

Sức Bền Vật Liệu

Chương 3:

Thanh Chịu Xoắn – Chịu Cắt

Image courtesy of ADEPT Airmotive (Pty) Ltd.

Phone: 0936037397

Email: trangtantrien@hcmute.edu.vn



1 Giới Thiệu

2 Nội Lực Trên Mặt Cắt Ngang

3 Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang

4 Biến Dạng

5 Ứng Suất Trượt Thuận Túy

6 Điều Kiện Bền, Điều Kiện Cứng

7 Thế Năng Biến Dạng Đàn Hồi

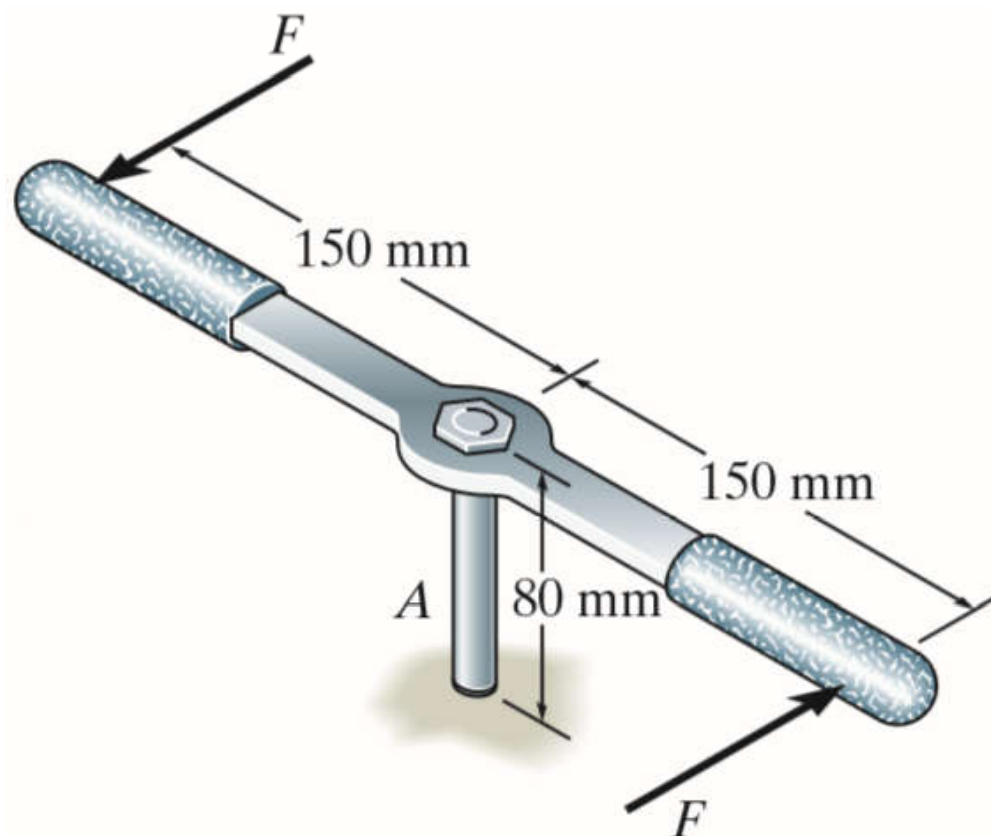
8 Hệ Siêu Tĩnh

9 Thanh Chịu Cắt



1

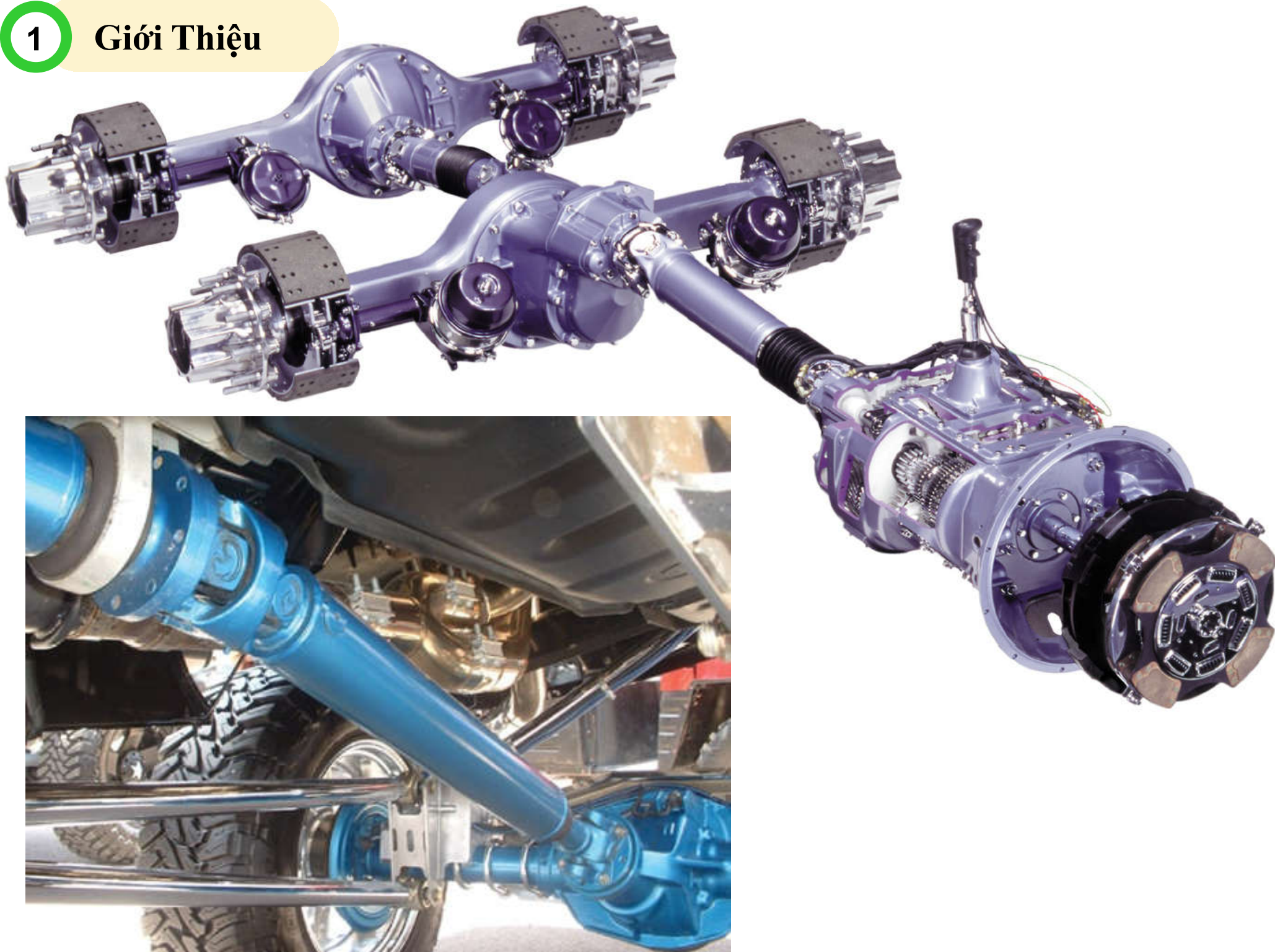
Giới Thiệu





1

Giới Thiệu



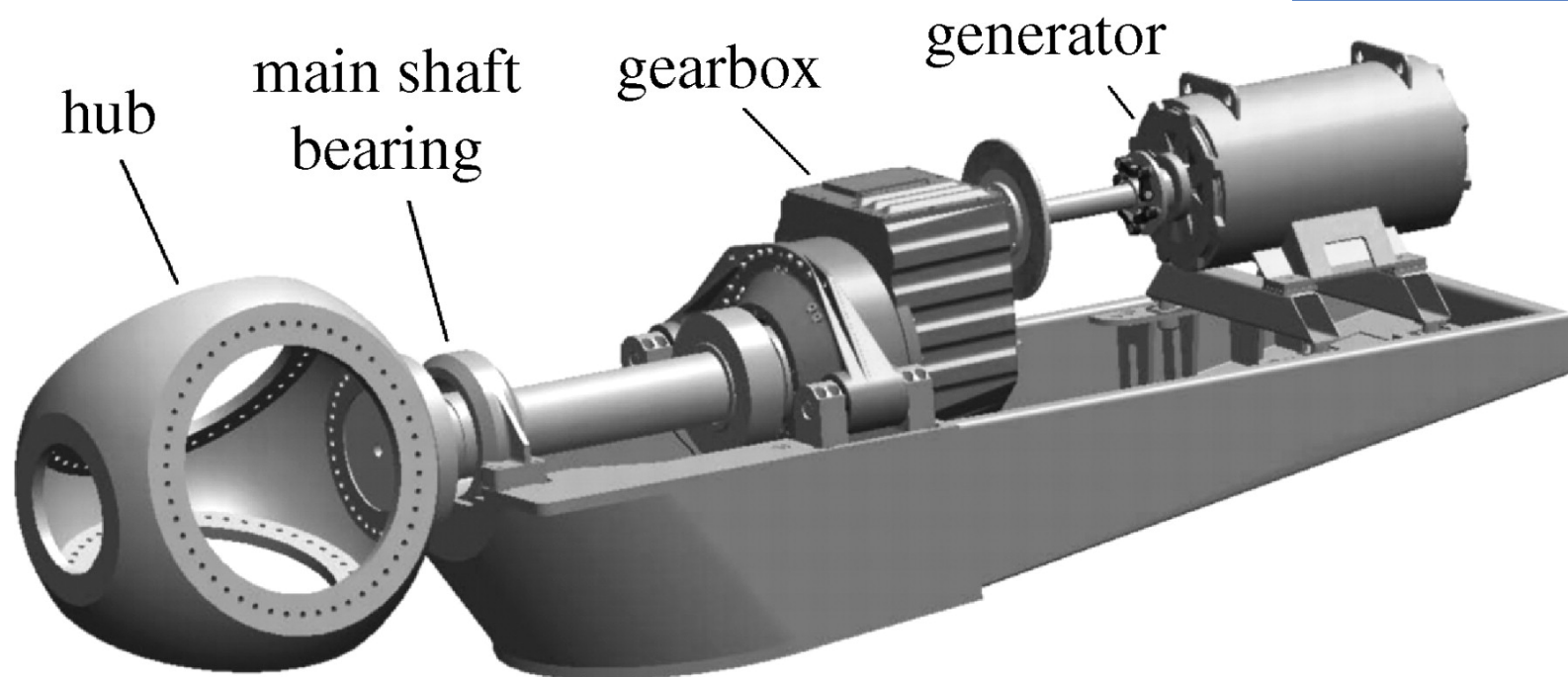
1

Giới Thiệu

