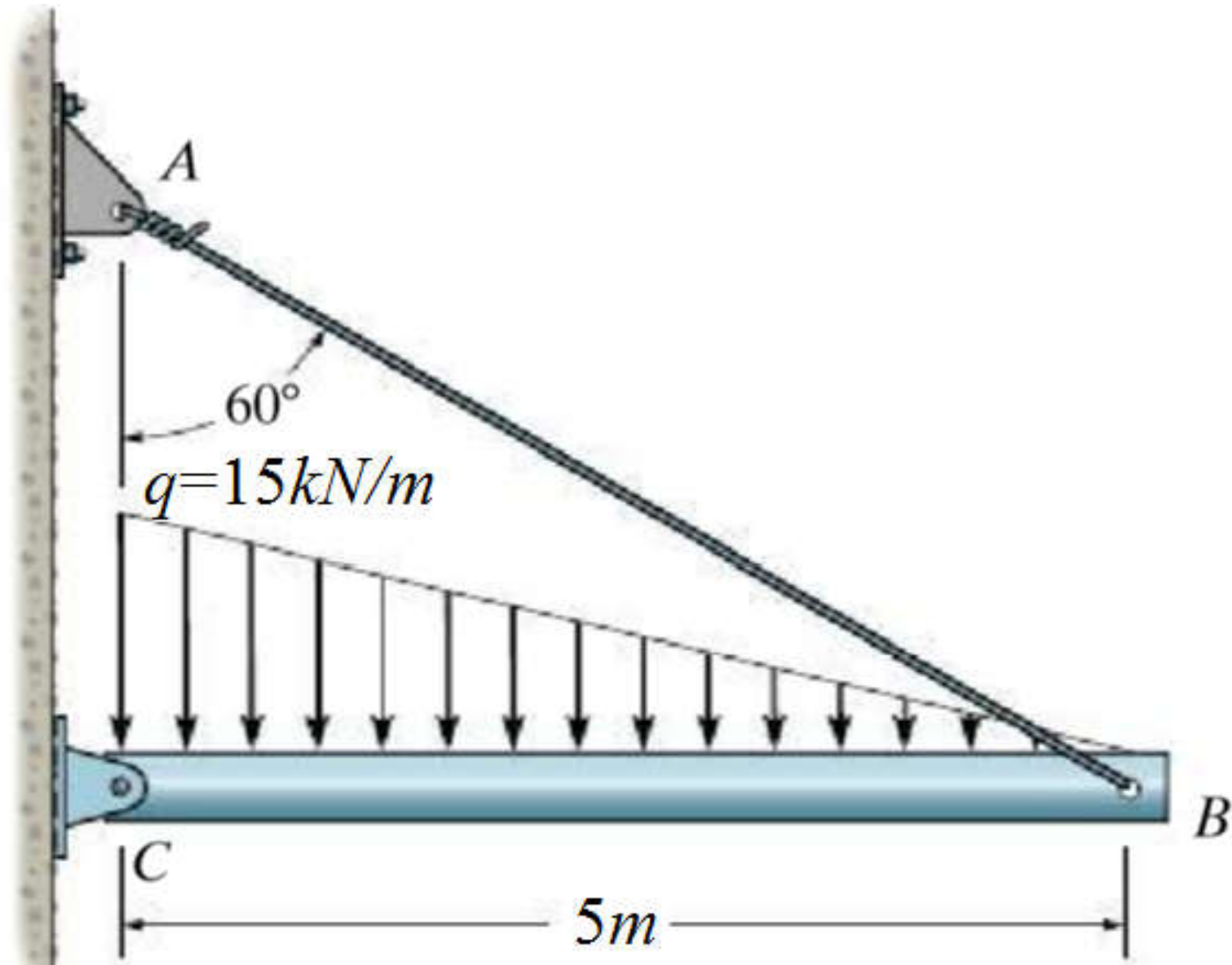
Ví dụ: Trục AC có đường kính không đổi bằng 200 mm.
Tính ứng suất pháp lớn nhất phát sinh trong trục.



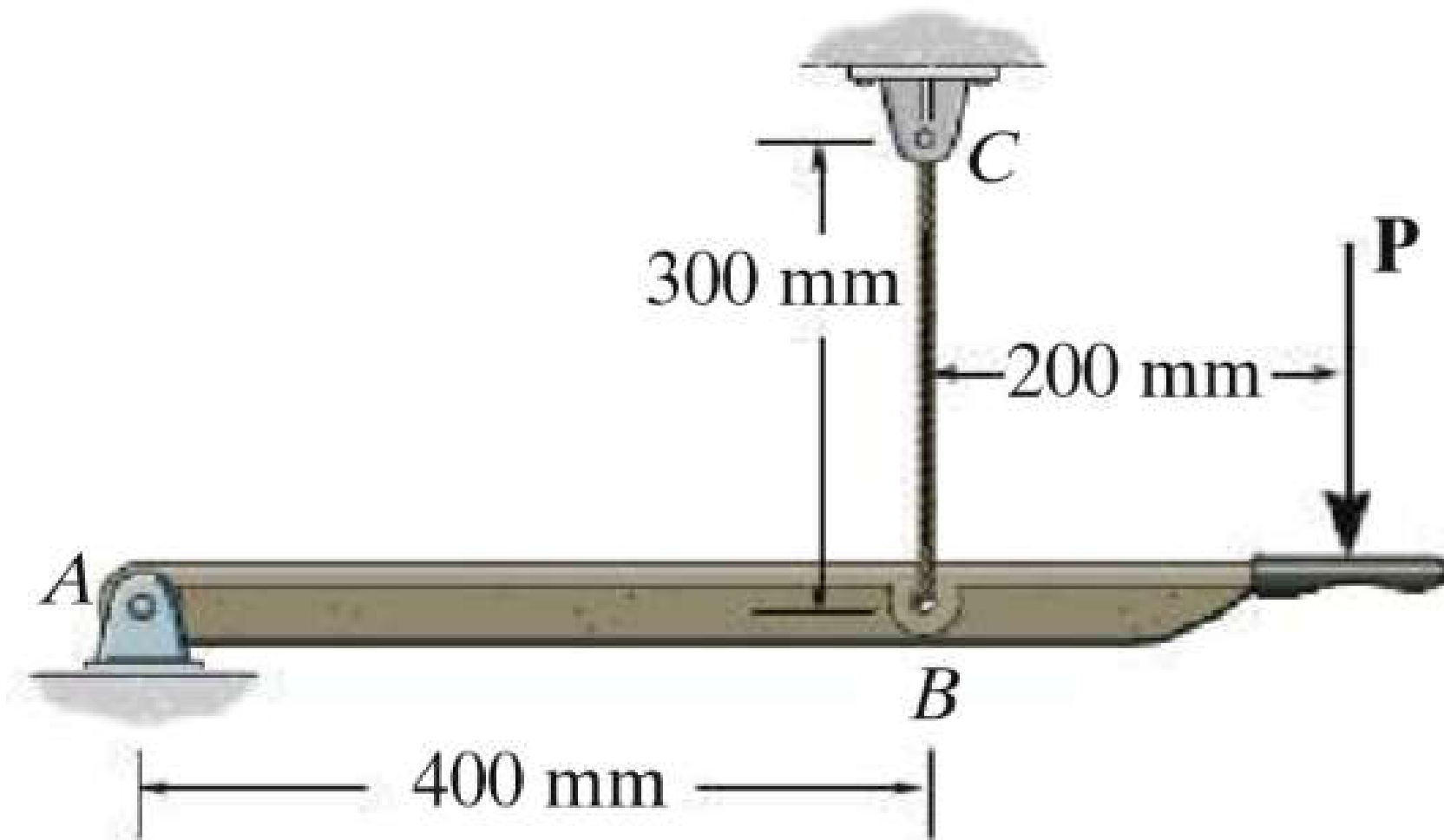
Ví dụ: Thanh AC tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp CD như hình vẽ. Dây CD có đường kính 20 mm. Xác định ứng suất pháp phát sinh trong dây CD .



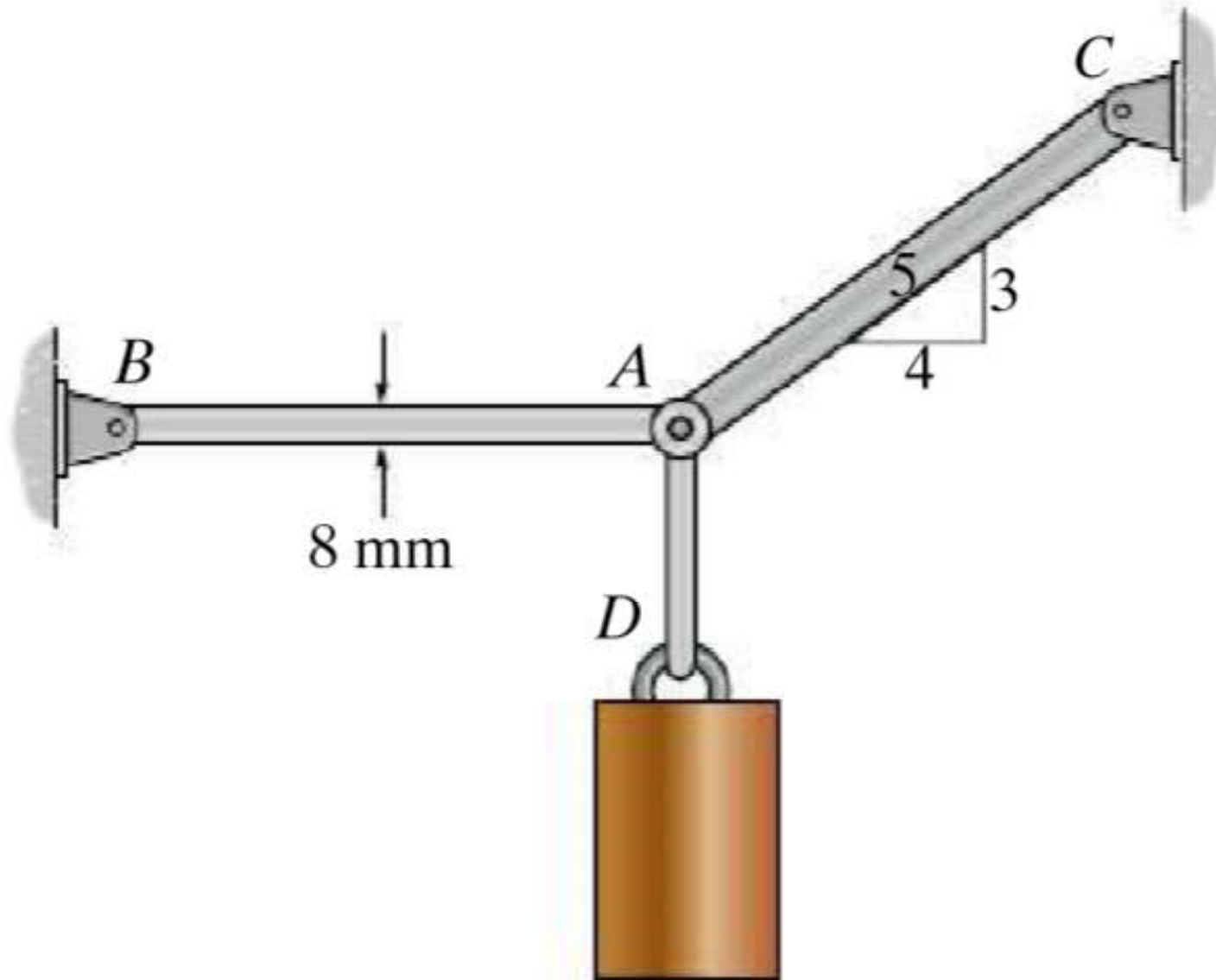
Ví dụ: Thanh BC tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp AB như hình vẽ. Dây AB có đường kính 20 mm. Xác định ứng suất pháp phát sinh trong dây AB .



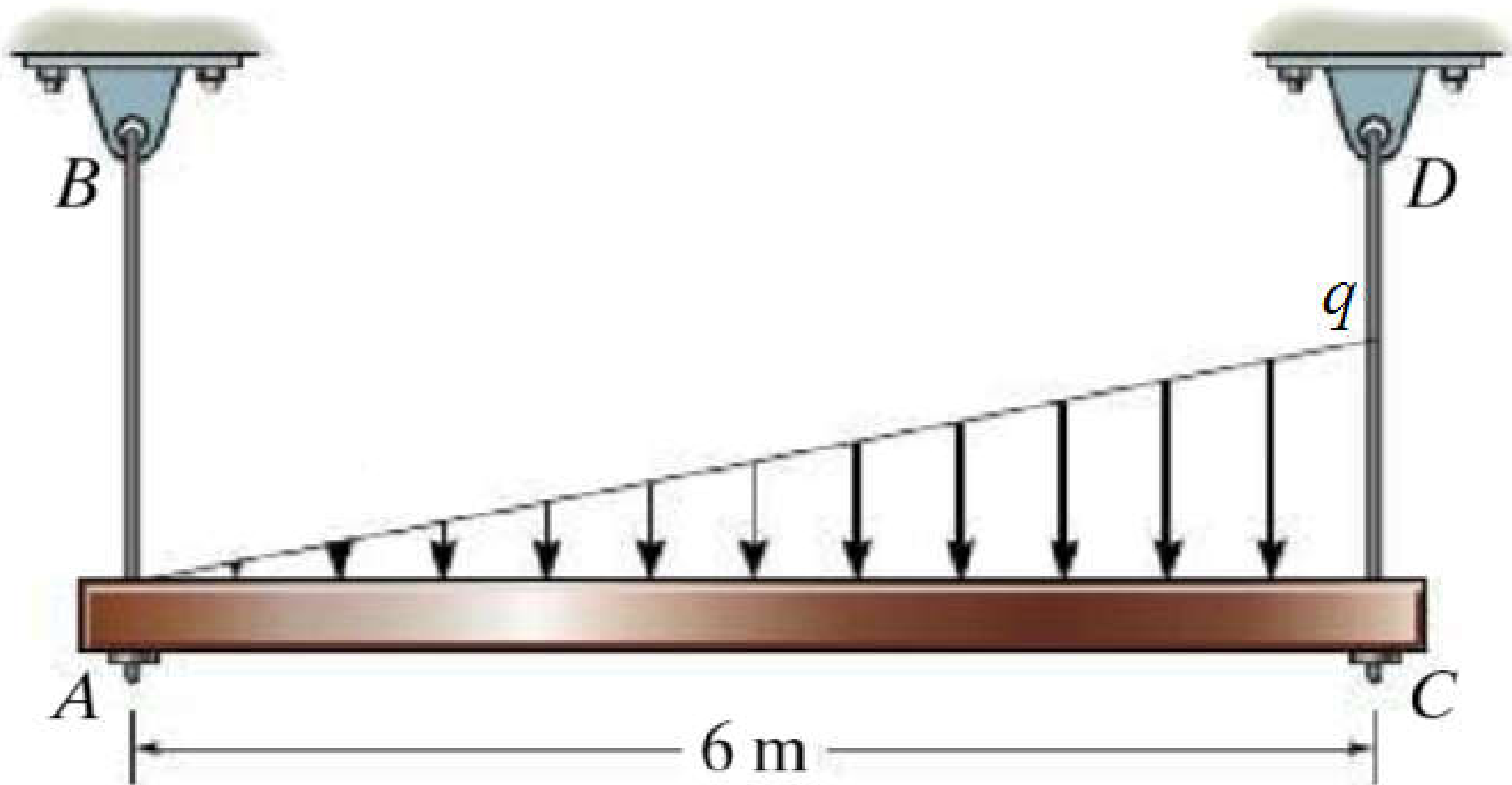
Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp BC như hình vẽ. Dây BC có đường kính 20 mm. Xác định giá trị của lực P để ứng suất pháp phát sinh trong dây BC không vượt quá 17 kN/cm^2 .



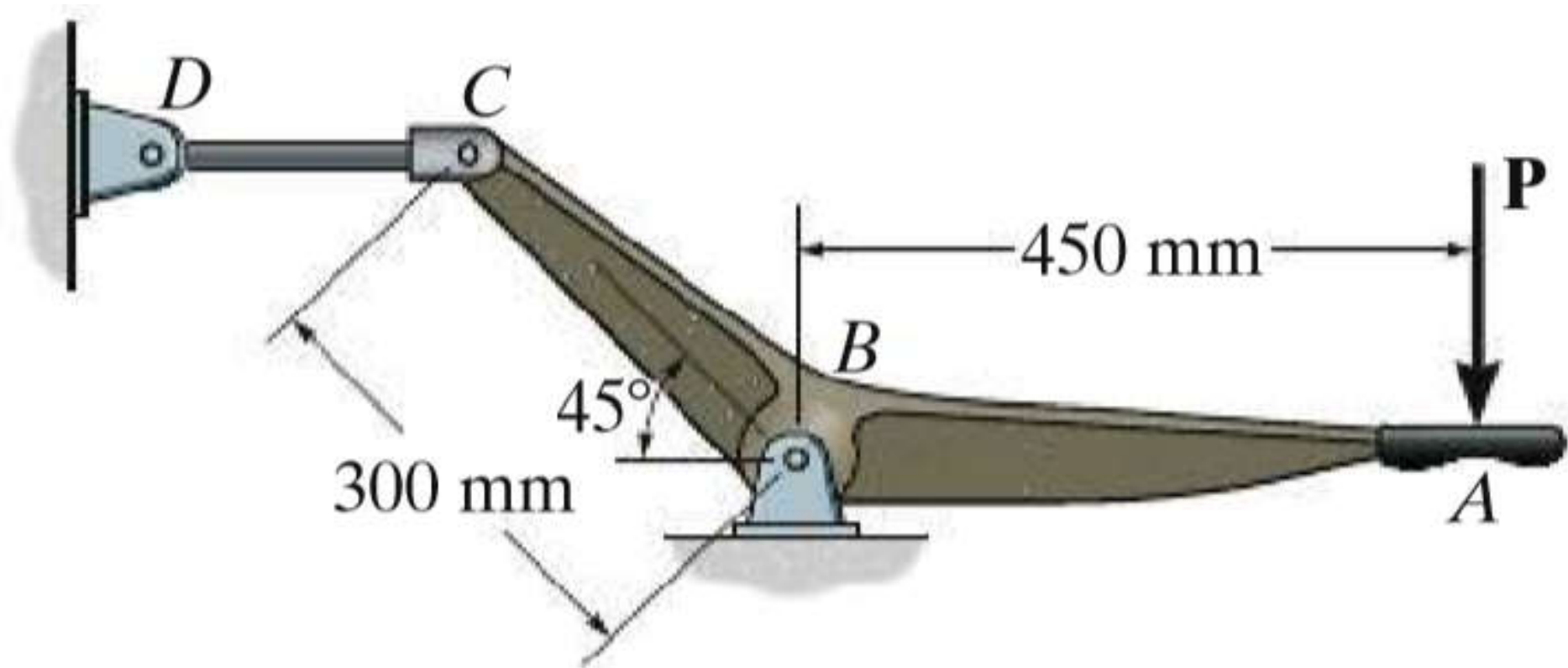
Ví dụ: Xác định ứng suất pháp phát sinh trong thanh AB . Biết rằng tải trọng có khối lượng 50 kg và thanh AB có đường kính 8 mm .



Ví dụ: Thanh AC tuyệt đối cứng được đỡ bởi hai dây cáp AB và CD như hình vẽ. Dây AB có diện tích mặt cắt ngang 10 mm^2 , thanh CD có diện tích mặt cắt ngang 15 mm^2 . Xác định cường độ q của lực phân bố để ứng suất pháp trong hai dây cáp không vượt quá $0,18 \text{ Gpa}$.



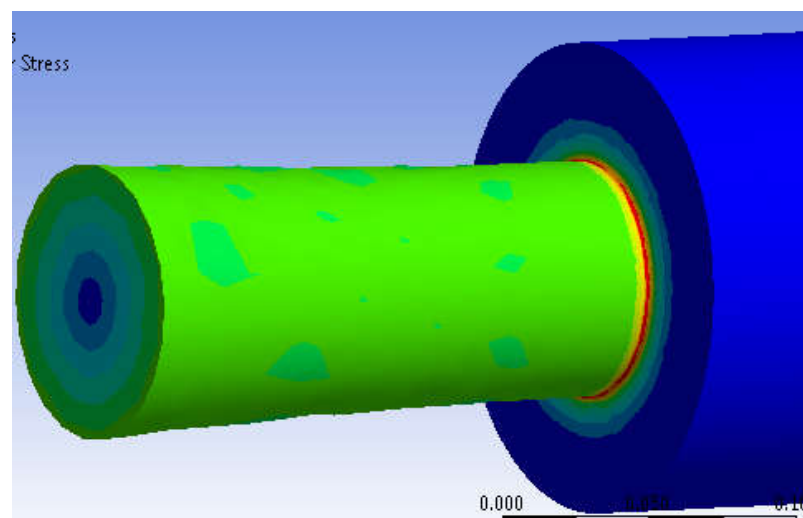
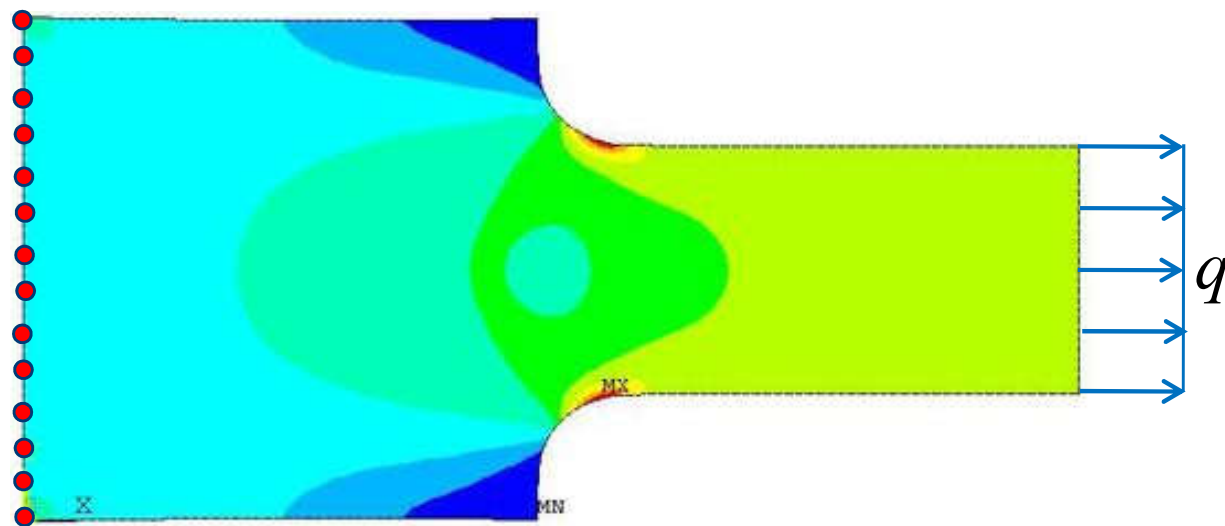
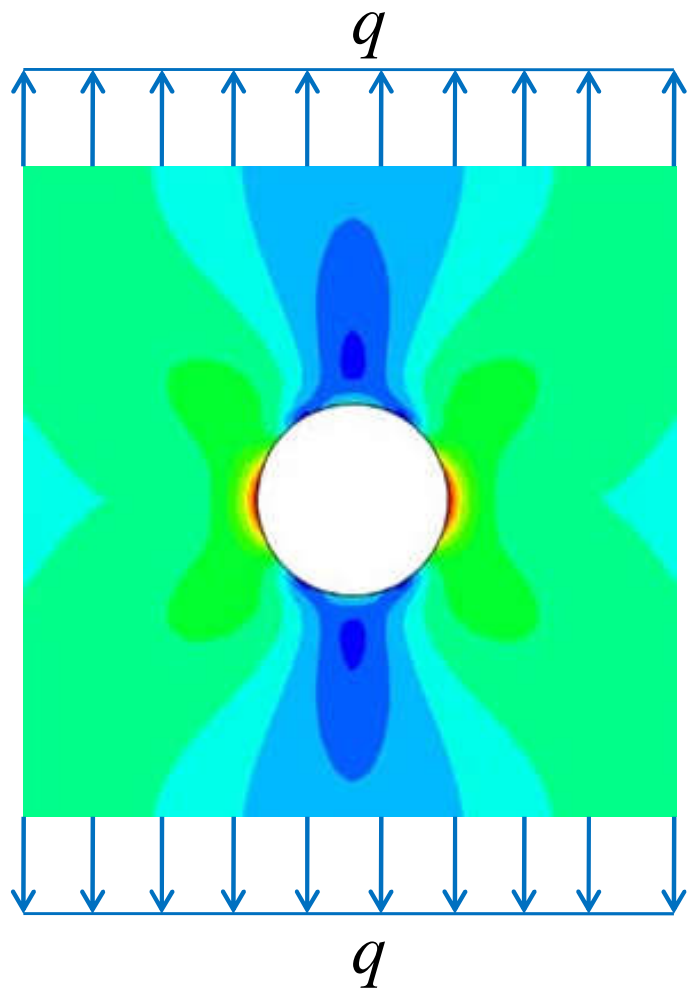
Ví dụ: Xác định lực P tác dụng vào tay đòn để ứng suất pháp phát sinh trong thanh CD không vượt quá 175 Mpa . Biết rằng thanh CD có đường kính 10 mm .



3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

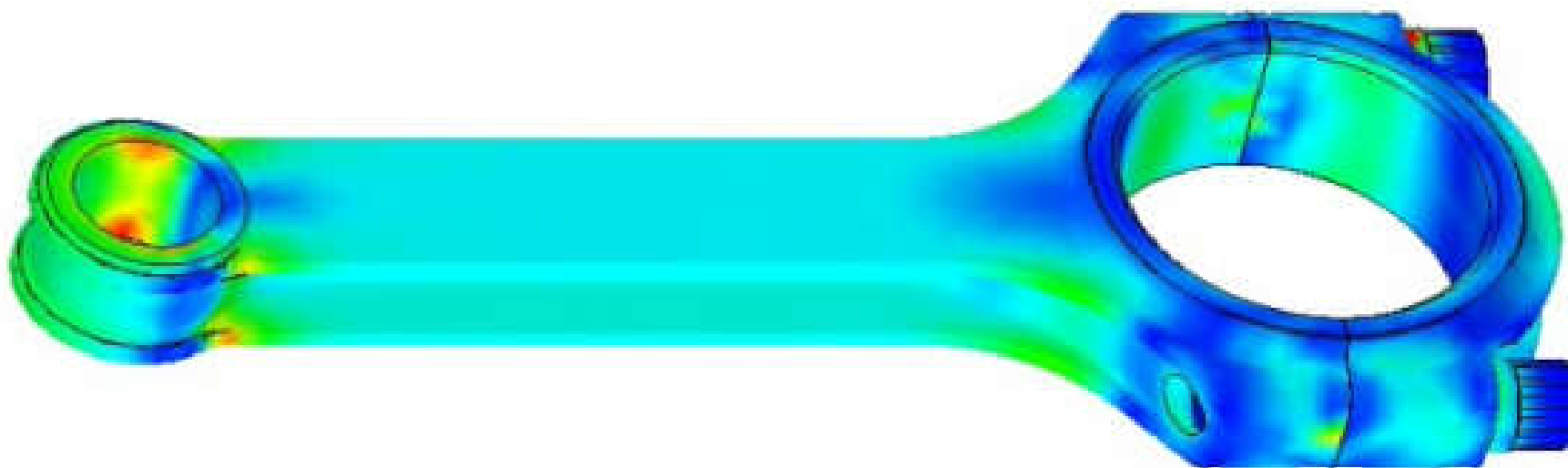
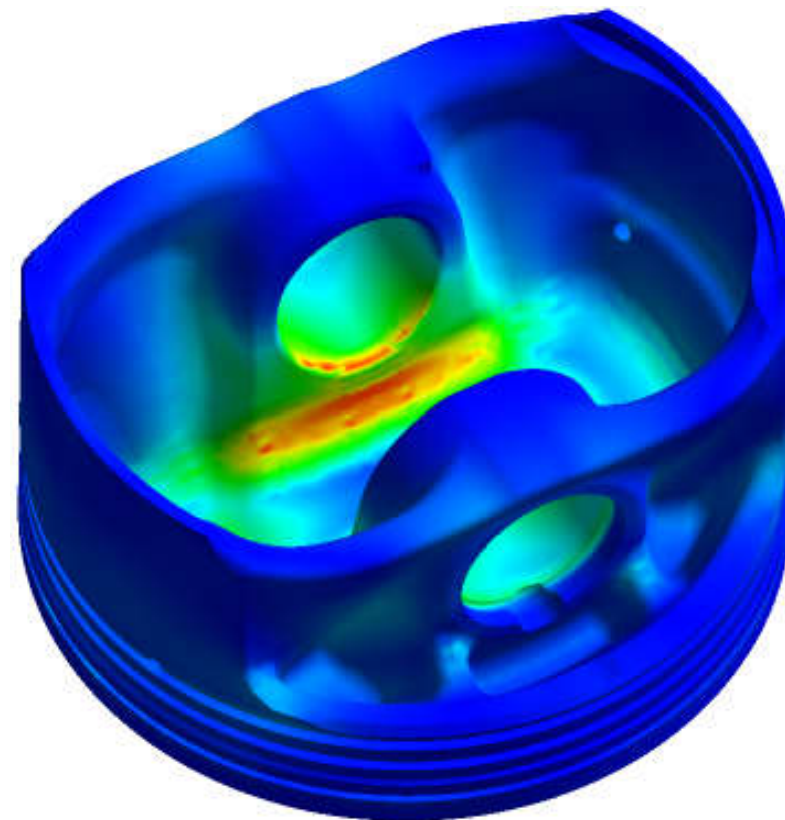
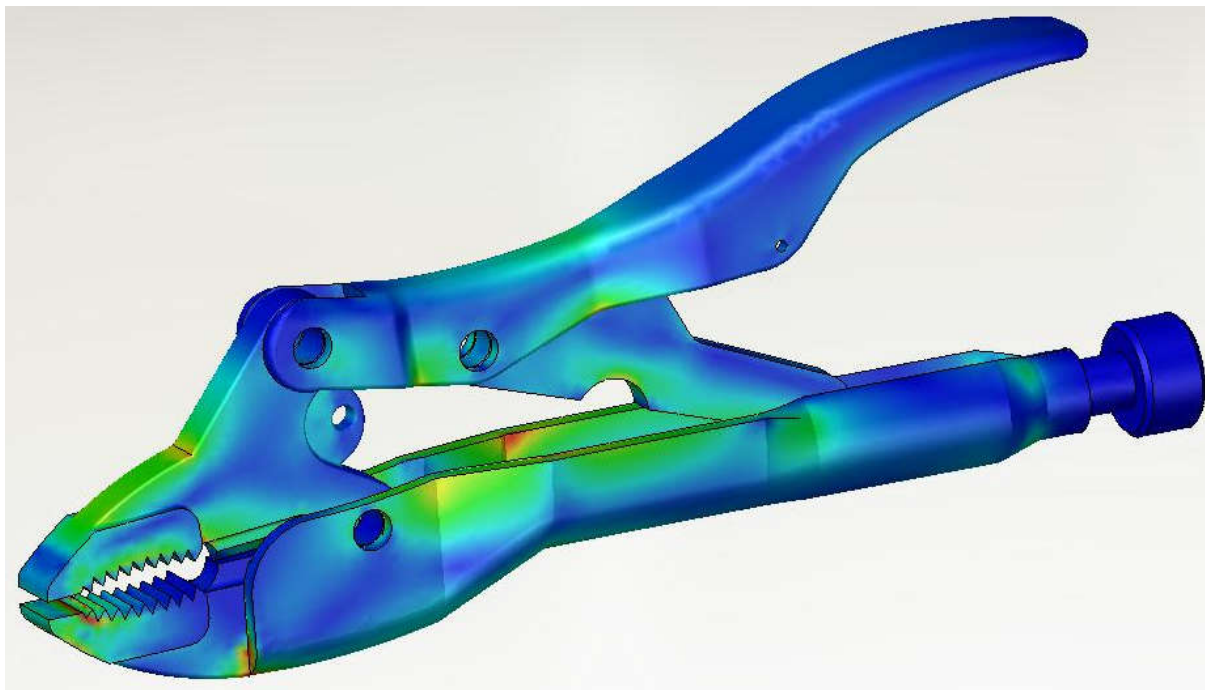
* Hiện tượng tập trung ứng suất



3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

* Hiện tượng tập trung ứng suất



3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

* Chi tiết bị phá hủy tại những nơi có diện tích mặt cắt ngang nhỏ và những nơi xảy ra hiện tượng tập trung ứng suất



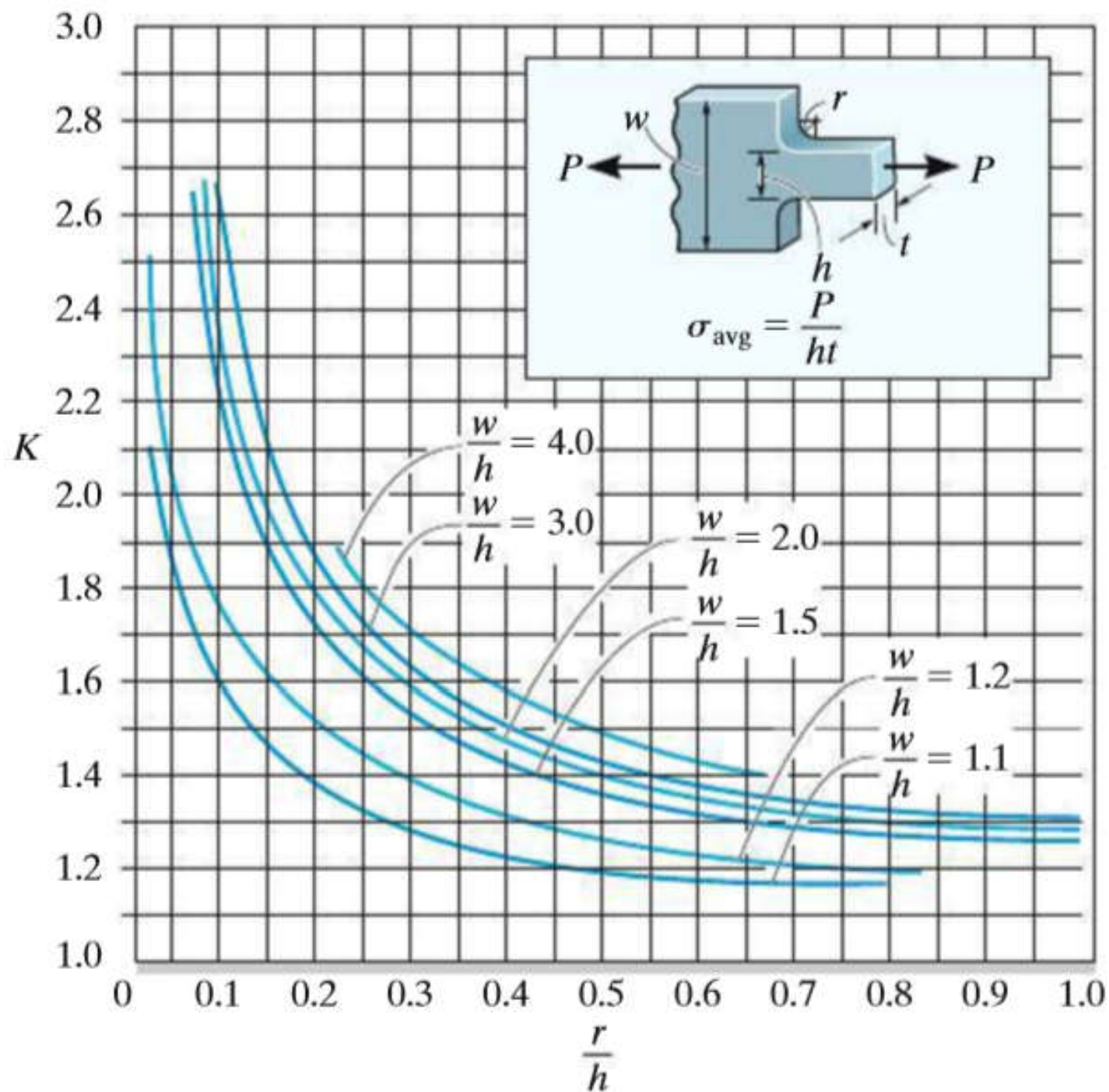
3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

* Hệ số tập trung ứng suất

$$\sigma_{tb} = \frac{N_z}{F}$$

$$\sigma_{max} = K \cdot \sigma_{tb}$$



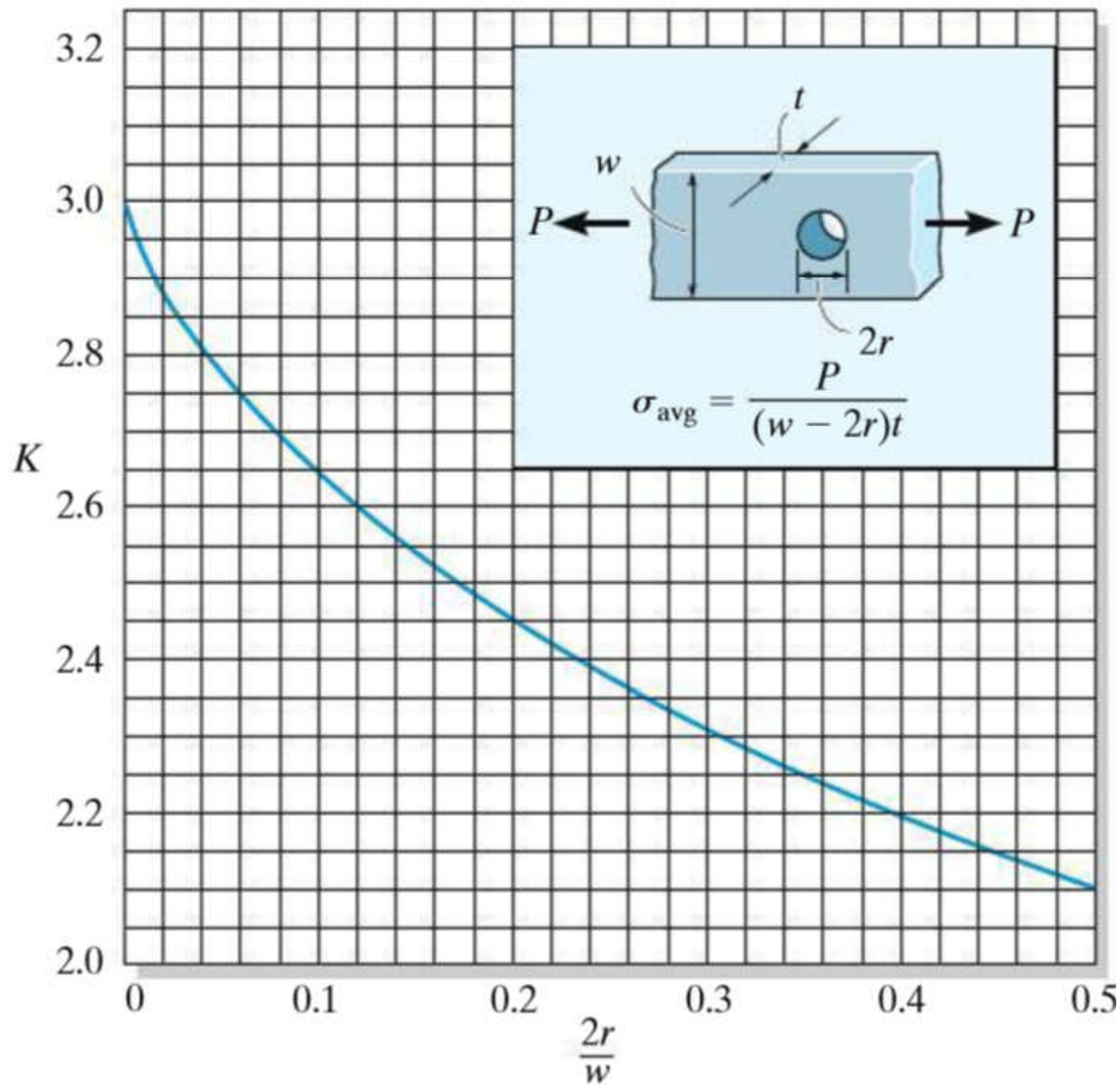
3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

* Hệ số tập trung ứng suất

$$\sigma_{tb} = \frac{N_z}{F}$$

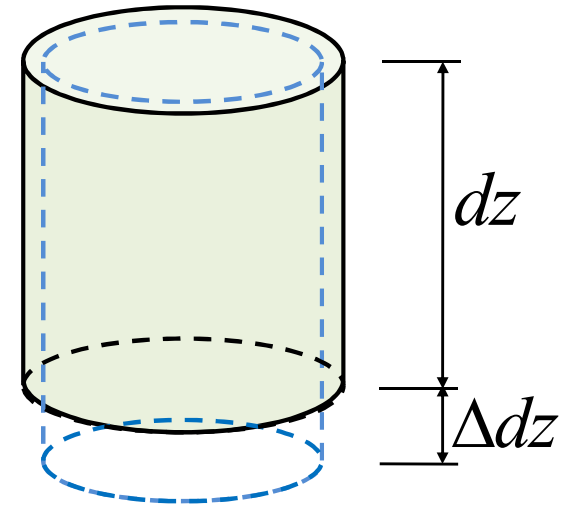
$$\sigma_{max} = K \cdot \sigma_{tb}$$



* **Biến dạng dài dọc trục:**

- Biến dạng dài dọc trục

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{N_z}{EF} = \frac{\Delta dz}{dz}$$