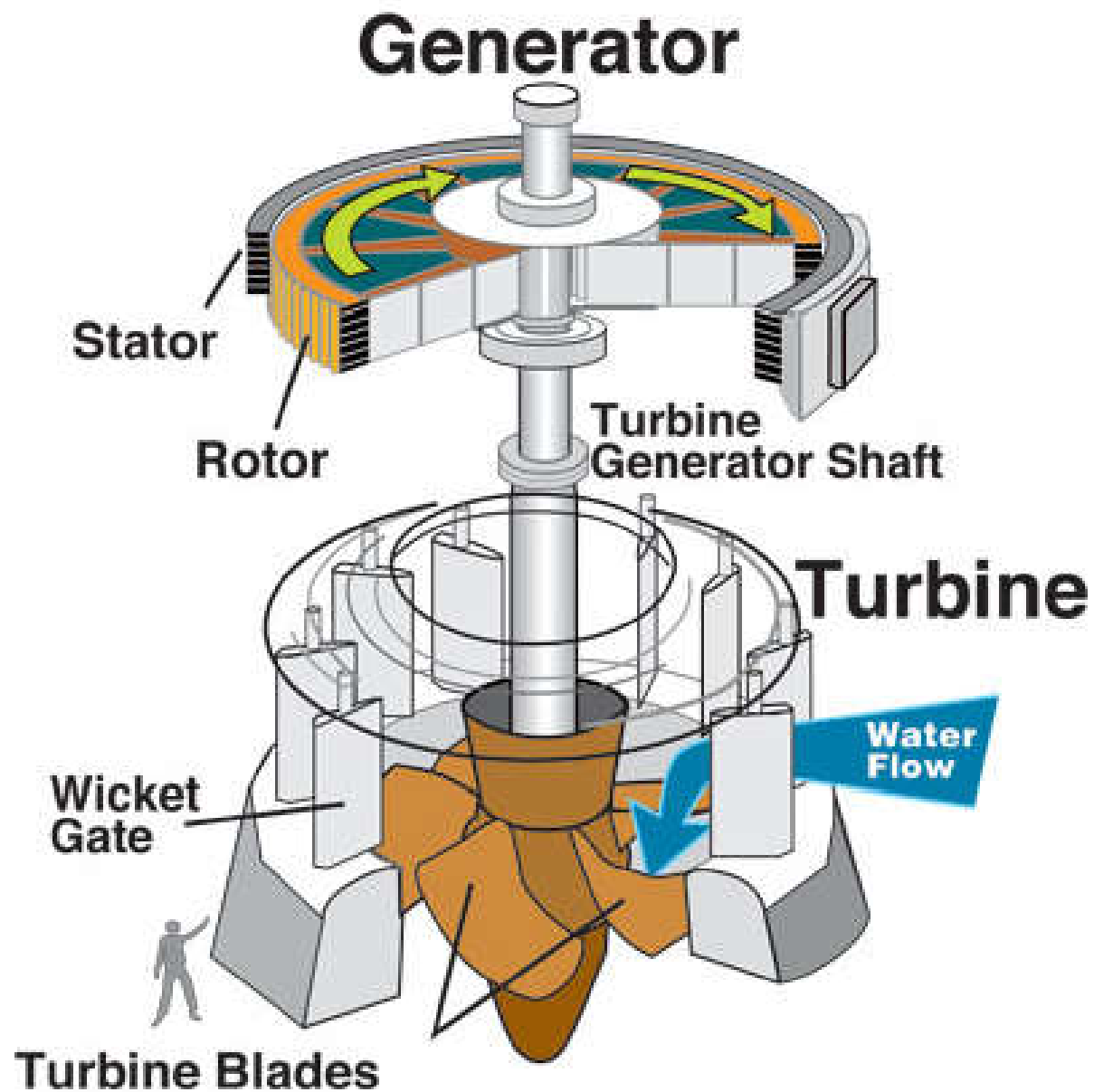


1

Giới Thiệu

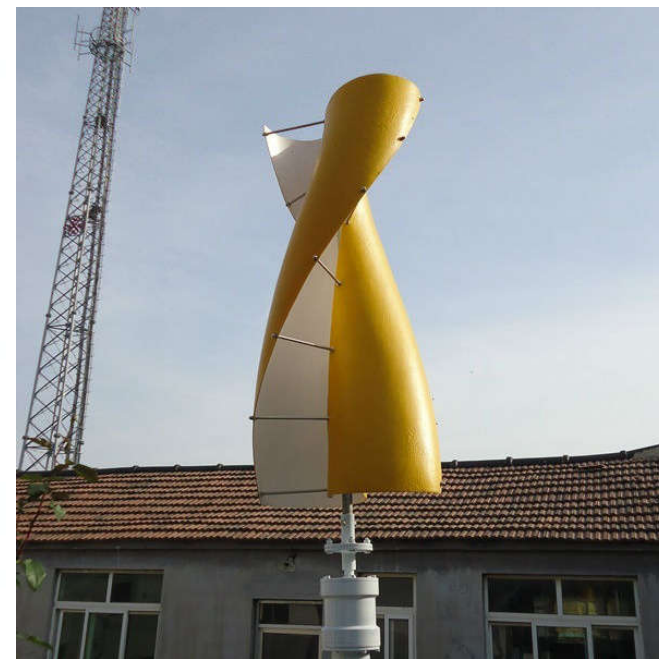






1

Giới Thiệu



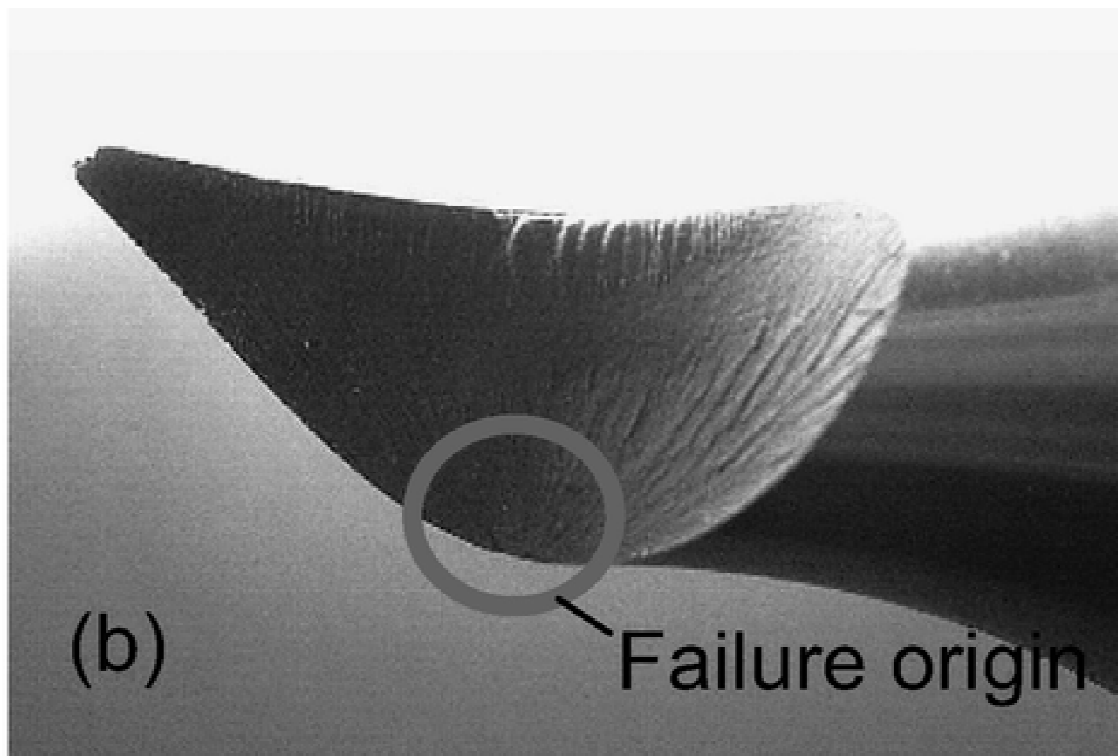
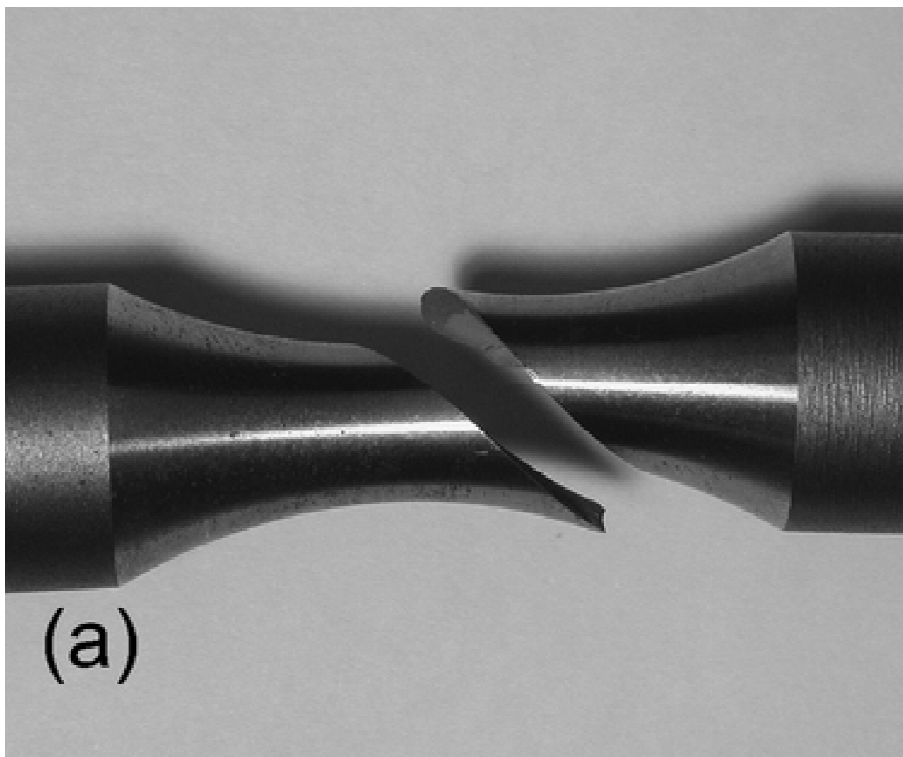
1

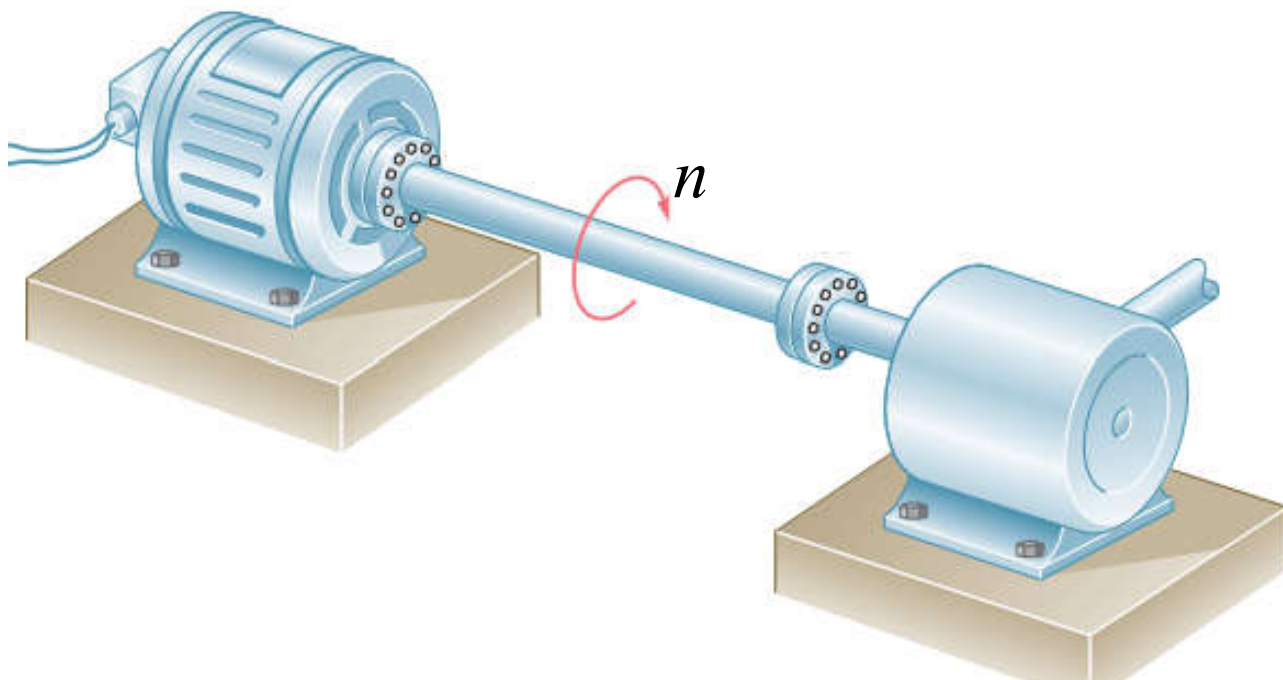
Giới Thiệu



1

Giới Thiệu





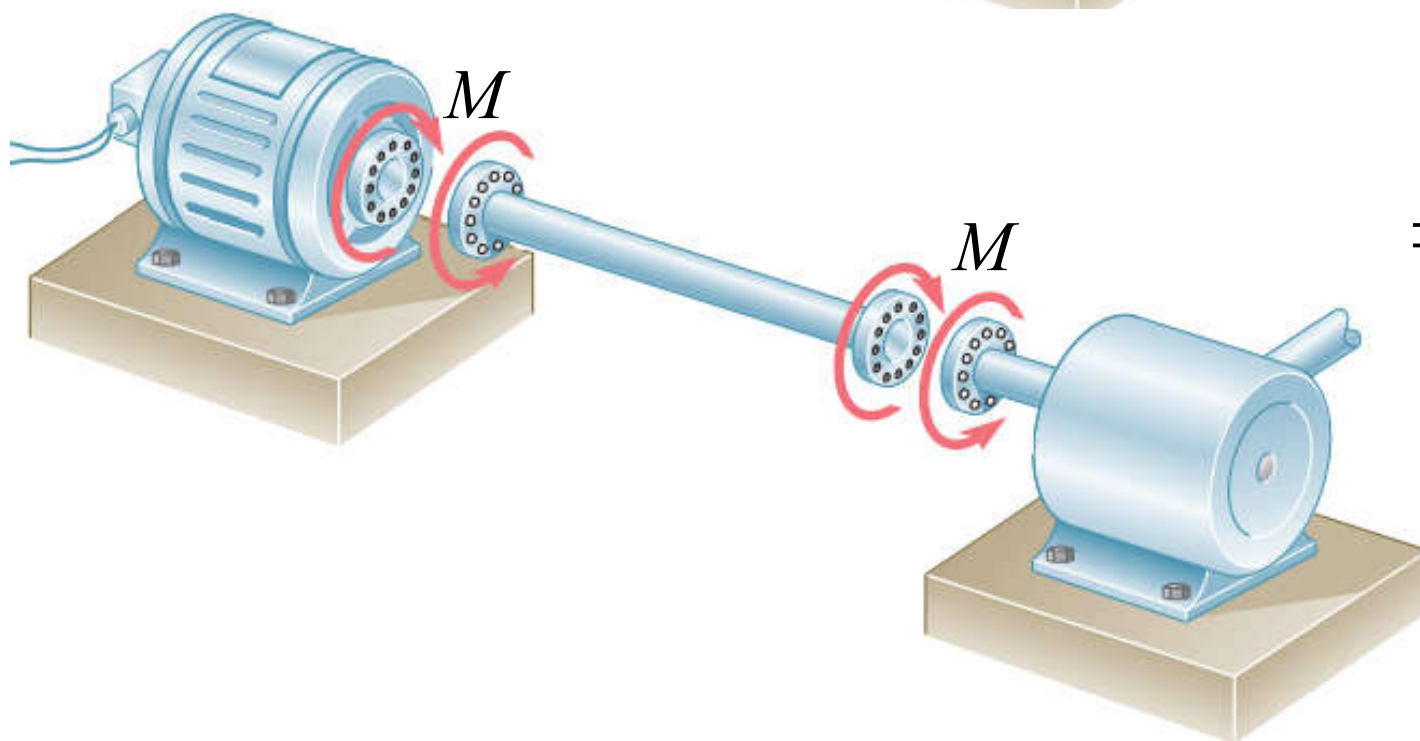
* Thông số của động cơ

- Số vòng quay

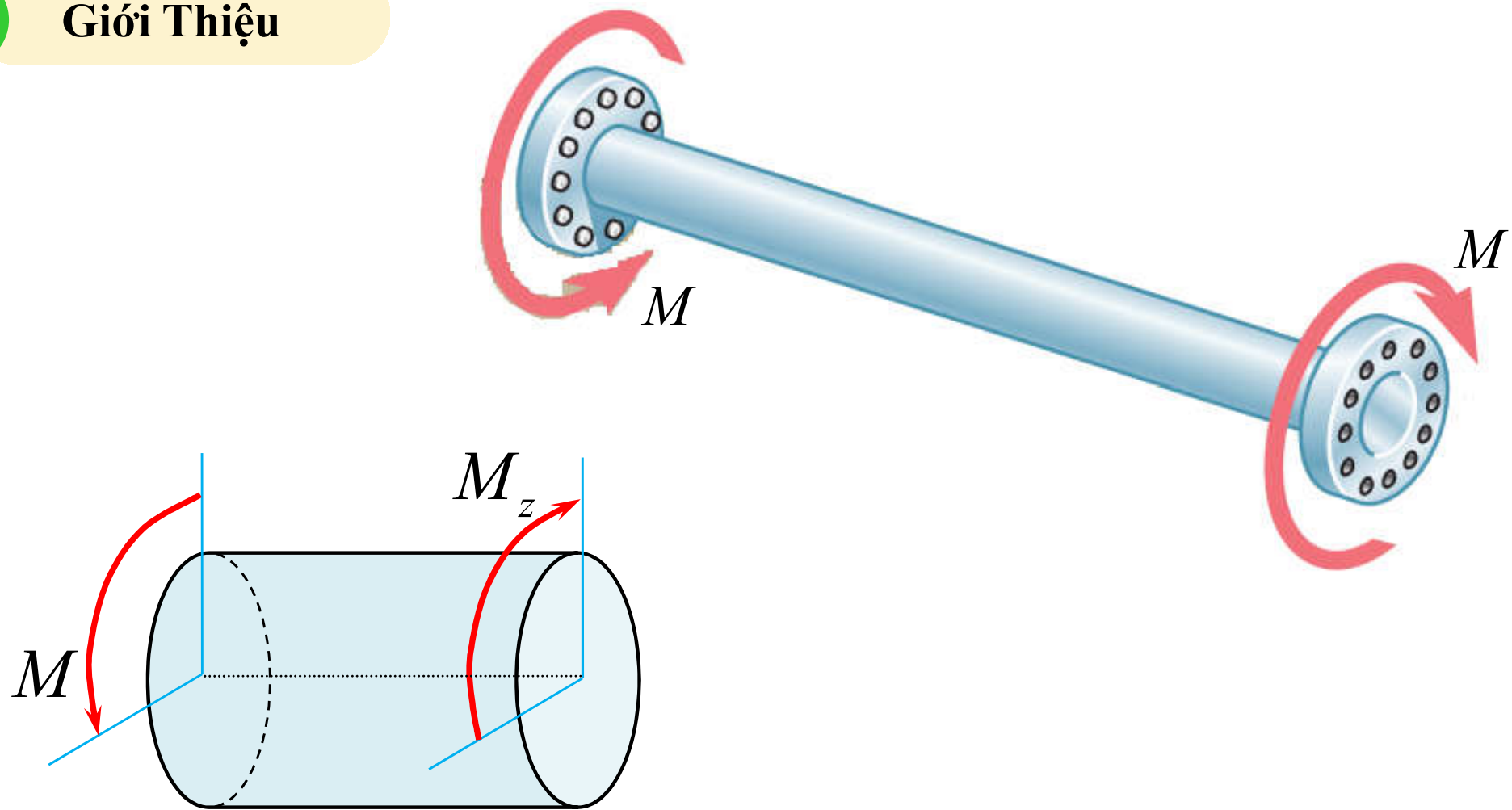
n Vòng/phút

- Công suất

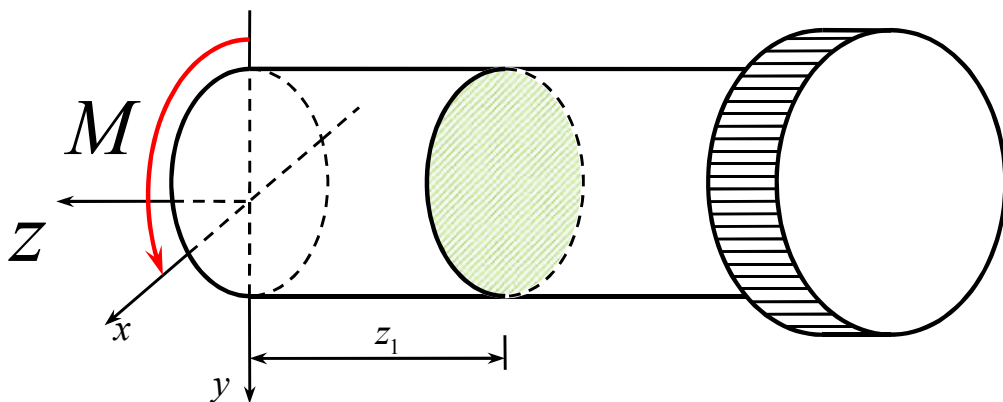
P Woot



$$\Rightarrow M = \frac{30P}{\pi n} (N.m)$$

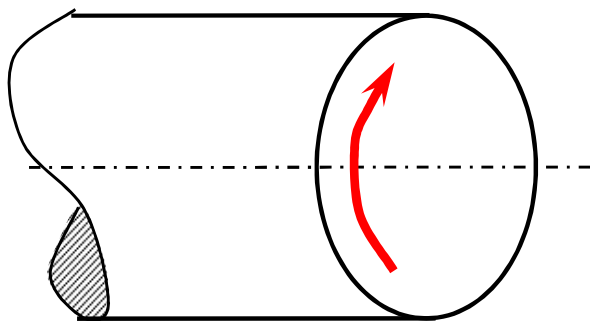
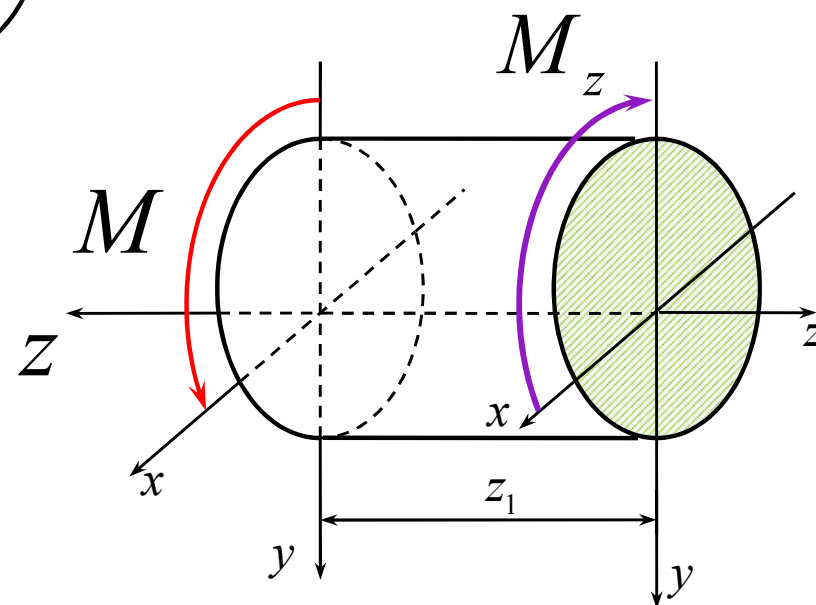