- Biến dạng dài dọc trục của vi phân chiều dài dz

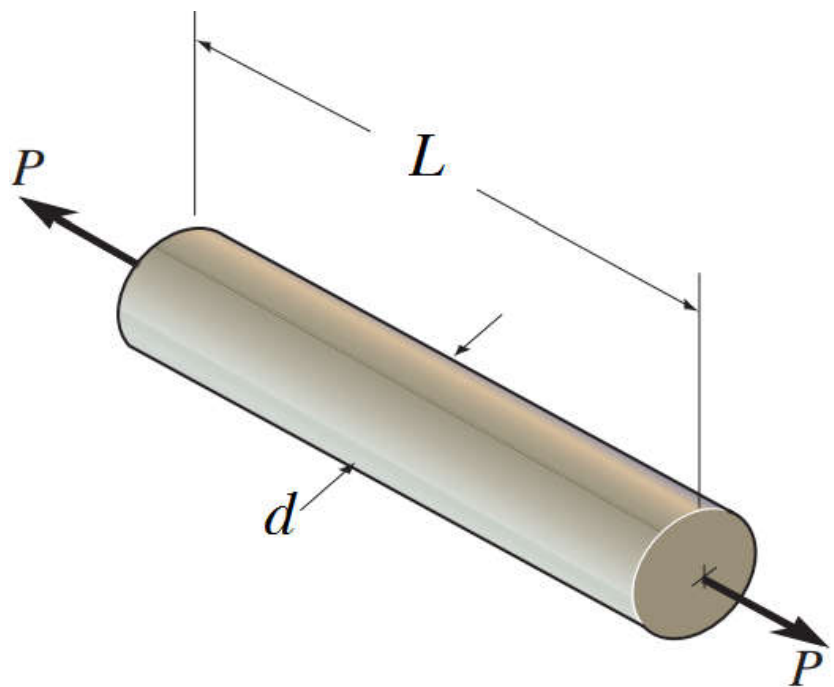
$$\Delta dz = \varepsilon_z dz$$

- Biến dạng dài dọc trục của đoạn thanh có chiều dài L :

- + E : Môđun đàn hồi của vật liệu
- + N_z : lực dọc trên mặt cắt ngang
- + F : diện tích mặt cắt ngang

$$\Delta L = \int_L \varepsilon_z dz = \int_L \frac{N_z}{EF} dz$$

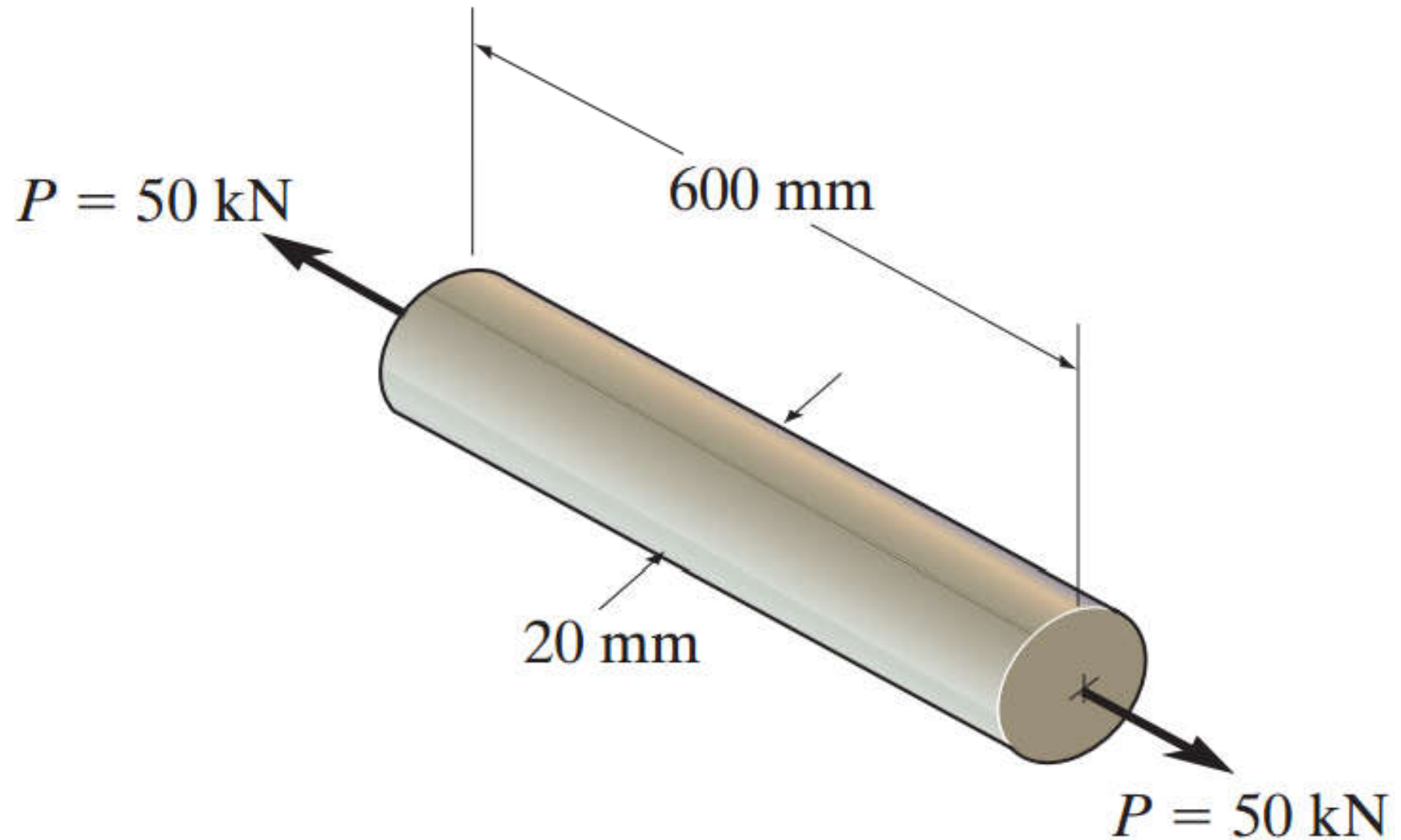
* Các trường hợp đặc biệt:



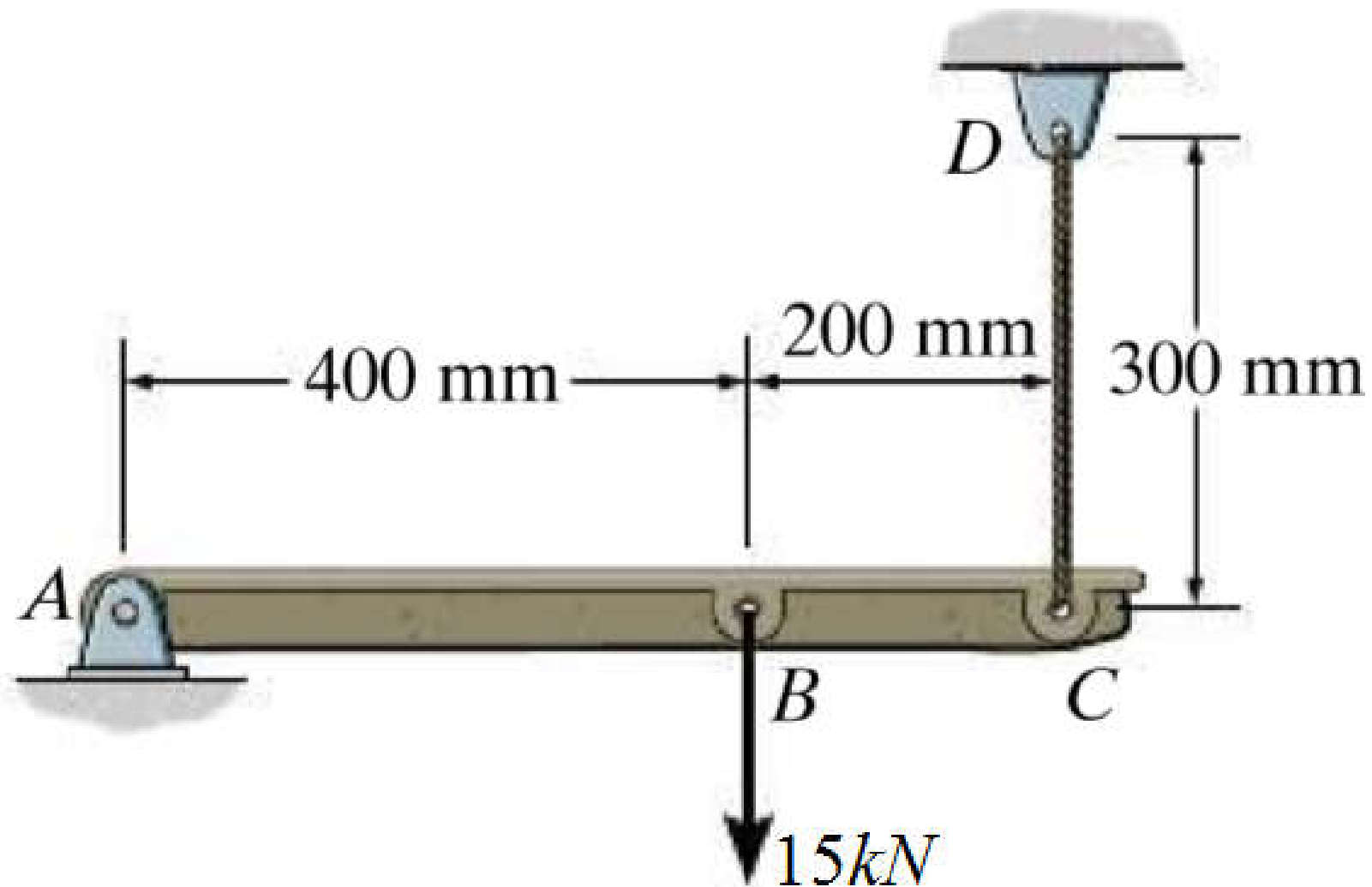
$$\frac{N_z}{EF} = \text{const} \quad \text{trên toàn chiều dài } L:$$

$$\Rightarrow \Delta L = \frac{N_z L}{EF}$$

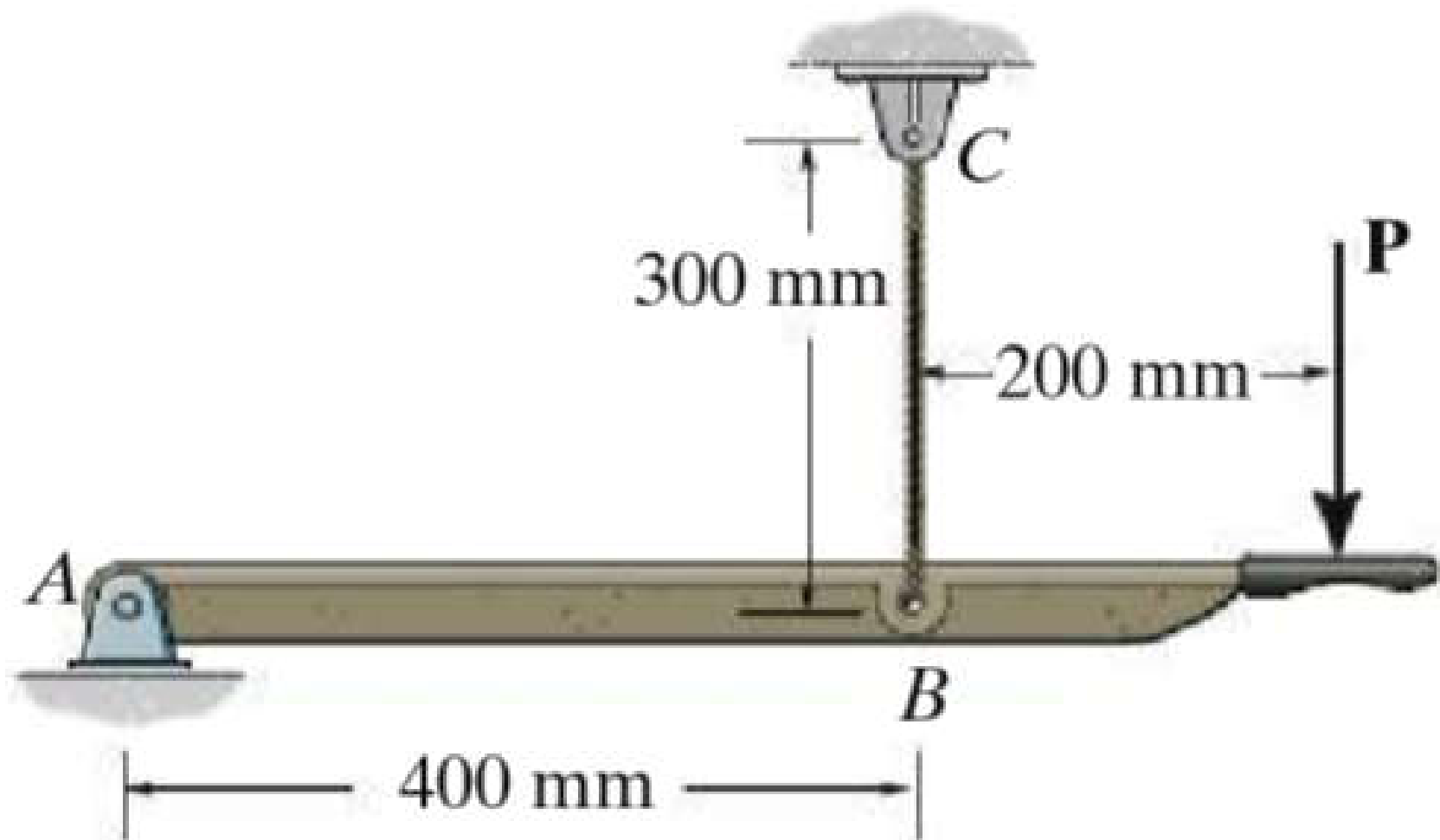
Ví dụ: *Xác định lượng giãn dài dọc trục của thanh thép A36 chịu lực như hình vẽ.*



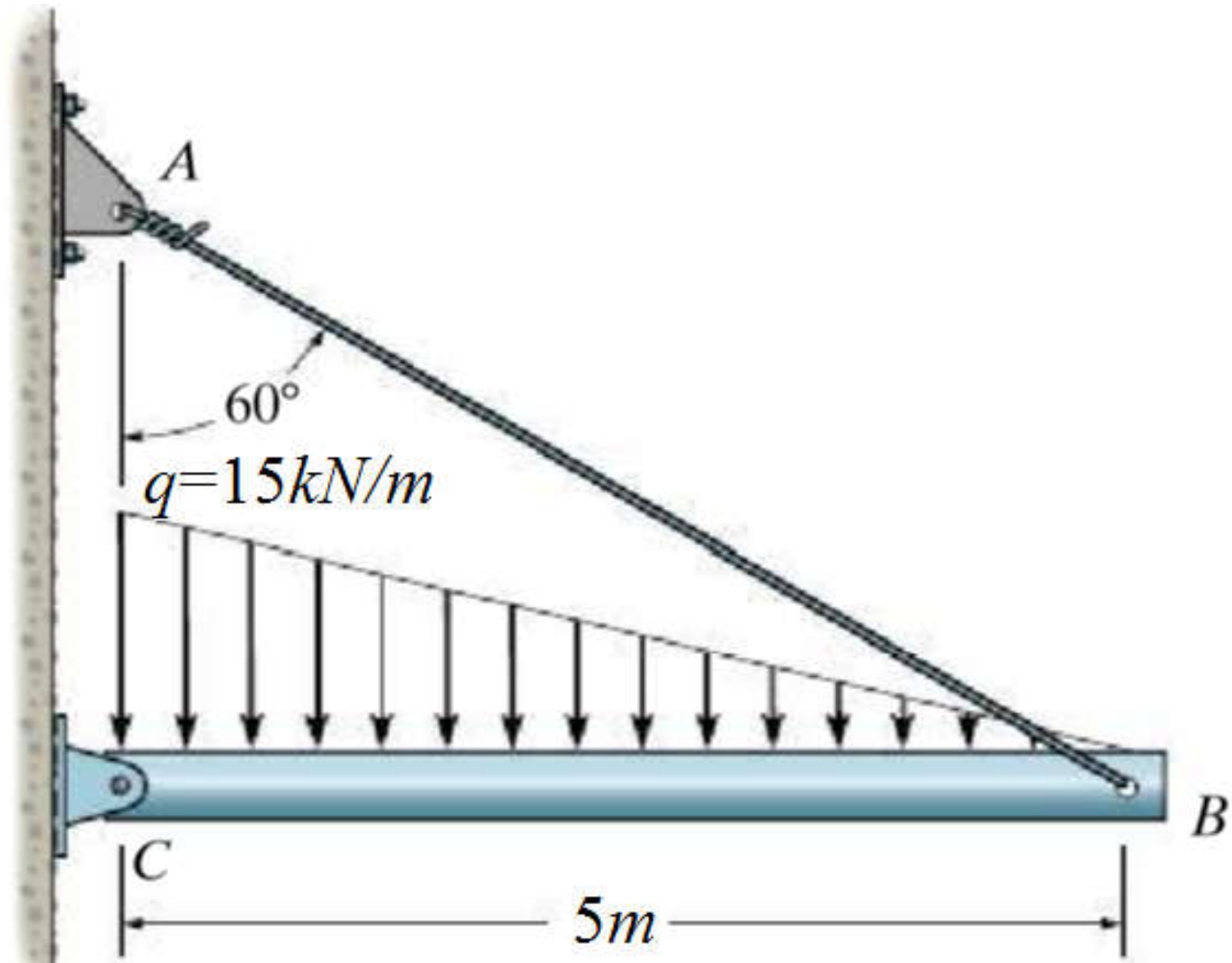
Ví dụ: Thanh AC tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp CD như hình vẽ. Dây CD có đường kính 20 mm và được làm bằng thép A36. Xác định lượng giãn dài dọc trục của dây cáp.



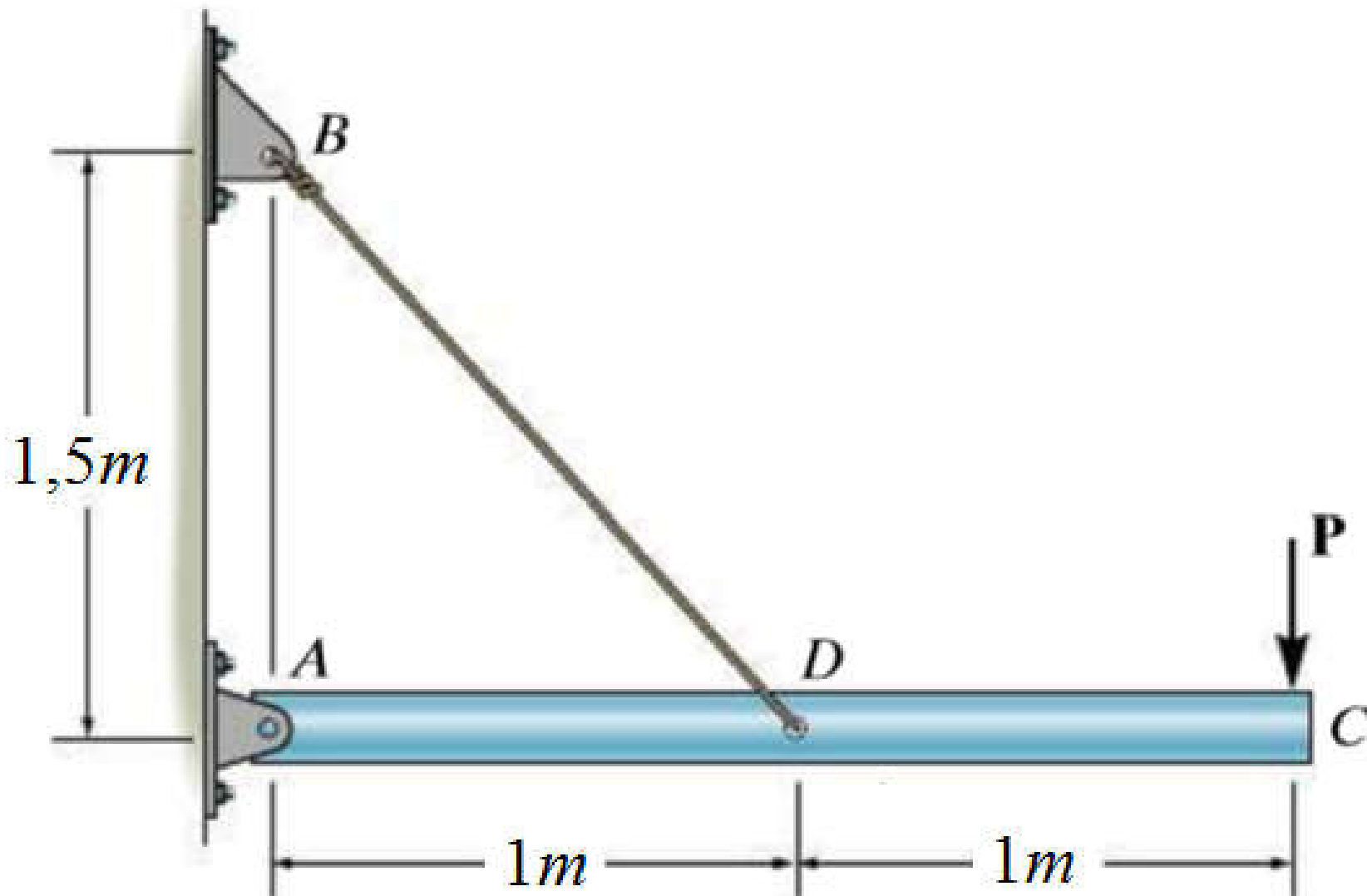
Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp BC như hình vẽ. Dây BC có đường kính 3 mm và được làm bằng thép A36. Xác định giá trị của lực P nếu lượng giãn dài dọc trục của dây cáp bằng 0,2 mm.



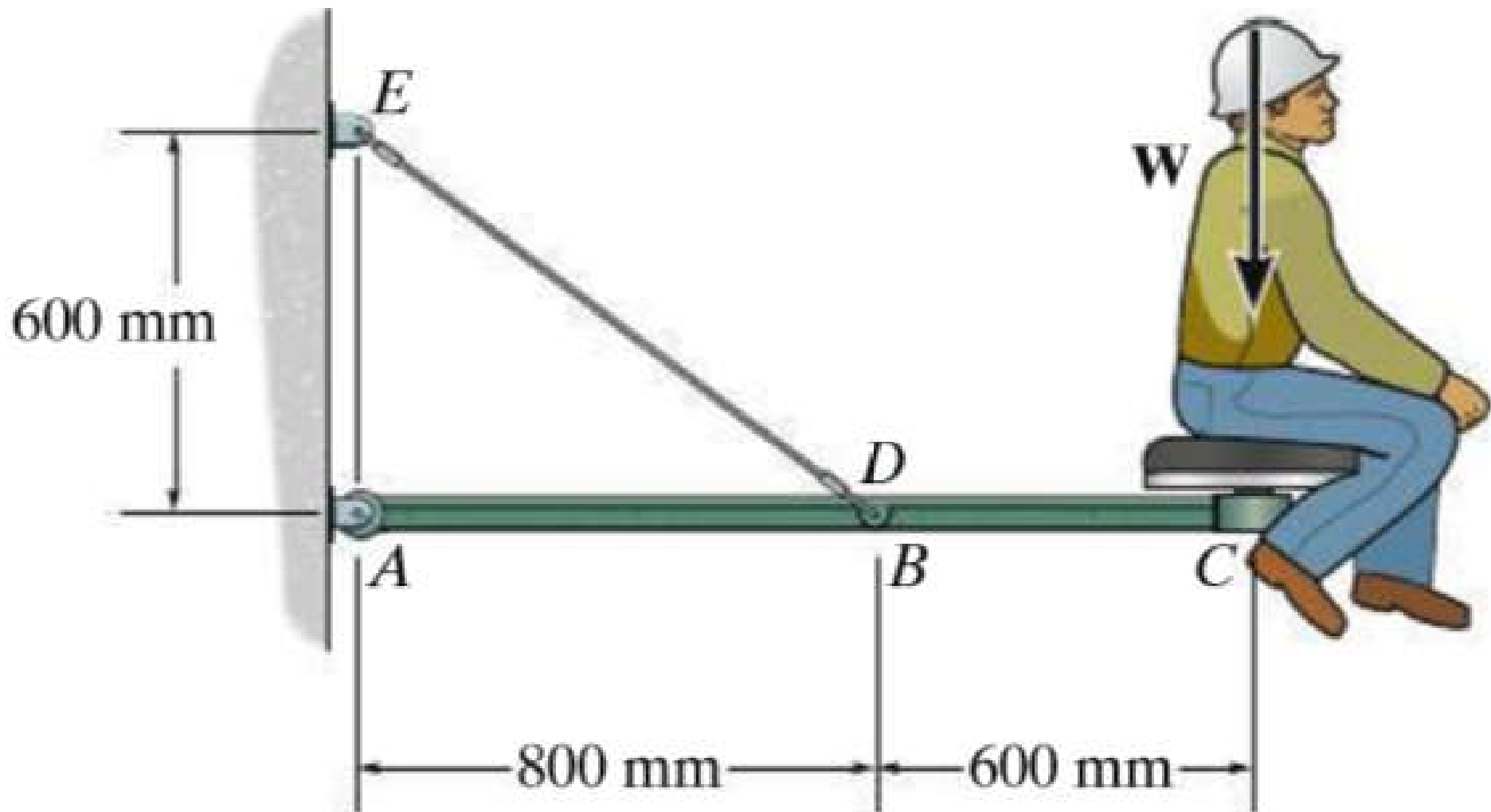
Ví dụ: Thanh BC tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp AB như hình vẽ. Dây AB có đường kính 20 mm và được làm bằng thép A36. Xác định lượng giãn dài dọc trục của dây cáp.



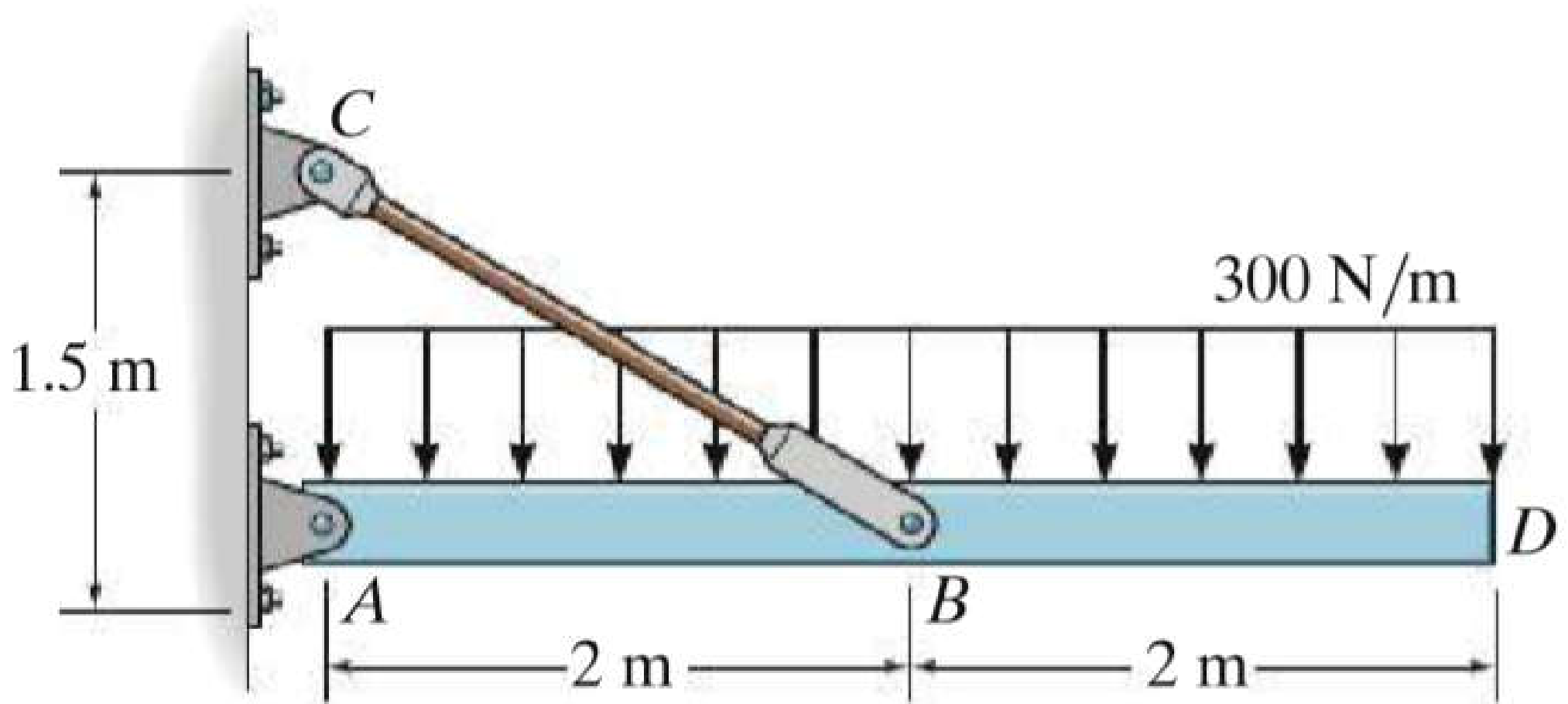
Ví dụ: Thanh AC tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp BD như hình vẽ. Dây BD có đường kính $6,5\text{ mm}$ và được làm bằng thép $A36$. Xác định lượng giãn dài dọc trục của dây cáp. Cho $P = 2,6\text{ kN}$.



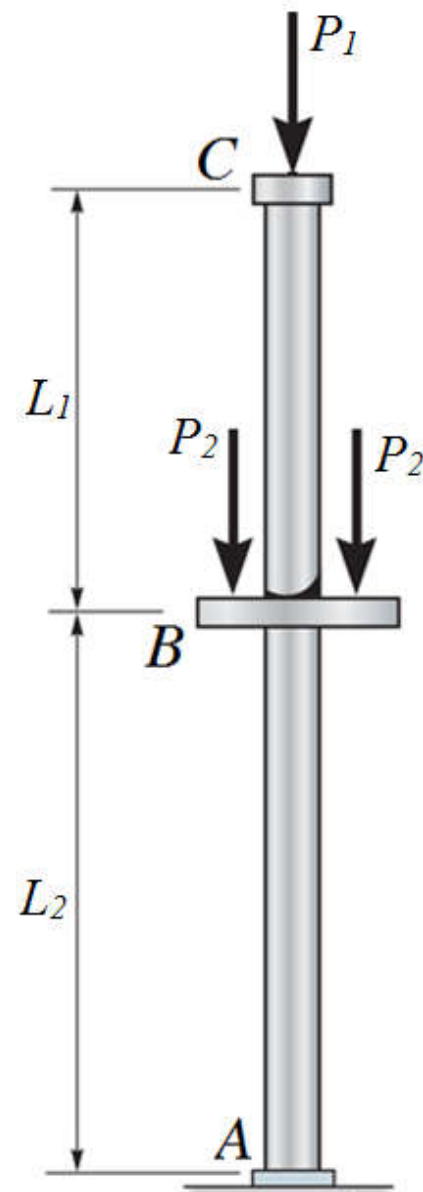
Ví dụ: Thanh AC tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp DE như hình vẽ. Dây DE có đường kính 5 mm và được làm bằng thép A36. Xác định lượng giãn dài dọc trục của dây cáp. Biết rằng người công nhân có khối lượng 80 kg.



Ví dụ: Thanh AD tuyệt đối cứng được đỡ bởi thanh BC như hình vẽ. Thanh BC có diện tích mặt cắt ngang 14 mm^2 và được làm bằng hợp kim nhôm 6061-T6. a) Xác định lượng giãn dài dọc trục của thanh BC . b) Tính chuyển vị theo phương đứng tại D .



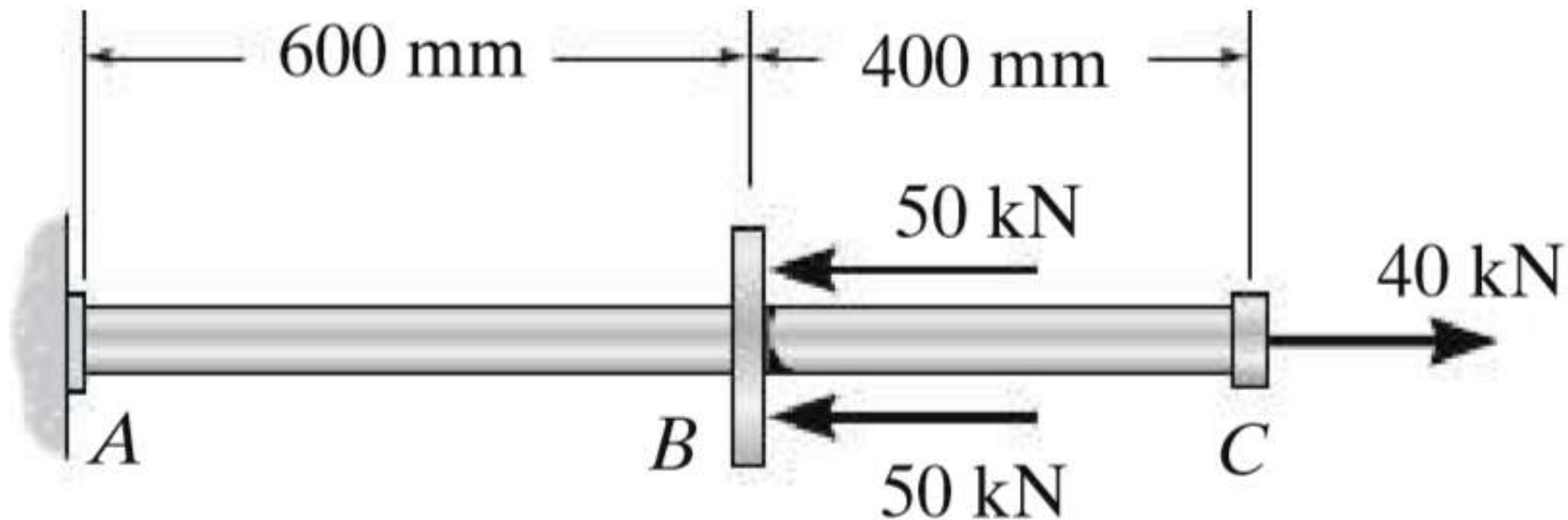
* Các trường hợp đặc biệt:



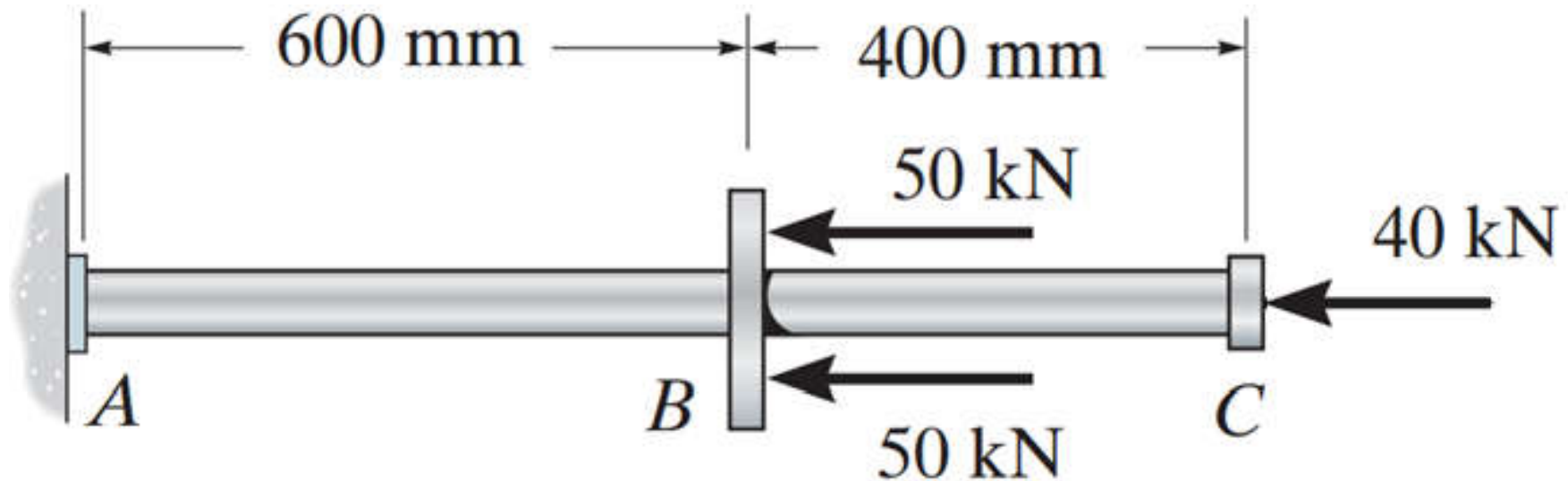
$$\frac{N_z}{EF} = \text{const} \quad \text{trên từng đoạn chiều dài } L_i:$$

$$\Rightarrow \Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{N_{z_i} L_i}{E_i F_i}$$

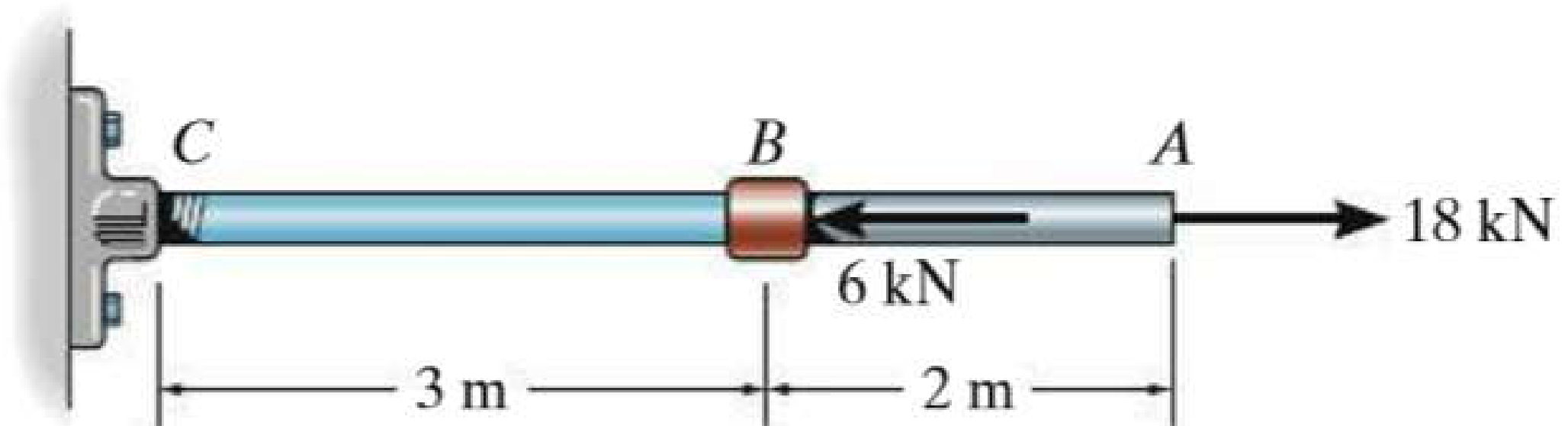
Ví dụ: Trục thép A36 có đường kính 20 mm chịu lực như hình vẽ. Tính dịch chuyển của mặt cắt ngang tại C so với ngàm A.



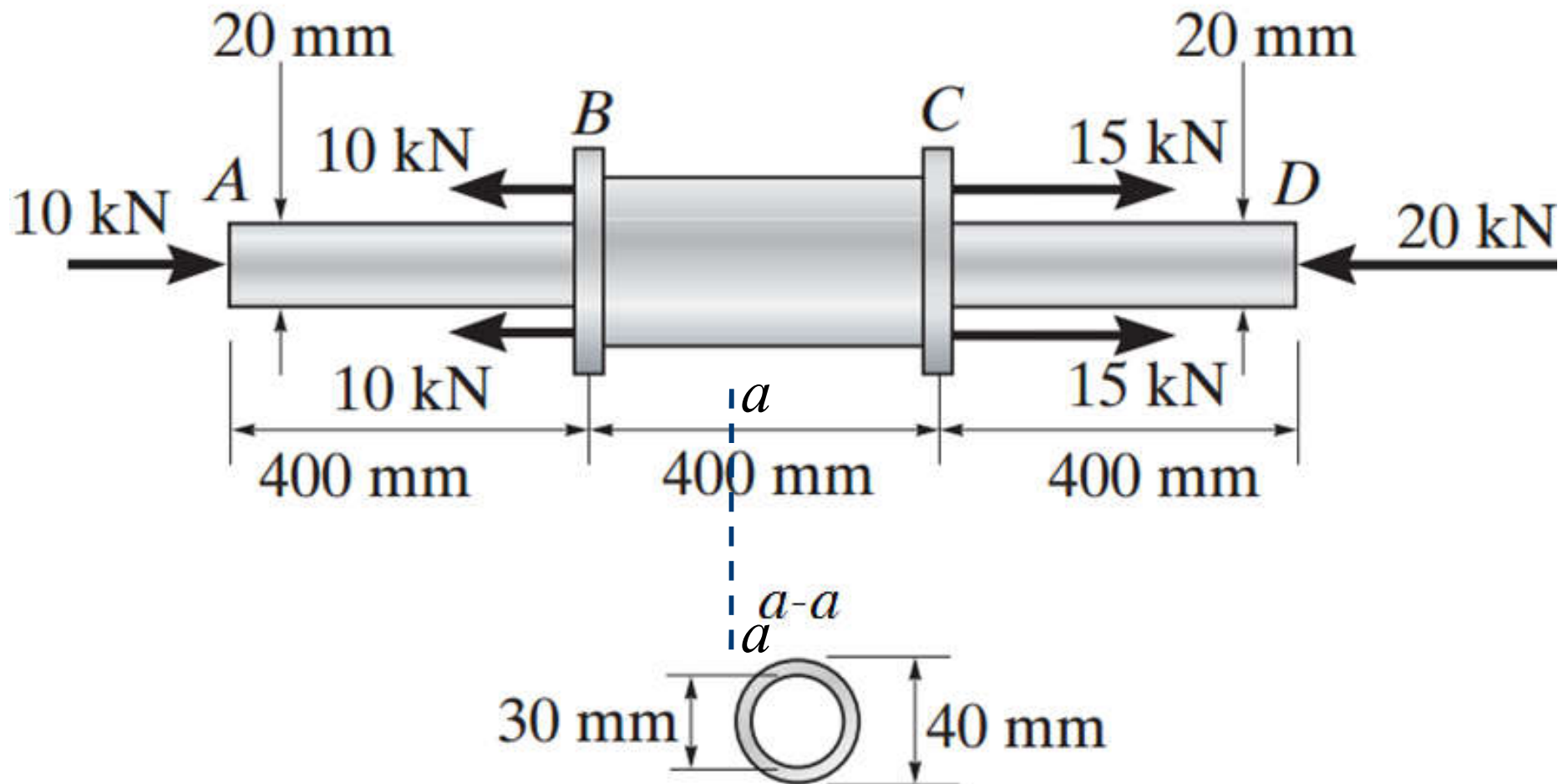
Ví dụ: Trục thép A36 có đường kính 50 mm chịu lực như hình vẽ. Tính dịch chuyển của mặt cắt ngang tại C so với ngàm A.



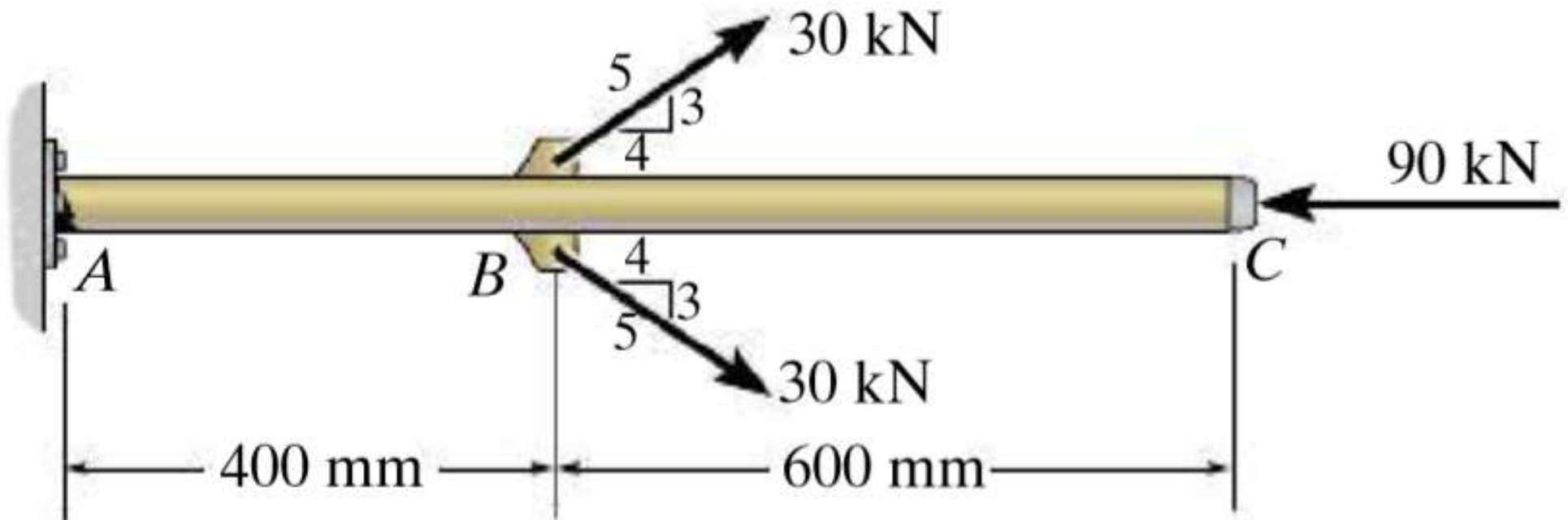
Ví dụ: Trục tổ hợp gồm trục thép BC gắn với trục nhôm AB, hai đoạn có cùng đường kính 12 mm. Xác định chuyển vị của mặt cắt tại A và B so với ngàm C. Biết rằng nhôm và thép có mô đun đàn hồi lần lượt là $E_{al} = 70 \text{ GPa}$, $E_{st} = 200 \text{ GPa}$.



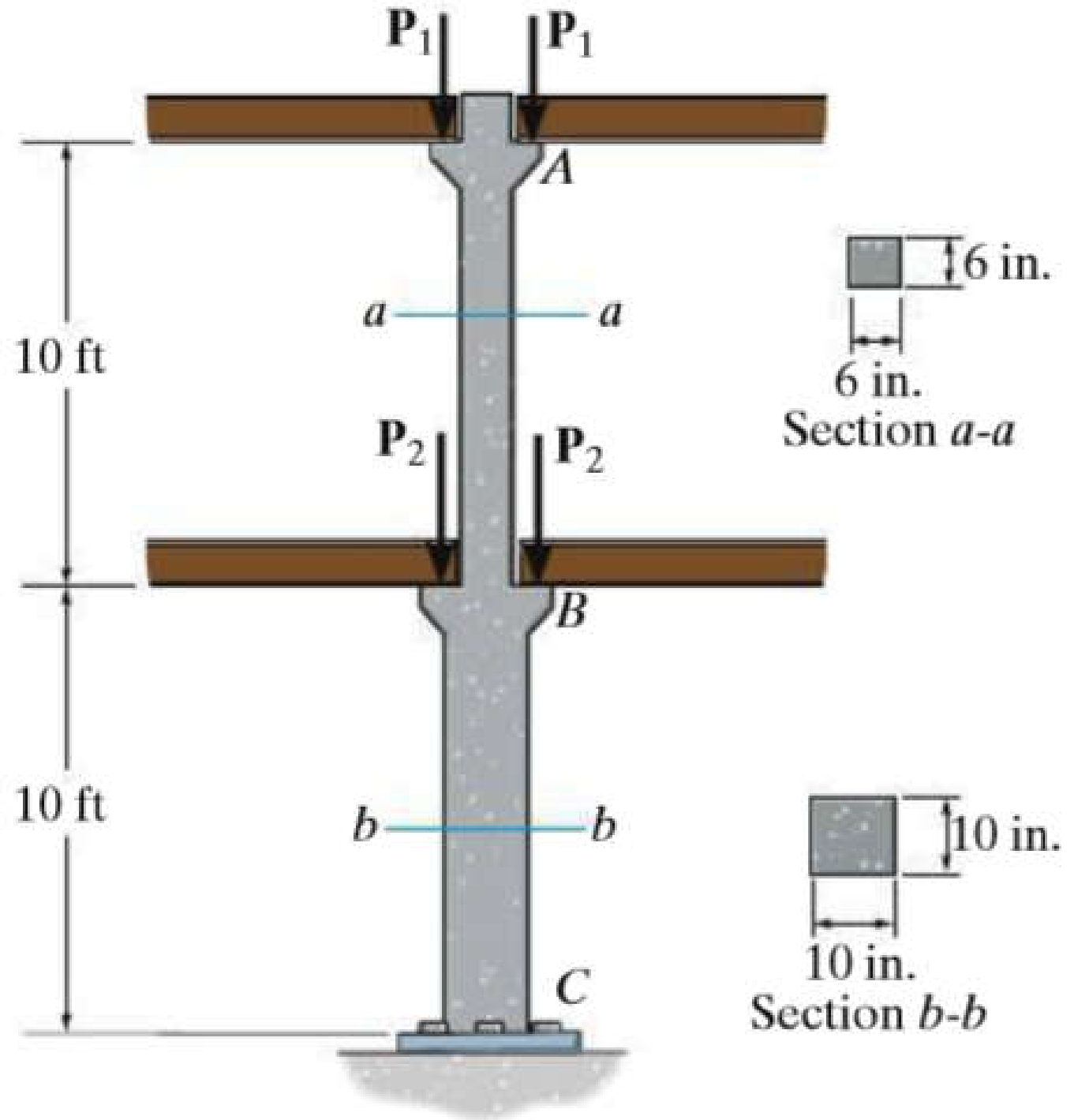
Ví dụ: Trục tổ hợp gồm trục đặt AB, BC gắn với ống BC. Xác định chuyển vị của mặt cắt tại A so với D. Biết rằng trục làm bằng hợp kim nhôm 6061-T6.



Ví dụ: Trục thép A992 đường kính 30 mm chịu lực như hình vẽ. Tính chuyển vị của C so với ngàm A.



Ví dụ: Nếu chuyển vị tại A so với B và tại B so với C lần lượt là $0,08\text{ in}$ và $0,1\text{ in}$. Xác định giá trị của các lực P_1 và P_2 . Biết rằng cột làm bằng bê tông cường độ cao.



* Các trường hợp đặc biệt:

$EF = \text{const}$ trên chiều dài L_i :

$$\Rightarrow \Delta L = \sum_{i=1}^n \left(\frac{S_{N_z}}{EF} \right)_i$$

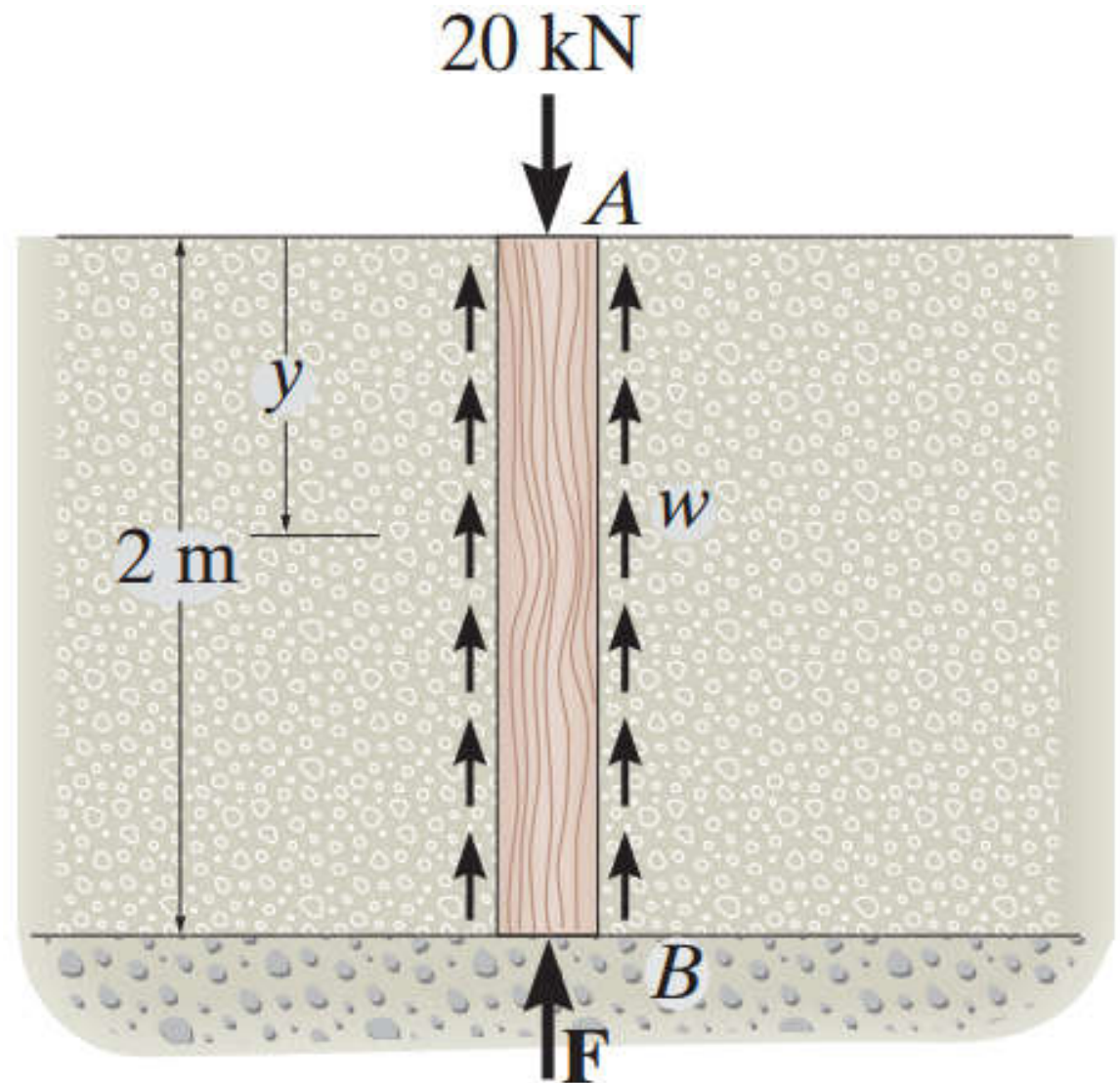
+ E : Môđun đàn hồi của vật liệu

+ S_{N_z} : Diện tích biểu đồ N_z

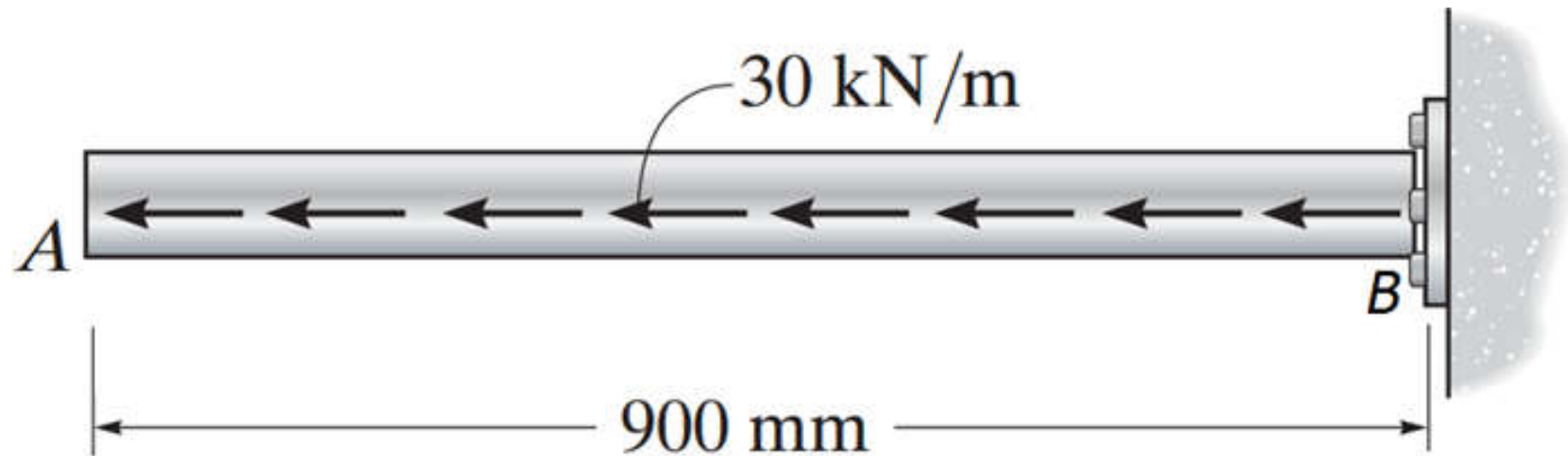
+ F : diện tích mặt cắt ngang



Ví dụ: Cọc AB được làm bằng gỗ Douglas fir có đường kính 60 mm. Cọc chịu lực ép 20 kN và ma sát thành $w = 4 \text{ kN/m}$. Xác định lực F để cọc cân bằng. Tính biến dạng dài dọc trục của cọc.



Ví dụ: Trục thép A36 đường kính 80 mm chịu lực như hình vẽ. Tính chuyển vị của A so với ngàm B.

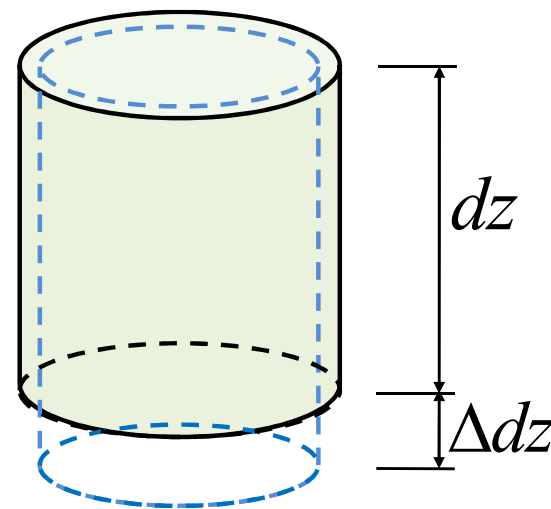


4

Biến Dạng

* Biến dạng ngang:

Material	Poisson's ratio ν
Aluminum alloys	0.33
2014-T6	0.33
6061-T6	0.33
7075-T6	0.33
Brass	0.34
Bronze	0.34
Cast iron	0.2–0.3
Concrete (compression)	0.1–0.2
Copper and copper alloys	0.33–0.36
Glass	0.17–0.27
Magnesium alloys	0.35



$$\varepsilon' = -\nu \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_z}{E}$$

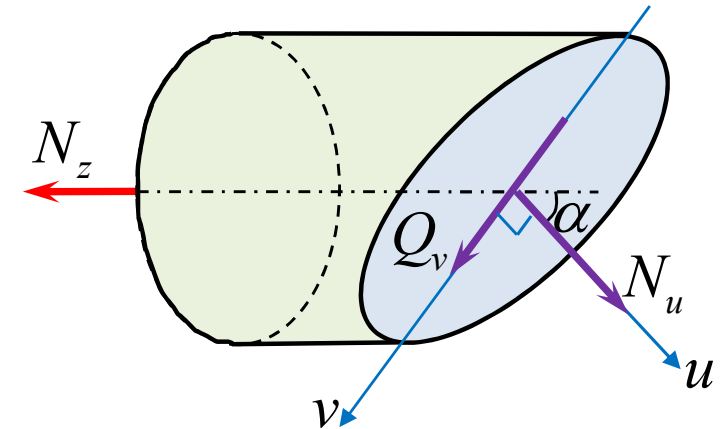
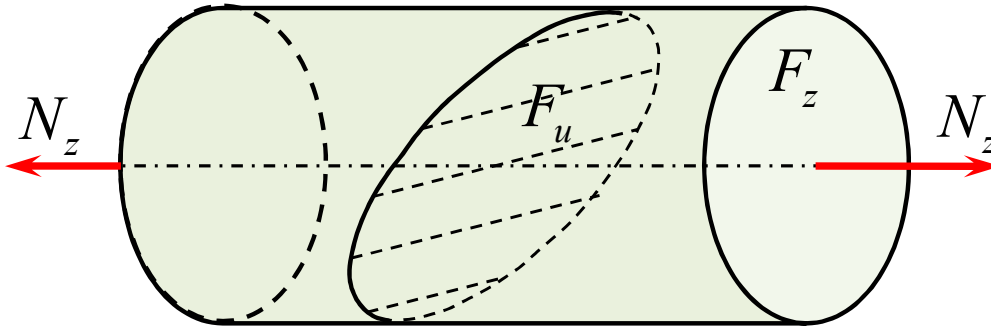
ν hệ số Poisson. $0 \leq \nu \leq 0,5$

Material	Poisson's ratio ν
Monel (67% Ni, 30% Cu)	0.32
Nickel	0.31
Plastics	
Nylon	0.4
Polyethylene	0.4
Rock (compression)	
Granite, marble, quartz	0.2–0.3
Limestone, sandstone	0.2–0.3
Rubber	0.45–0.50
Steel	0.27–0.30
Titanium alloys	0.33
Tungsten	0.2

5

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Nghiêng

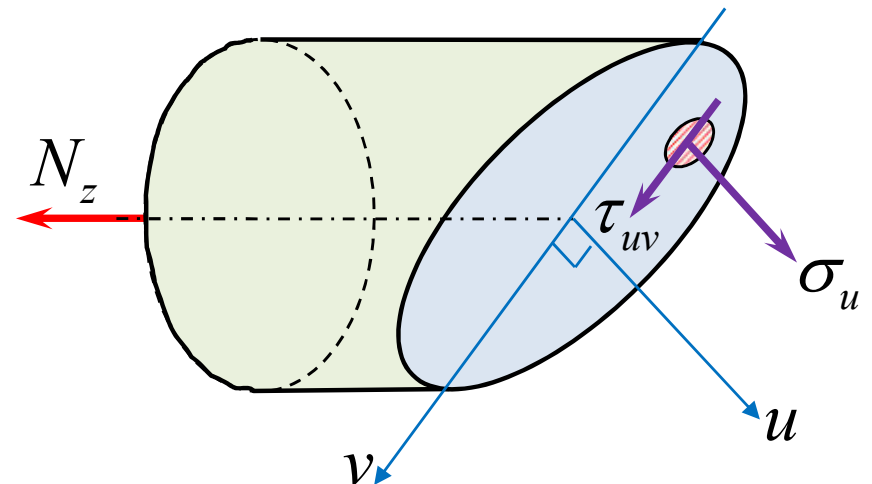
* Biết ứng suất trên mặt cắt ngang, tìm ứng suất trên mặt cắt nghiêng:



$$\begin{cases} \sum F_u = 0 \Leftrightarrow N_u = N_z \cdot \cos \alpha \\ \sum F_v = 0 \Leftrightarrow Q_v = N_z \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

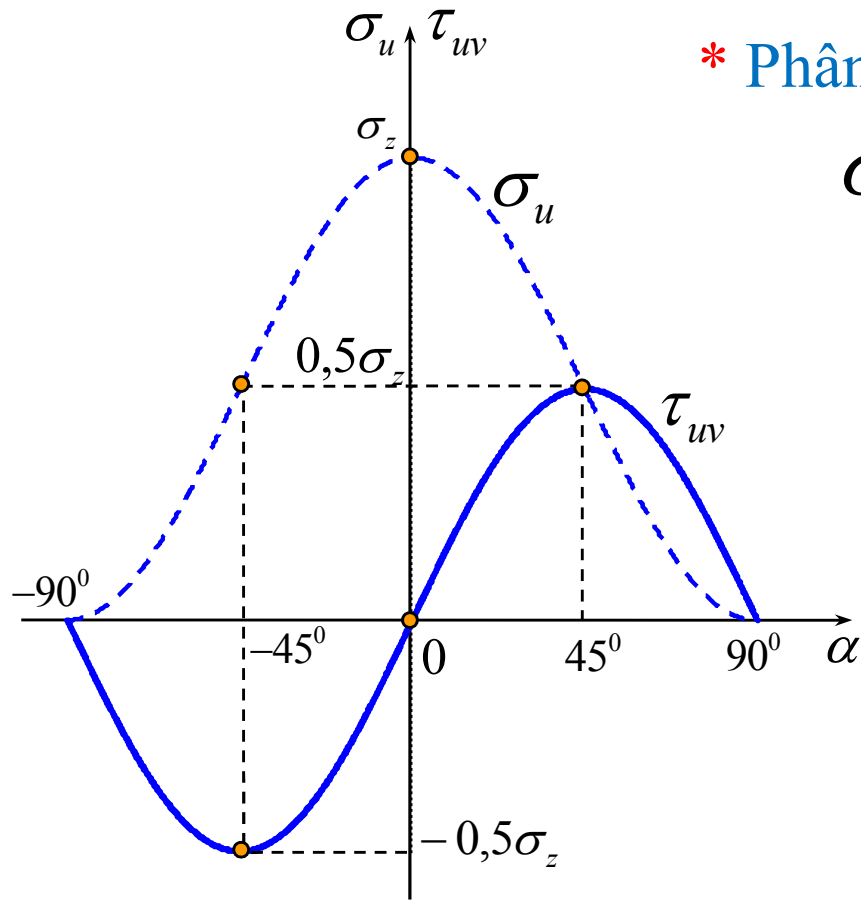
Ta lại có $F_z = F_u \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_u = \frac{N_u}{F_u} = \sigma_z \cos^2 \alpha \\ \tau_{uv} = \frac{Q_v}{F_u} = \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha \end{cases}$$

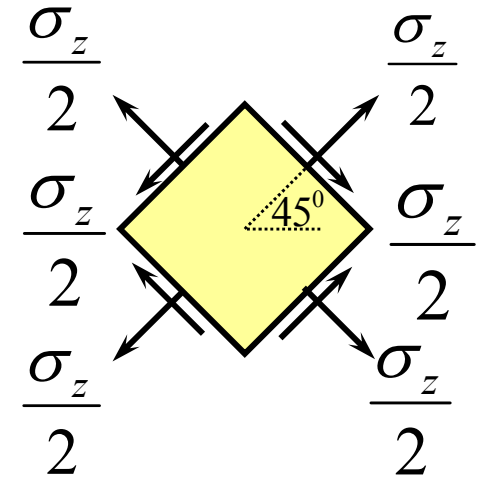
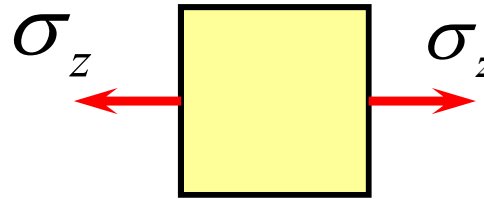


5

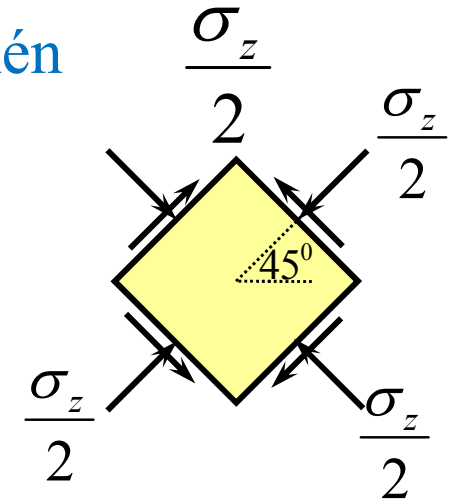
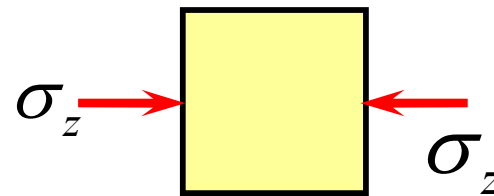
Ứng Suất Trên Mặt Cắt Nghiêng



* Phân tố ứng suất chịu kéo



* Phân tố ứng suất chịu nén



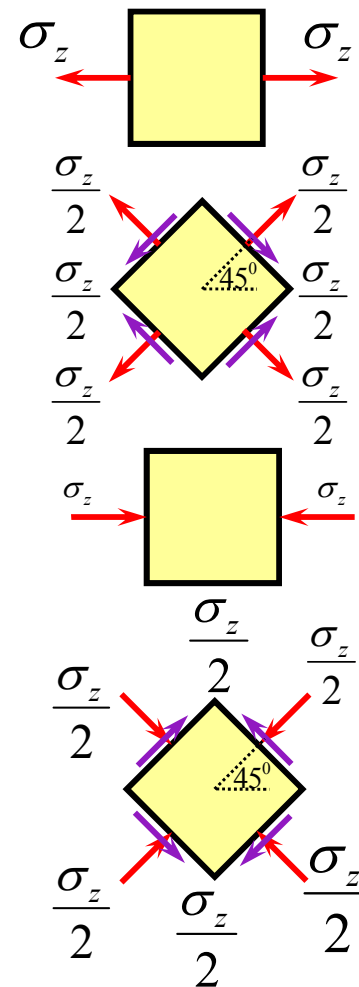
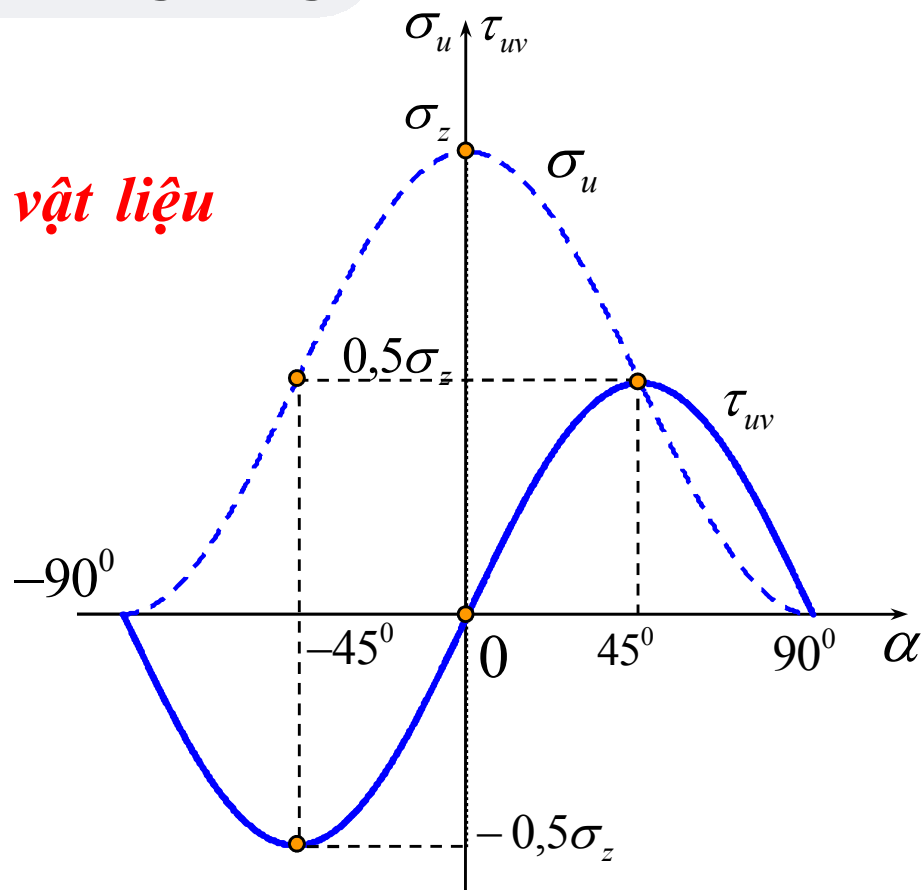
$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_u = \frac{N_u}{F_u} = \sigma_z \cos^2 \alpha \\ \tau_{uv} = \frac{Q_v}{F_u} = \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_{\max} = \sigma_z \\ \tau_{\max \min} = \pm \frac{\sigma_z}{2} \end{cases}$$

5

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Nghiêng

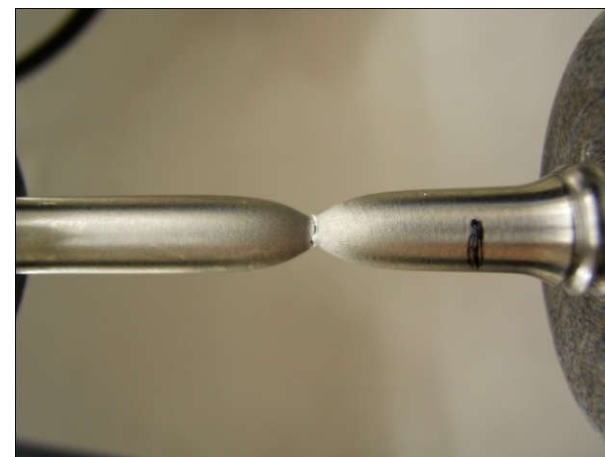
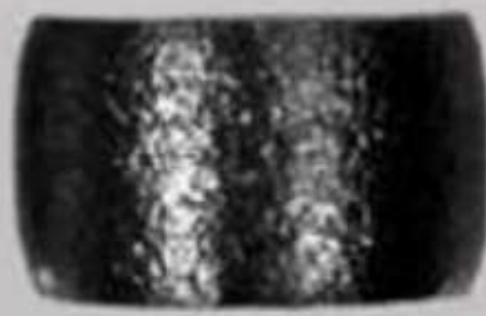
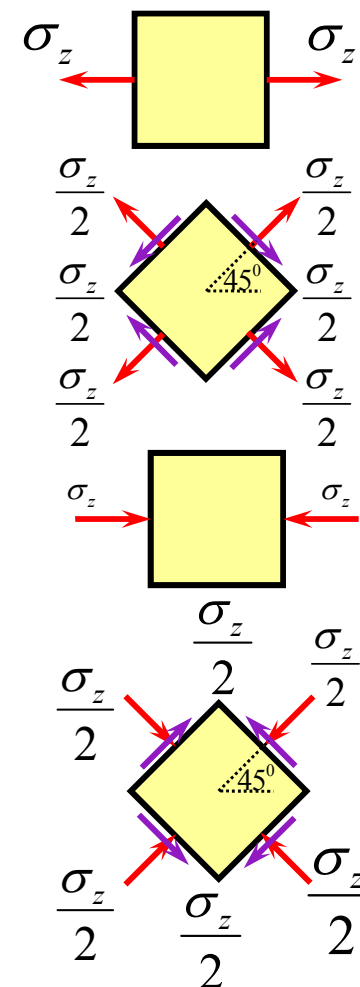
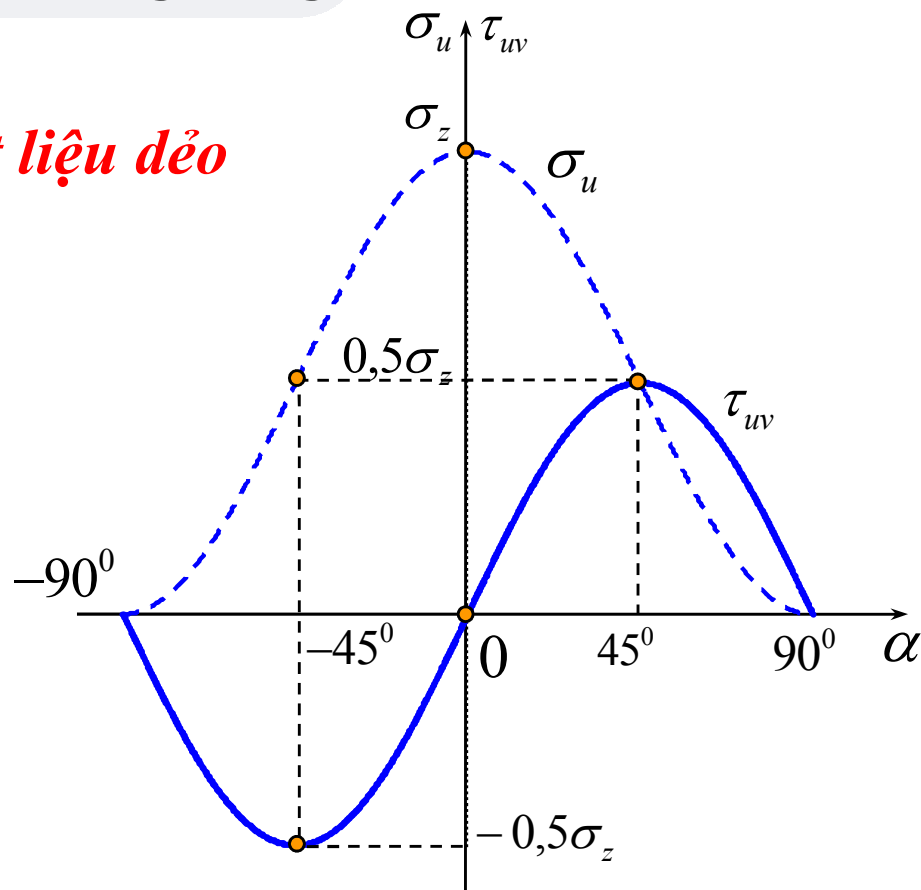
=> Dạng phá hủy của vật liệu giòn