- * Thanh chỉ chịu tác dụng của ngẫu lực tập trung hay ngẫu lực phân bố quay quanh trục thanh.
- * Một thanh chịu xoắn thuần túy khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ tồn tại duy nhất một thành phần nội lực: **mômen xoắn M_z**

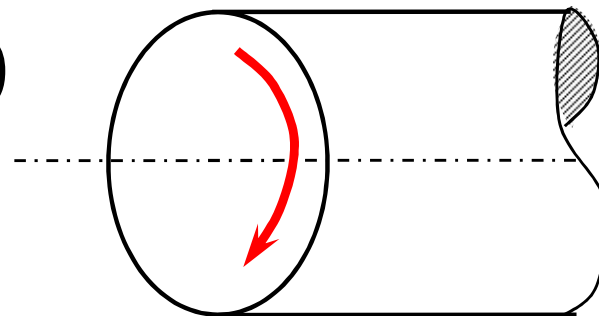


* Tồn tại duy nhất M_z

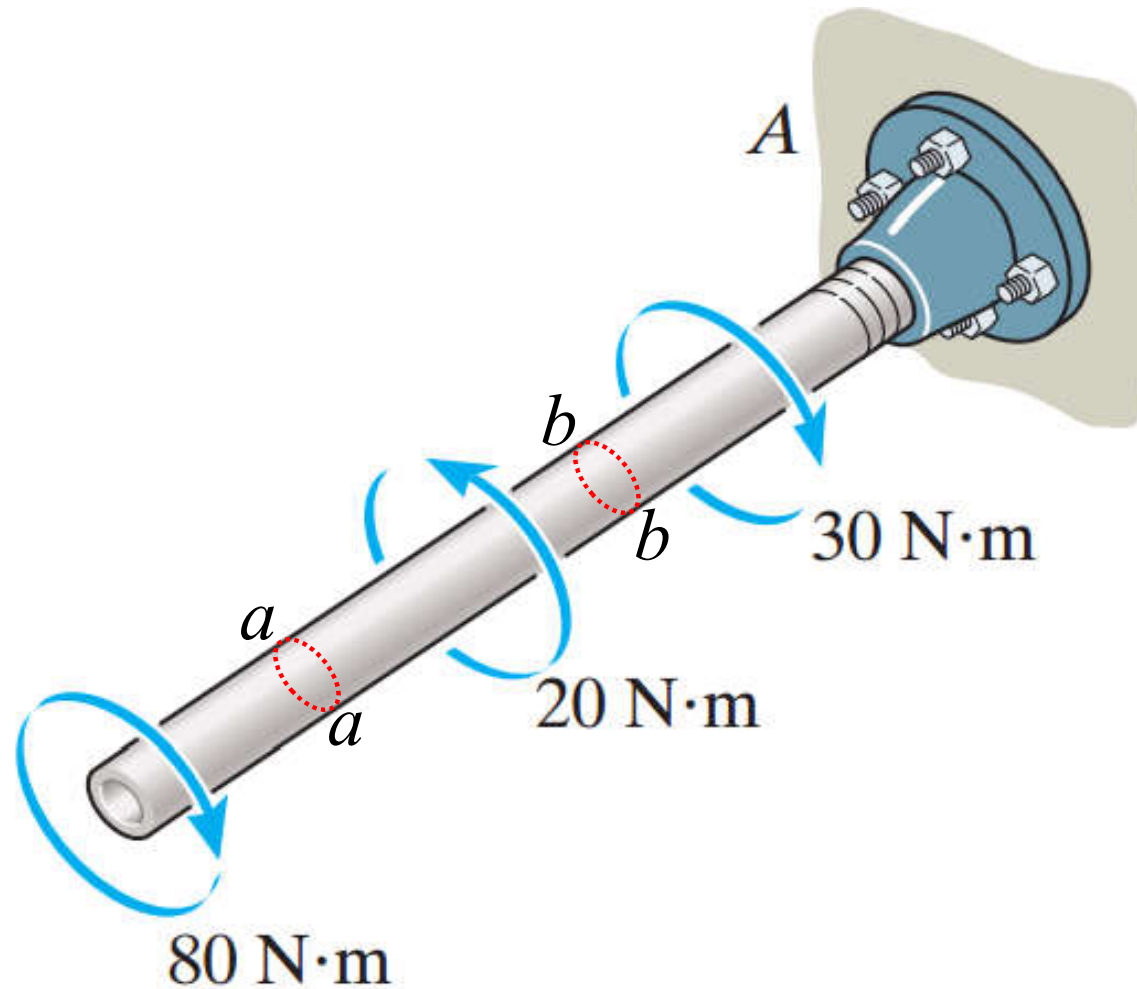
* Quy ước dấu của: M_z



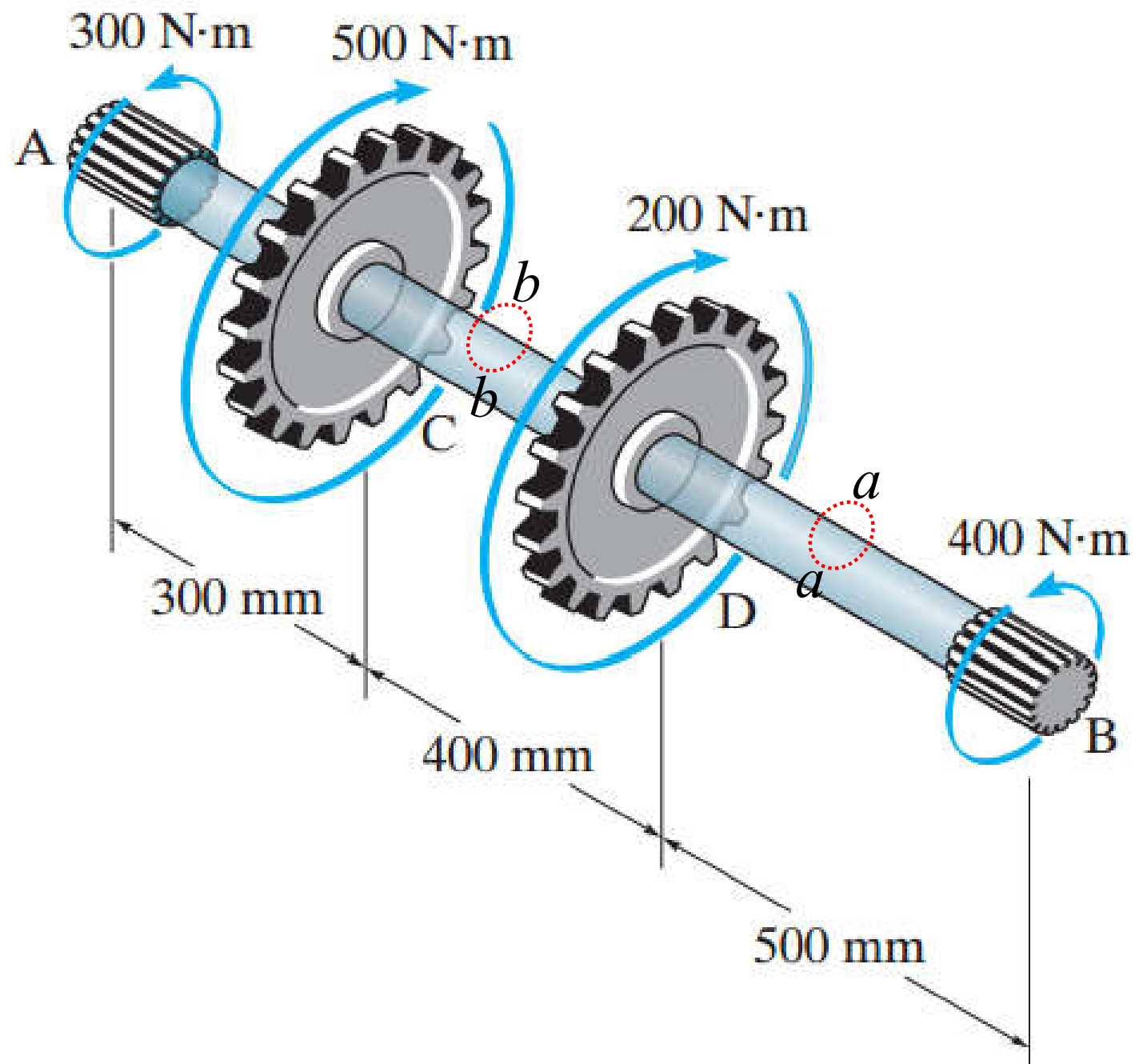
$$M_z > 0$$



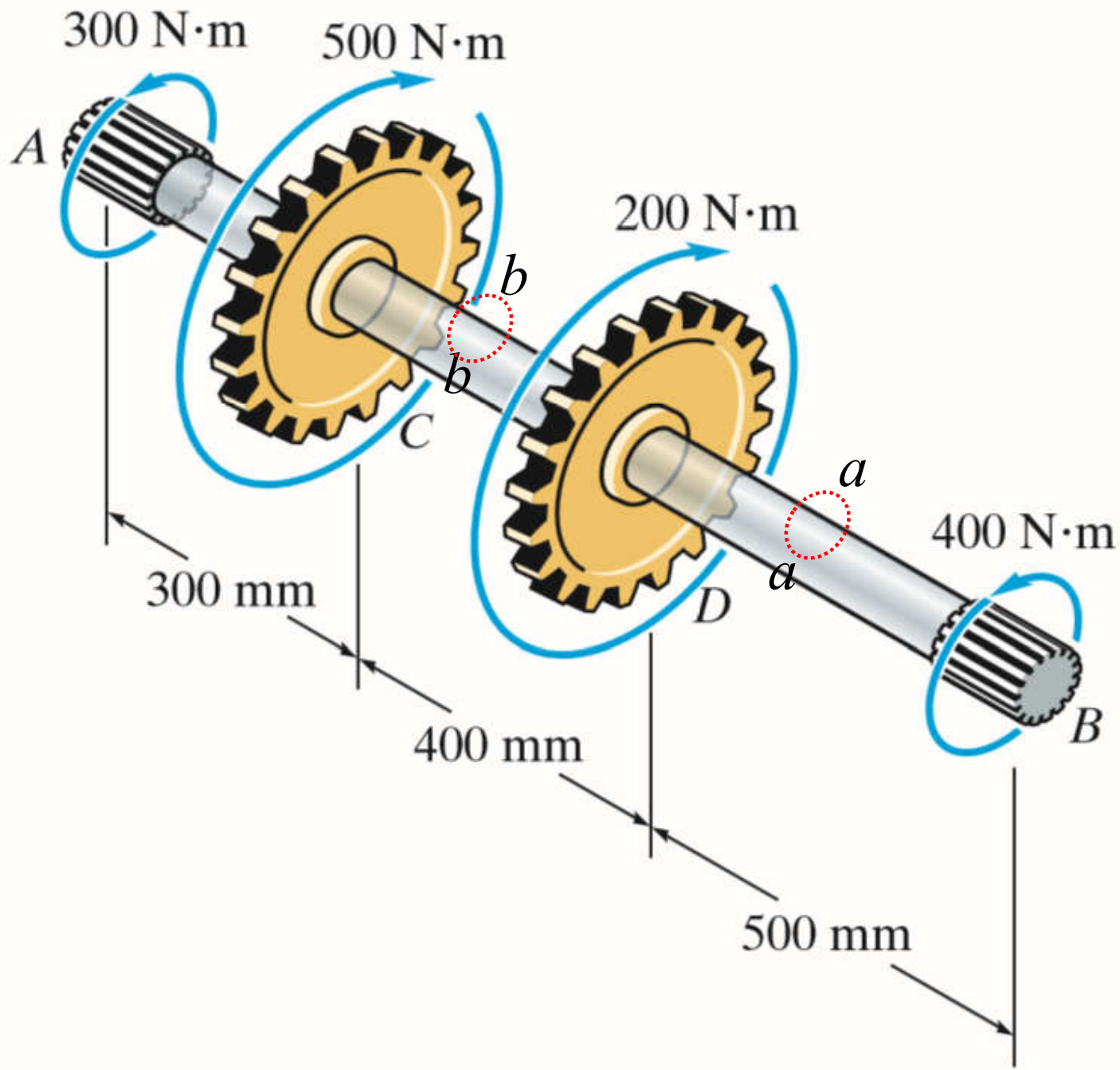
* *Xác định mômen xoắn nội lực phát sinh trên các mặt cắt a-a và b-b*



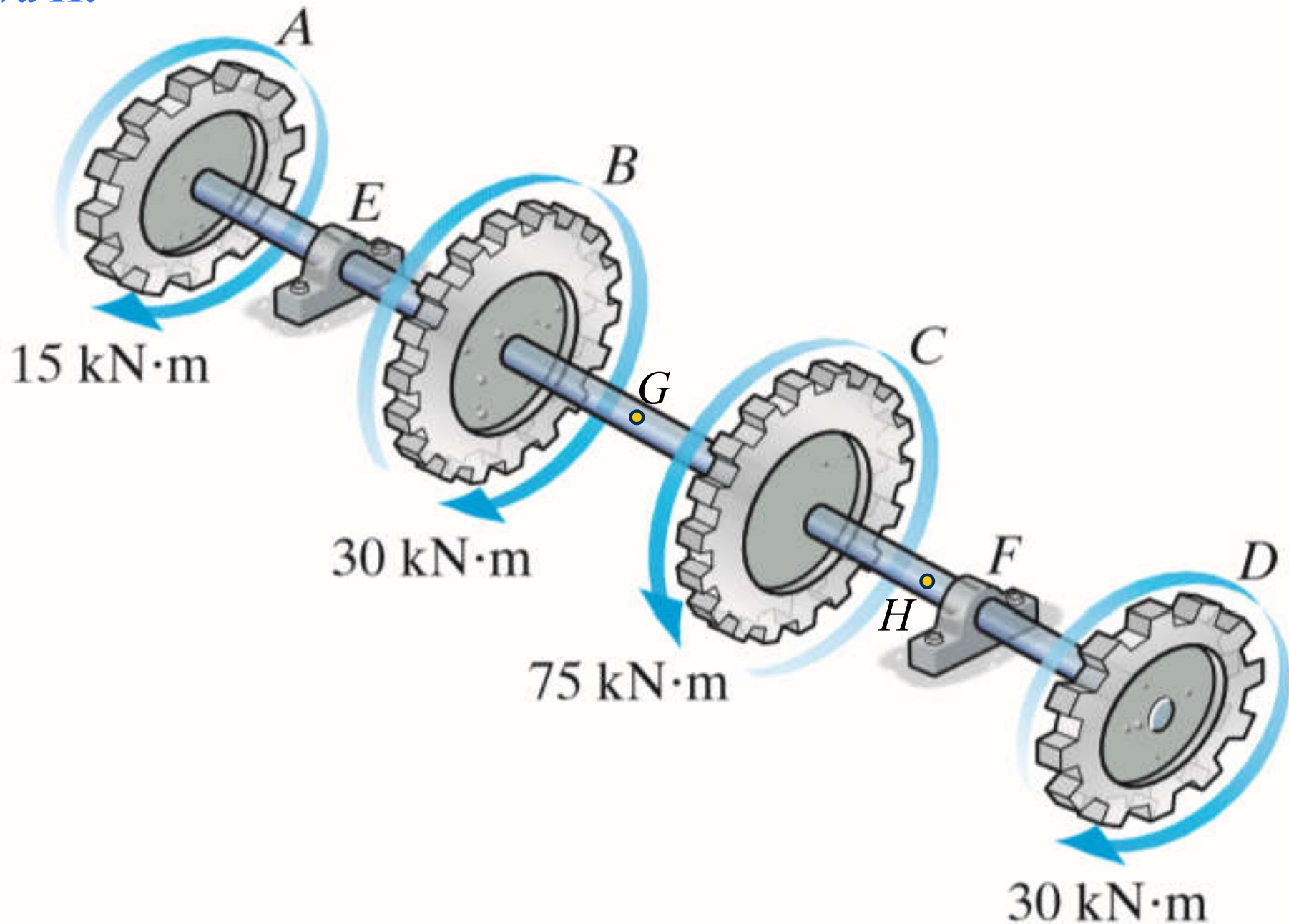
* *Xác định mômen xoắn nội lực phát sinh trên các mặt cắt a-a và b-b*