5

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Nghiêng

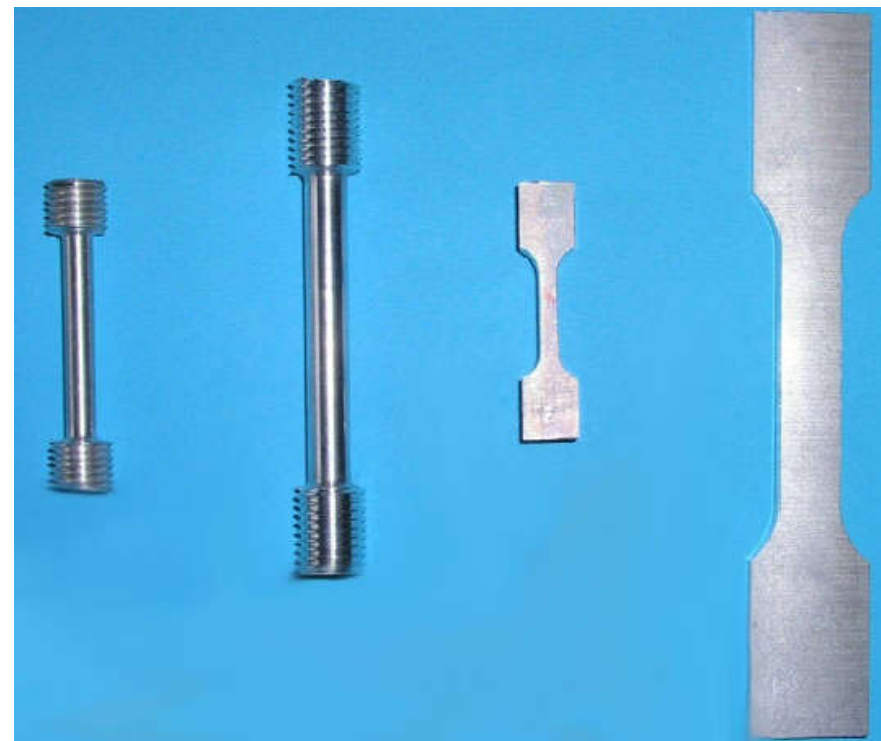
=> Dạng phá hủy của vật liệu dẻo



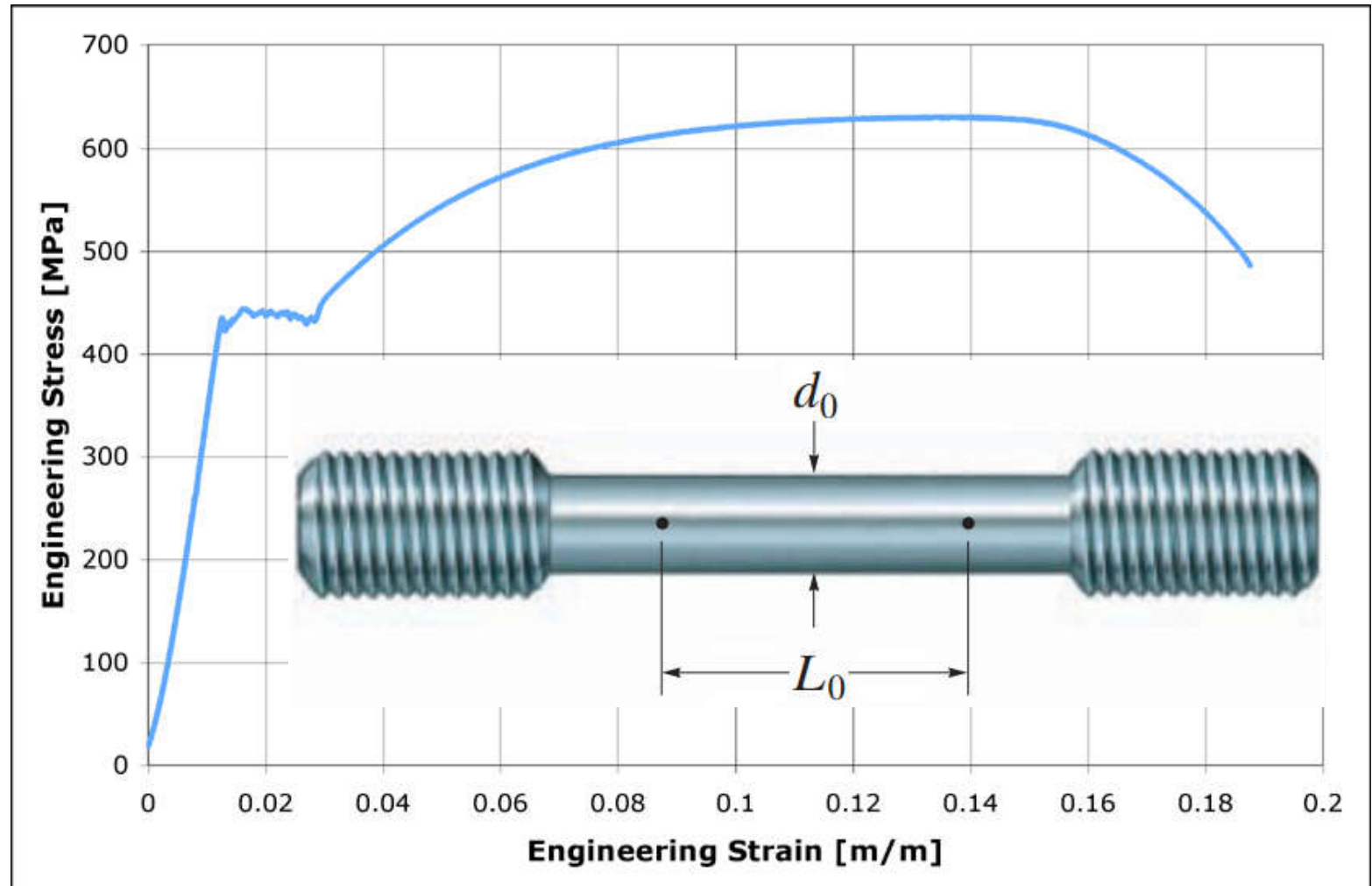
6

Đặc Trưng Cơ Tính Của Vật Liệu

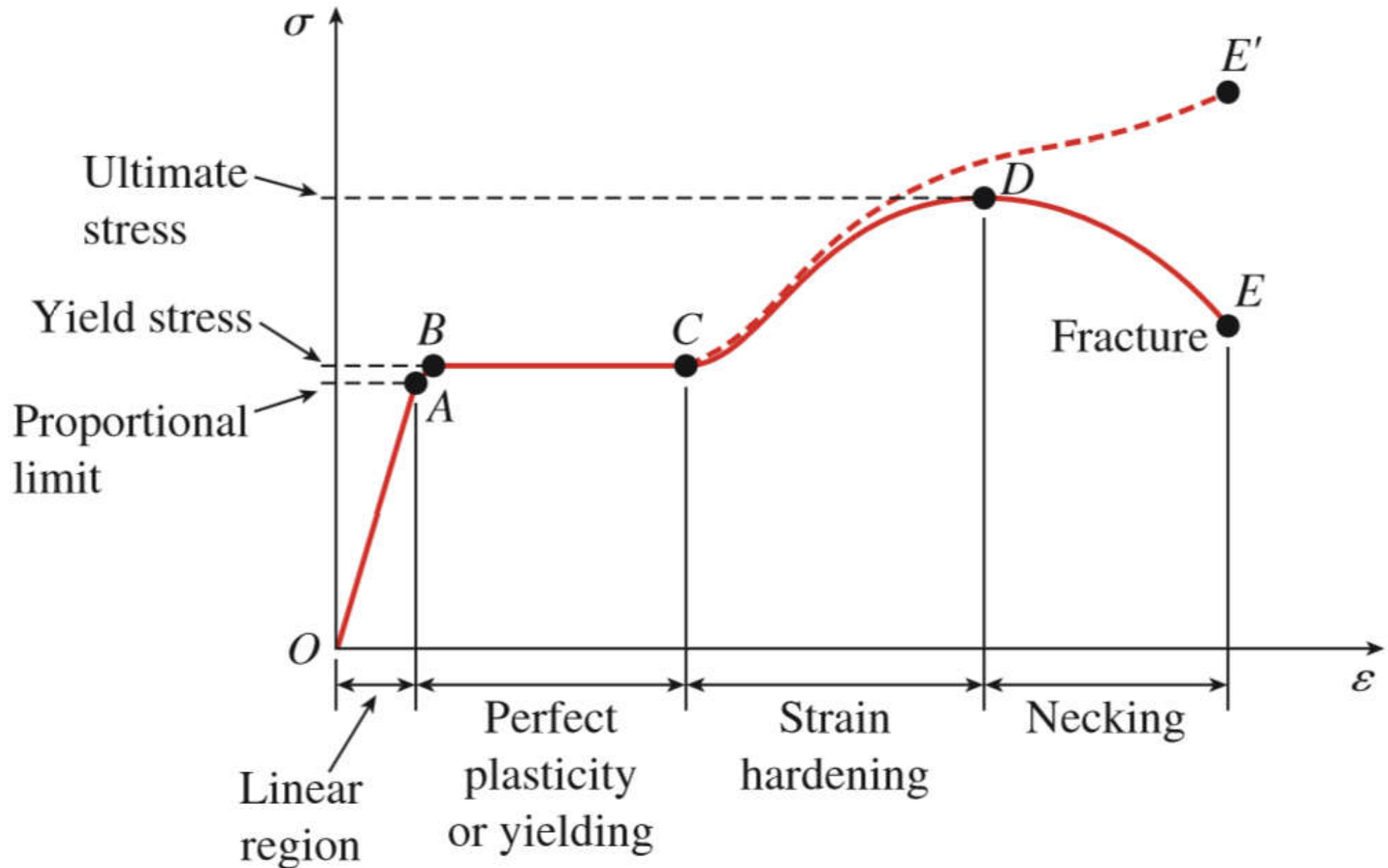
* Thí nghiệm kéo-nén



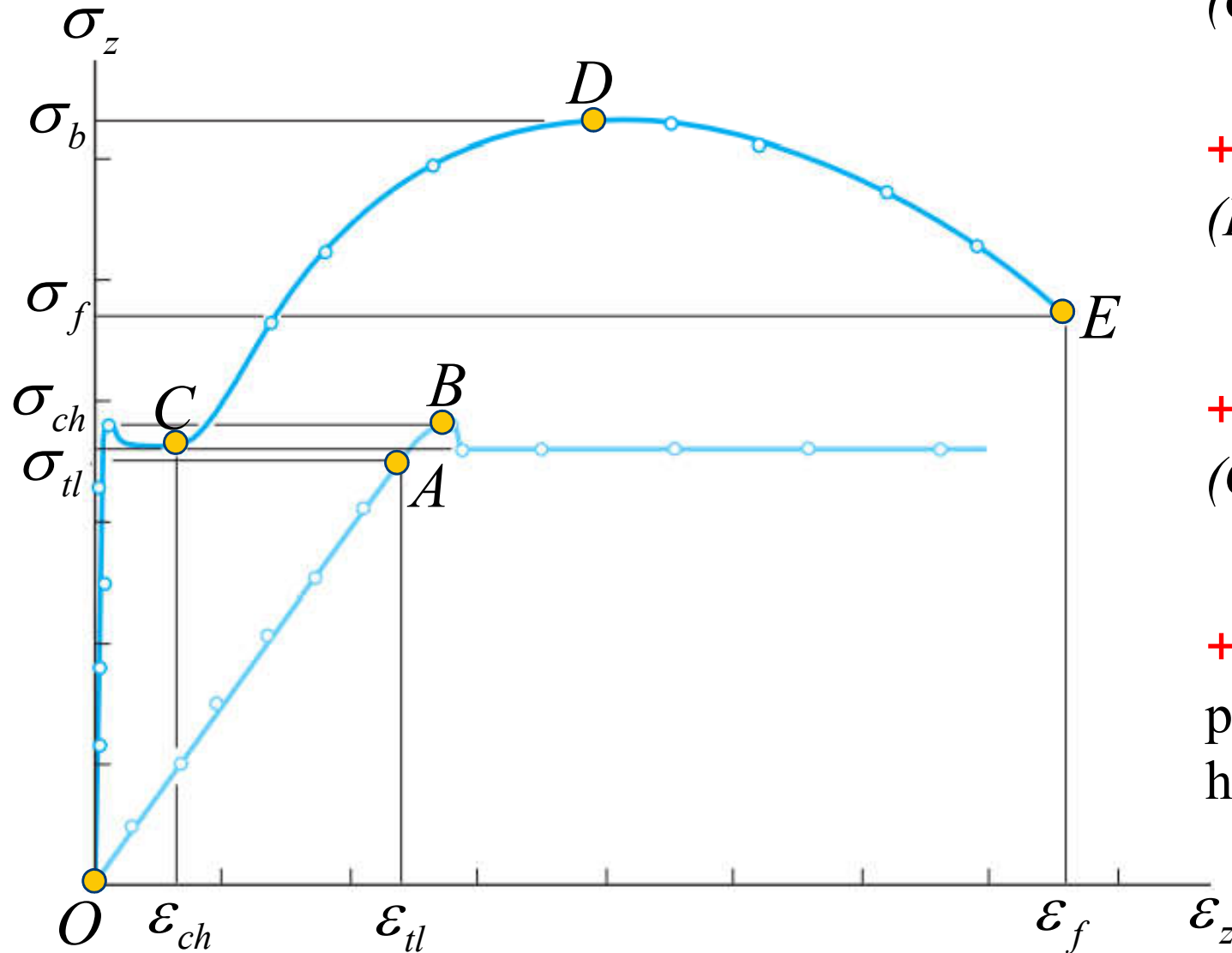
* Thí nghiệm kéo-nén vật liệu dẻo:



* Thí nghiệm kéo-nén vật liệu dẻo:



* Thí nghiệm kéo vật liệu dẻo:



+ Giai đoạn đàn hồi (OA). Giới hạn tỉ lệ σ_{tl}

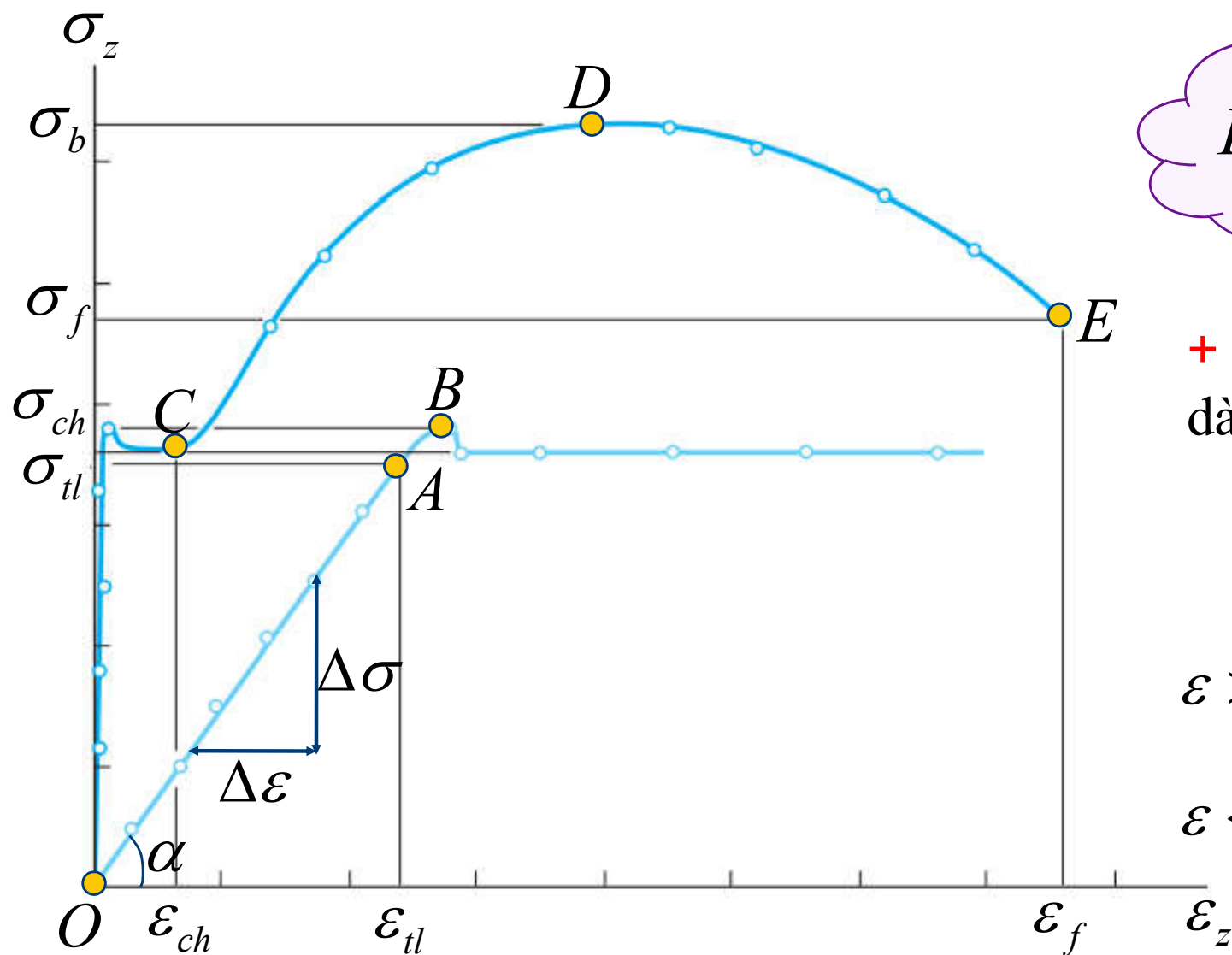
+ Giai đoạn chảy dẻo (BC). Giới hạn chảy σ_{ch}

+ Giai đoạn biến cứng (CD). Giới hạn bền σ_b

+ Giai đoạn co thắt và phá hủy (DE). Giới hạn phá hủy σ_f

* Thí nghiệm kéo vật liệu dẻo:

+ Môđun đàn hồi của vật liệu



$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \operatorname{tg}\alpha$$

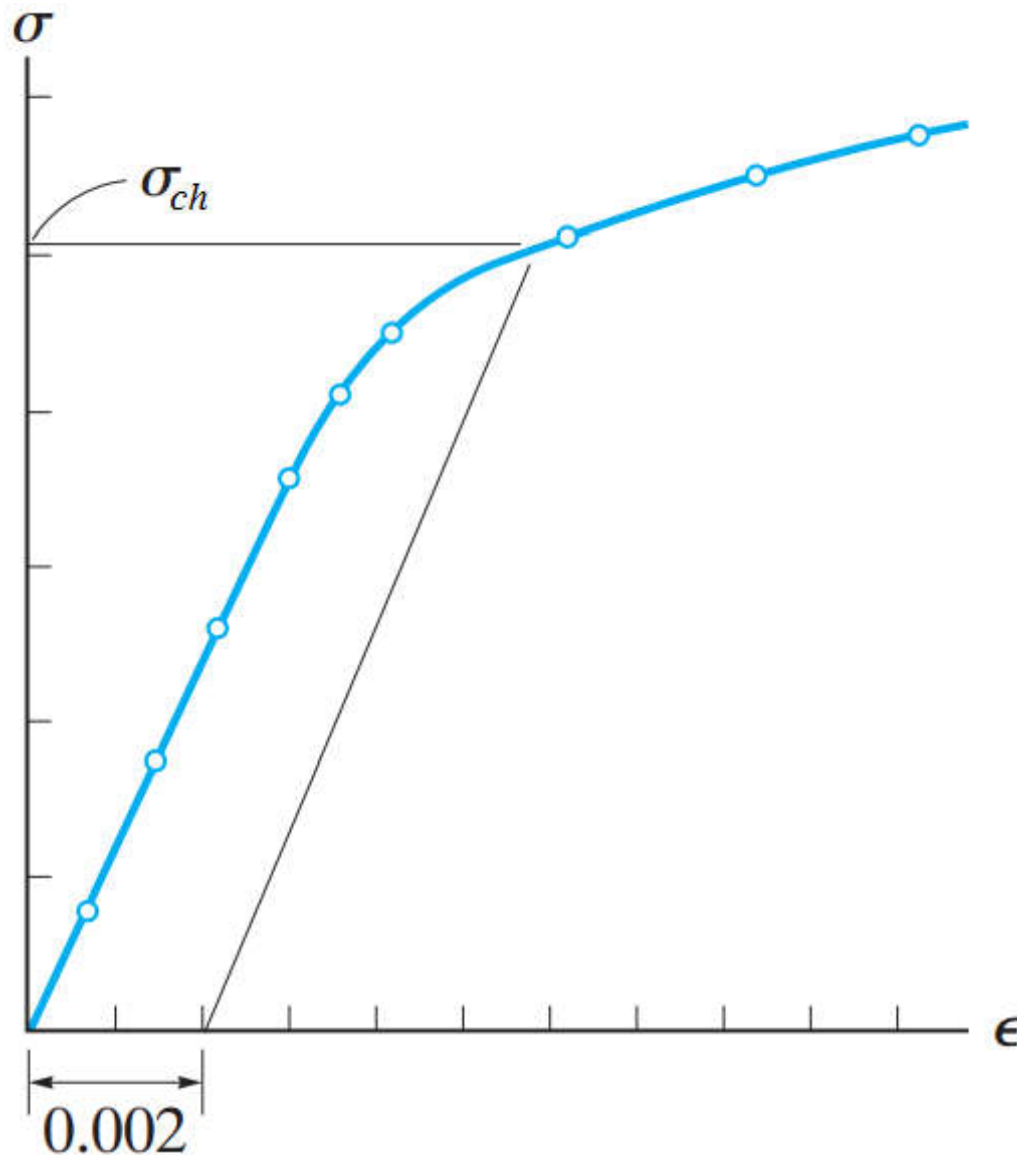
+ Phần trăm biến dạng dài

$$\varepsilon = \frac{L_f - L_0}{L_0} 100\%$$

 $\varepsilon > 5\% \Rightarrow$ Vật liệu dẻo $\varepsilon < 5\% \Rightarrow$ Vật liệu giòn

+ Phần trăm co thắt diện tích:

$$\frac{A_0 - A_f}{A_0} 100\%$$

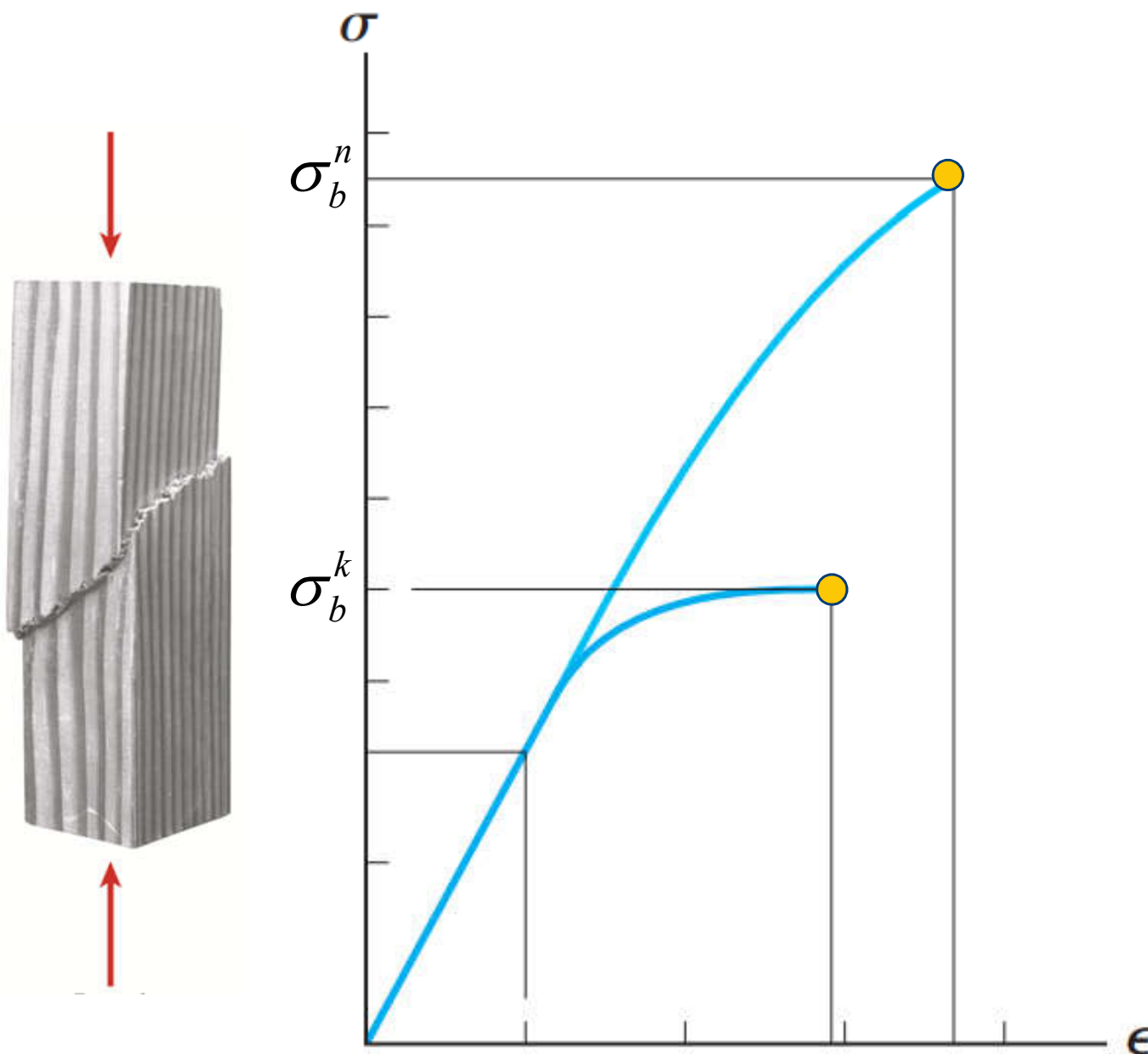


+ Đối với một số loại vật liệu (hợp kim nhôm) mà biểu đồ ứng suất-biến dạng không thể hiện rõ giới hạn chảy. Giá trị của giới hạn chảy tương ứng tại đó khi bỏ tải mẫu có lượng biến dạng dư bằng 2% (phương pháp *offset 2%*)

6

Đặc Trưng Cơ Tính Của Vật Liệu

* Kéo-nén vật liệu giòn:



* Cơ tính của vật liệu:

Material	Yield stress σ_Y		Ultimate stress σ_U	
	ksi	MPa	ksi	MPa
Aluminum alloys	5–70	35–500	15–80	100–550
2014-T6	60	410	70	480
6061-T6	40	270	45	310
7075-T6	70	480	80	550
Brass	10–80	70–550	30–90	200–620
Bronze	12–100	82–690	30–120	200–830
Cast iron (tension)	17–42	120–290	10–70	69–480
Cast iron (compression)			50–200	340–1,400
Concrete (compression)			1.5–10	10–70
Copper and copper alloys	8–110	55–760	33–120	230–830

Material	Yield stress σ_Y		Ultimate stress σ_U	
	ksi	MPa	ksi	MPa
Glass Plate glass Glass fibers			5–150 10 1,000–3,000	30–1,000 70 7,000–20,000
Magnesium alloys	12–40	80–280	20–50	140–340
Monel (67% Ni, 30% Cu)	25–160	170–1,100	65–170	450–1,200
Nickel	15–90	100–620	45–110	310–760
Plastics Nylon Polyethylene			6–12 1–4	40–80 7–28
Rock (compression) Granite, marble, quartz Limestone, sandstone			8–40 3–30	50–280 20–200
Rubber	0.2–1.0	1–7	1–3	7–20

Material	Yield stress σ_Y		Ultimate stress σ_U	
	ksi	MPa	ksi	MPa
Steel				
High-strength	50–150	340–1,000	80–180	550–1,200
Machine	50–100	340–700	80–125	550–860
Spring	60–240	400–1,600	100–270	700–1,900
Stainless	40–100	280–700	60–150	400–1,000
Tool	75	520	130	900
Steel, structural	30–100	200–700	50–120	340–830
ASTM-A36	36	250	60	400
ASTM-A572	50	340	70	500
ASTM-A514	100	700	120	830
Concrete (compression)			1.5–10	10–70
Copper and copper alloys	8–110	55–760	33–120	230–830

Material	Yield stress σ_Y		Ultimate stress σ_U	
	ksi	MPa	ksi	MPa
Steel wire	40–150	280–1,000	80–200	550–1,400
Titanium alloys	110–150	760–1,000	130–170	900–1,200
Tungsten			200–600	1,400–4,000
Wood (bending)				
Douglas fir	5–8	30–50	8–12	50–80
Oak	6–9	40–60	8–14	50–100
Southern pine	6–9	40–60	8–14	50–100
Wood (compression parallel to grain)				
Douglas fir	4–8	30–50	6–10	40–70
Oak	4–6	30–40	5–8	30–50
Southern pine	4–8	30–50	6–10	40–70

Materials		Density ρ (Mg/m ³)	Modulus of Elasticity E (GPa)	Modulus of Rigidity G (GPa)	Yield Strength (MPa)			Ultimate Strength (MPa)			% Elongation in 50 mm specimen	Poisson's Ratio ν	Coef. of Therm. Expansion α (10 ⁻⁶)/°C
					σ_Y		Shear	σ_u		Shear			
					Tens.	Comp. ^b			Tens.		Comp. ^b		
Metallic													
Aluminum Wrought Alloys	2014-T6	2.79	73.1	27	414	414	172	469	469	290	10	0.35	23
	6061-T6	2.71	68.9	26	255	255	131	290	290	186	12	0.35	24
Cast Iron Alloys	Gray ASTM 20	7.19	67.0	27	–	–	–	179	669	–	0.6	0.28	12
	Malleable ASTM A-197	7.28	172	68	–	–	–	276	572	–	5	0.28	12
Copper Alloys	Red Brass C83400	8.74	101	37	70.0	70.0	–	241	241	–	35	0.35	18
	Bronze C86100	8.83	103	38	345	345	–	655	655	–	20	0.34	17
Magnesium Alloy	[Am 1004-T61]	1.83	44.7	18	152	152	–	276	276	152	1	0.30	26
Steel Alloys	Structural A36	7.85	200	75	250	250	–	400	400	–	30	0.32	12
	Stainless 304	7.86	193	75	207	207	–	517	517	–	40	0.27	17
	Tool L2	8.16	200	75	703	703	–	800	800	–	22	0.32	12
Titanium Alloy	[Ti-6Al-4V]	4.43	120	44	924	924	–	1,000	1,000	–	16	0.36	9.4
Nonmetallic													
Concrete	Low Strength	2.38	22.1	–	–	–	12	–	–	–	–	0.15	11
	High Strength	2.38	29.0	–	–	–	38	–	–	–	–	0.15	11
Plastic Reinforced	Kevlar 49	1.45	131	–	–	–	–	717	483	20.3	2.8	0.34	–
	30% Glass	1.45	72.4	–	–	–	–	90	131	–	–	0.34	–
Wood Select Structural Grade	Douglas Fir	0.47	13.1	–	–	–	–	2.1 ^c	26 ^d	6.2 ^d	–	0.29 ^c	–
	White Spruce	3.60	9.65	–	–	–	–	2.5 ^c	36 ^d	6.7 ^d	–	0.31 ^c	–

* Ứng suất cho phép:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$$

+ σ_0 ứng suất nguy hiểm

+ n hệ số an toàn

* Vật liệu giòn: $\sigma_0 = \sigma_b \quad \Rightarrow \quad [\sigma]_k = \frac{\sigma_b^k}{n}; \quad [\sigma]_n = \frac{\sigma_b^n}{n}$

* Vật liệu dẻo: $\sigma_0 = \sigma_{ch} \quad (\sigma_0 = \sigma_{tl}) \quad \Rightarrow \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n}$

*** Điều kiện bền:** ứng suất lớn nhất phát sinh trong chi tiết phải nhỏ hơn hoặc bằng giới hạn chịu đựng của vật liệu (ứng suất cho phép)

+ Vật liệu dẻo:

$$|\sigma_z|_{\max} = \left| \frac{N_z}{F} \right|_{\max} \leq [\sigma]$$

+ Vật liệu giòn:

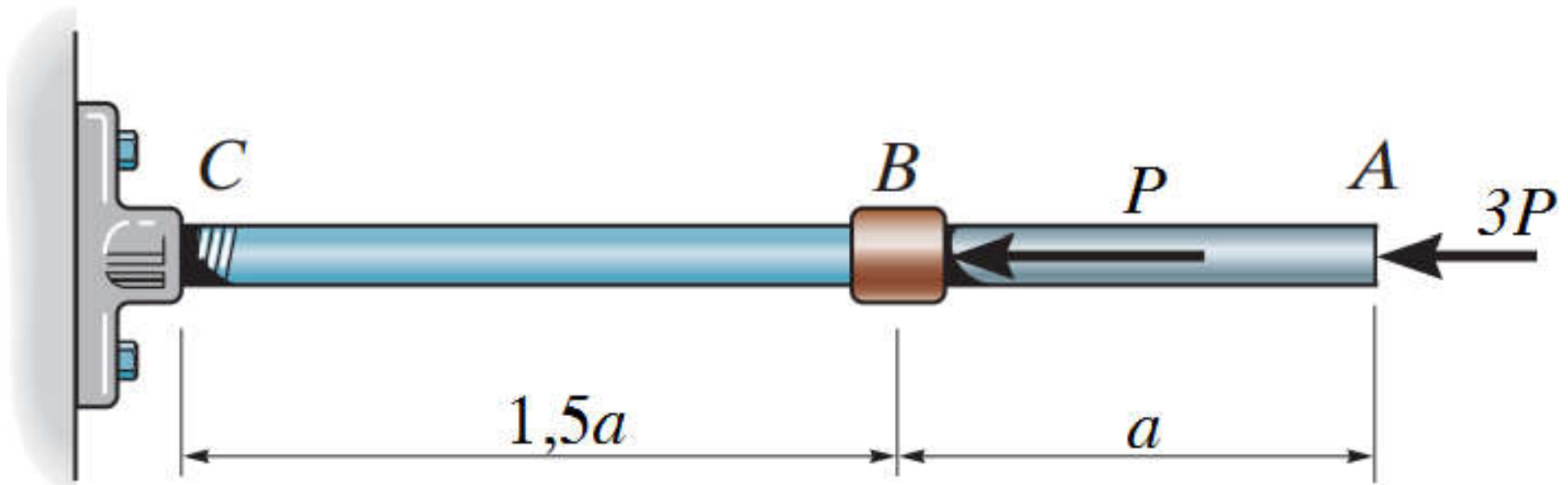
$$\begin{cases} \sigma_{\max} \leq [\sigma]_k \\ |\sigma_{\min}| \leq [\sigma]_n \end{cases}$$

*** Điều kiện cứng:** Biến dạng của chi tiết không được vượt quá giá trị cho phép

$$\begin{cases} \Delta L \leq [\Delta L] \\ \frac{\Delta L}{L} \leq \left[\frac{\Delta L}{L} \right] \end{cases}$$

Ví dụ: Trục thép A36 đường kính 50 mm chịu lực như hình vẽ. Biết rằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma]=19\text{kN/cm}^2$.

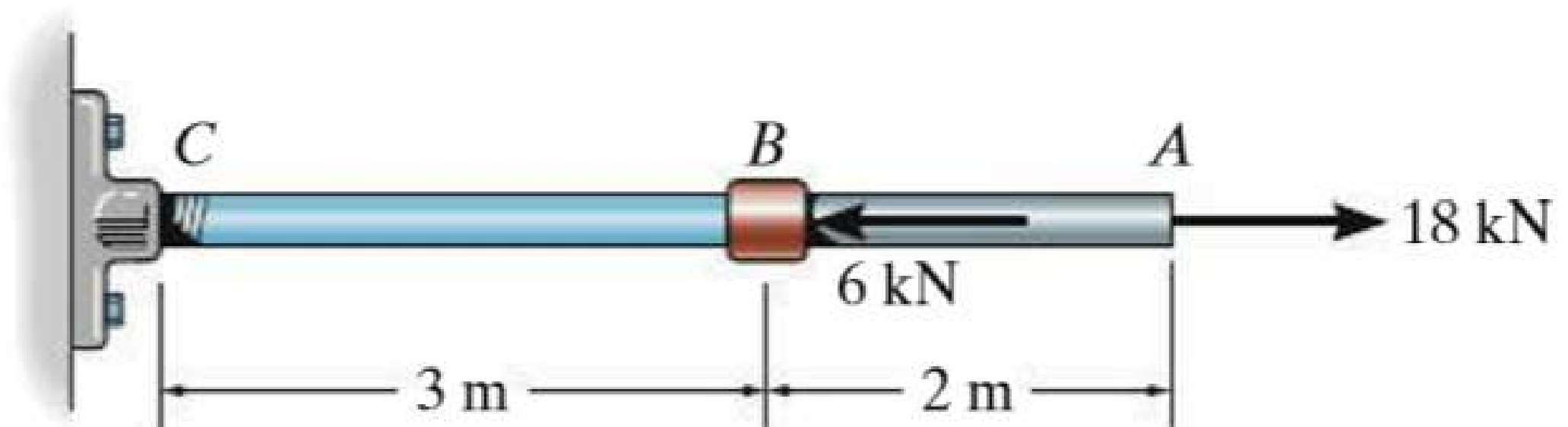
- Xác định lực P_{max} trục có thể chịu được.
- Tính chuyển vị tại A so với C. Cho $a = 30\text{ cm}$.



Ví dụ: Trục thép A36 đường kính d chịu lực như hình vẽ.

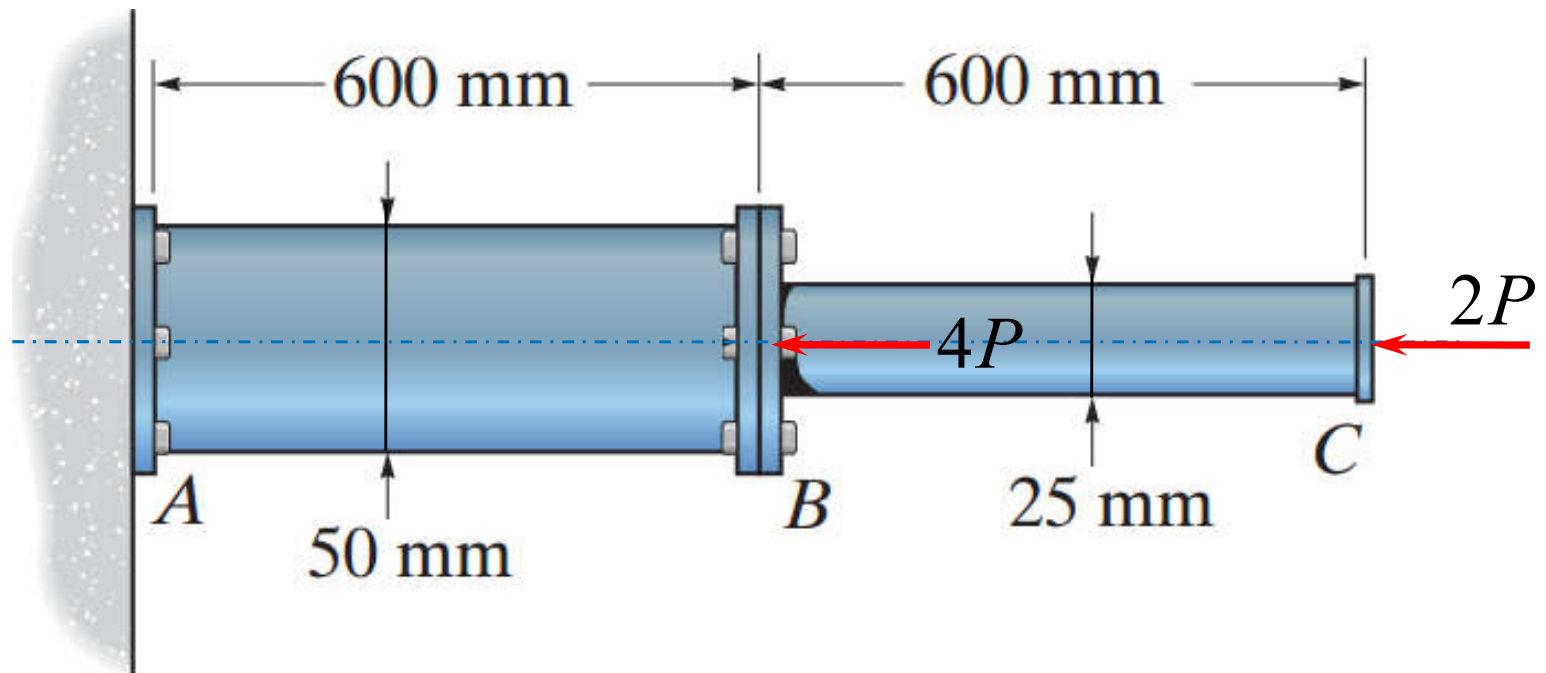
Biết rằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma]=0,19\text{kN/mm}^2$.

- Xác định đường kính d_{\min} của trục.
- Tính chuyển vị tại A so với C.



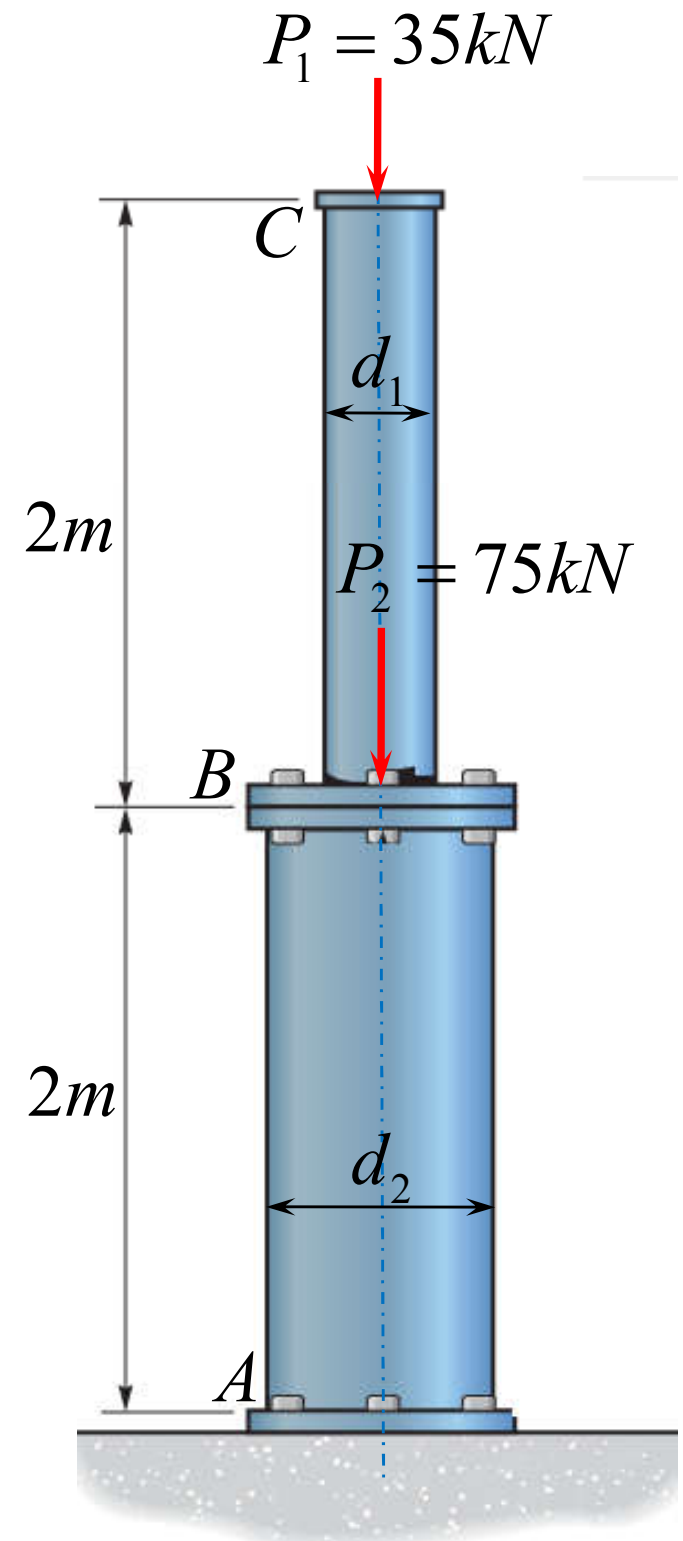
Ví dụ: Trục thép A36 chịu lực như hình vẽ. Biết rằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma]=19\text{kN/cm}^2$.

- Xác định lực P_{max} trục có thể chịu được.
- Tính chuyển vị tại C so với A.



Ví dụ: Trục thép A36 chịu lực như hình vẽ. Biết rằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma]=19\text{kN/cm}^2$.

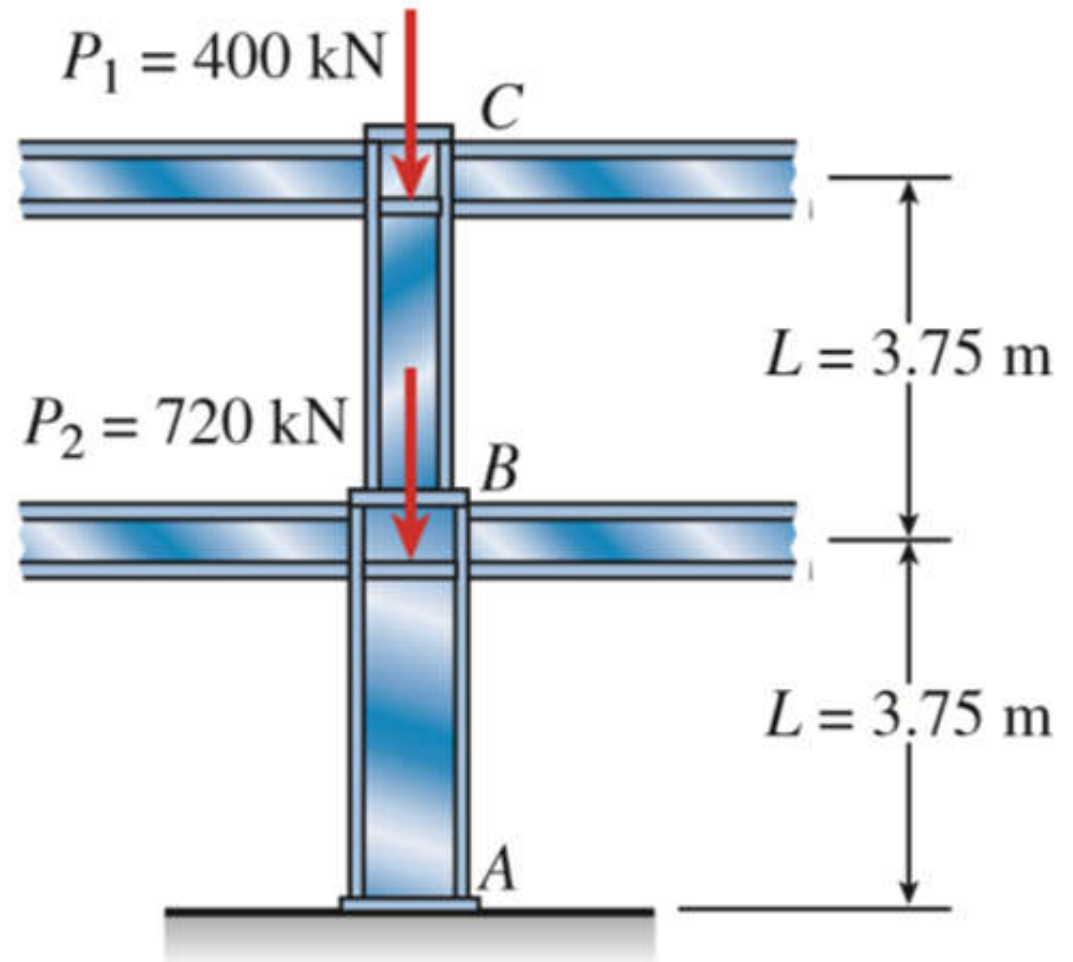
- Xác định lực các đường kính của trục.
- Tính chuyển vị tại C so với A.



Ví dụ: *Cột chịu lực như hình vẽ. Biết rằng cột làm bằng vật liệu có $E=1,2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma]=19 \text{ kN/cm}^2$.*

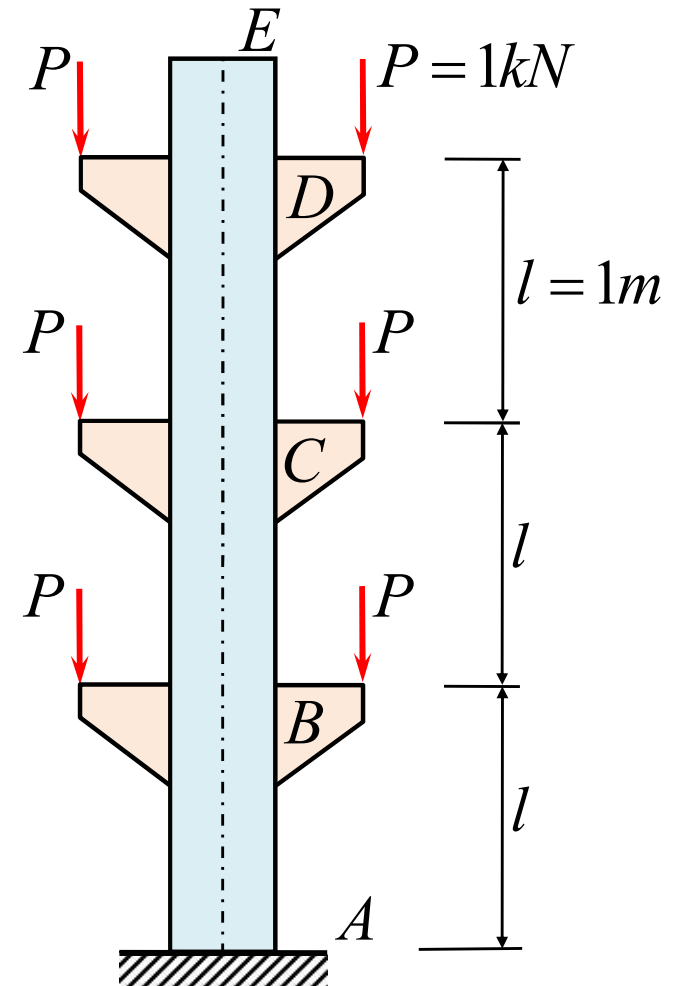
-Xác định các diện tích mặt cắt ngang tối thiểu của các đoạn.

-Tính chuyển vị tại C.



Ví dụ: *Cột thép chịu lực như hình vẽ. Biết rằng cột làm bằng vật liệu có $E=2,1.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma]=21 \text{ kN/cm}^2$.*

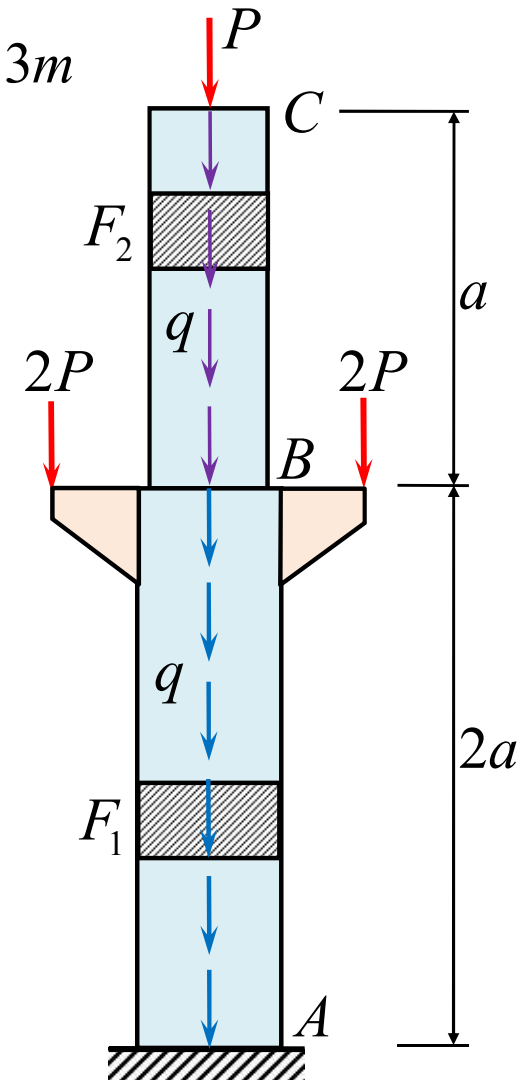
- *Xác định diện tích mặt cắt ngang tối thiểu của cột.*
- *Tính chuyển vị tại D.*



Ví dụ: *Cột chịu lực như hình vẽ. Biết rằng cột làm bằng vật liệu có $E=1,2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma]=10 \text{ kN/cm}^2$.*

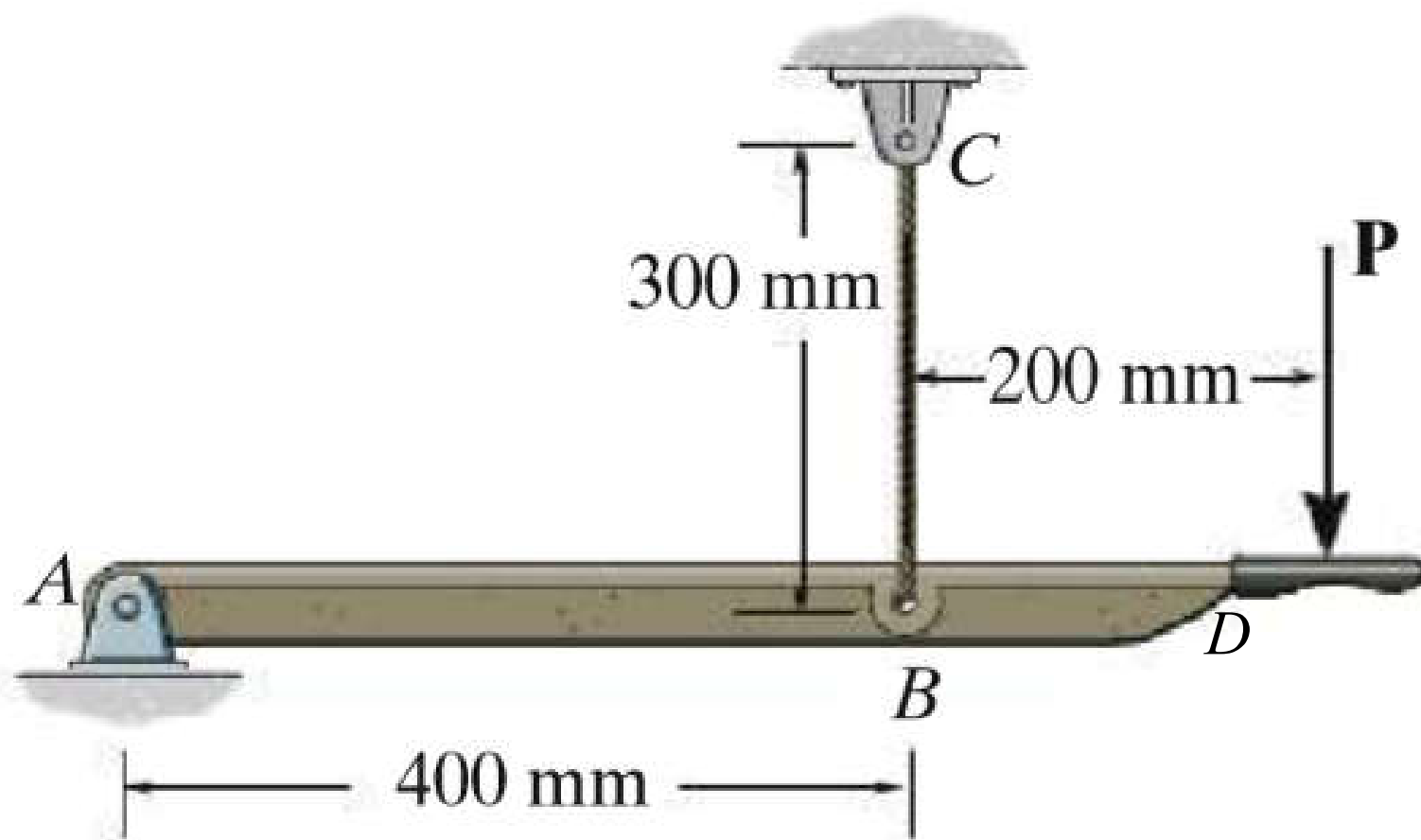
-Xác định các diện tích mặt cắt ngang tối thiểu của các đoạn.

-Tính chuyển vị tại C. $P = 200 \text{ kN}$; $q = 0,5 \text{ kN/m}$; $a = 3 \text{ m}$



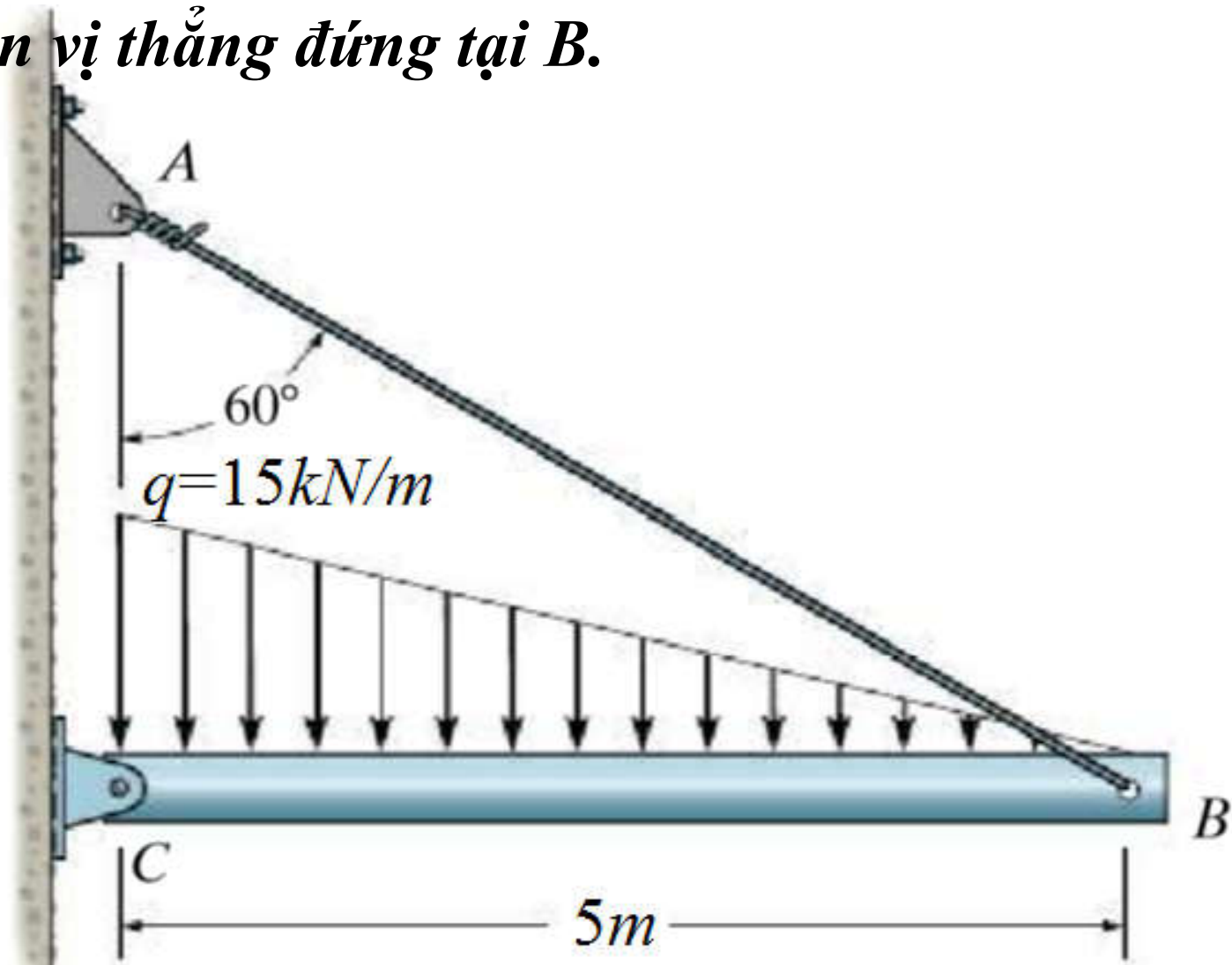
Ví dụ: Thanh AD tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp BC như hình vẽ. Dây BC có đường kính d và được làm bằng vật liệu có $E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma]=19 \text{ kN/cm}^2$. Cho $P = 19 \text{ kN}$.

- Xác định đường kính cần thiết của dây BC .
- Xác định lượng giãn dài dọc trục của dây cáp.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại D .



Ví dụ: Thanh BC tuyệt đối cứng được đỡ bởi dây cáp AB như hình vẽ. Dây AB được làm bằng vật liệu có $E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma]=19 \text{ kN/cm}^2$.

- Xác định diện tích mặt cắt ngang cần thiết của dây AB .
- Xác định lượng giãn dài dọc trục của dây cáp.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại B .

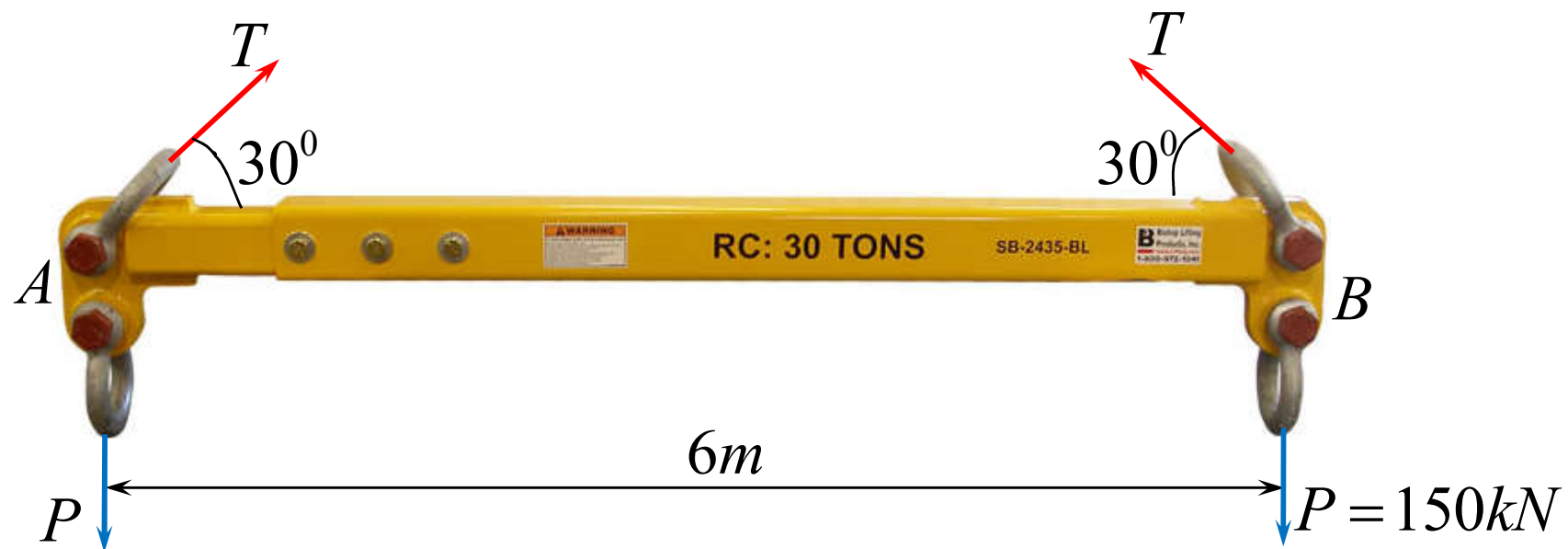




Ví dụ: Thanh thép A36 chịu lực như hình vẽ. Thanh được làm bằng vật liệu có $E=2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma]=19 \text{ kN/cm}^2$.

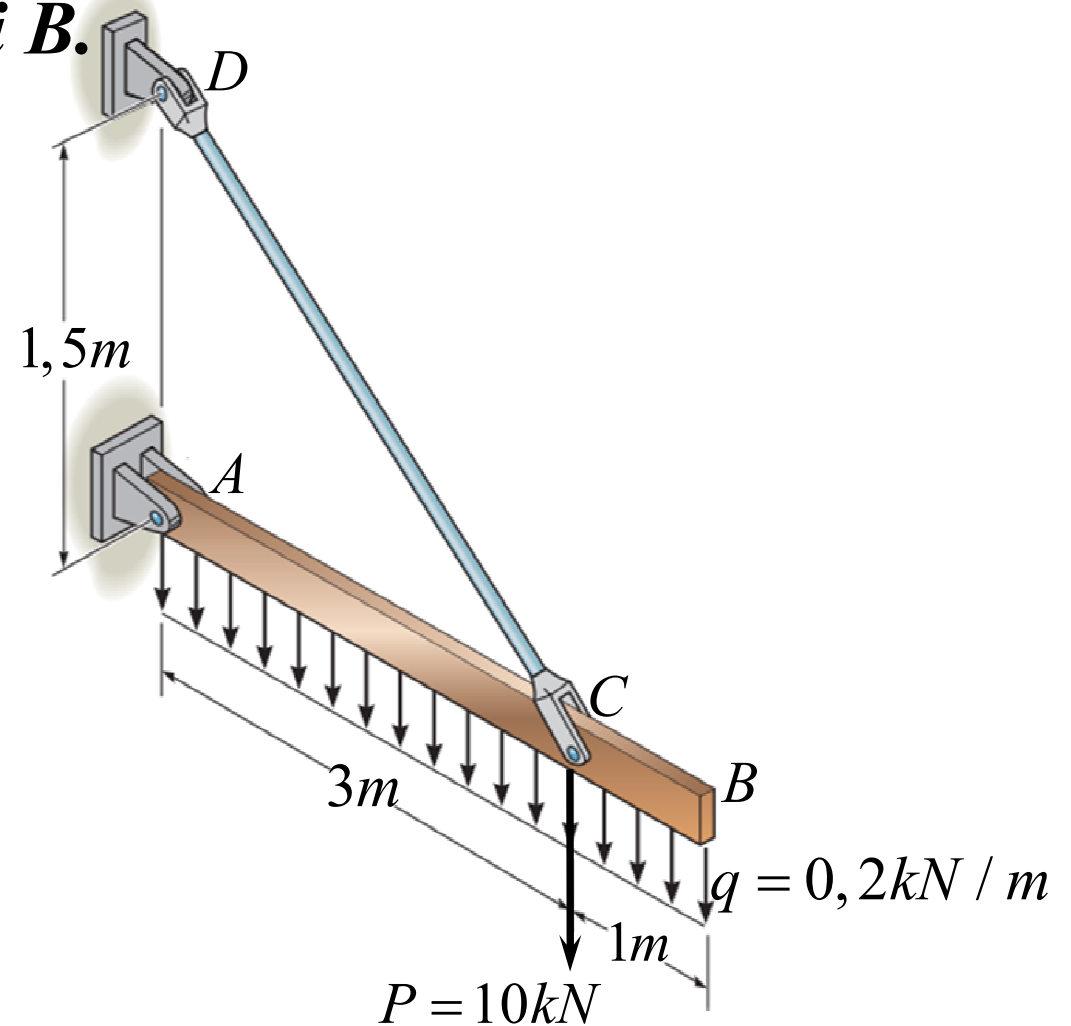
-Xác định diện tích mặt cắt ngang cần thiết của thanh AB.

-Xác định biến dạng dài dọc trục của thanh.

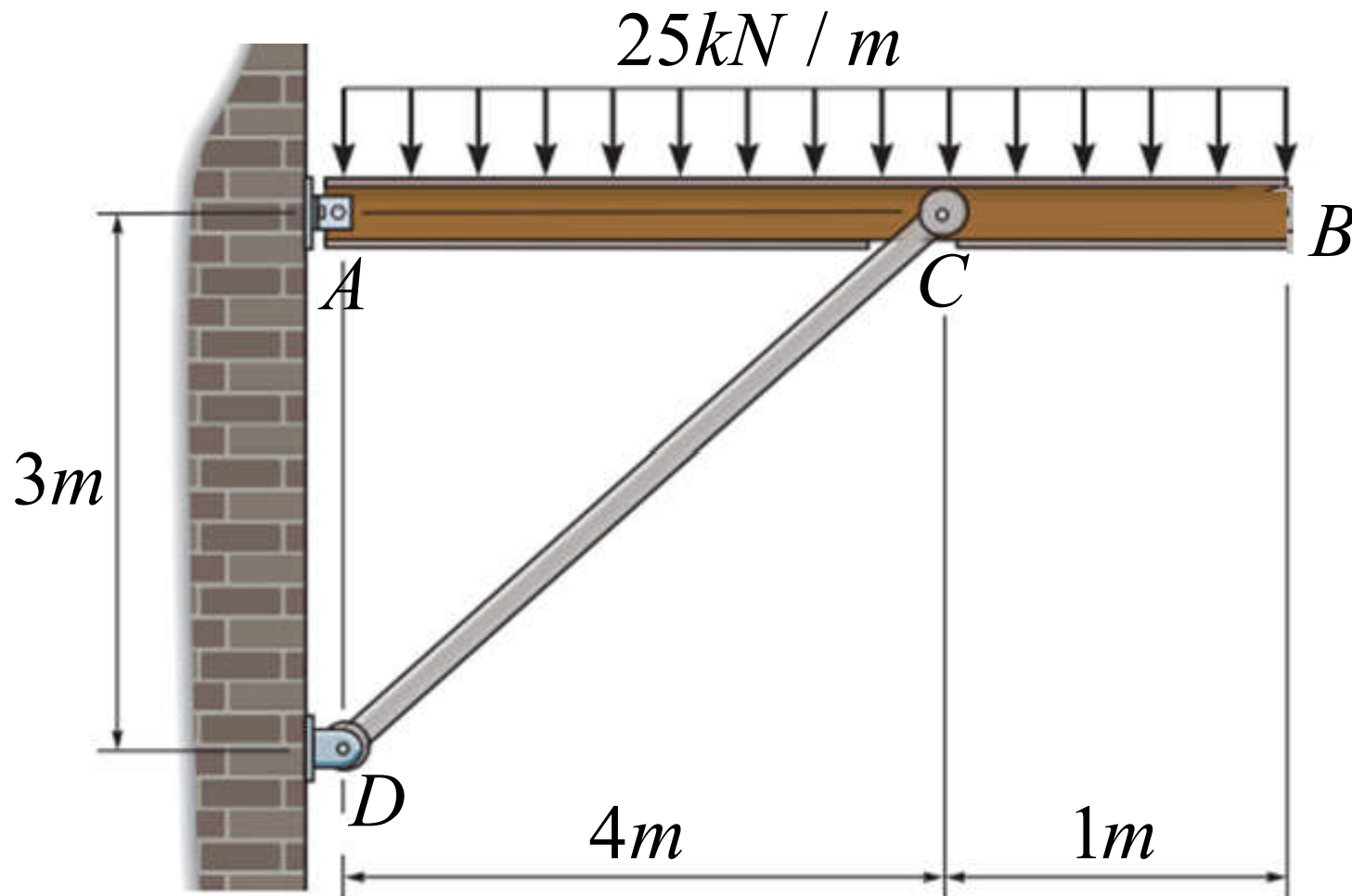


Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được đỡ bởi thanh CD như hình vẽ. Thanh CD được làm bằng vật liệu có $E=200 \text{ GPa}$; $[\sigma]=0,19 \text{ GPa}$.

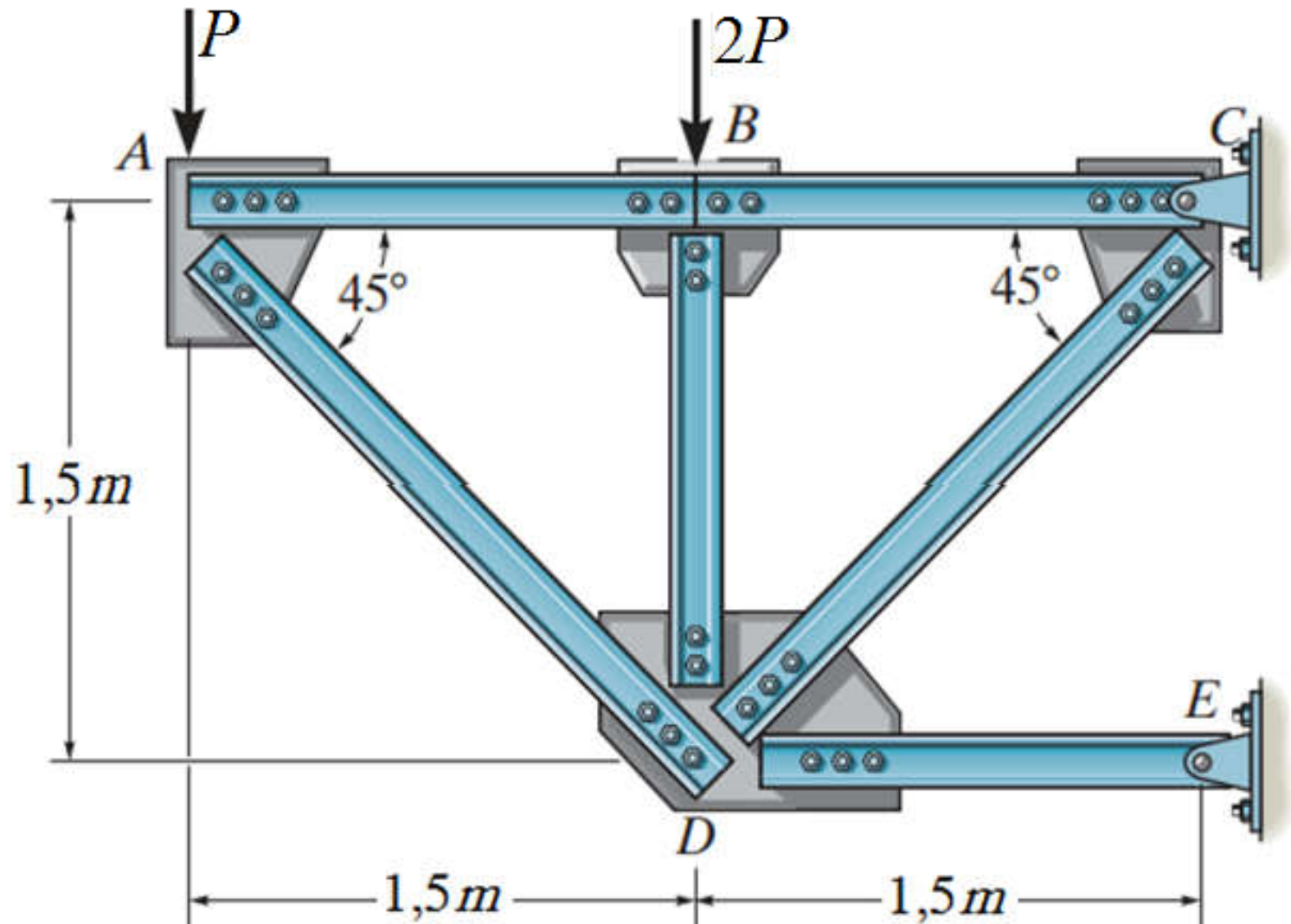
- Xác định diện tích mặt cắt ngang cần thiết của thanh CD .
- Xác định lượng giãn dài dọc trục của thanh CD .
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại B .



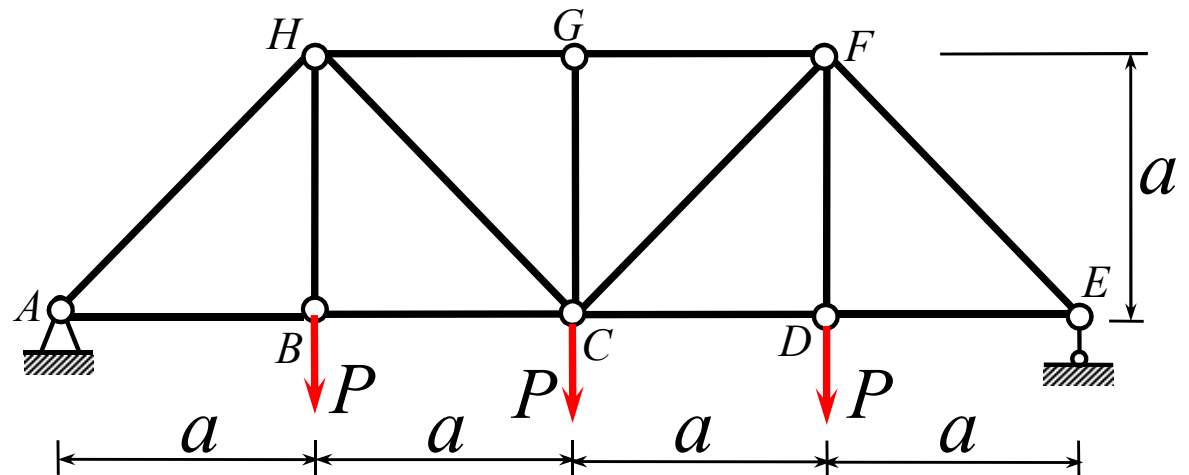
- Ví dụ:** Thanh AB tuyệt đối cứng được đỡ bởi thanh CD như hình vẽ. Thanh CD được làm bằng thép A36 có $[\sigma]=0,19 \text{ GPa}$.
- Xác định diện tích mặt cắt ngang cần thiết của thanh CD .
 - Tính biến dạng dài dọc trục của thanh CD .
 - Tính chuyển vị thẳng đứng tại B .



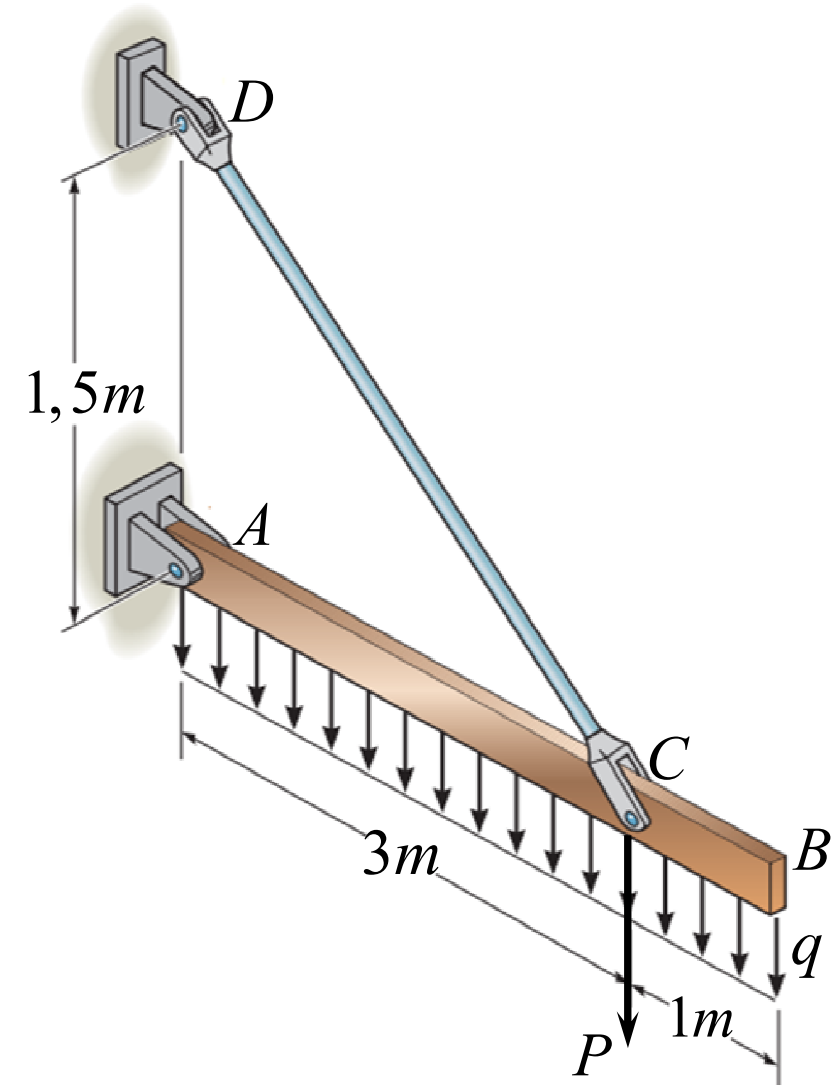
Ví dụ: Cho hệ dàn phẳng như hình vẽ. Biết rằng các thanh trong dàn có cùng diện tích mặt cắt ngang 2180 mm^2 và được làm bằng vật liệu có $E=200 \text{ GPa}$; $[\sigma]=0,19 \text{ GPa}$. a) Xác định lực dọc trong các thanh. b) Xác định giới hạn của lực P . c) Tính chuyển vị thẳng đứng tại A .



Ví dụ: Cho hệ dàn phẳng như hình vẽ. Biết rằng các thanh trong dàn có cùng diện tích mặt cắt ngang 2180 mm^2 và được làm bằng vật liệu có $E=200 \text{ GPa}$; $[\sigma]=0,19 \text{ Gpa}$. a) Xác định lực dọc trong các thanh. b) Xác định giới hạn của lực P . c) Tính chuyển vị thẳng đứng tại B.



* **Hệ tĩnh định:** là hệ mà ta chỉ cần sử dụng các phương trình cân bằng tĩnh học cũng có thể xác định đầy đủ các thành phần của phản lực liên kết và nội lực của hệ.



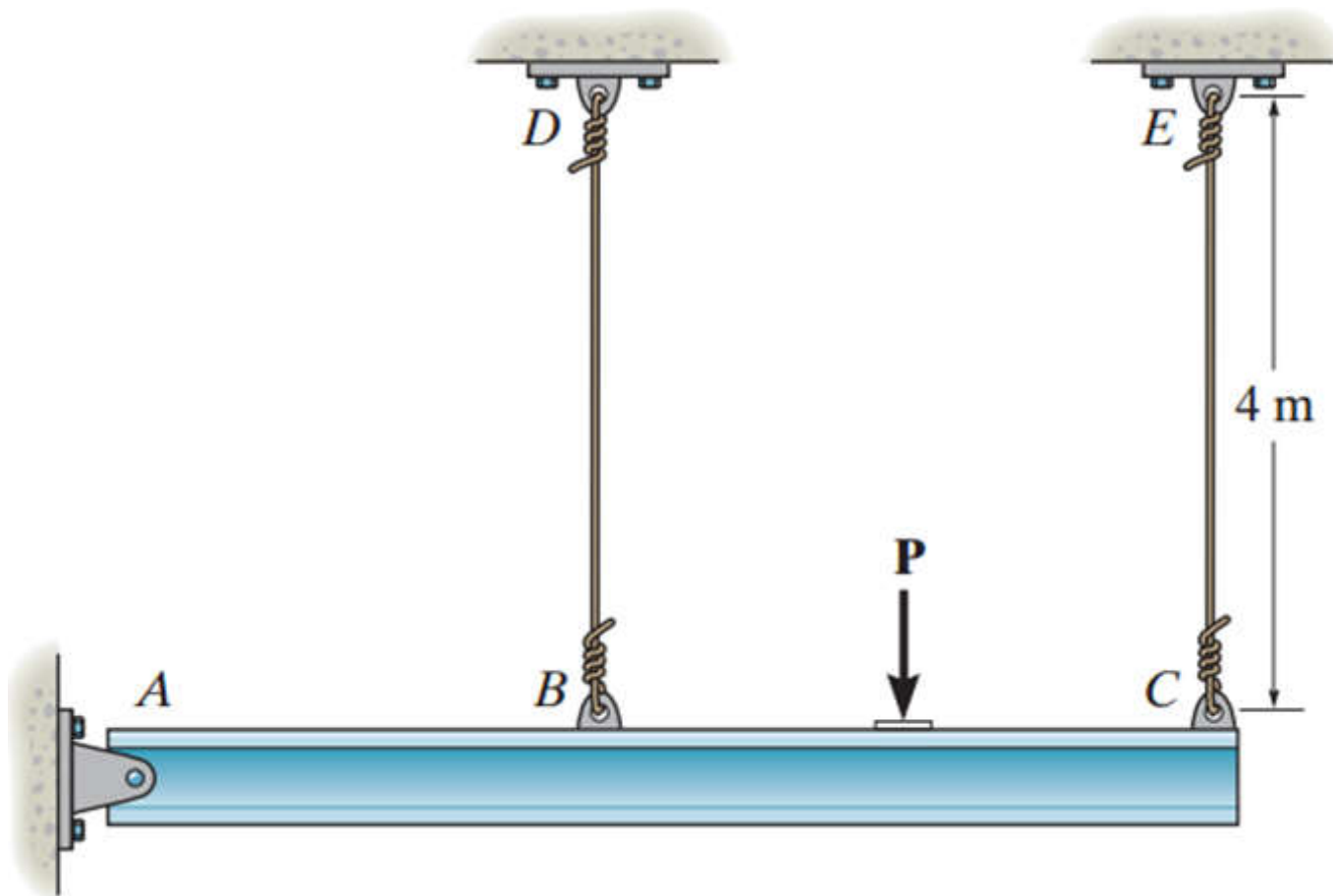
* **Hệ siêu tĩnh:** là hệ có số lượng liên kết nhiều hơn số liên kết cần thiết để hệ không biến hình. Số liên kết thừa được gọi ra liên kết đơn được gọi là bậc siêu tĩnh.

* **Ưu điểm của hệ siêu tĩnh:** là biến dạng, nội lực phát sinh trong hệ là nhỏ hơn so với hệ tĩnh định tương đương. Sử dụng hệ siêu tĩnh ta có thể điều chỉnh nội lực trong hệ.

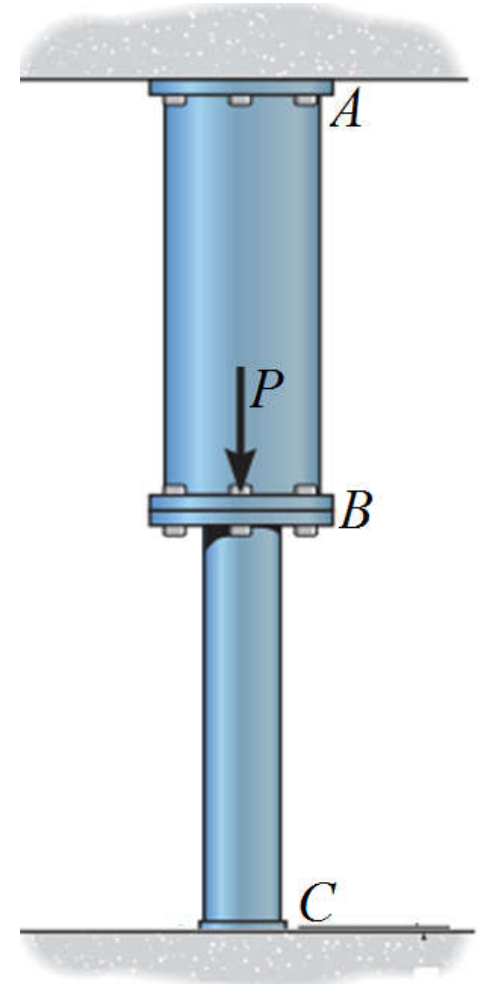


* **Nhược điểm của hệ siêu tĩnh:** là có thể phát sinh nội lực khi có chuyển vị cưỡng bức hoặc có sự thay đổi của nhiệt độ.

* ***Giải Hệ siêu tĩnh***: ngoài các phương trình cân bằng tĩnh học, ta cần thiết lập thêm các phương trình tương thích biến dạng.