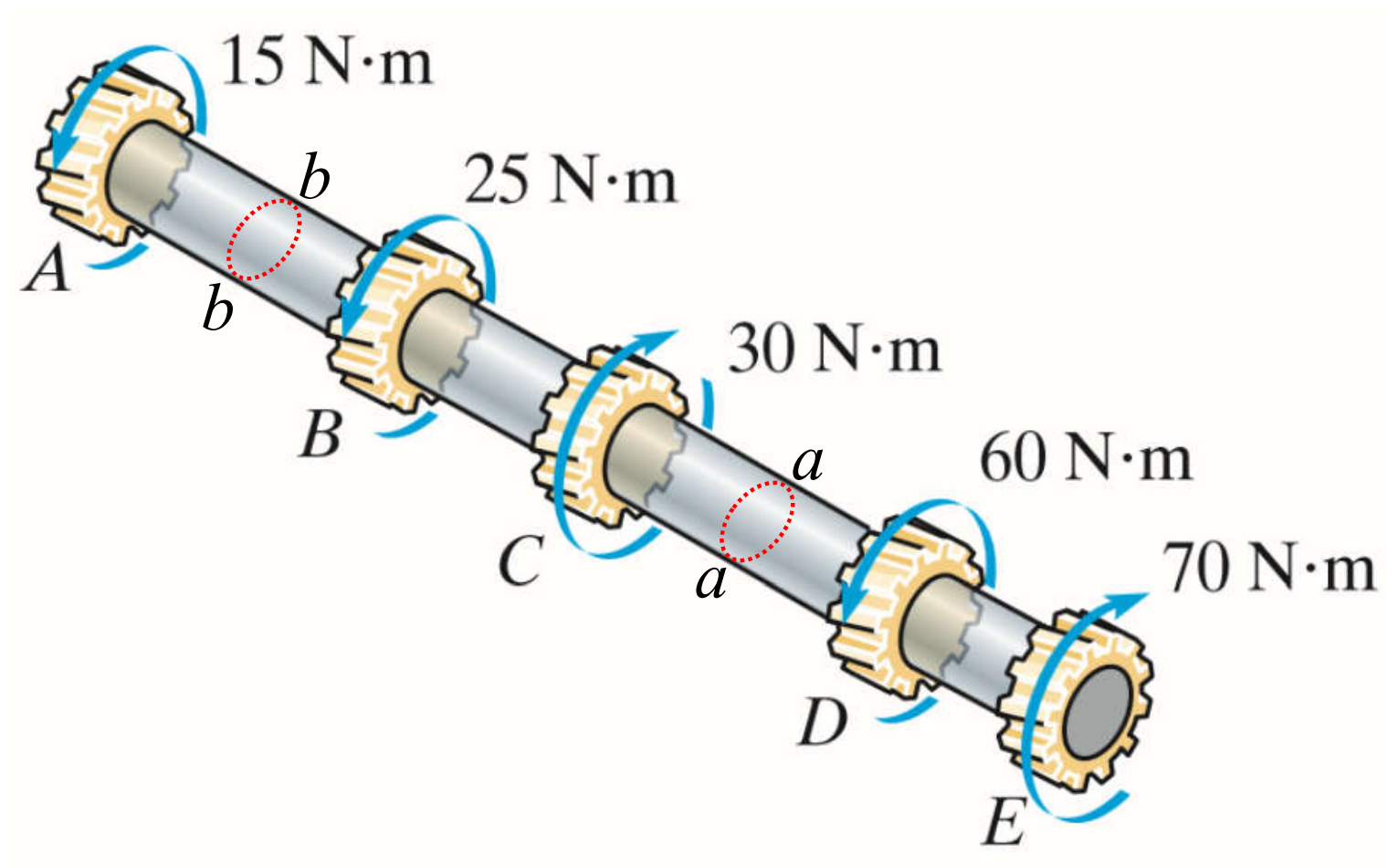
* *Xác định mômen xoắn nội lực phát sinh trên các mặt cắt a-a và b-b*



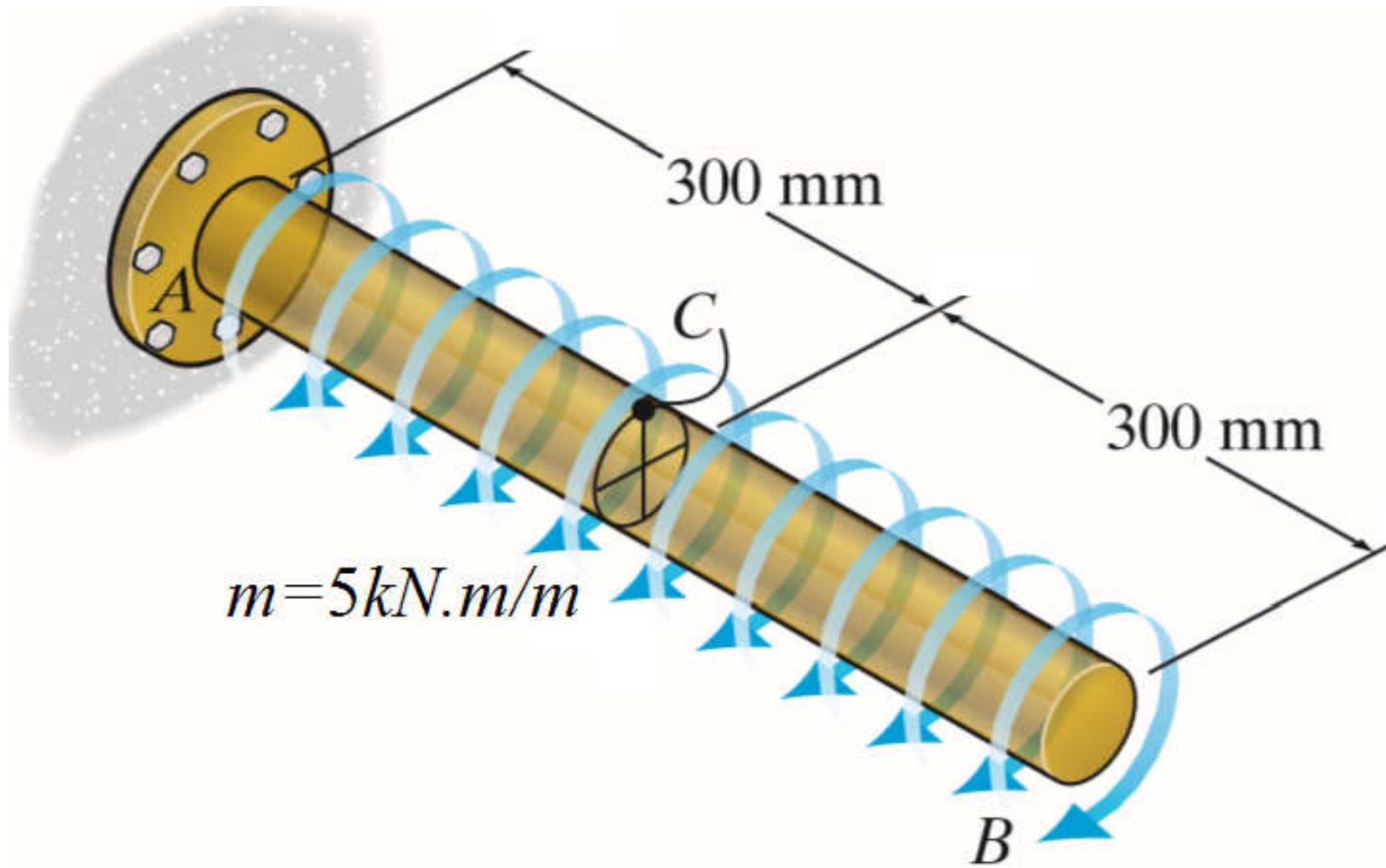
* Xác định mômen xoắn nội lực phát sinh trên các mặt cắt ngang qua G và H .



* *Xác định mômen xoắn nội lực phát sinh trên các mặt cắt a-a và b-b*



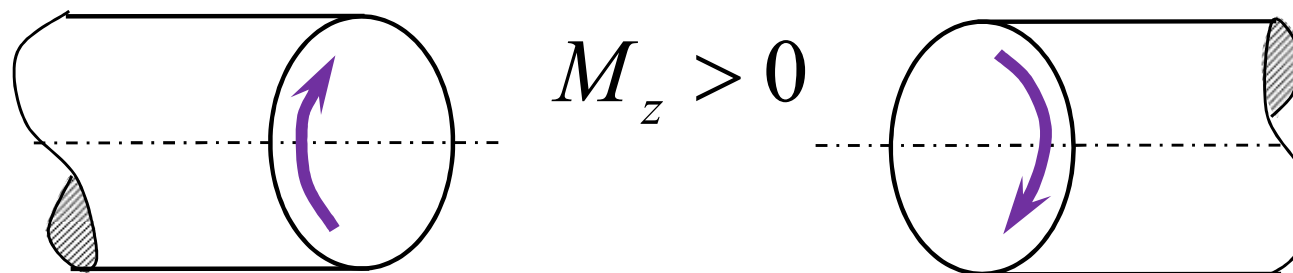
* *Xác định mômen xoắn nội lực phát sinh trên mặt cắt ngang qua C*