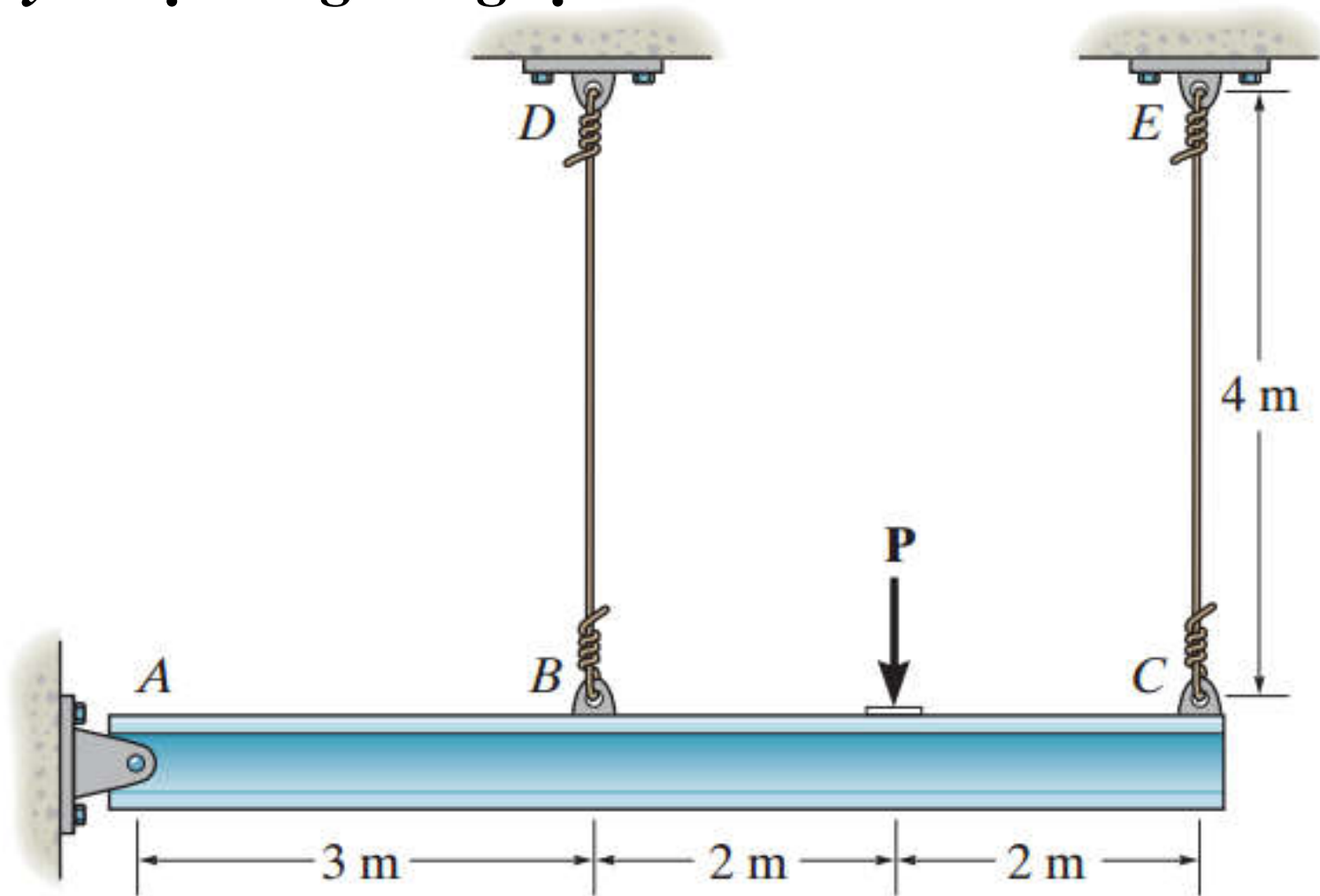
$$\Delta L_{BD} = k \Delta L_{CE}$$



$$\Delta L_{AC} = 0$$

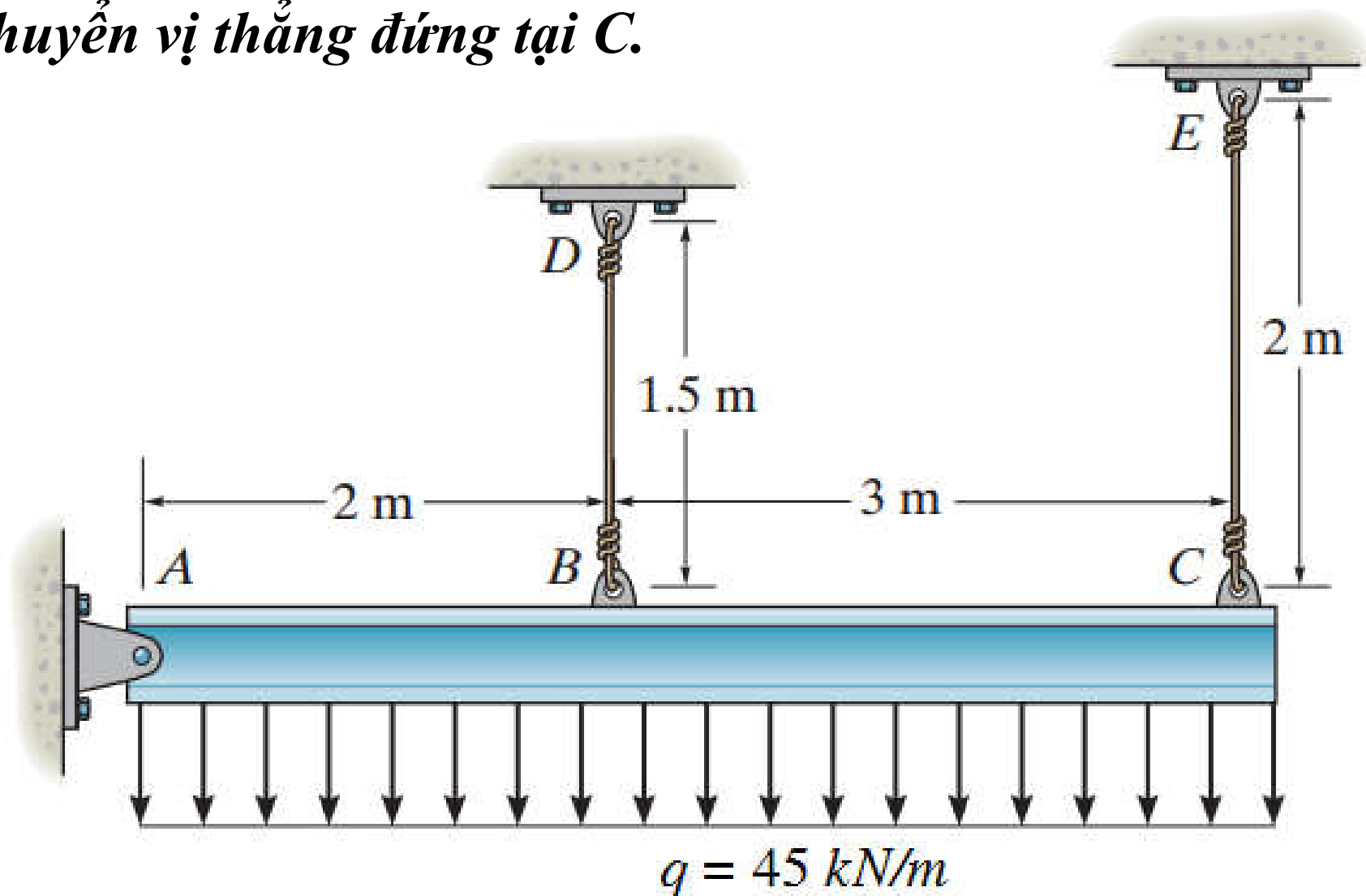
Ví dụ: Thanh AC tuyệt đối cứng được đỡ bởi các dây cáp BD và CE như hình vẽ. Các dây cáp có cùng diện tích mặt cắt ngang $F = 16 \text{ mm}^2$ và làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ Gpa}$.

- Xác định lực căng trong hai dây cáp theo P .
- Tính ứng suất phát sinh trong hai dây cáp. Cho $P = 45 \text{ kN}$
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại C .



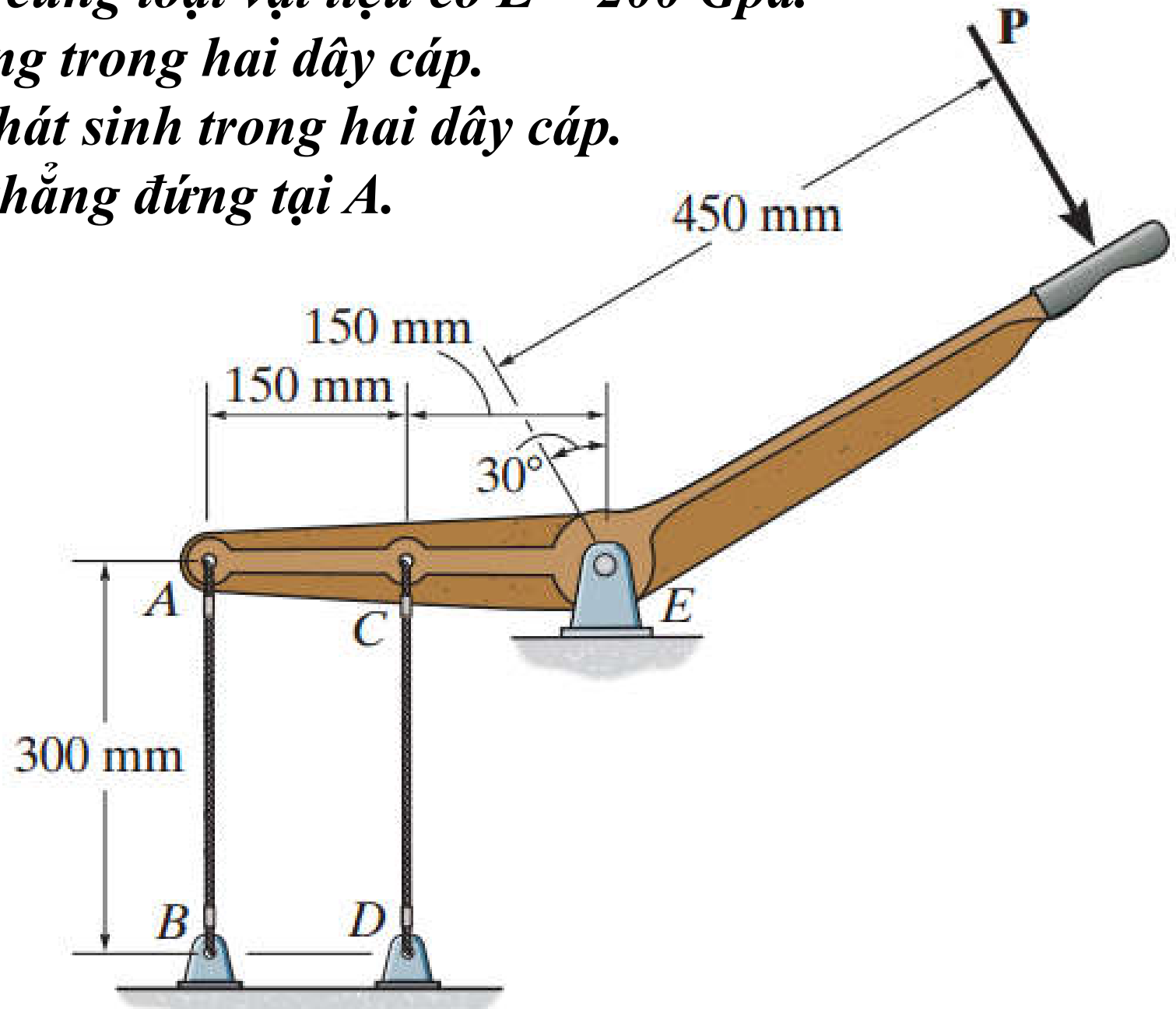
Ví dụ: Thanh AC tuyệt đối cứng được đỡ bởi các dây cáp BD và CE như hình vẽ. Các dây cáp có cùng diện tích mặt cắt ngang $F = 200 \text{ mm}^2$ và làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ GPa}$.

- Xác định lực căng trong hai dây cáp.
- Tính ứng suất phát sinh trong hai dây cáp.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại C .



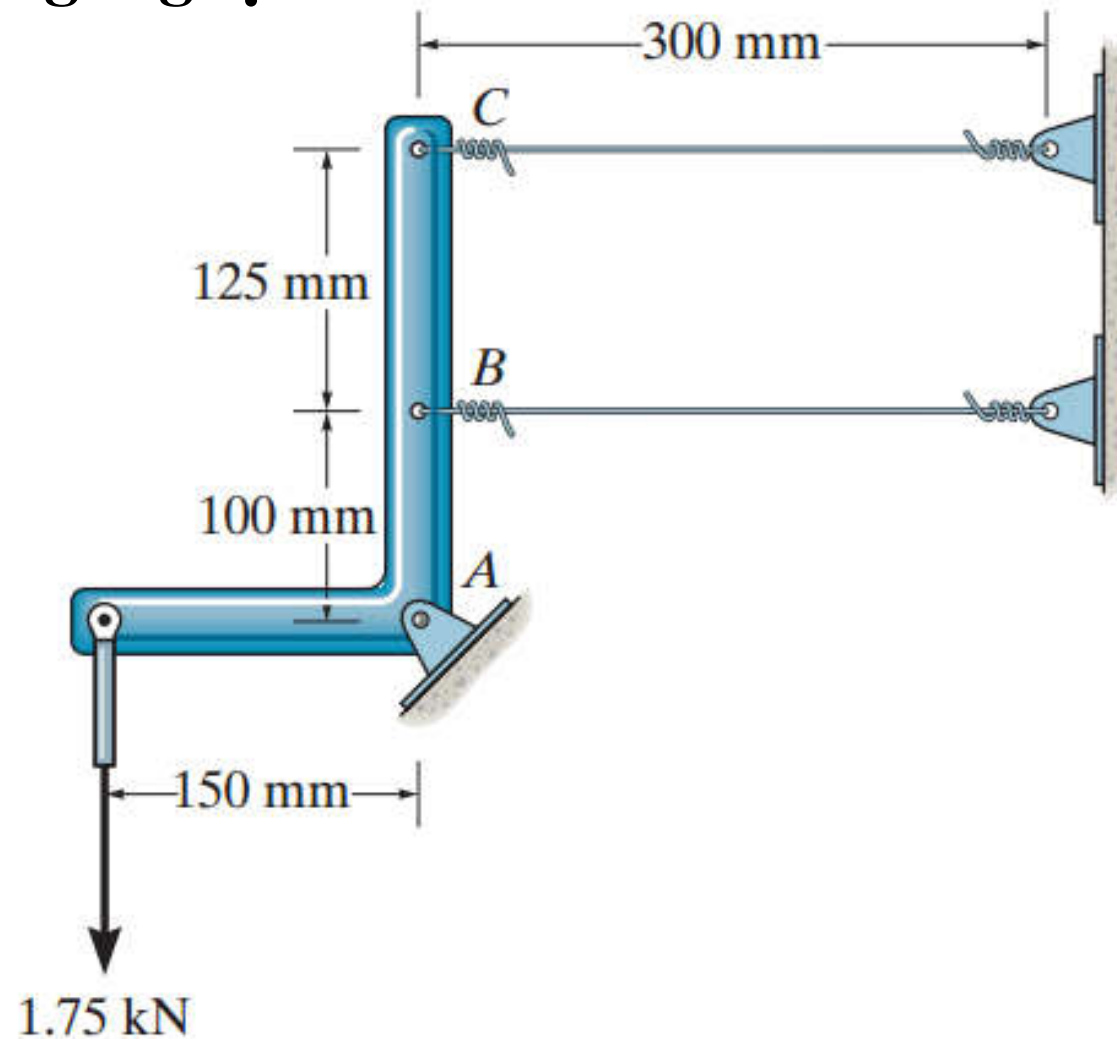
Ví dụ: Tay đòn tuyệt đối cứng được giữ bởi các dây cáp AB và CD như hình vẽ. Các dây cáp có cùng diện tích mặt cắt ngang $F = 90 \text{ mm}^2$ và làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ GPa}$.

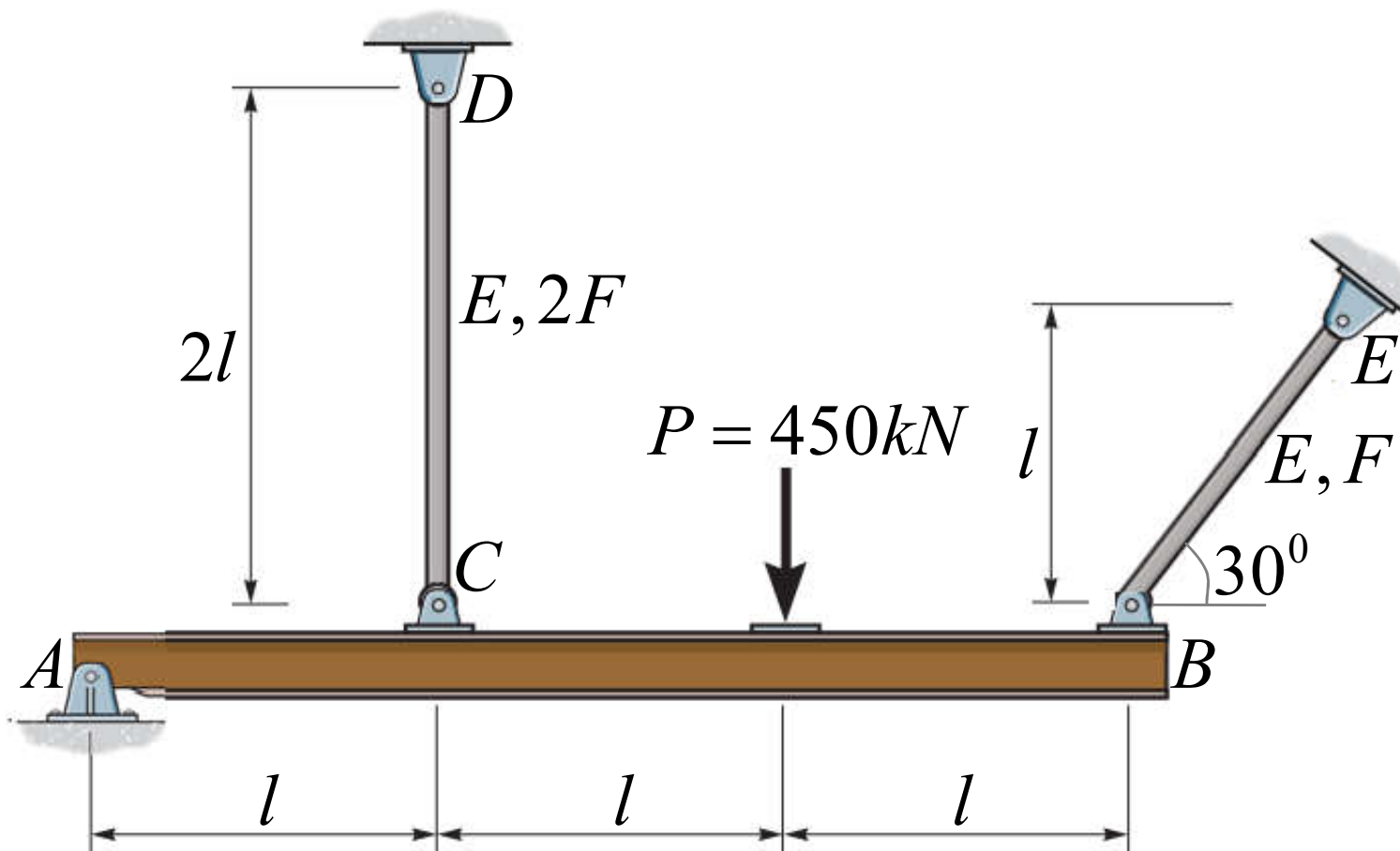
- Xác định lực căng trong hai dây cáp.
- Tính ứng suất phát sinh trong hai dây cáp.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại A .



Ví dụ: Thanh gãy khúc tuyệt đối cứng được giữ bởi các dây cáp tại C và B như hình vẽ. Các dây cáp có cùng diện tích mặt cắt ngang và làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ Gpa}$; $[\sigma] = 0,19 \text{ Gpa}$.

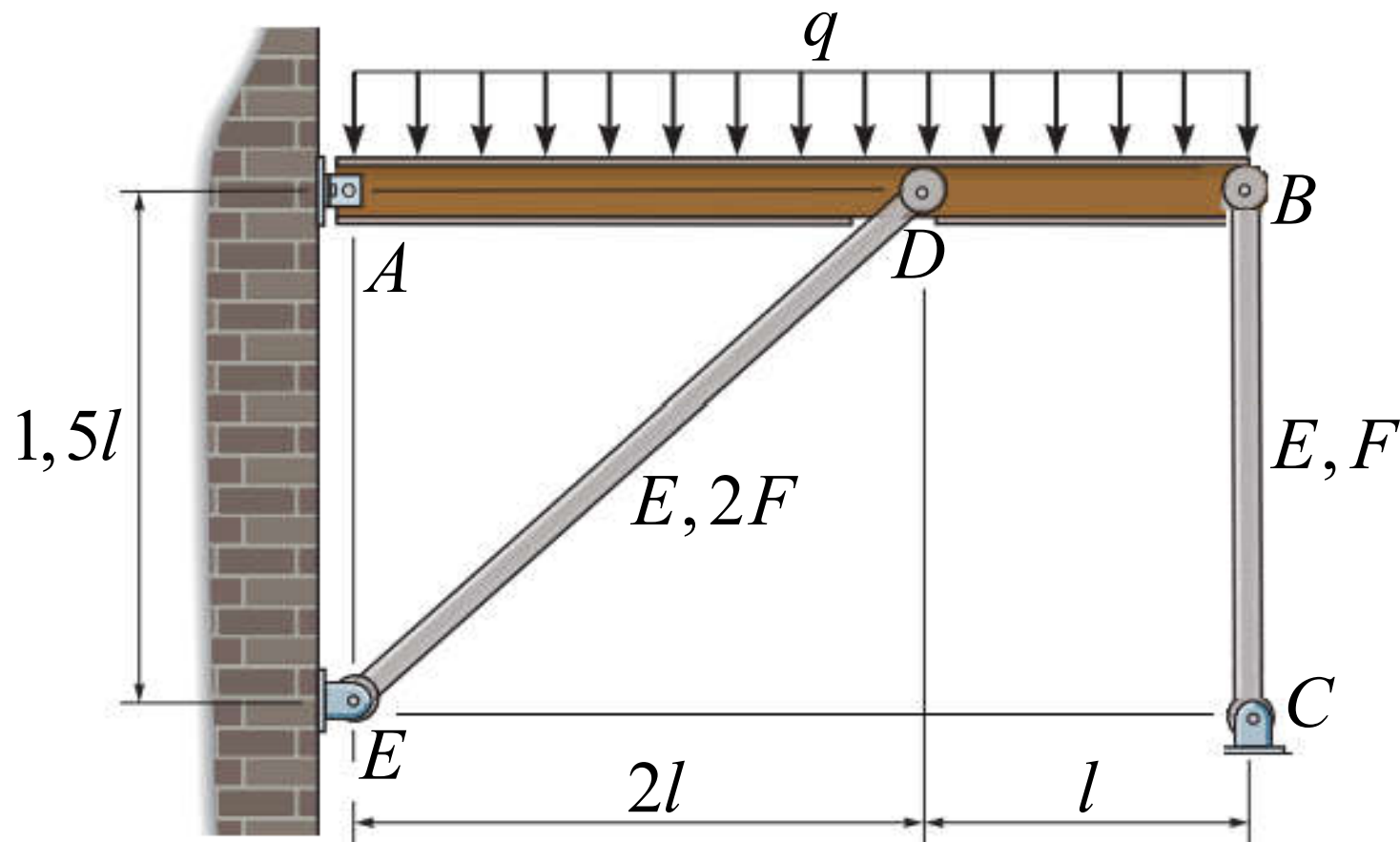
- Xác định diện tích mặt cắt ngang cần thiết của hai dây cáp.
- Tính chuyển vị ngang tại C .





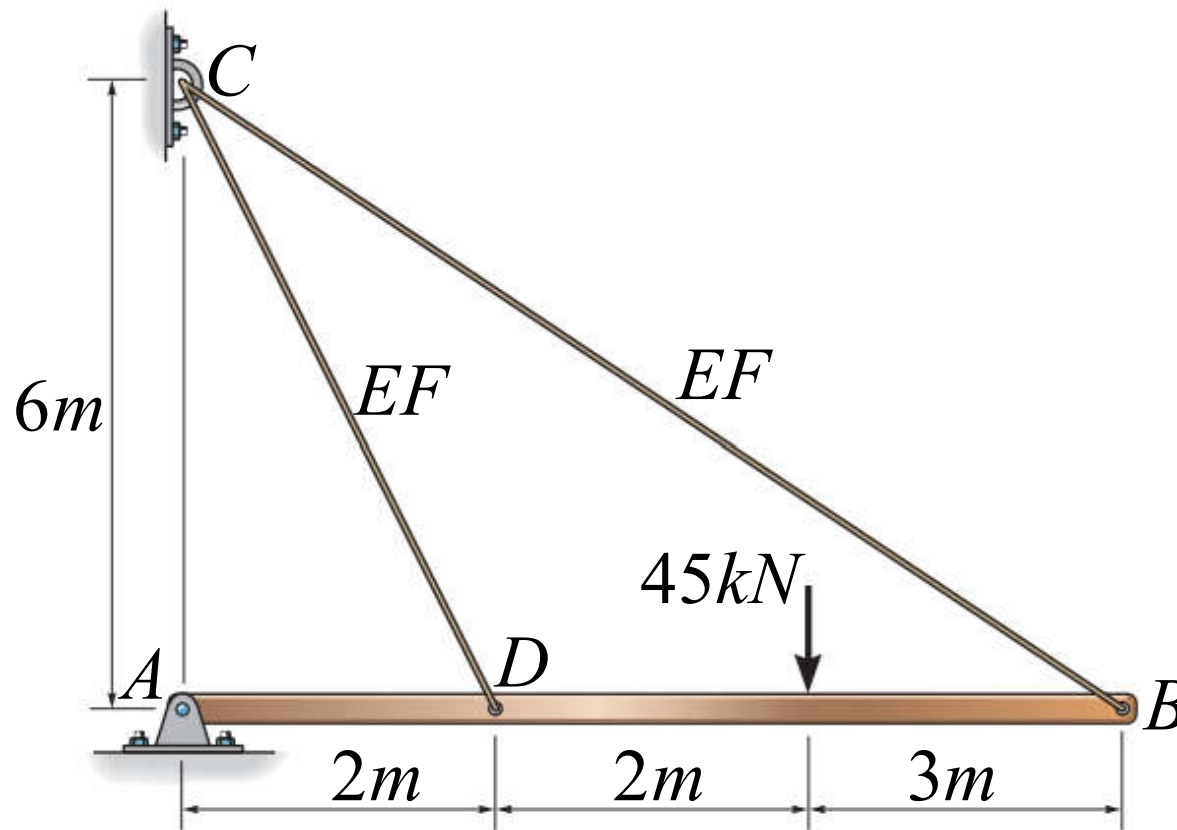
Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được giữ bởi các thanh tại C và B như hình vẽ. Các thanh được làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ Gpa}$; $[\sigma] = 0,19 \text{ Gpa}$.

- Xác định các diện tích mặt cắt ngang cần thiết của các thanh.
- Tính chuyển vị ngang tại điểm đặt lực. Cho $l = 1 \text{ m}$



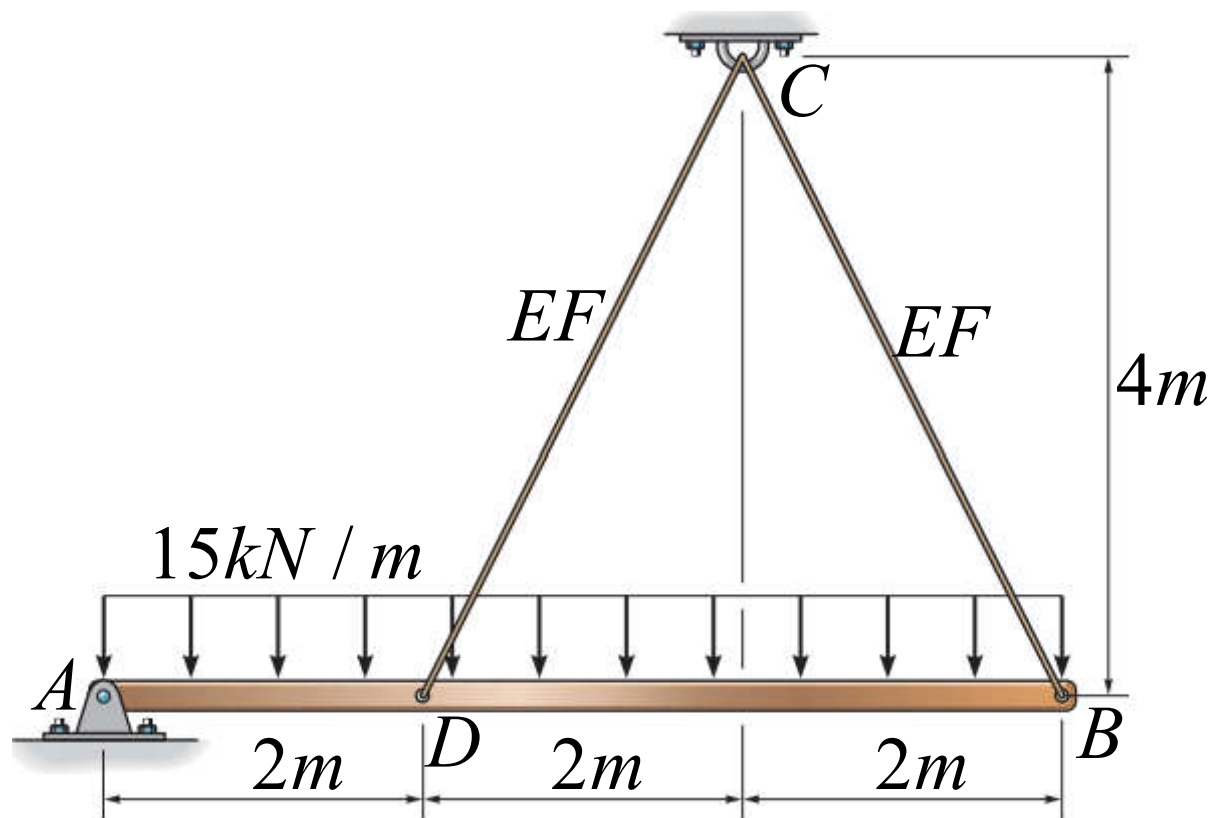
Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được giữ bởi các thanh tại B và D như hình vẽ. Các thanh được làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ Gpa}$; $[\sigma] = 0,18 \text{ Gpa}$.

- Xác định q_{\max} mà các thanh BC và DE có thể chịu được.
- Tính chuyển vị ngang tại D . Cho $l = 1 \text{ m}$



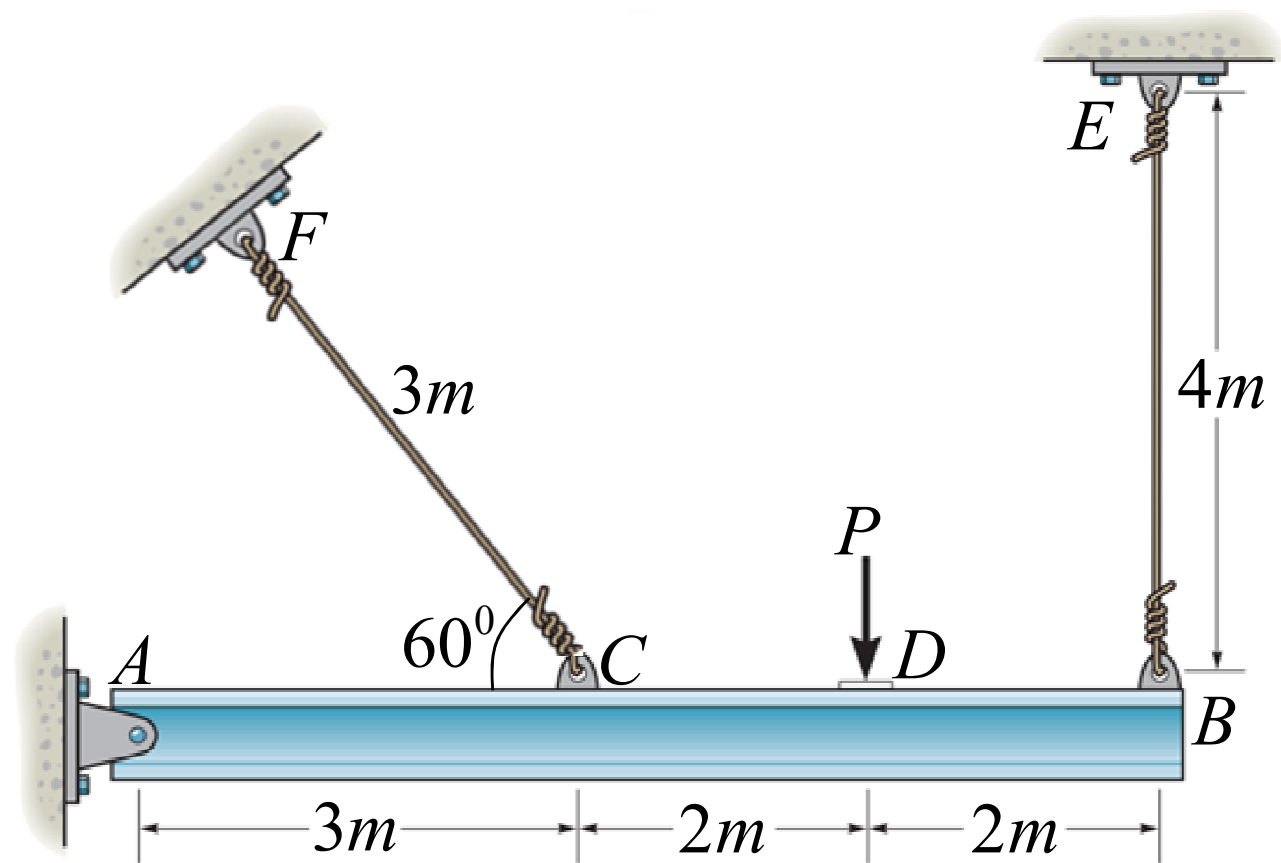
Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được đỡ bởi các dây cáp BC và CD như hình vẽ. Các dây cáp có cùng diện tích mặt cắt ngang $F = 180 \text{ mm}^2$ và làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ Gpa}$.

- Xác định lực căng trong hai dây cáp.
- Tính ứng suất phát sinh trong hai dây cáp.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm đặt lực.



Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được đỡ bởi các dây cáp BC và CD như hình vẽ. Các dây cáp có cùng diện tích mặt cắt ngang $F = 150 \text{ mm}^2$ và làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ Gpa}$.

- Xác định lực căng trong hai dây cáp.
- Tính ứng suất phát sinh trong hai dây cáp.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm đặt lực.

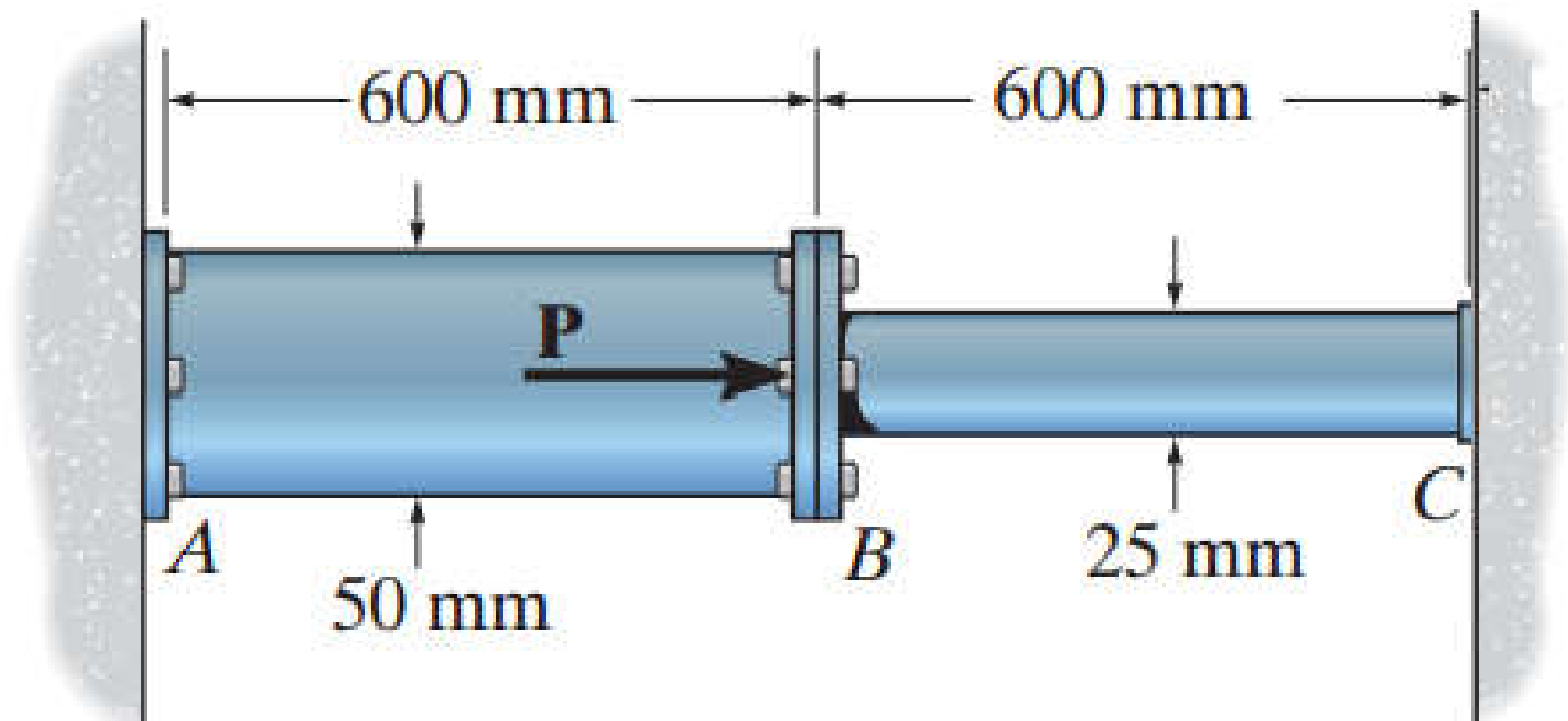


Ví dụ: Thanh AB tuyệt đối cứng được đỡ bởi các dây cáp BE và CF như hình vẽ. Các dây cáp có cùng diện tích mặt cắt ngang $F = 140 \text{ mm}^2$ và làm cùng loại vật liệu có $E = 200 \text{ GPa}$.

- Xác định lực căng trong hai dây cáp.
- Tính ứng suất phát sinh trong hai dây cáp.
- Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm đặt lực.

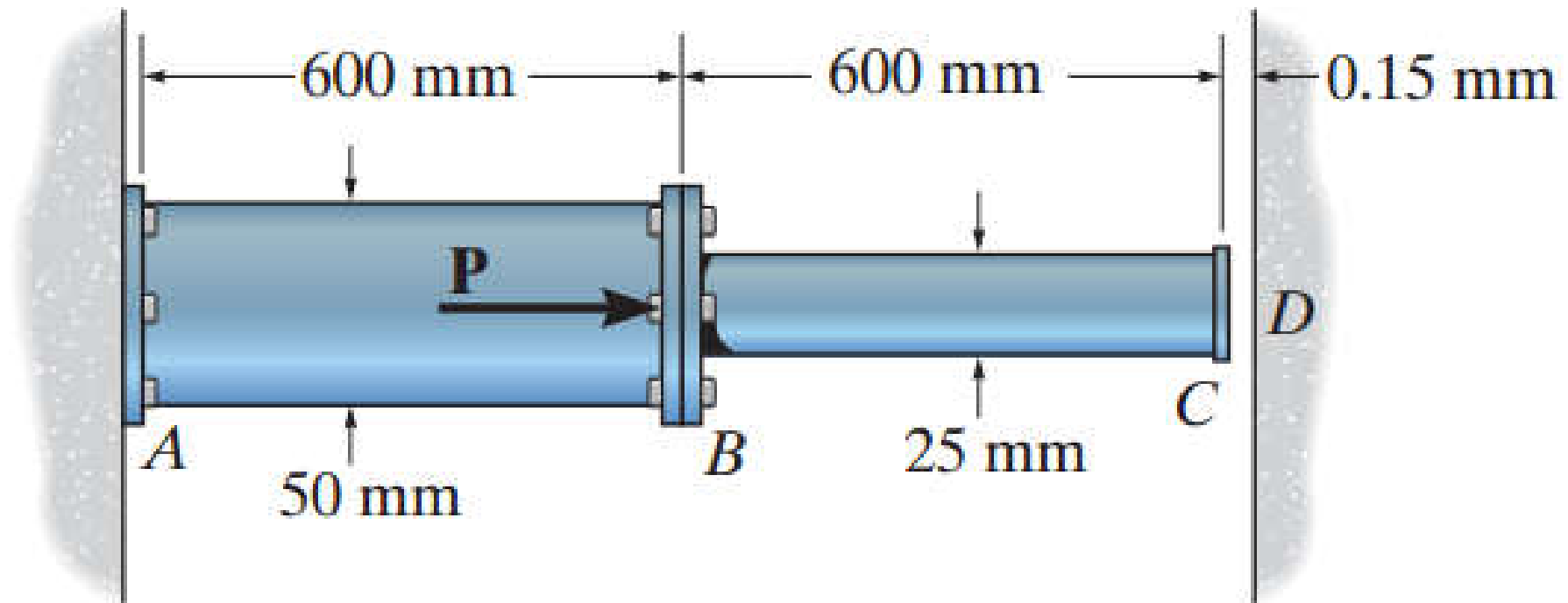
Ví dụ: Trục ABC chịu lực như hình vẽ. Trục làm bằng vật liệu có $E = 200 \text{ Gpa}$. Cho $P = 15 \text{ kN}$.

- Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong trục.
- Tính ứng suất pháp lớn nhất phát sinh trong trục.
- Tính chuyển vị của mặt cắt tại B.

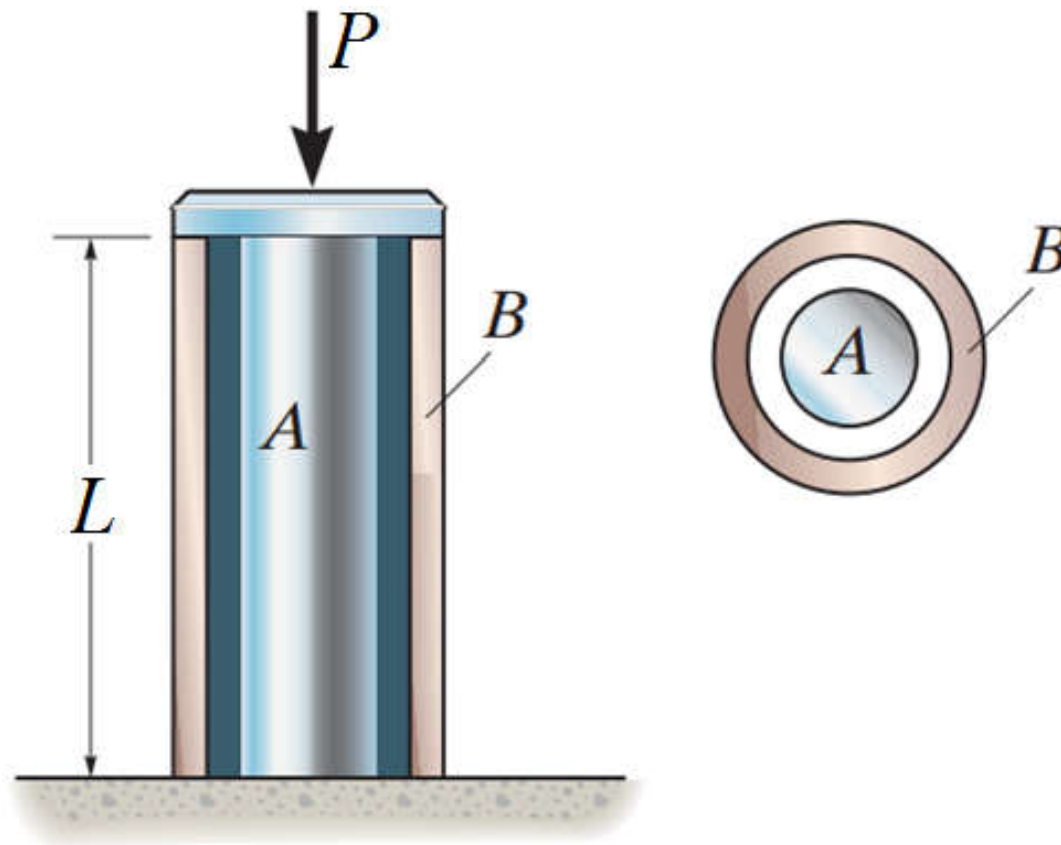


Ví dụ: Trục ABC chịu lực như hình vẽ. Ban đầu giữa C và D có khoảng hở là 0,15 mm. Biết rằng trục làm bằng thép A36. Cho $P = 200 \text{ kN}$.

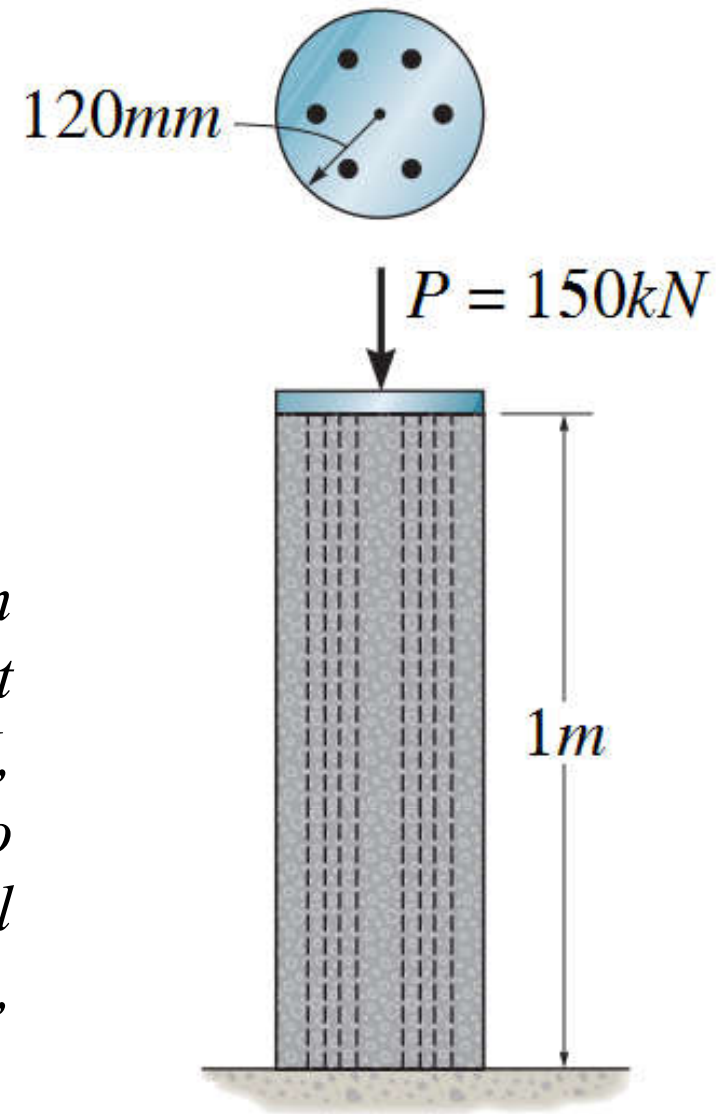
- Vẽ biểu đồ nội lực phát sinh trong trục.
- Tính ứng suất pháp lớn nhất phát sinh trong trục.
- Tính chuyển vị của mặt cắt tại B.



* The assembly shown in the figure consists of a brass core (diameter $d_1=6\text{mm}$) surrounded by a steel shell (inner diameter $d_2=7\text{mm}$, outer diameter $d_3=9\text{mm}$). A load P compresses the core and shell, which have length $L=85\text{mm}$. The modulus of elasticity of the brass and steel are $E_b=100\text{GPa}$ and $E_s=200\text{GPa}$, respectively. (a) What load P will compress the assembly by 0.1 mm ? (b) If the allowable stress in the steel is 180MPa and the allowable stress in the brass is 140MPa , what is the allowable compressive load P_{allow} ?



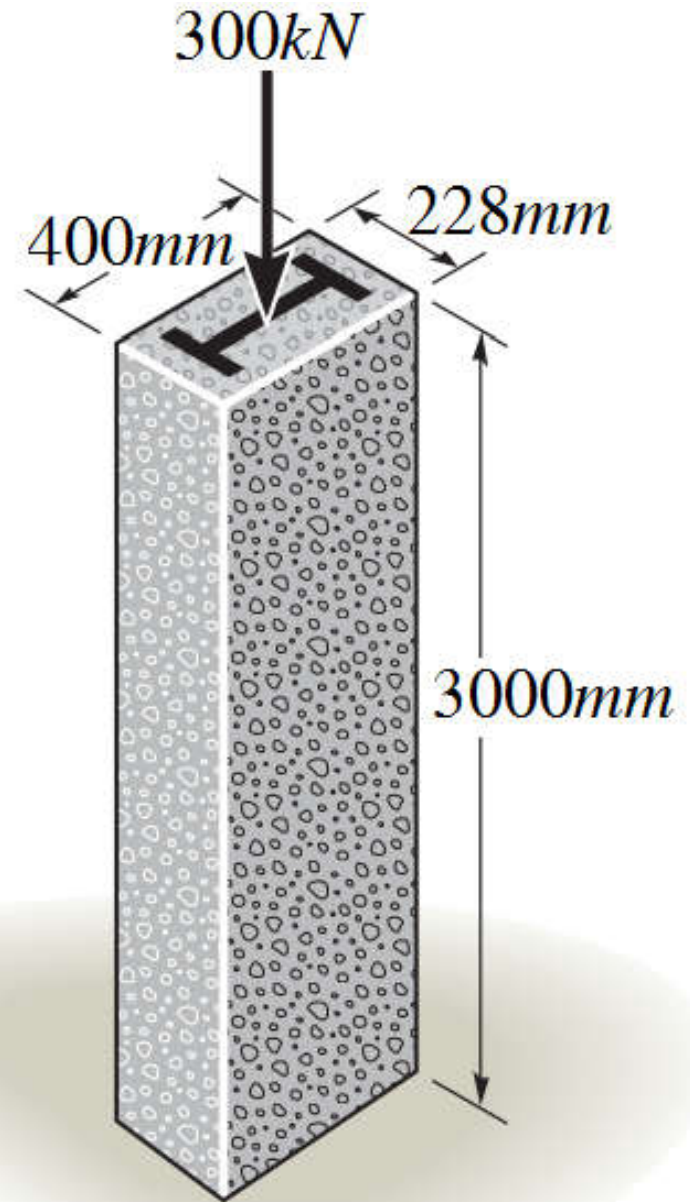
* The column is constructed from high-strength concrete and six 19mm diameter A-36 steel reinforcing rods. If it is subjected to an axial force of 150 kN, determine the stress in the concrete and the steel. $E_{st}=200 \text{ GPa}$, $E_c=25 \text{ GPa}$.



* The column is constructed from high-strength concrete and six A-36 steel reinforcing rods. If it is subjected to an axial force of 150 kN, determine the required diameter of each rod so that one-fourth of the load is carried by the steel and three-fourths by the concrete. $E_{st}=200 \text{ GPa}$, $E_c=25 \text{ GPa}$.

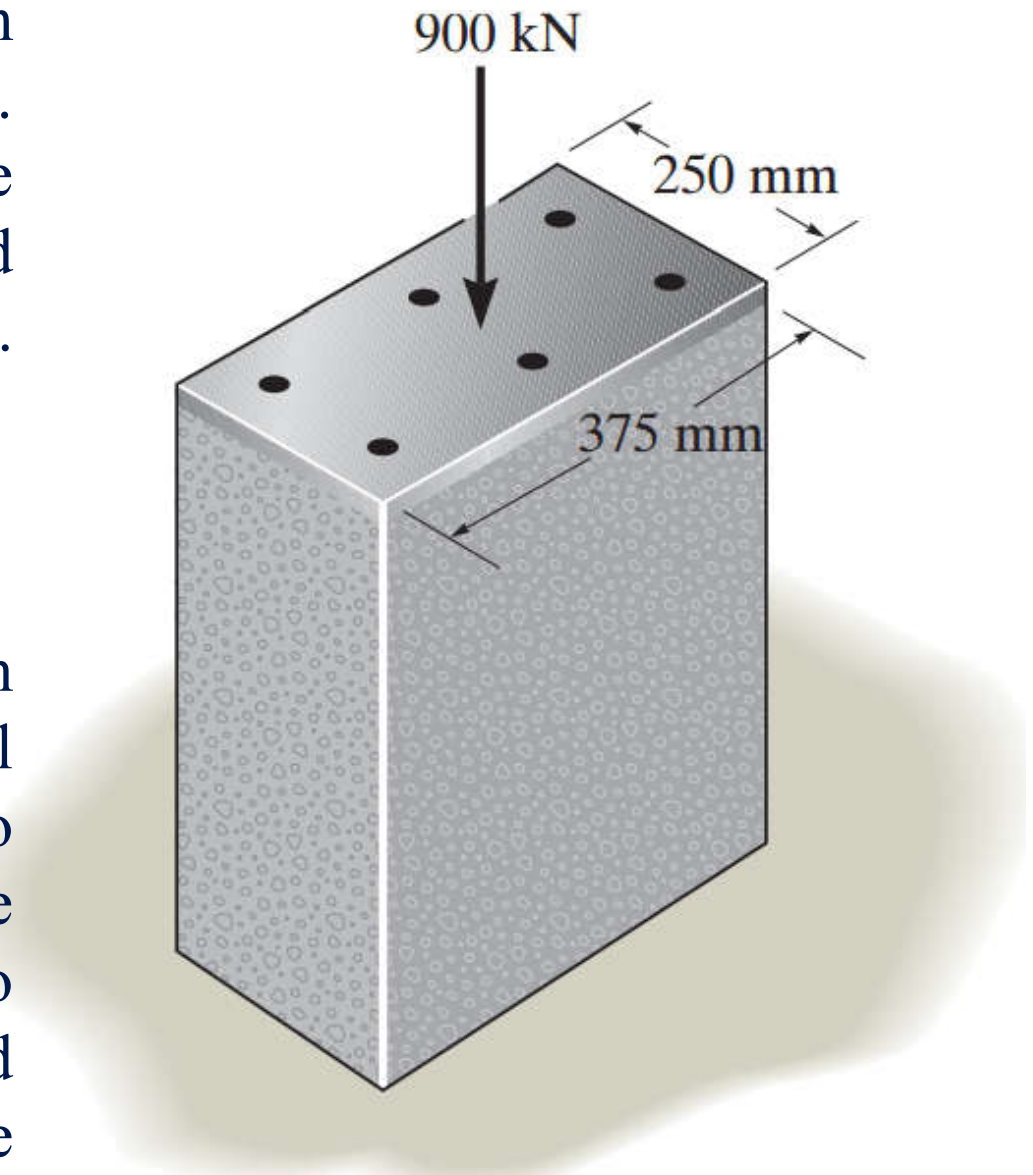
* The A-36 steel column, having a cross-sectional area of 116cm^2 , is encased in high-strength concrete as shown. If an axial force of 300kN is applied to the column, determine the average compressive stress in the concrete and in the steel. How far does the column shorten? It has an original length of 3000mm .

* The A-36 steel column is encased in high-strength concrete as shown. If an axial force of 300kN is applied to the column, determine the required area of the steel so that the force is shared equally between the steel and concrete. How far does the column shorten? It has an original length of 3000mm .

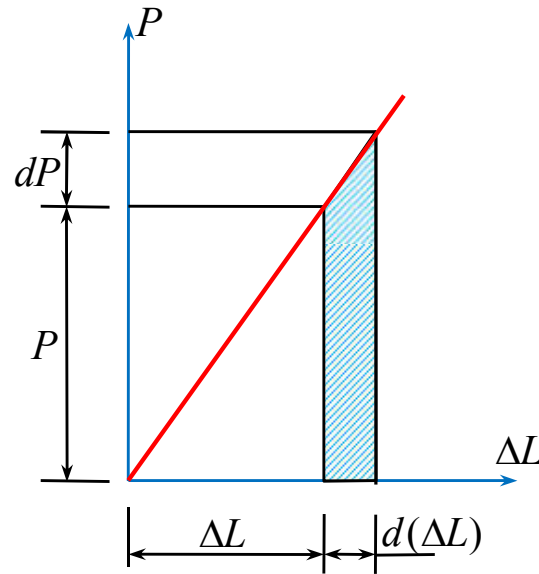
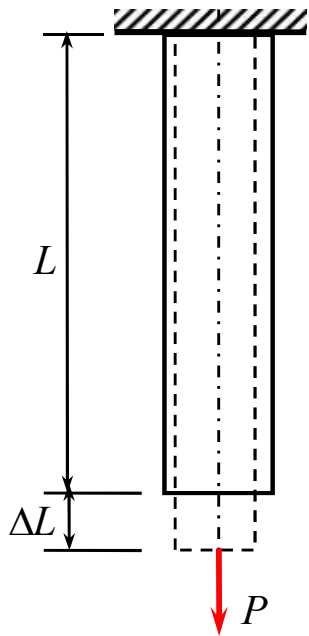


* The concrete post is reinforced using six steel reinforcing rods, each having a diameter of 20 mm. Determine the stress in the concrete and the steel if the post is subjected to an axial load of 900 kN. $E_c = 25 \text{ GPa}$; $E_{st} = 200 \text{ GPa}$.

* The post is constructed from concrete and six A-36 steel reinforcing rods. If it is subjected to an axial force of 900 kN, determine the required diameter of each rod so that one-fifth of the load is carried by the steel and four-fifths by the concrete. $E_c = 25 \text{ GPa}$; $E_{st} = 200 \text{ GPa}$.



* *Thế năng biến dạng đàn hồi bằng công của ngoại lực*



$$dA = dU = (P + \Delta P).d(\Delta L) = Pd(\Delta L)$$

$$A = U = \int_0^{\Delta L} Pd(\Delta L)$$

Đàn hồi tuyến tính $\Rightarrow A = U = \frac{P \cdot \Delta L}{2} = \frac{N_z^2 L}{2EF}$

$$\Rightarrow U = \int_0^L \frac{N_z^2 dz}{2EF}$$

11 Chuyển Vị Của Hệ Thanh

* Định lý Castigliano:

$$\Delta_k = \frac{\partial U}{\partial P_k}$$

=> Trong một hệ đàn hồi tuyến tính, chuyển vị tại một vị trí và theo một phương nào đó bằng đạo hàm riêng của thế năng biến dạng đàn hồi tích lũy trong hệ lấy đối với biến số là lực tại vị trí và theo phương cần tính chuyển vị.

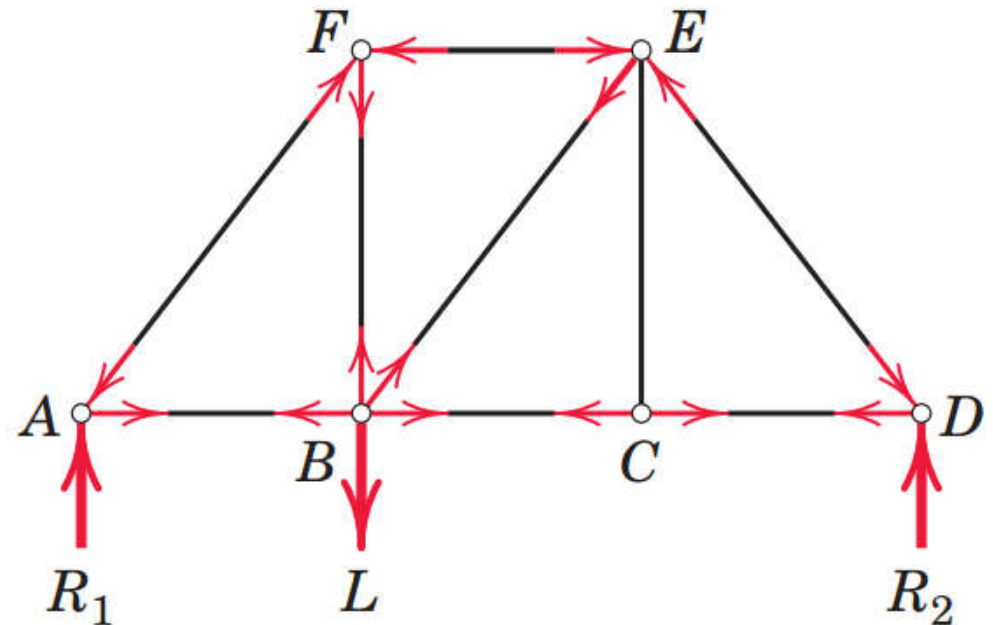
* Đối với thanh chịu kéo-nén đúng tâm: $U = \sum_{i=1}^n \int_{L_i} \frac{N_z^2}{2EF} dz$

$$\Rightarrow \Delta_k = \sum_{i=1}^n \frac{\partial U_i}{\partial P_k} = \sum_{i=1}^n \int_{L_i} \frac{N_{z_i} \frac{\partial N_{z_i}}{\partial P_k}}{E_i F_i} dz$$

11 Chuyển Vị Của Hệ Thanh

* Đối với hệ dàn (hệ thanh-khớp) chỉ chịu kéo hoặc nén đúng tâm và có $N_z/(EF) = \text{const}$ trên suốt chiều dài L_i

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^n \frac{N_{z_i}}{E_i F_i} \frac{\partial N_{z_i}}{\partial P_k} L_i$$



* Nếu tại vị trí và theo phương cần tính chuyển vị không có lực P_k ta đặt một lực P_g tại vị trí và theo phương cần tính chuyển vị. Sau khi đạo hàm $\partial N_z / \partial P_g$ ta cho $P_g = 0$

11 Chuyển Vị Của Hệ Thanh

* Công thức Mohr:

+ Trạng thái “ m ”: là trạng thái chịu tải

+ Trạng thái “ k ”: là trạng thái đơn vị bằng cách bỏ tải và đặt một lực $P_k=1$ tại vị trí và theo phương cần tính chuyển vị

* Công thức Mohr:

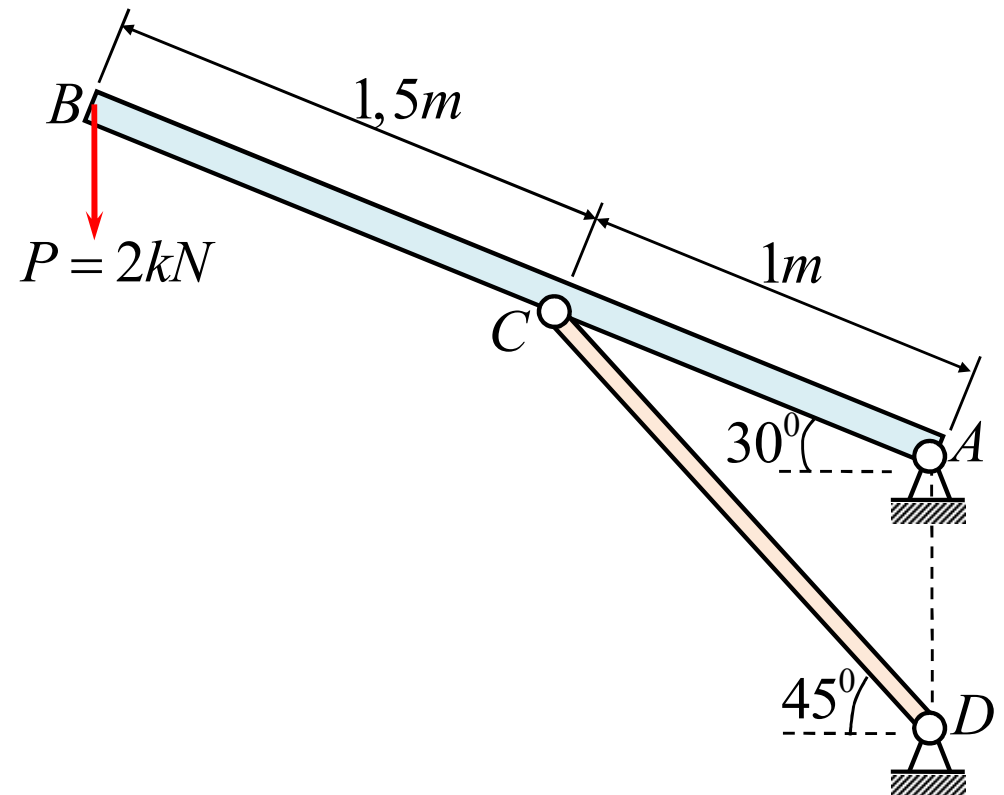
$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_{L_i} \frac{\bar{N}_{z_i} N_{z_i}}{E_i F_i} dz$$

* Đối với hệ dàn (hệ thanh-khớp) chỉ chịu kéo hoặc nén đúng tâm và có $N_z/(EF) = \text{const}$ trên suốt chiều dài L_i

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{N}_{z_i} N_{z_i}}{E_i F_i} L_i$$

+ N_z : nội lực ở trạng thái “ m ”

+ \bar{N}_z : nội lực ở trạng thái “ k ”



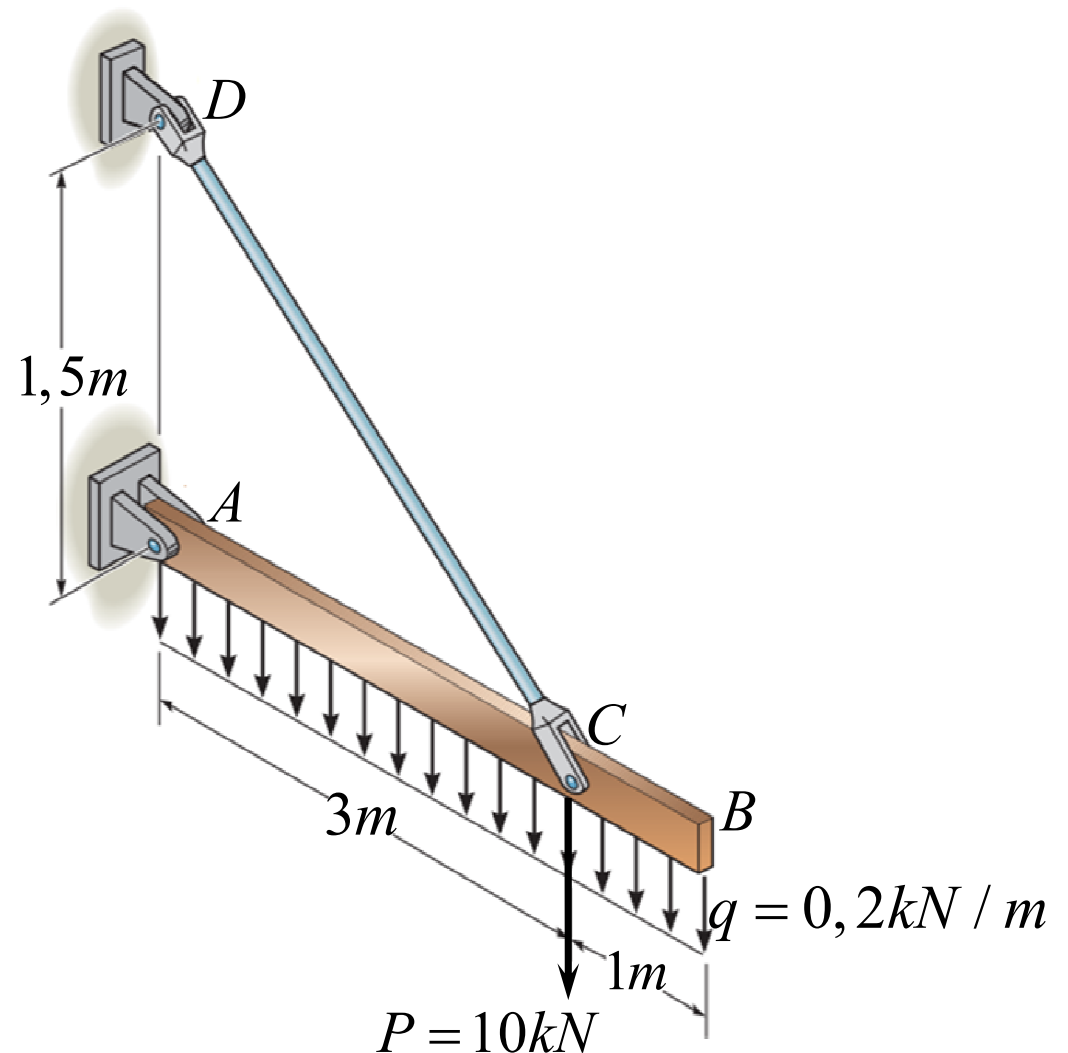
* The beam AB is pin connected at A and supported by link CD shown. The link has modulus $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$ and allowable normal stress of $[\sigma]=18\text{kN/cm}^2$.

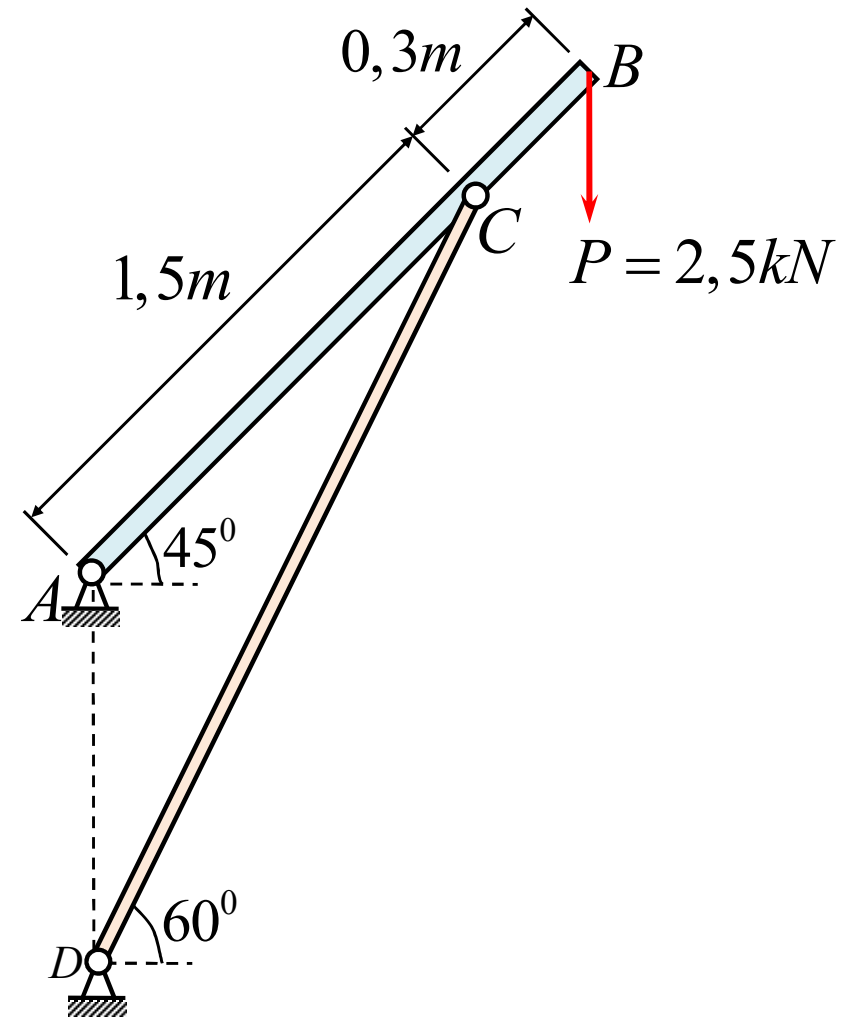
- Determine the *required* cross-sectional area of the link CD .
- Determine the elongation of the link CD .
- Determine the vertical deflection of the bar AB at B .

* The rigid bar AB is supported by the pin-connected rod CD that is made from A-36 steel. If the allowable tensile stress for the steel is $[\sigma] = 19 \text{ kN/cm}^2$.

- Determine the required diameter of the rod CD .

- Determine the vertical deflection of the bar AB at B .





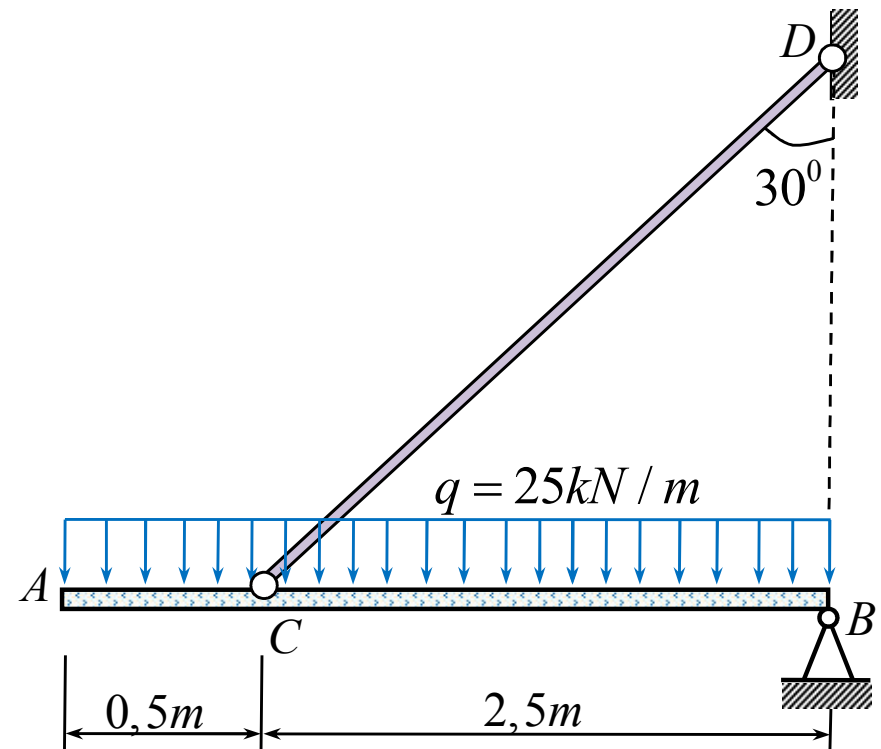
* The beam AB is pin connected at A and supported by link CD shown. The allowable normal stress for the link CD is $[\sigma] = 19 \text{ kN/cm}^2$.

- Determine the *required* cross-sectional area of the link CD .
- Determine the vertical deflection of the bar AB at B . $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$

* The rigid floor AB is pin connected at B and supported by the pin-connected rod CD that is made from A-36 steel. If the allowable tensile stress for the steel is $[\sigma]=21\text{kN/cm}^2$.

- Determine the required cross-sectional area of the rod CD .

- Determine the vertical deflection of the floor AB at A .



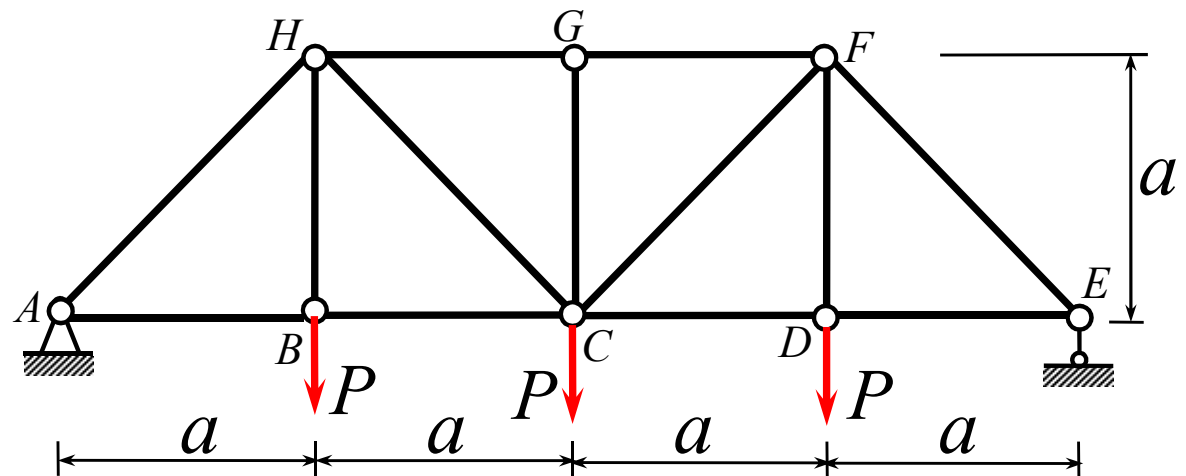
* A plane truss is subjected to loads as shown in the figure. The truss bars are made of two L102×76×6.4 steel angles: cross-sectional area of the two angles, $A=2180\text{mm}^2$. If the allowable normal stress for the steel is $[\sigma]=21\text{kN/cm}^2$.



- Find axial forces in truss members.

- Determine the allowable load P_{allow} .

- Determine the vertical displacement at B.

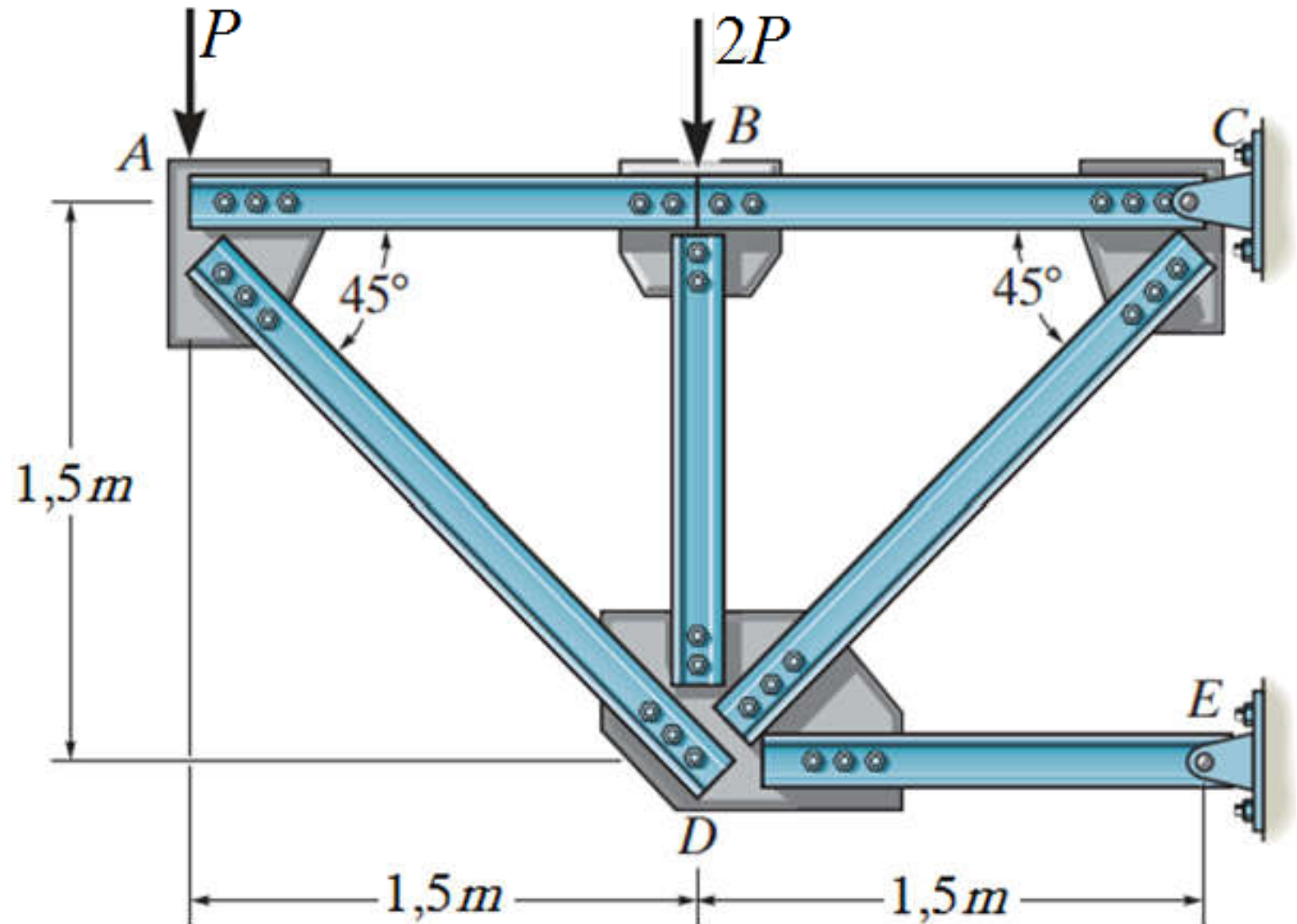


* A plane truss is subjected to loads $2P$ and P at joints B and A , respectively, as shown in the figure. The truss bars are made of two $L102 \times 76 \times 6.4$ steel angles: cross-sectional area of the two angles, $A = 2180 \text{ mm}^2$. If the allowable normal stress for the steel is $[\sigma] = 21 \text{ kN/cm}^2$.

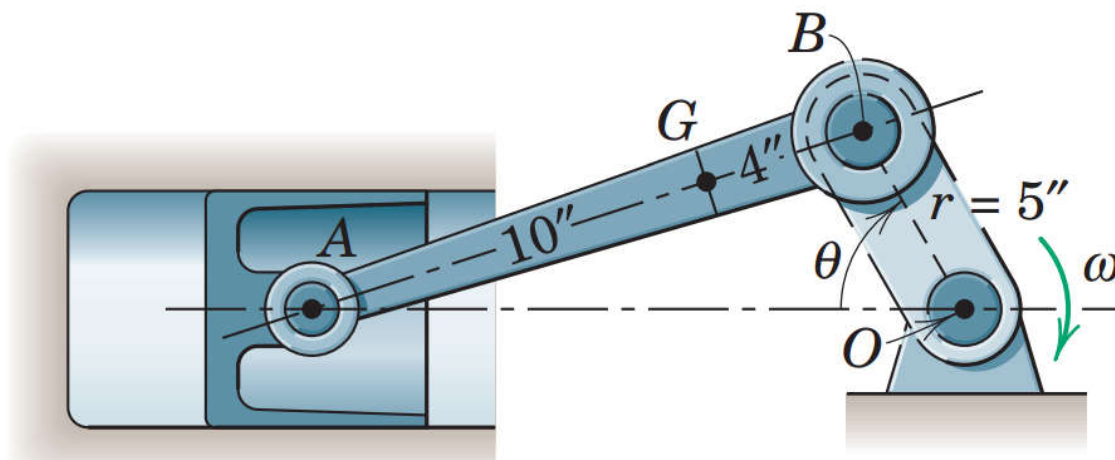
- Find axial forces in truss members.

- Determine the allowable load P_{allow} .