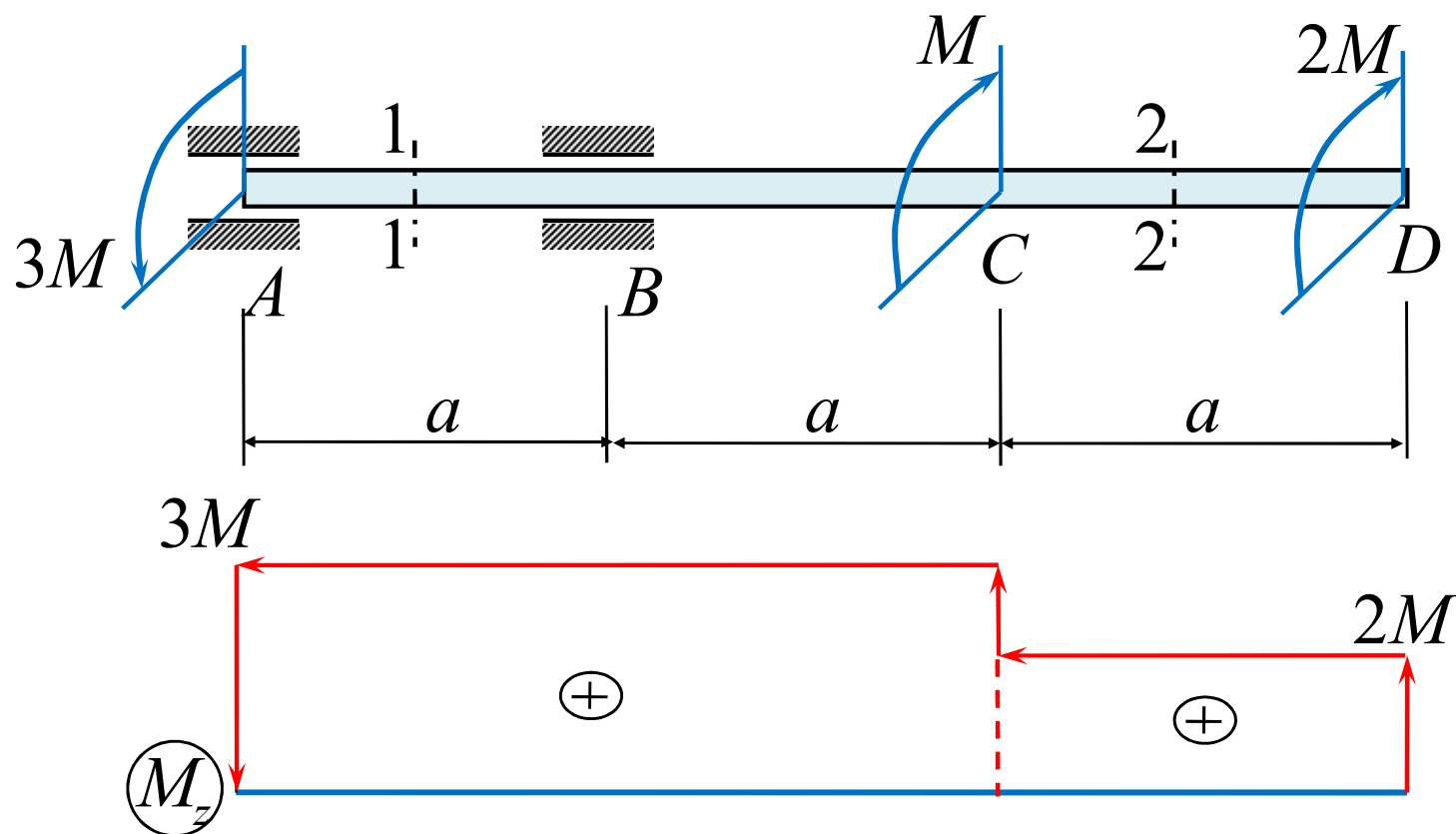
2

Nội Lực Trên Mặt Cắt Ngang

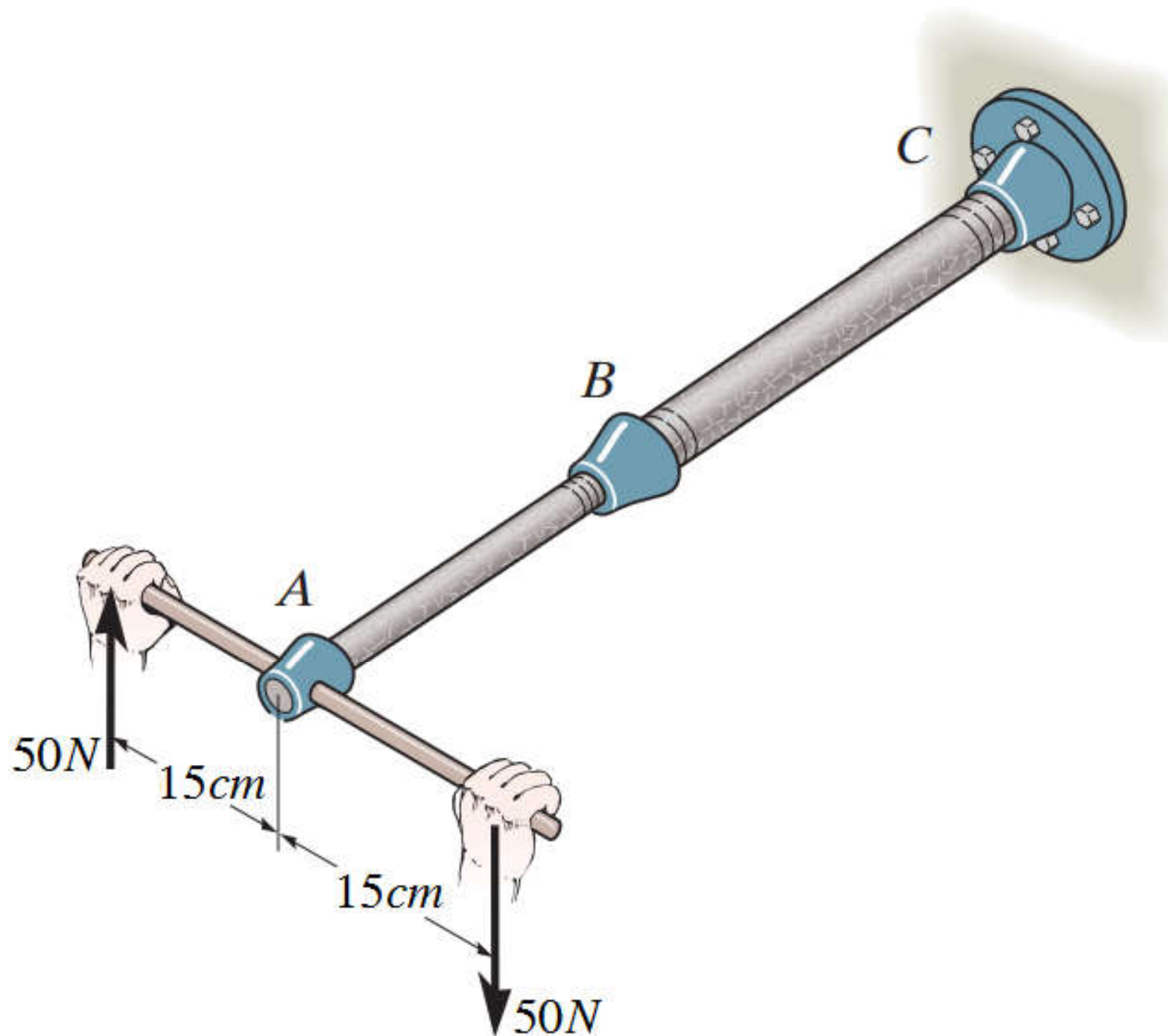
* Quy ước dấu của: M_z



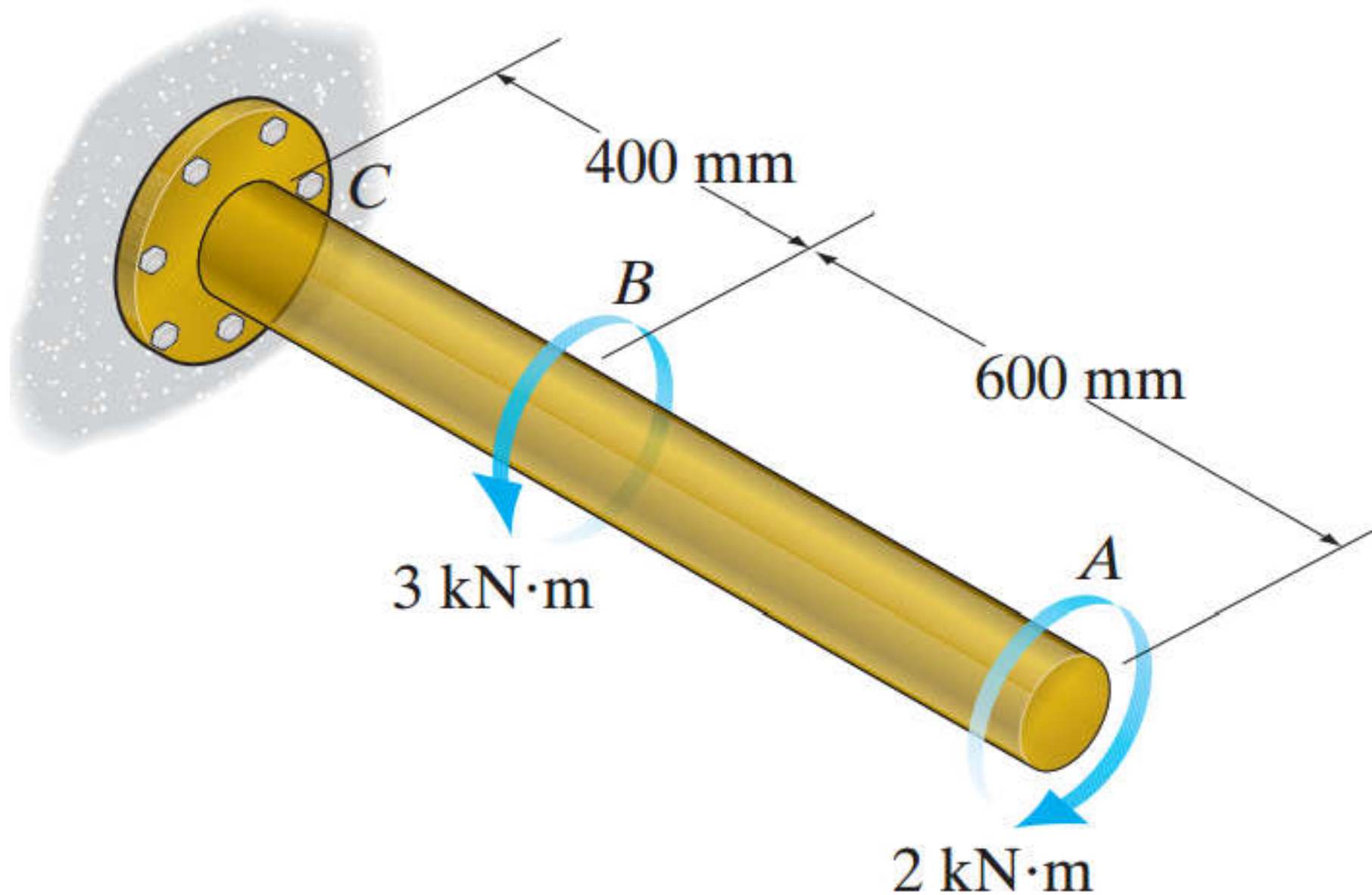
* Biểu đồ nội lực:



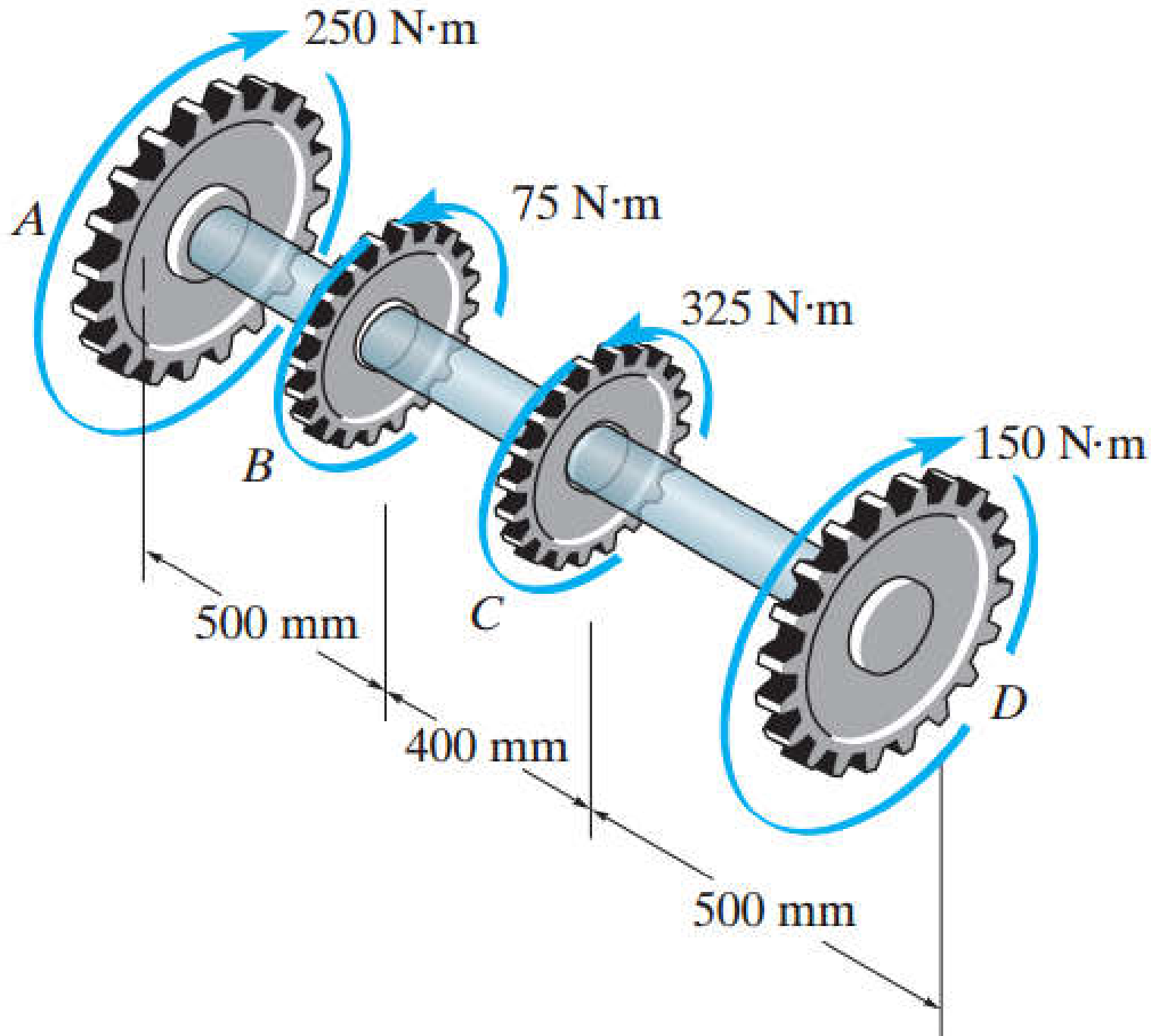
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



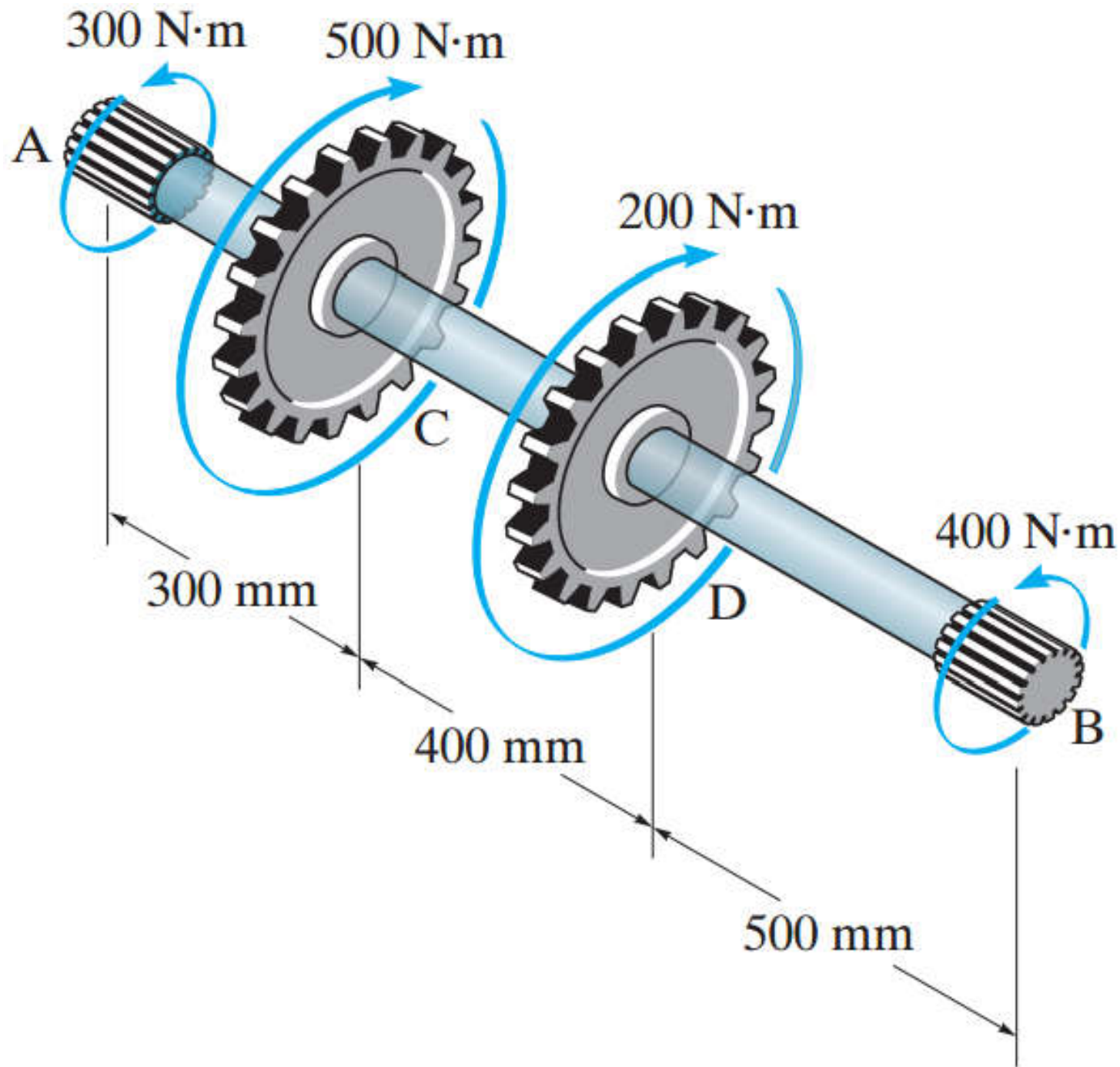
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



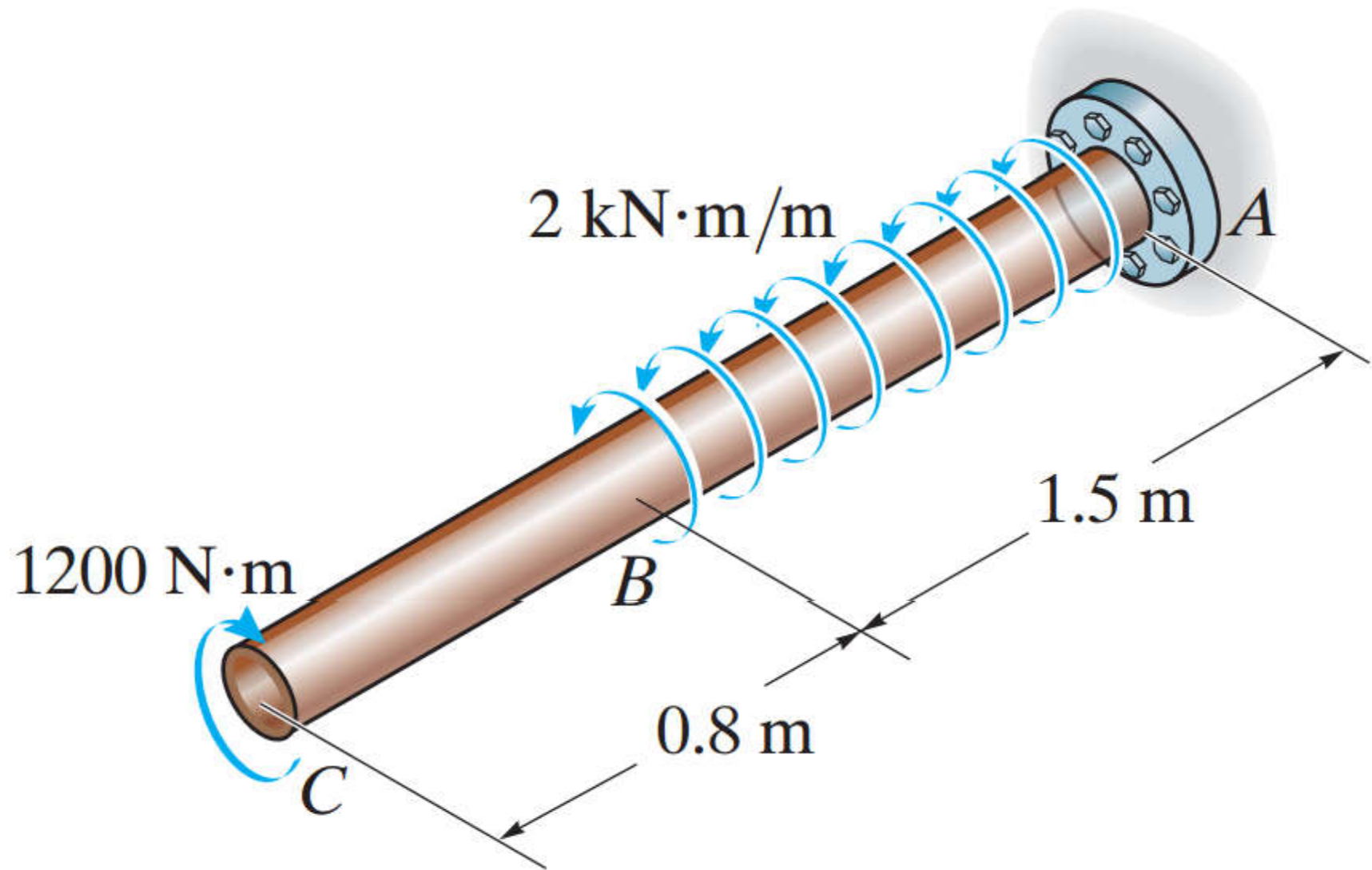
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



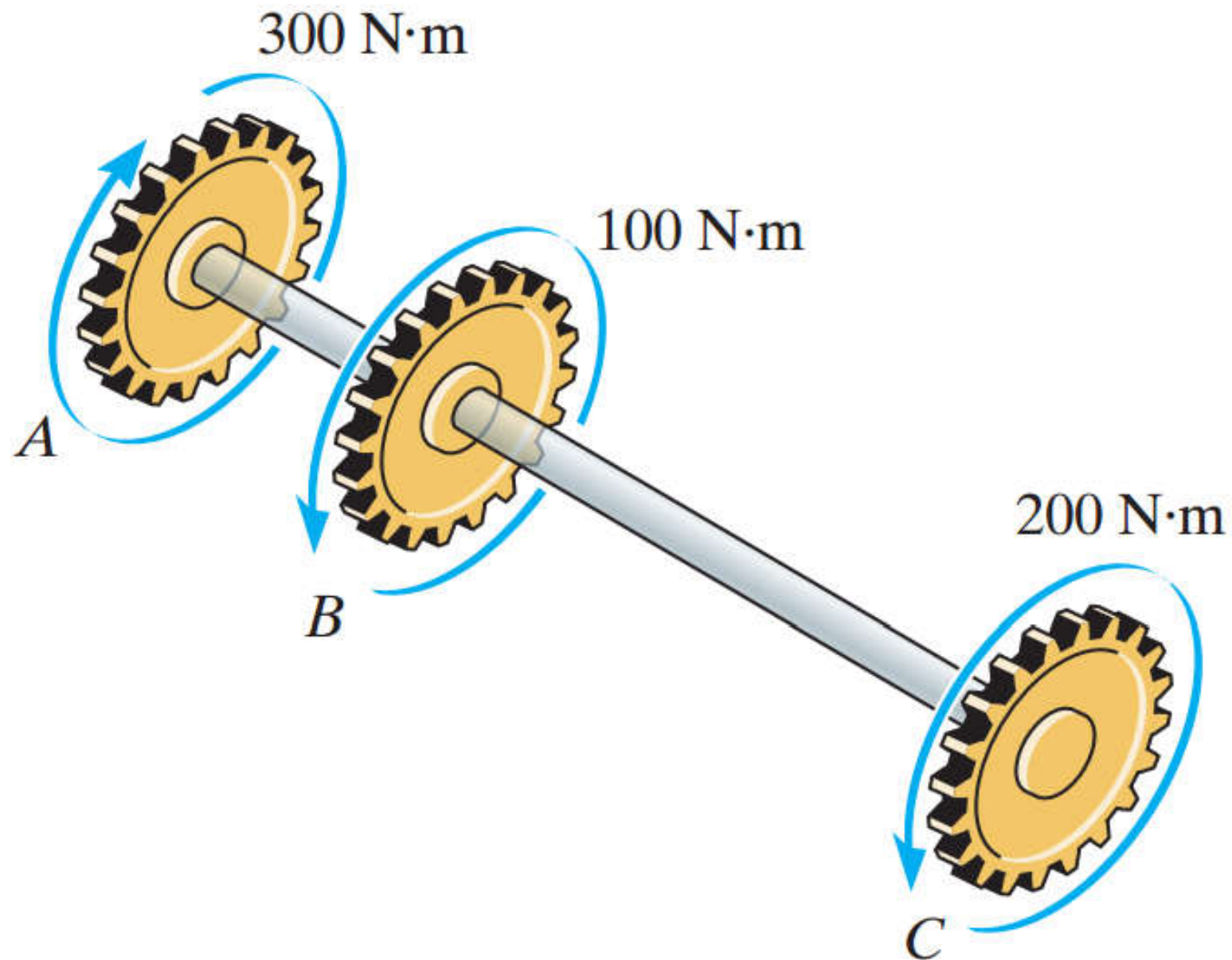
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



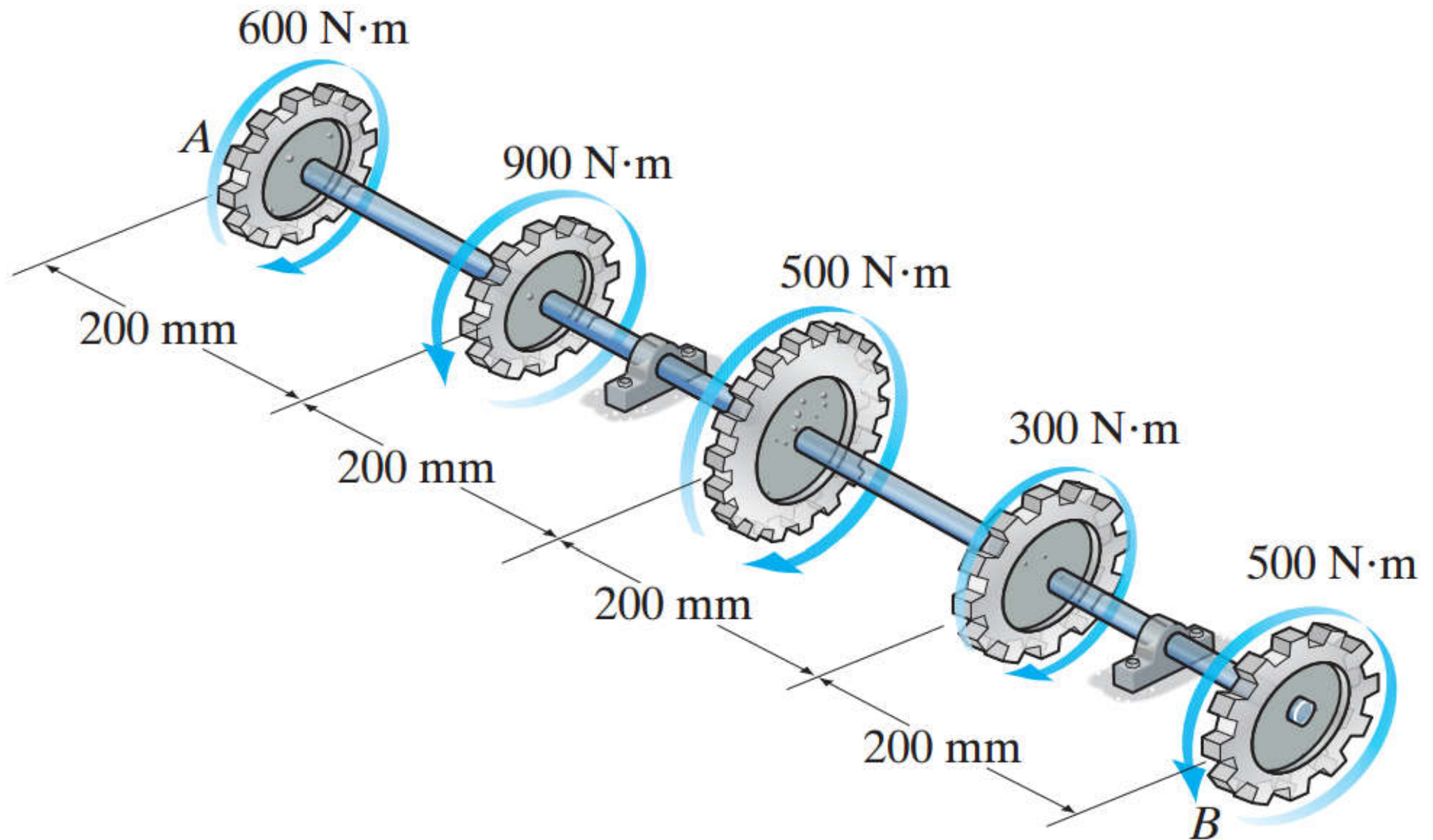
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



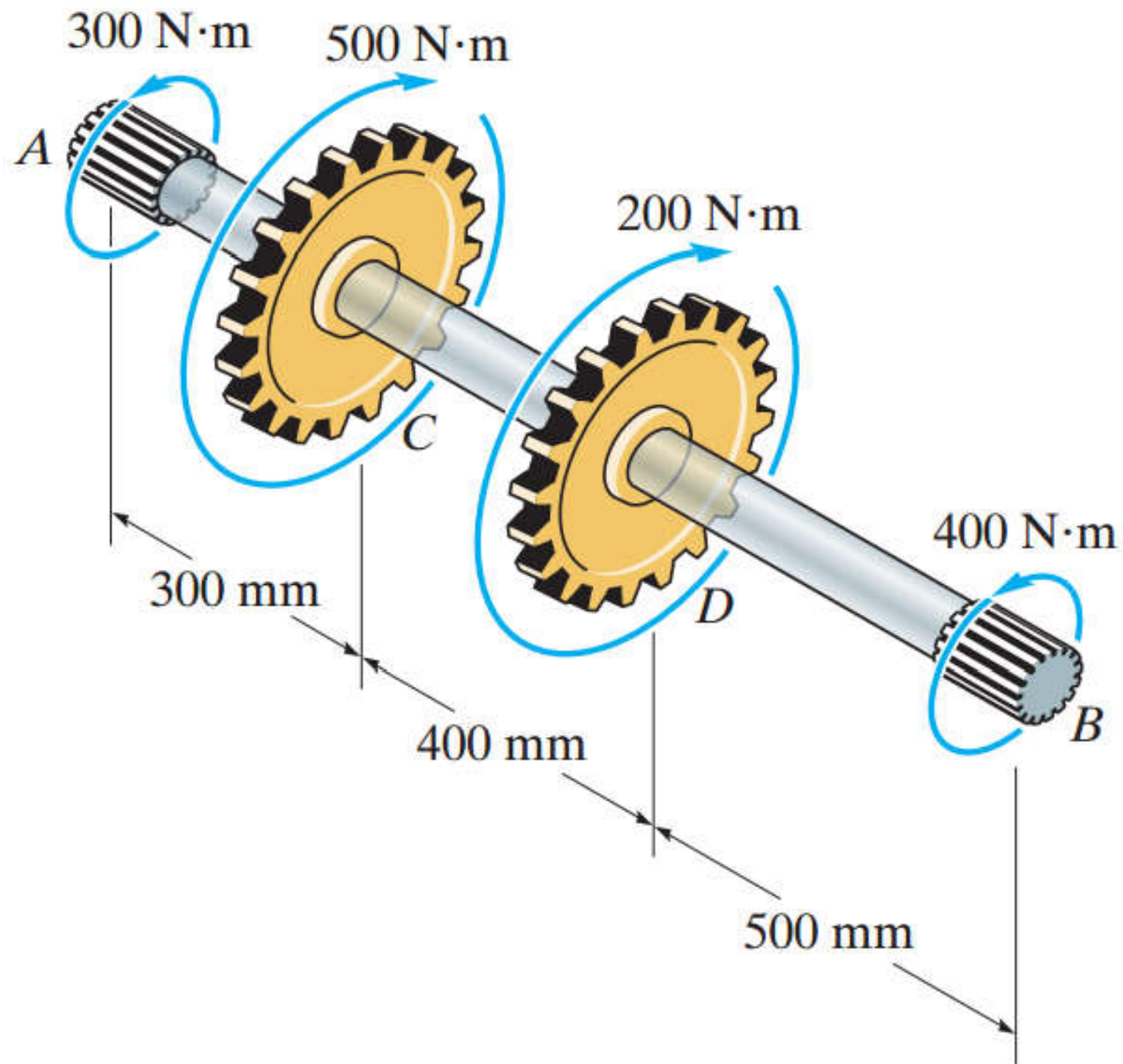
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



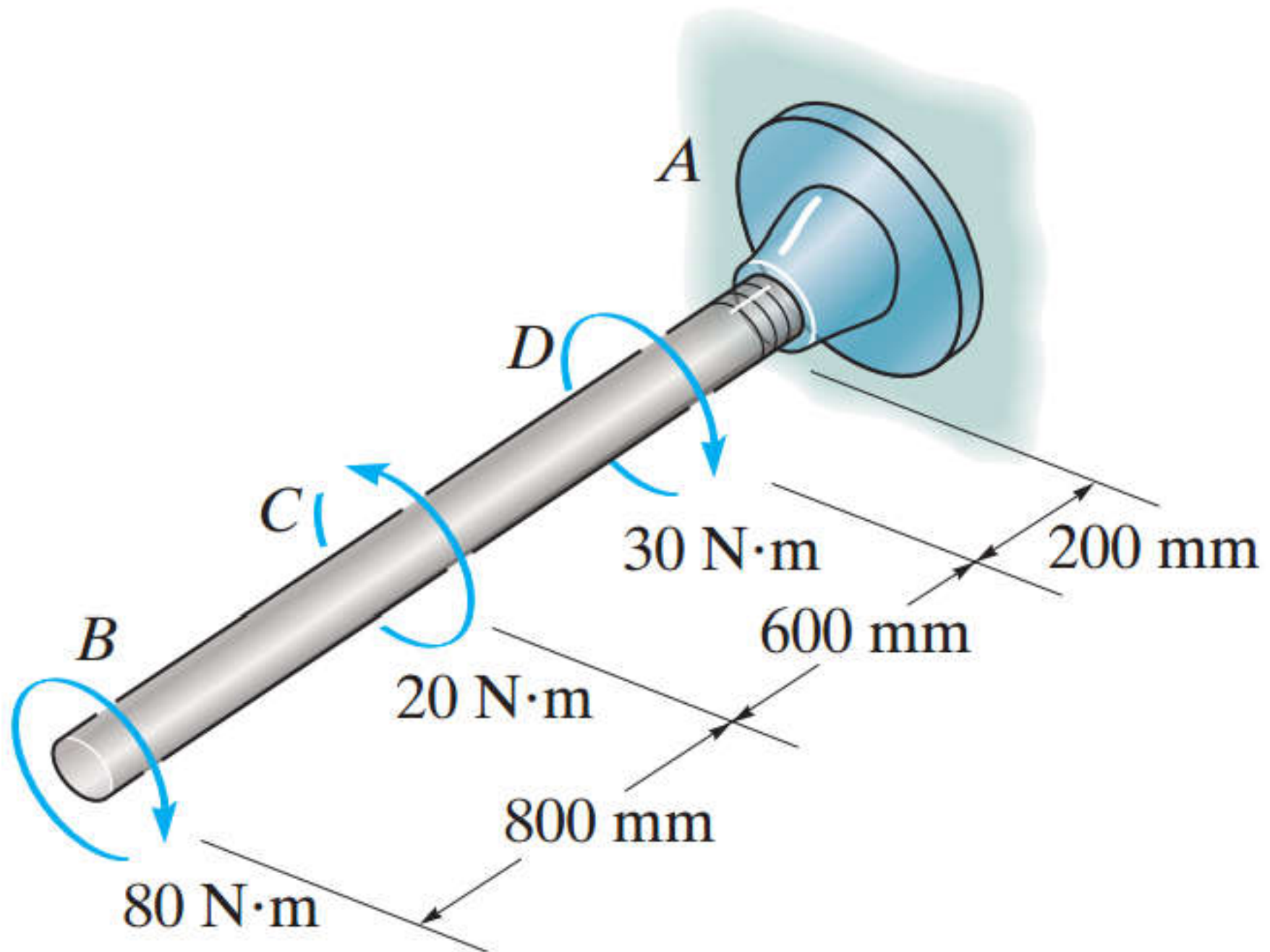
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



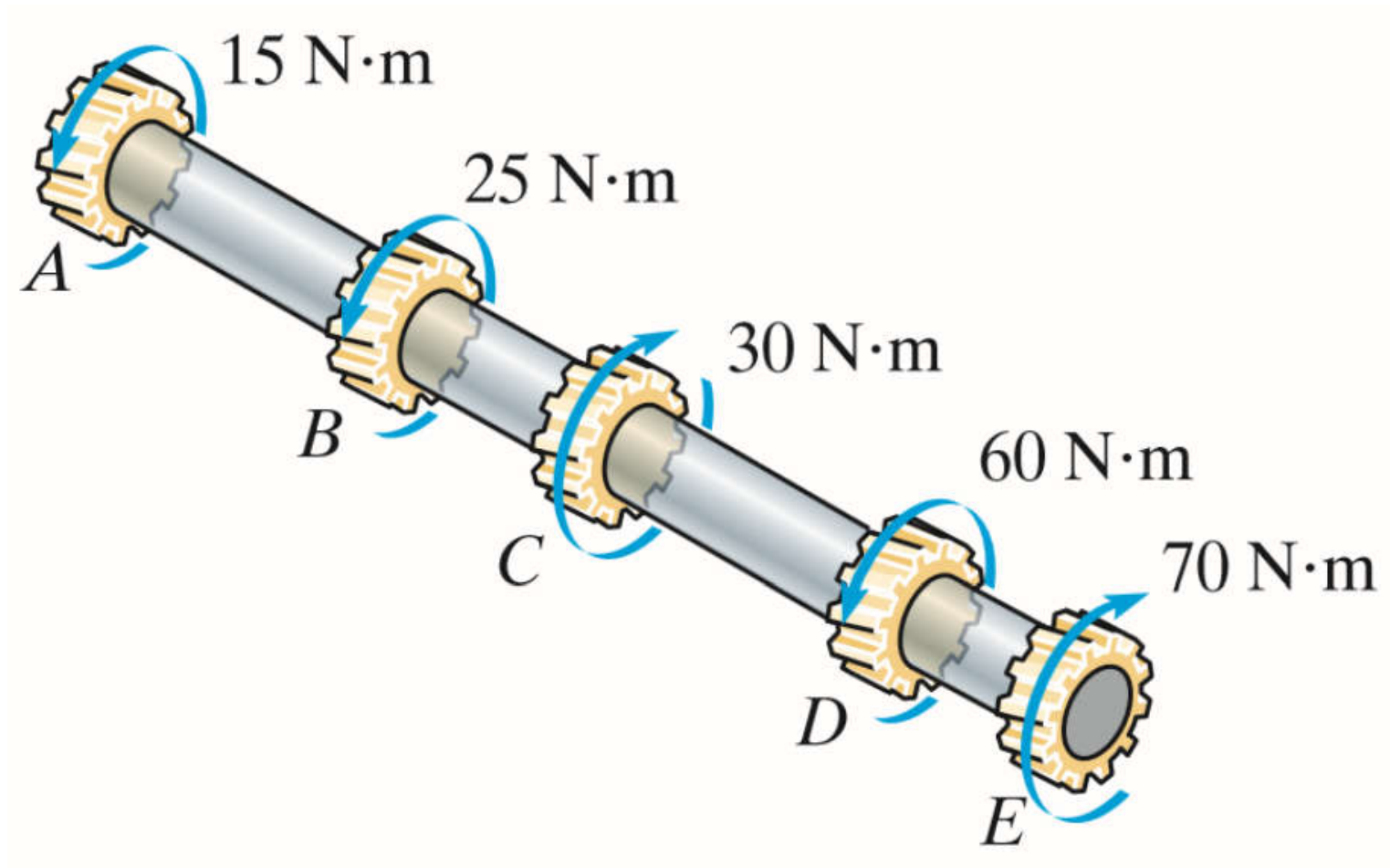
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