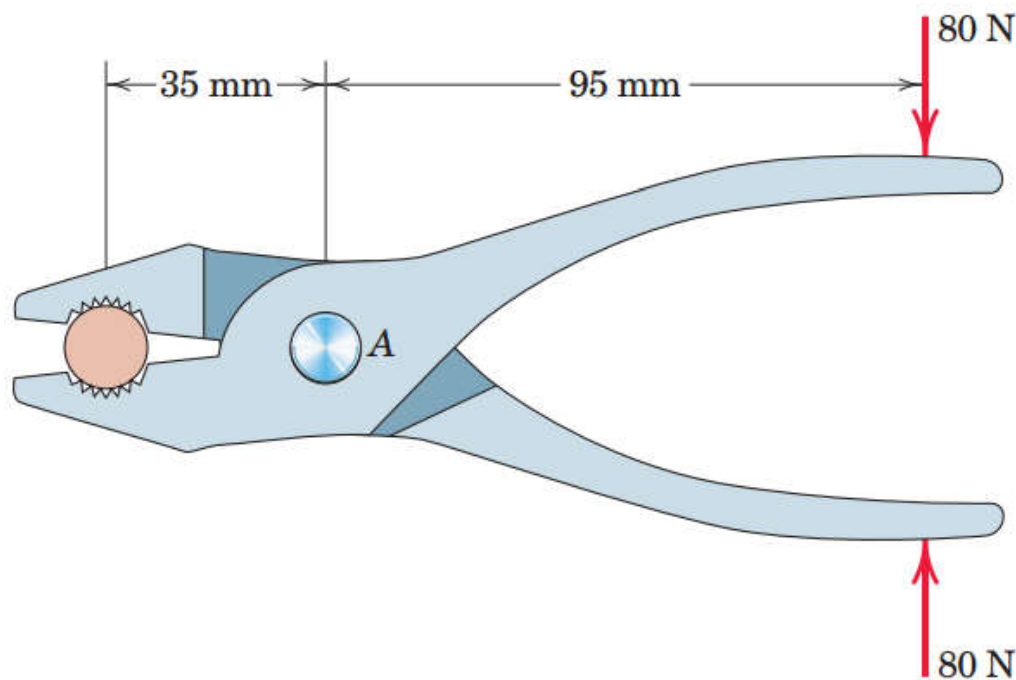
- Determine the vertical displacement at A .



* **Hệ không biến hình**: là hệ không có sự thay đổi hình dáng, kích thước khi chịu lực nếu ta xem các phần tử trong hệ là tuyệt đối cứng



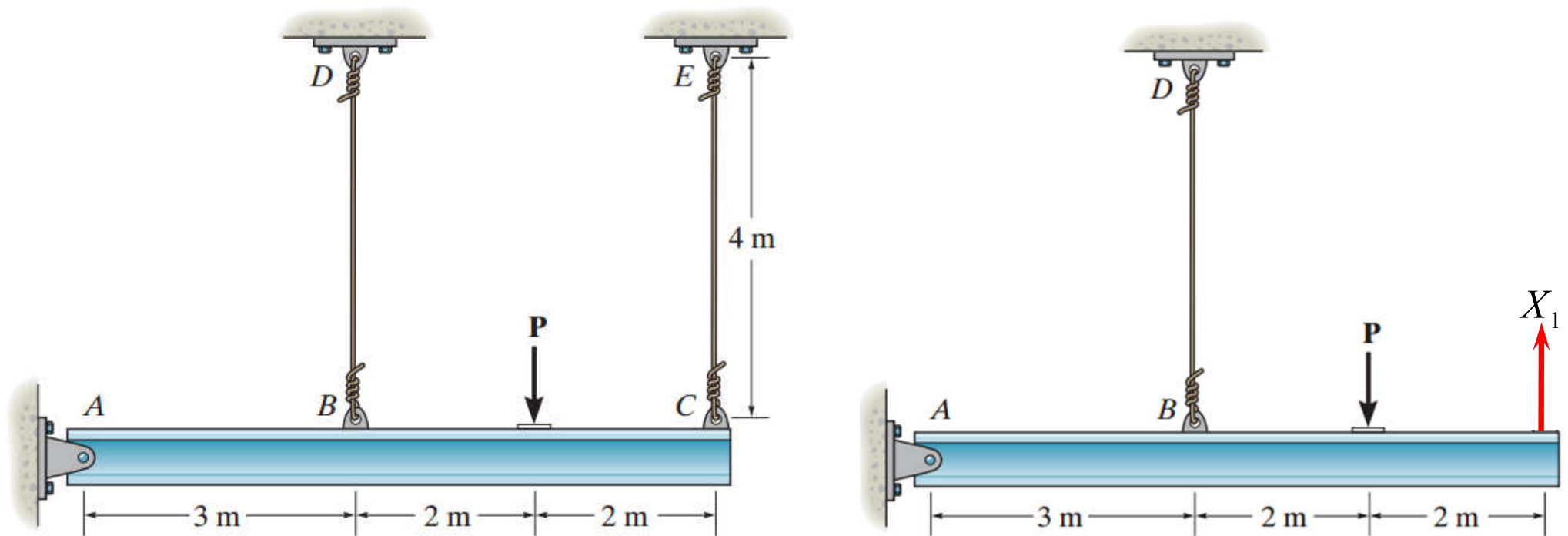
Hệ biến hình



Hệ không biến hình

12 Giải hệ siêu tĩnh bằng phương pháp lực

* **Hệ cơ bản:** là hệ không biến hình được suy ra từ hệ siêu tĩnh bằng cách bỏ đi các liên kết thừa.



\Rightarrow Từ một hệ siêu tĩnh ta có thể tạo thành nhiều hệ cơ bản.

* *Phương trình chính tắc:*

$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0$$

$$\begin{cases} \Delta_{1P} = \sum_{i=1}^n \frac{N_{z_i} \bar{N}_{z_i}}{E_i F_i} L_i \\ \delta_{11} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{N}_{z_i} \bar{N}_{z_i}}{E_i F_i} L_i \end{cases}$$

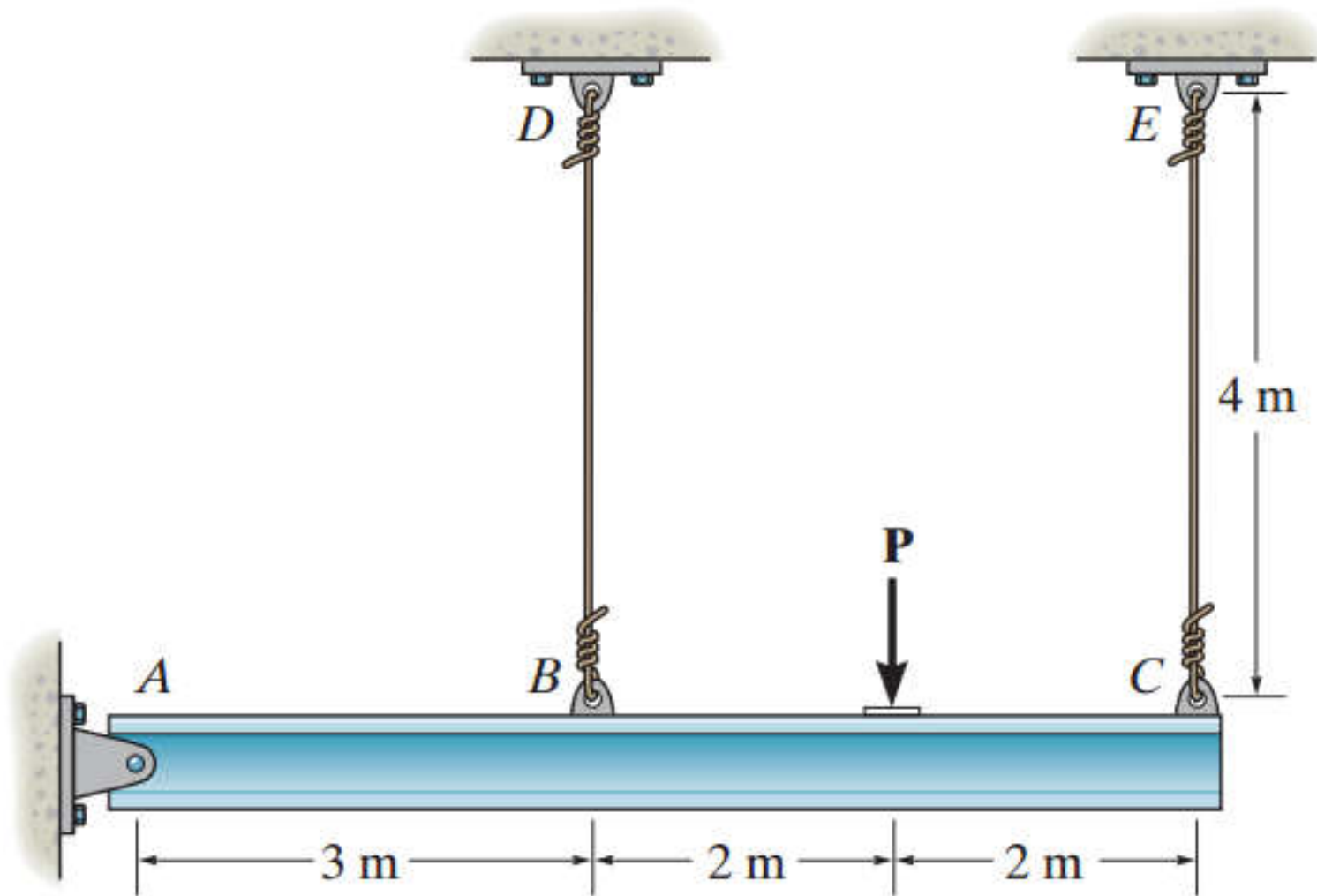
Chuyển vị tại vị trí và theo phương siêu tĩnh X_1 do tải trọng P gây ra trong hệ cơ bản.

Chuyển vị tại vị trí và theo phương siêu tĩnh X_1 do tải trọng đơn vị $X_1=1$ gây ra trong hệ cơ bản

* A rigid bar AC is hinged to a support at A and supported by two vertical wires attached at points B and C (see figure). Both wires have the same cross-sectional area ($F=16\text{mm}^2$) and are made of the same material (modulus $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$).

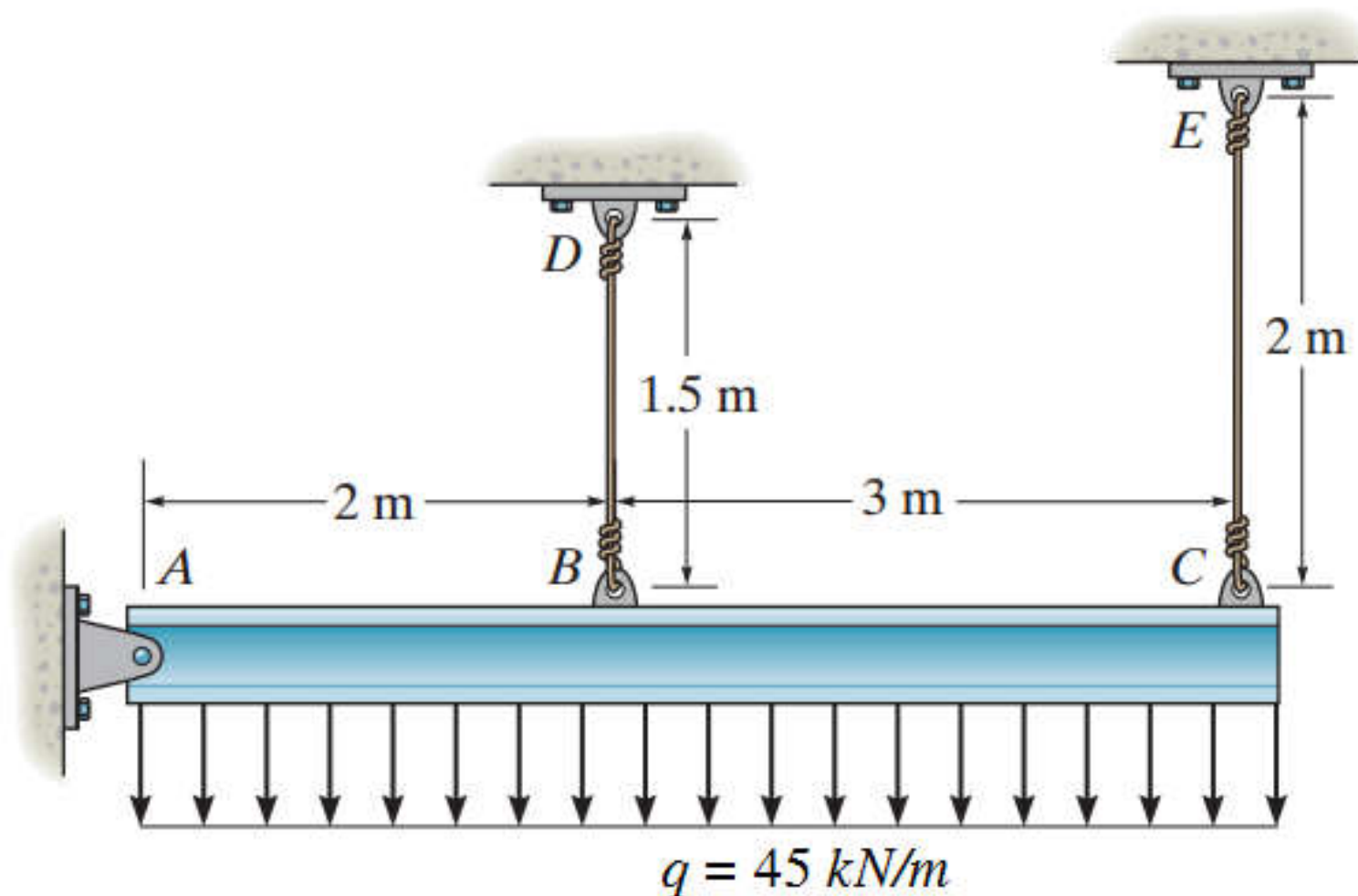
(a) Determine the tensile stresses in the wires due to the load $P=970\text{N}$.

(b) Find the downward displacement δ_B at B of the bar.



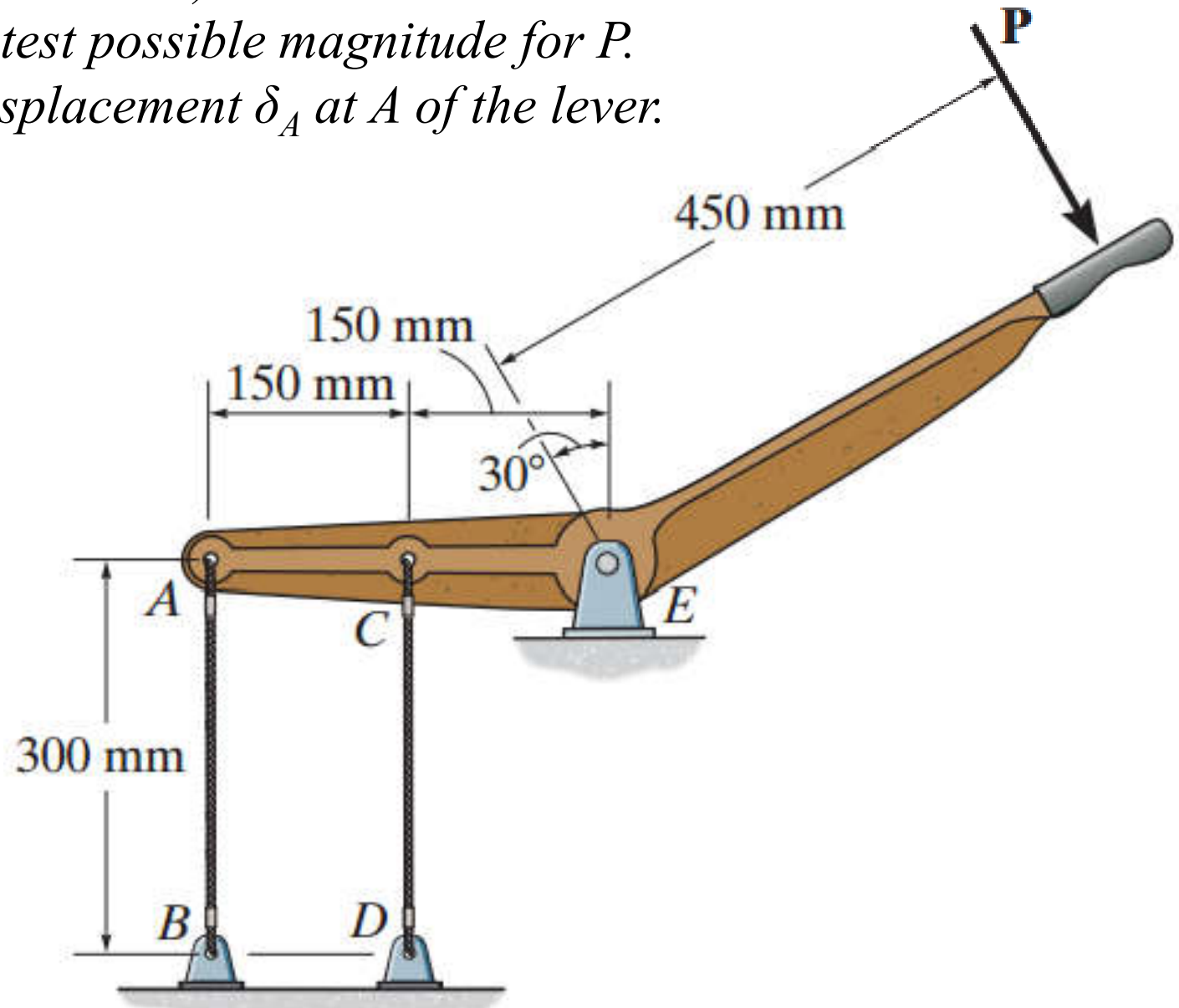
* A rigid bar AC is hinged to a support at A and supported by two vertical wires attached at points B and C (see figure). Both wires have the same cross-sectional area ($F=200\text{mm}^2$) and are made of the same material (modulus $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$).

- (a) Determine the tensile stresses in the wires.
- (b) Find the downward displacement δ_C at C of the bar.



* A rigid lever is hinged to a support at E and supported by two vertical wires attached at points A and C (see figure). Both wires have the same cross-sectional area ($F=90\text{mm}^2$) and are made of the same material ($E=2.10^4\text{kN/cm}^2$; $[\sigma]=21\text{kN/cm}^2$).

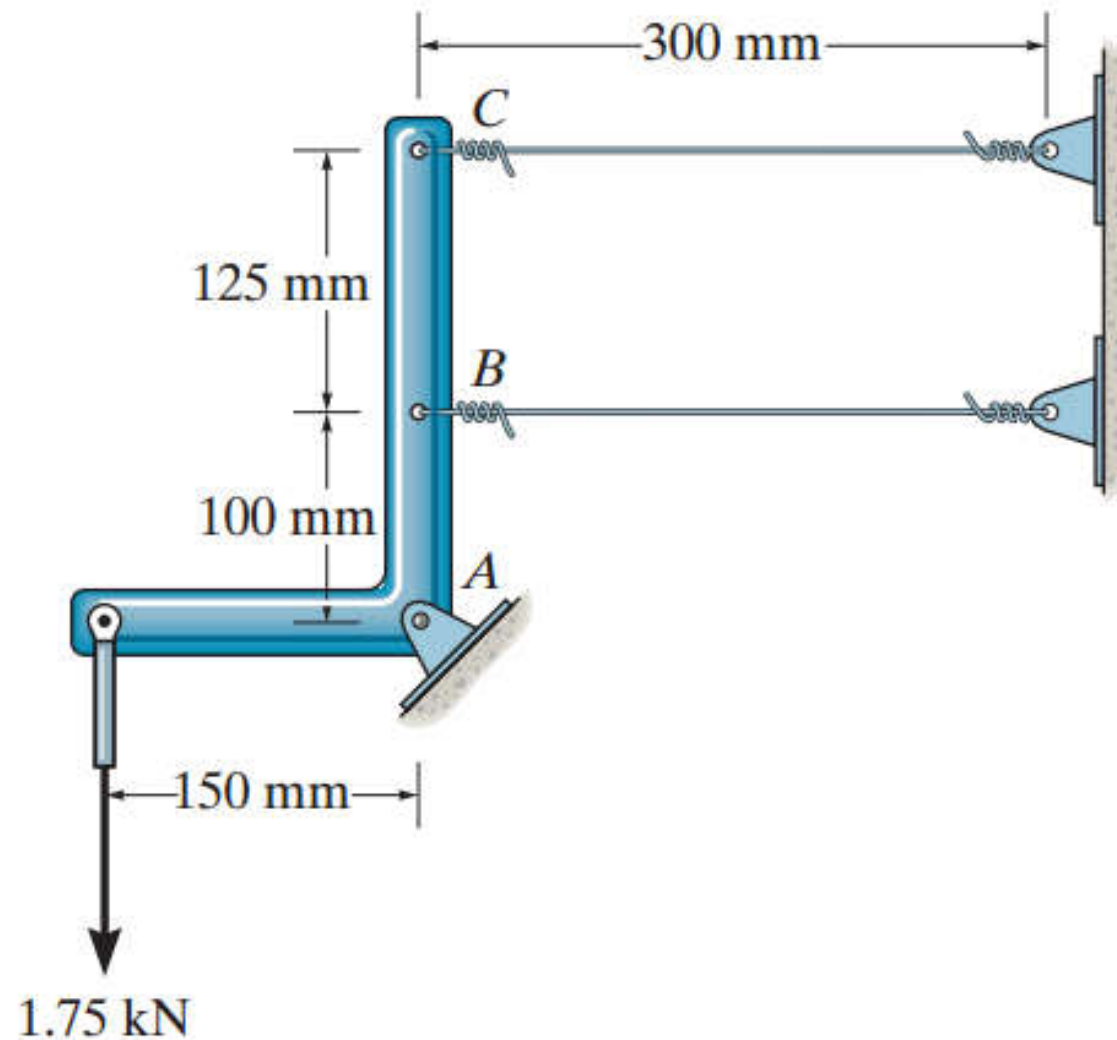
- (a) Determine the greatest possible magnitude for P .
(b) Find the vertical displacement δ_A at A of the lever.

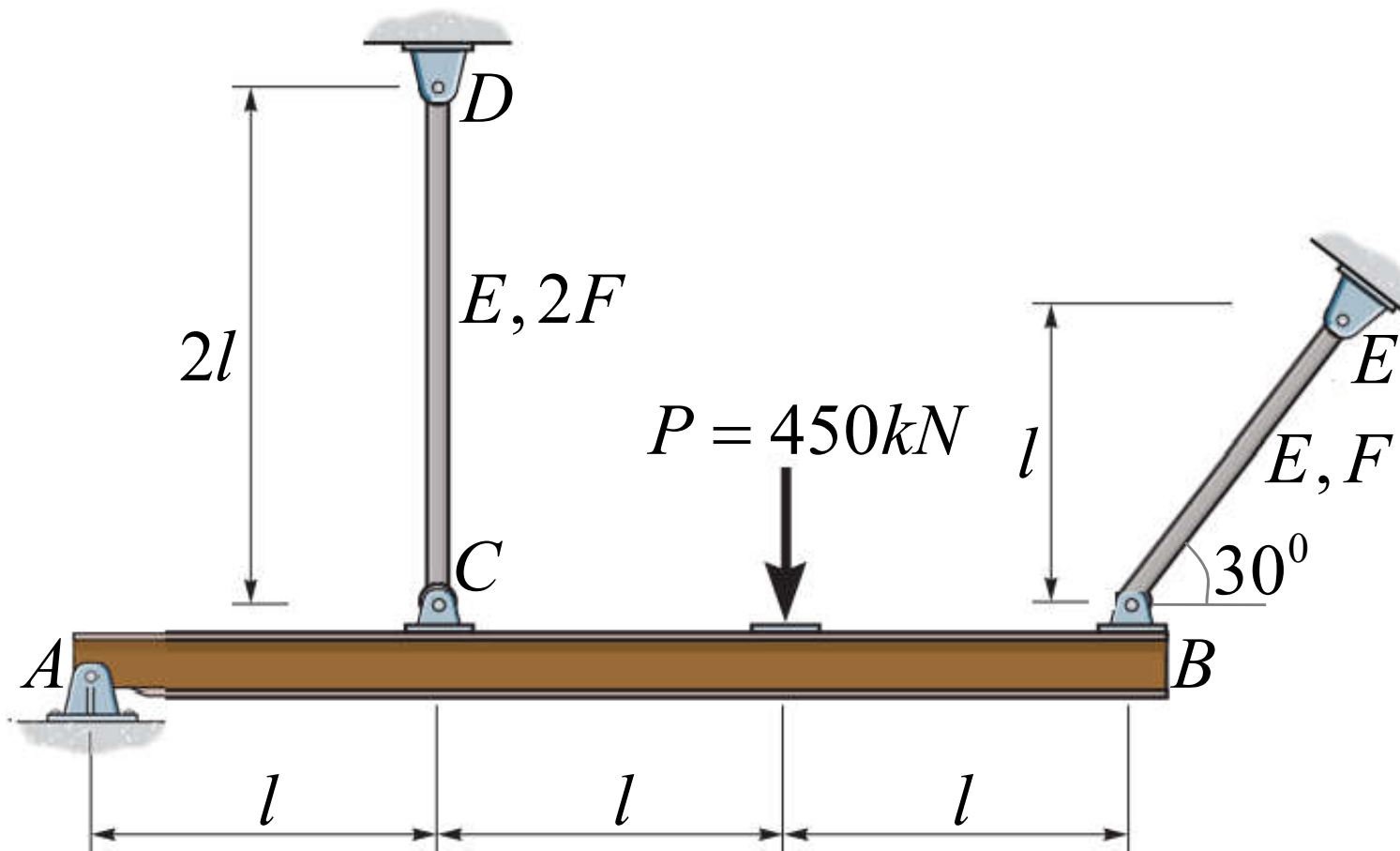


* A rigid lever is hinged to a support at A and supported by two horizontal wires attached at points B and C (see figure). Both wires have the same cross-sectional area (F) and are made of the same material ($E=2.10^4\text{kN/cm}^2$; $[\sigma]=21\text{kN/cm}^2$).

(a) Determine the *required* cross-sectional areas of both wires.

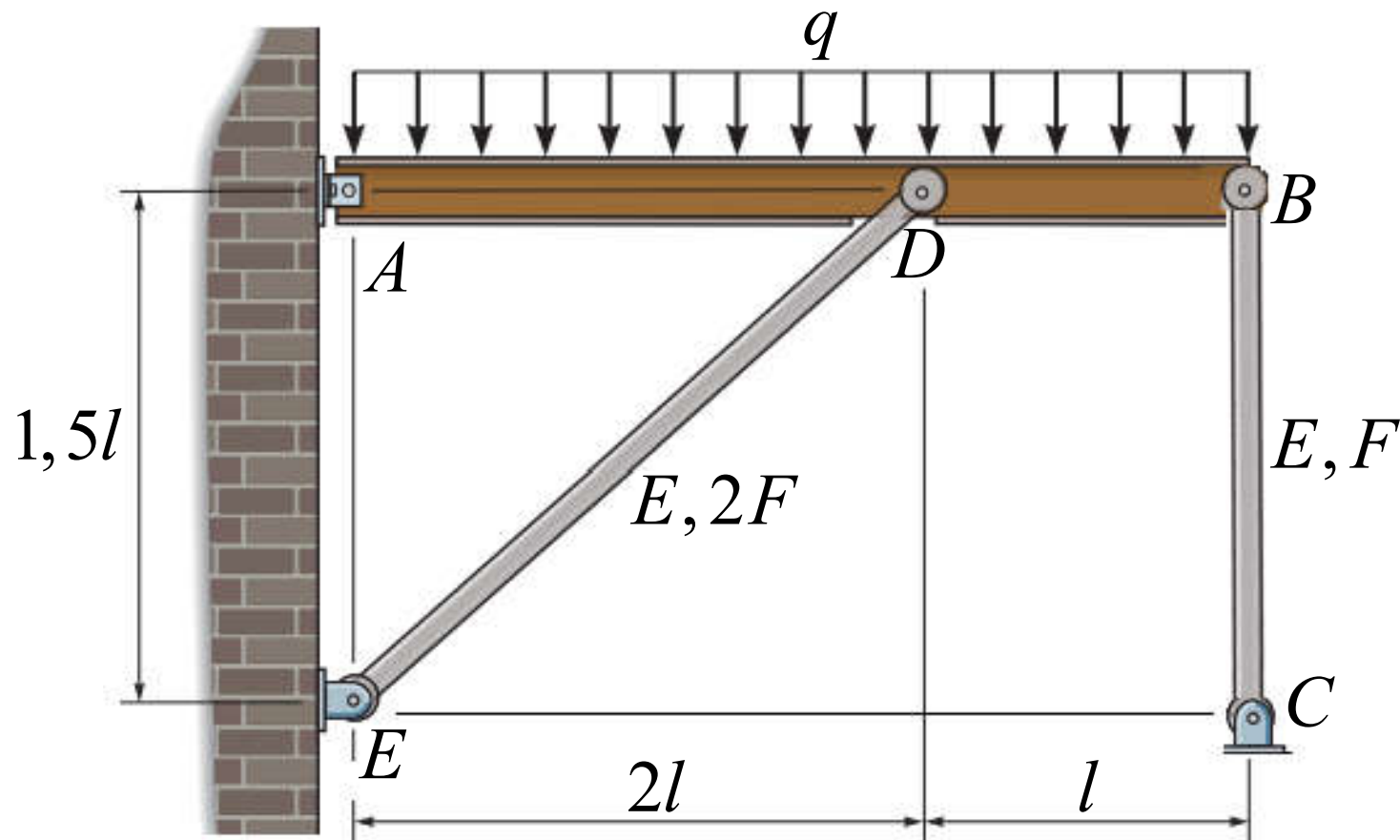
(b) Find the horizontal displacement δ_C at C of the lever.





* A rigid beam AB is hinged to a support at A and supported by two bars attached at points B and C (see figure). Both bars are made of the same material ($E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma] = 21 \text{ kN/cm}^2$). The bar CD has cross-sectional area $2F$ and the bar BE has cross-sectional area F .

- Determine the axial forces in two bars.
- Determine the *required* cross-sectional areas of both bar.
- Find the downward displacement δ_B at B of the beam. $l = 1 \text{ m}$.

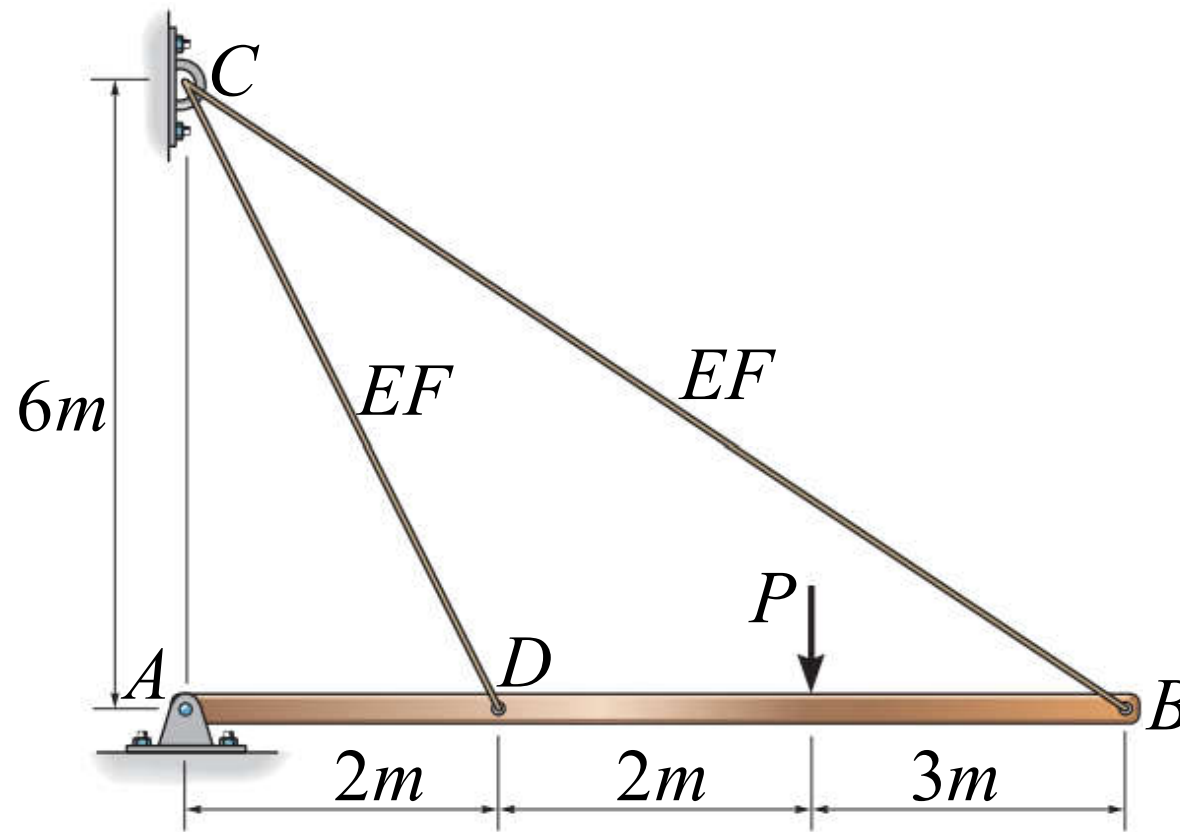


* A rigid beam AB is hinged to a support at A and supported by two bars attached at points B and D (see figure). Both bars are made of the same material ($E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $[\sigma]=18 \text{ kN/cm}^2$). The bar DE has cross-sectional area $2F$ and the bar BC has cross-sectional area $F=650 \text{ mm}^2$.

(a) Determine the axial forces in two bars.

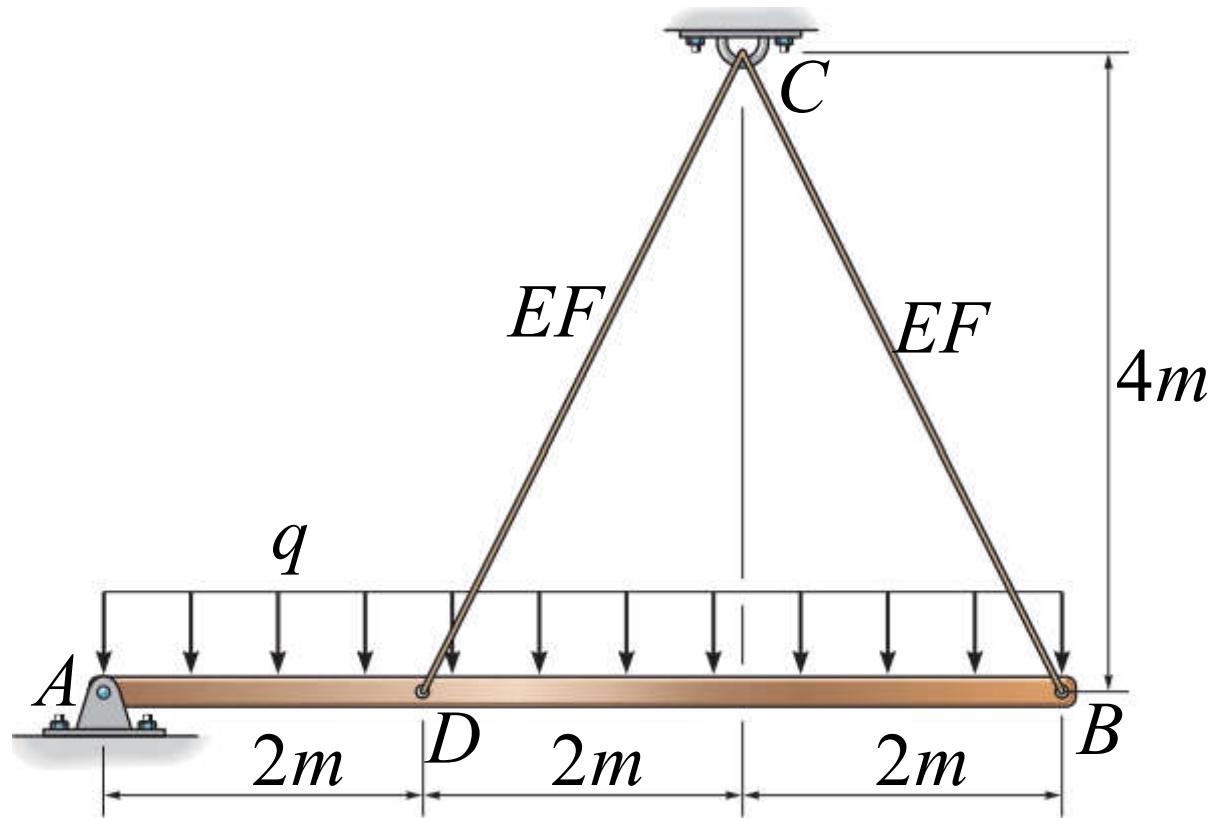
(b) Determine the allowable load q_{allow} .

(c) Find the vertical displacement δ_D at D of the beam. $l=1 \text{ m}$.



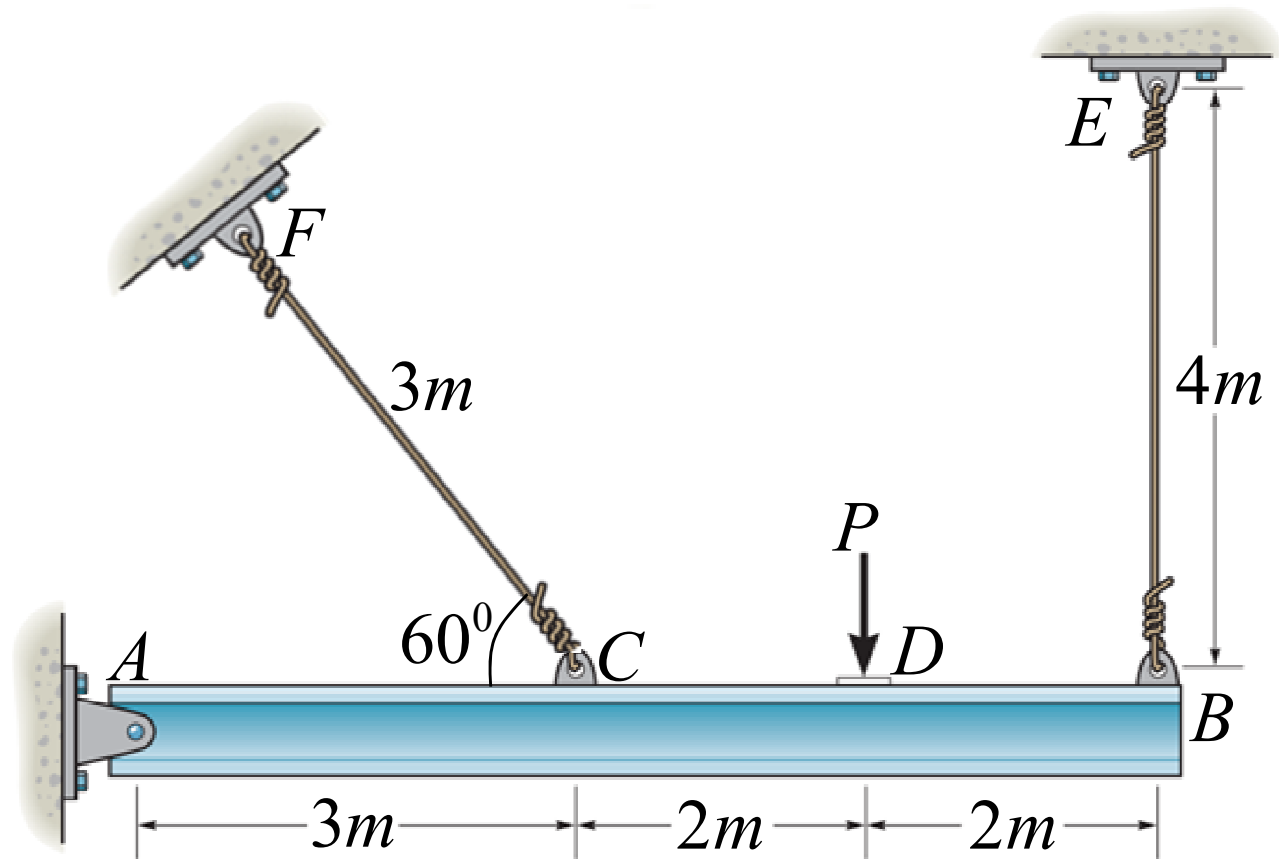
* A rigid bar AB is hinged to a support at A and supported by two wires attached at points B and D (see figure). Both wires have the same cross-sectional area ($F=16\text{mm}^2$) and are made of the same material (modulus $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$).

- Determine the tensile stresses in the wires due to the load $P=450\text{kN}$.
- Find the downward displacement δ_B at B of the bar.



* A rigid bar AB is hinged to a support at A and supported by two wires attached at points B and D (see figure). Both wires have the same cross-sectional area ($F=160\text{mm}^2$) and are made of the same material (modulus $E=2 \cdot 10^4 \text{kN/cm}^2$).

- Determine the tensile stresses in the wires due to the load $q=15\text{kN/m}$.
- Find the downward displacement δ_B at B of the bar.



* A rigid beam AB is hinged to a support at A and supported by two wires attached at points B and C (see figure). Both wires have the same cross-sectional area ($F=160\text{mm}^2$) and are made of the same material (modulus $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$).

- Determine the axial forces in two bars.
- Determine the tensile stresses in the wires due to the load $P=15\text{kN}$.
- Find the downward displacement δ_B at B of the bar.

Thank you !

Phone: 0936037397

Email: trangtantrien@hcmute.edu.vn