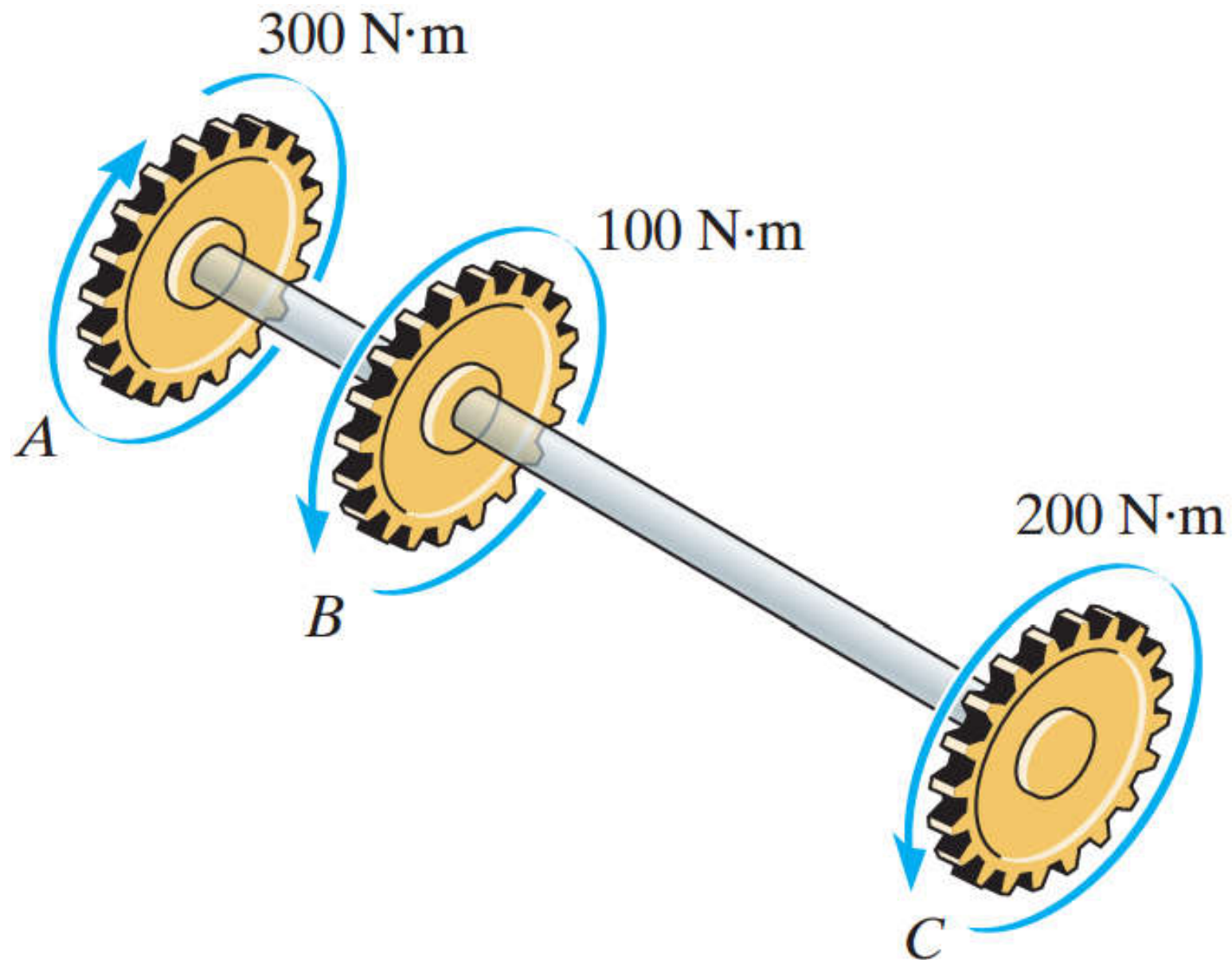
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



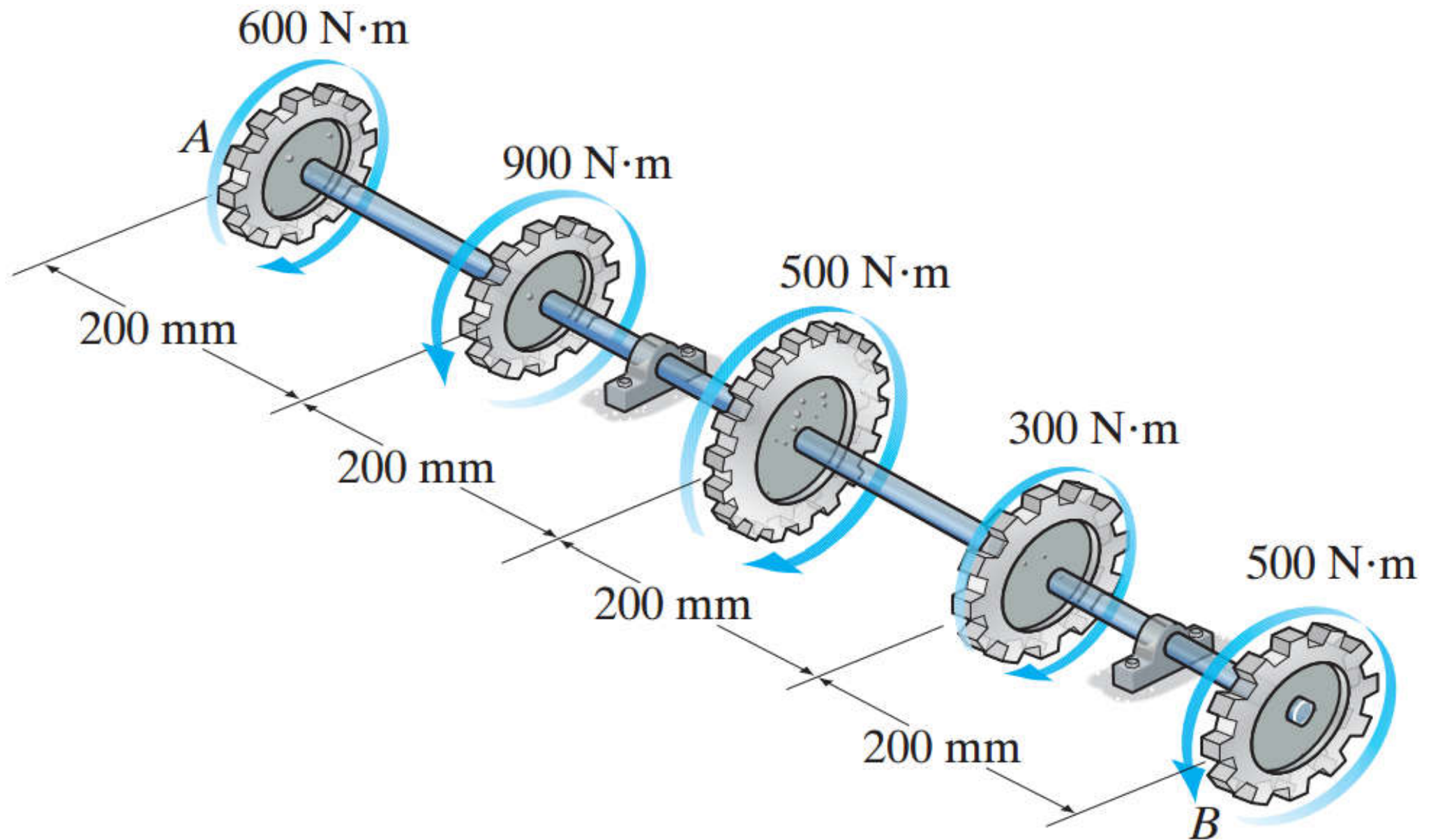
* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



* *Vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn phát sinh trong trục*



(Áp lực = cường độ nội lực trên một đơn vị diện tích)

Ứng Suất

σ

Kéo-Nén

τ

Cắt, trượt

Nội Lực

(Lực phát sinh trên mặt cắt, là lượng thay đổi lực liên kết giữa các phân tử trong chi tiết do sự thay đổi hình dáng, kích thước của chi tiết)

Biến Dạng

(Sự thay đổi hình dáng, kích thước của chi tiết)

BD dài

ΔL

ε

BD góc

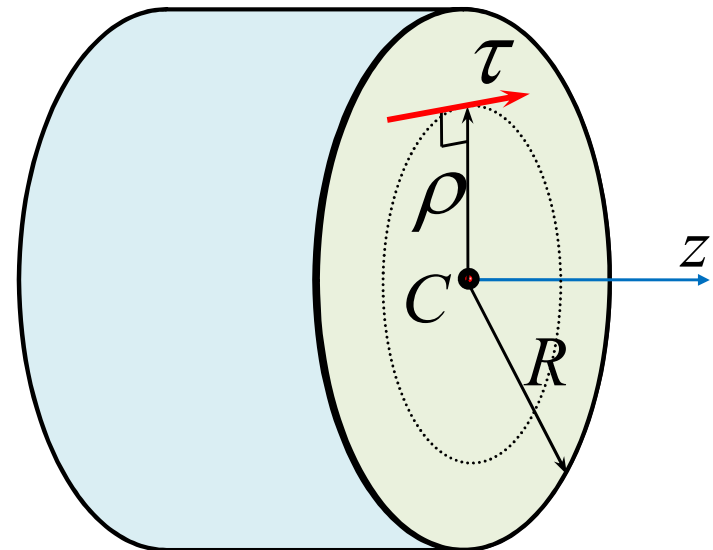
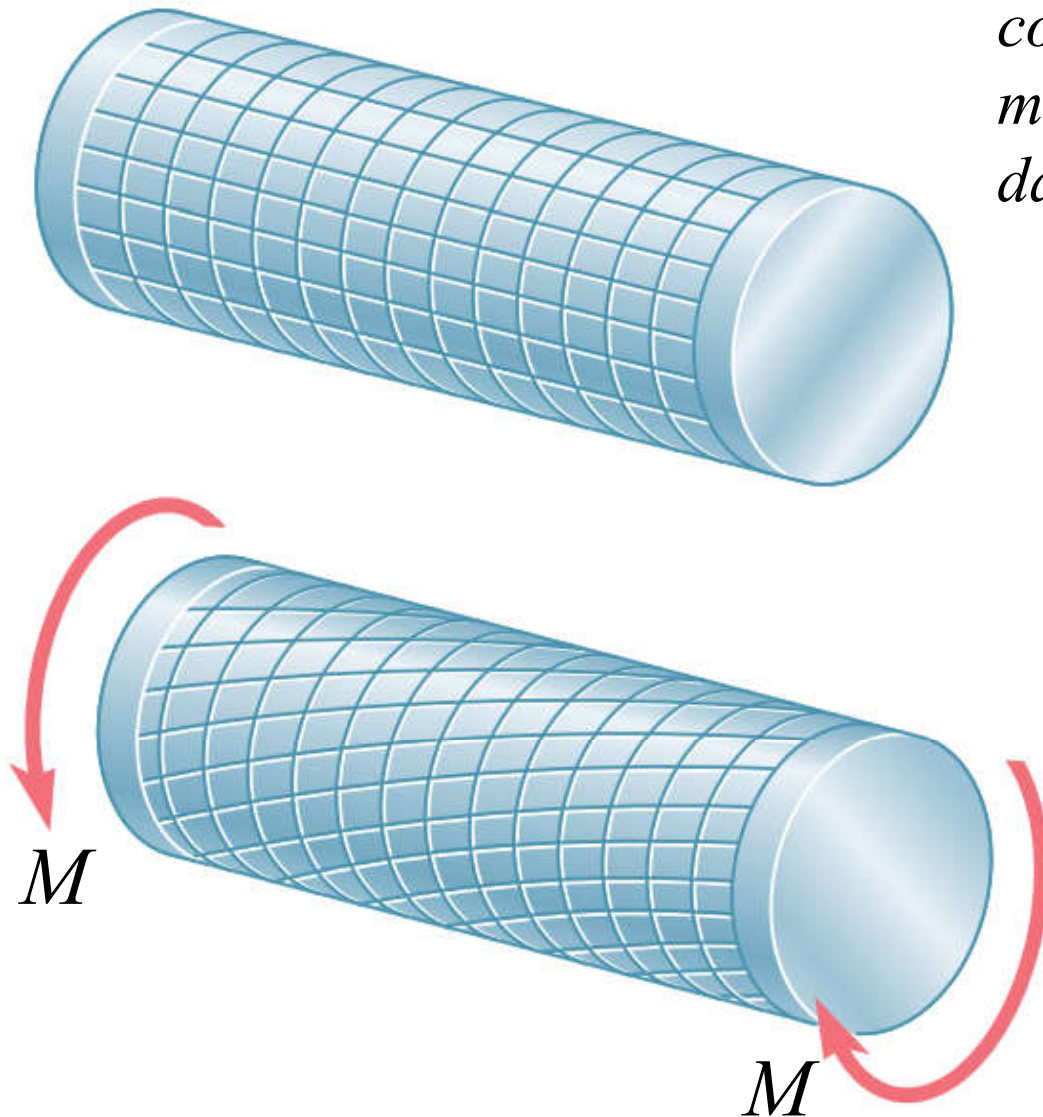
γ

3.1 Các giả thiết về biến dạng:

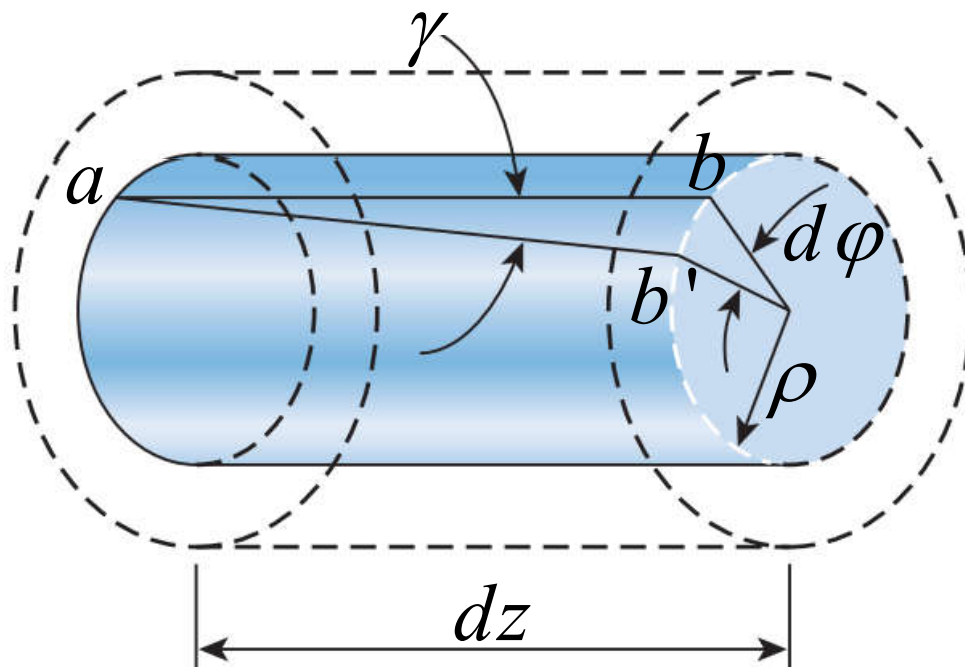
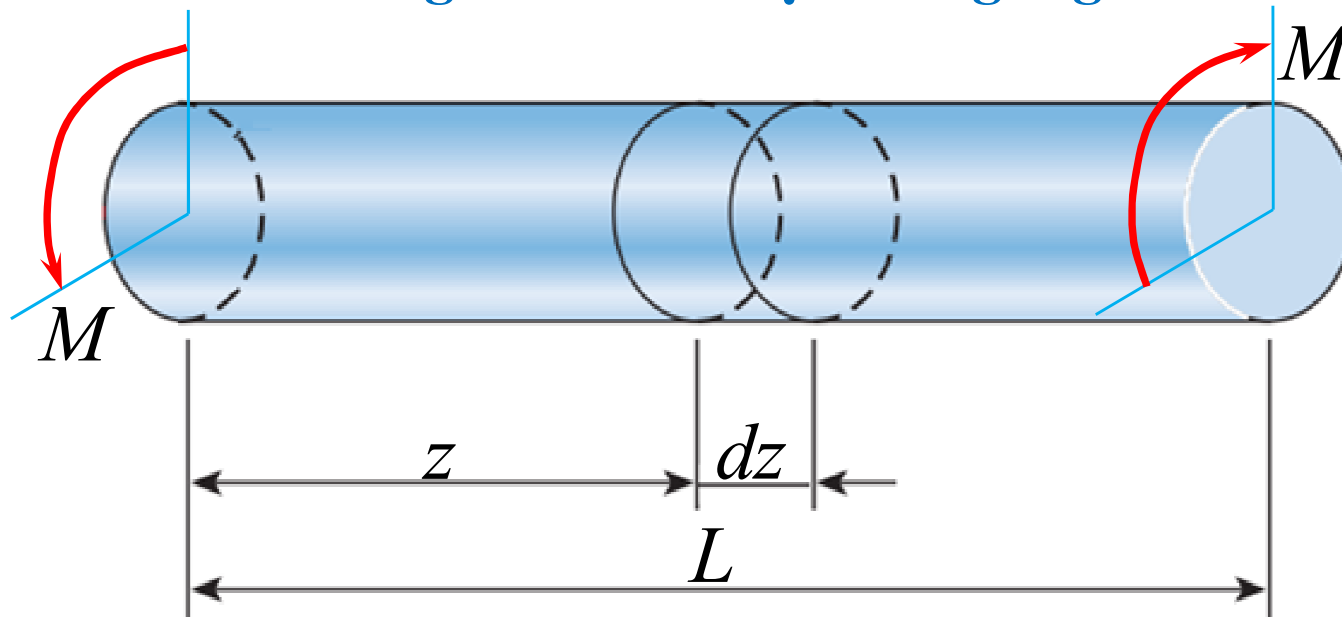
* Mặt cắt ngang phẳng, thanh không có biến dạng dài dọc trục, bán kính mặt cắt ngang vẫn thẳng và có chiều dài không đổi

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$$

* Góc vuông thay đổi nên tồn tại ứng suất tiếp trên mặt cắt và vuông góc với bán kính.



3.2 Biểu thức tính ứng suất trên mặt cắt ngang:



* Góc trượt: γ

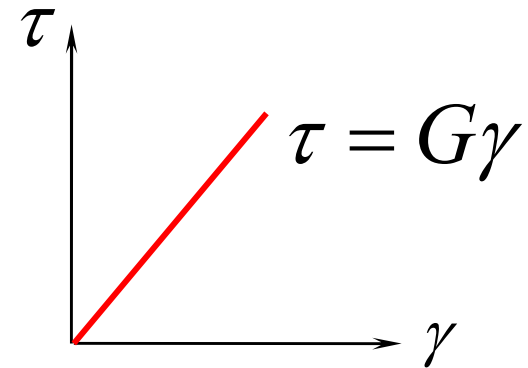
* Góc xoắn: $d\varphi$

* Vì biến dạng bé:

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{bb'}{ab} = \frac{\rho d\varphi}{dz}$$

* Theo định luật Hooke: $\tau = G\gamma$

G: mô đun trượt của vật liệu



Material	Modulus of elasticity E		Shear modulus of elasticity G	
	ksi	GPa	ksi	GPa
Aluminum alloys	10,000–11,400	70–79	3,800–4,300	26–30
2014-T6	10,600	73	4,000	28
6061-T6	10,000	70	3,800	26
7075-T6	10,400	72	3,900	27
Brass	14,000–16,000	96–110	5,200–6,000	36–41
Bronze	14,000–17,000	96–120	5,200–6,300	36–44
Cast iron	12,000–25,000	83–170	4,600–10,000	32–69
Concrete (compression)	2,500–4,500	17–31		
Copper and copper alloys	16,000–18,000	110–120	5,800–6,800	40–47
Glass	7,000–12,000	48–83	2,700–5,100	19–35

Material	Modulus of elasticity E		Shear modulus of elasticity G	
	ksi	GPa	ksi	GPa
Magnesium alloys	6,000–6,500	41–45	2,200–2,400	15–17
Monel (67% Ni, 30% Cu)	25,000	170	9,500	66
Nickel	30,000	210	11,400	80
Plastics				
Nylon	300–500	2.1–3.4		
Polyethylene	100–200	0.7–1.4		
Rock (compression)				
Granite, marble, quartz	6,000–14,000	40–100		
Limestone, sandstone	3,000–10,000	20–70		
Rubber	0.1–0.6	0.0007–0.004	0.03–0.2	0.0002–0.001
Steel	28,000–30,000	190–210	10,800–11,800	75–80
Titanium alloys	15,000–17,000	100–120	5,600–6,400	39–44
Tungsten	50,000–55,000	340–380	21,000–23,000	140–160

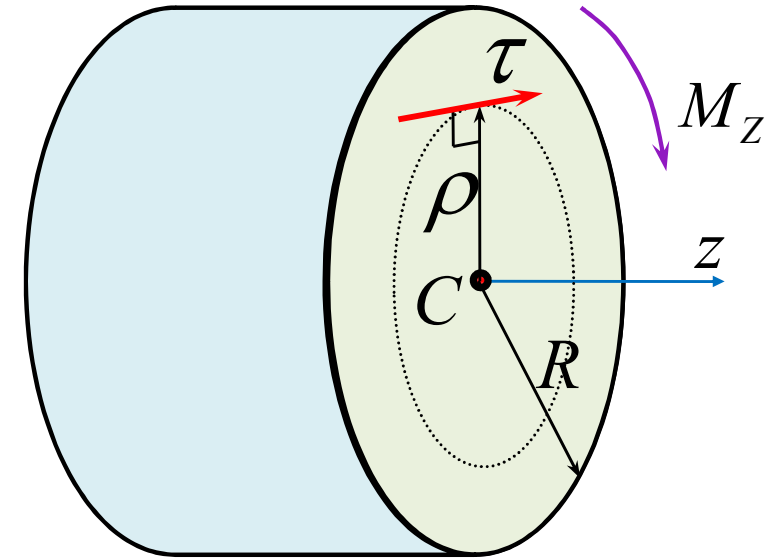
Materials	Density ρ (Mg/m ³)	Modulus of Elasticity E (GPa)	Modulus of Rigidity G (GPa)	Yield Strength (MPa)			Ultimate Strength (MPa)			%Elongation in 50 mm specimen	Poisson's Ratio ν	Coef. of Therm. Expansion α (10 ⁻⁶)/°C
				Tens.	σ_Y Comp. ^b	Shear	Tens.	σ_u Comp. ^b	Shear			
Metallic												
Aluminum	2.79	73.1	27	414	414	172	469	469	290	10	0.35	23
Wrought Alloys	2.71	68.9	26	255	255	131	290	290	186	12	0.35	24
Cast Iron	7.19	67.0	27	–	–	–	179	669	–	0.6	0.28	12
Alloys	7.28	172	68	–	–	–	276	572	–	5	0.28	12
Copper	8.74	101	37	70.0	70.0	–	241	241	–	35	0.35	18
Alloys	8.83	103	38	345	345	–	655	655	–	20	0.34	17
Magnesium Alloy	1.83	44.7	18	152	152	–	276	276	152	1	0.30	26
Steel Alloys	7.85	200	75	250	250	–	400	400	–	30	0.32	12
	7.85	200	75	345	345	–	450	450	–	30	0.32	12
	7.86	193	75	207	207	–	517	517	–	40	0.27	17
	8.16	200	75	703	703	–	800	800	–	22	0.32	12
Titanium Alloy	4.43	120	44	924	924	–	1,000	1,000	–	16	0.36	9.4
Nonmetallic												
Concrete	2.38	22.1	–	–	–	12	–	–	–	–	0.15	11
	2.37	29.0	–	–	–	38	–	–	–	–	0.15	11
Plastic	1.45	131	–	–	–	–	717	483	20.3	2.8	0.34	–
Reinforced	1.45	72.4	–	–	–	–	90	131	–	–	0.34	–
Wood	0.47	13.1	–	–	–	–	2.1 ^c	26 ^d	6.2 ^d	–	0.29 ^e	–
Select Structural Grade	3.60	9.65	–	–	–	–	2.5 ^e	36 ^d	6.7 ^d	–	0.31 ^e	–

3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang Của Thanh Tròn Chịu Xoắn

$$\Rightarrow \tau = G \rho \frac{d\varphi}{dz} \quad (1)$$

* Quan hệ giữa ứng suất và nội lực:

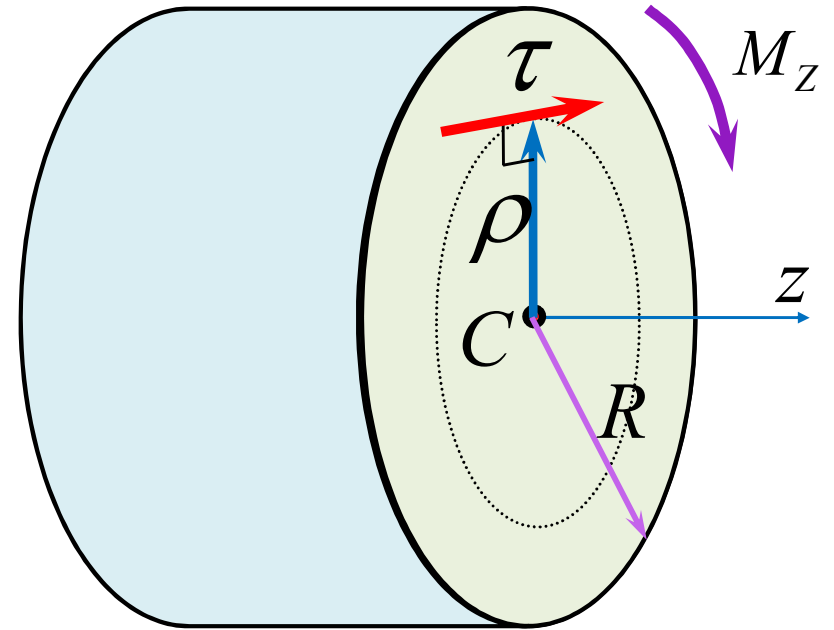


$$M_z = \int_F \tau \rho dF = \int_F G \frac{d\varphi}{dz} \rho^2 dF = G \frac{d\varphi}{dz} \int_F \rho^2 dF$$

Đặt: $J_\rho = \int_F \rho^2 dF$ *mômen quán tính cực của mặt cắt ngang đối với trọng tâm của mặt cắt ngang.*

$$\Rightarrow M_z = G \frac{d\varphi}{dz} J_\rho \quad (2)$$

$$\tau_{\rho} = \frac{M_z}{J_{\rho}} \rho$$

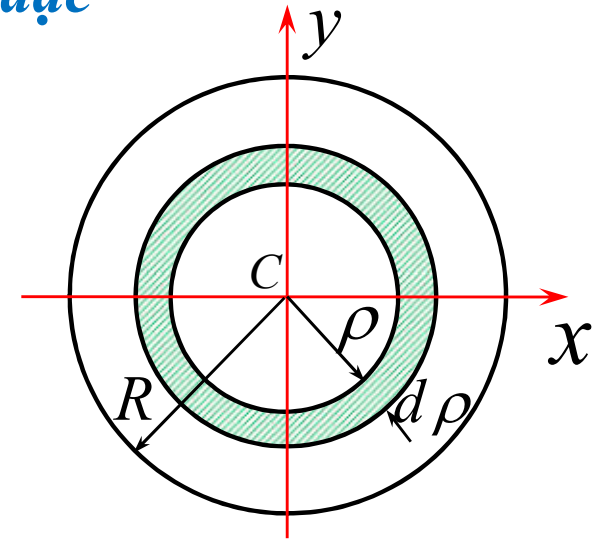


- M_z : mômen xoắn tại mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất
- J_{ρ} : mômen quán tính cực của mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất
- ρ : khoảng cách từ điểm tính ứng suất đến tâm mặt cắt

* Mômen quán tính cực của mặt cắt ngang hình tròn đặc

$$J_{\rho} = \int_F \rho^2 dF = \int_0^R \rho^2 2\pi\rho d\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$J_{\rho} = \frac{\pi D^4}{32}$$



- M_z : mômen xoắn tại mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất

- J_{ρ} : mômen quán tính cực của mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất

- ρ : khoảng cách từ điểm tính ứng suất đến tâm mặt cắt

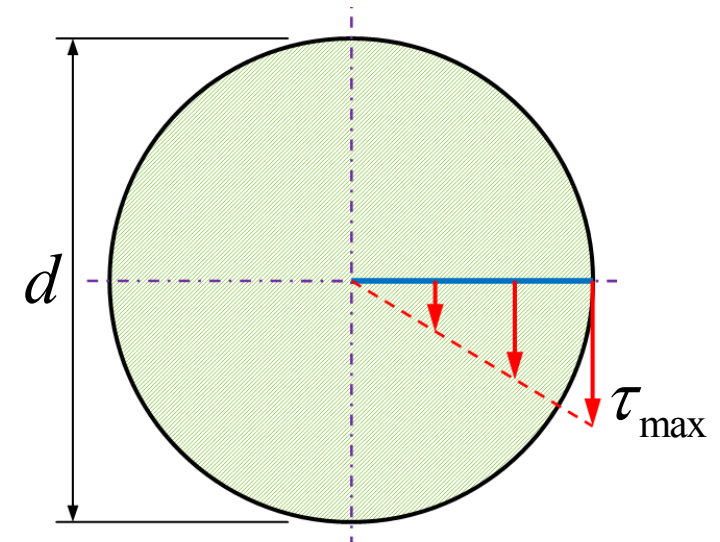
$$\tau_{\rho} = \frac{M_z}{J_{\rho}} \rho$$

* Sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang hình tròn đặc:

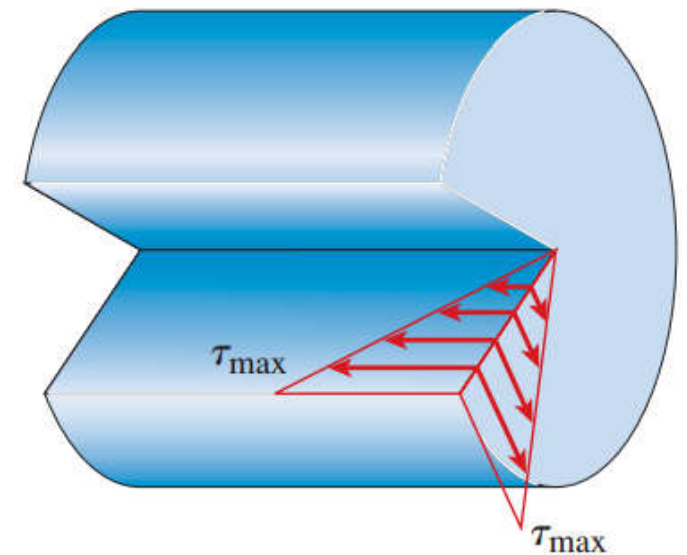
Ứng suất lớn nhất trên mặt cắt:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{J_\rho} \frac{d}{2} = \frac{M_z}{W_\rho}$$

W_ρ : mômen chống xoắn của mặt cắt



$$\begin{cases} \tau_{\max} = \frac{M_z}{W_\rho} \\ J_\rho = \frac{\pi d^4}{32}, \quad W_\rho = \frac{\pi d^3}{16} \end{cases}$$



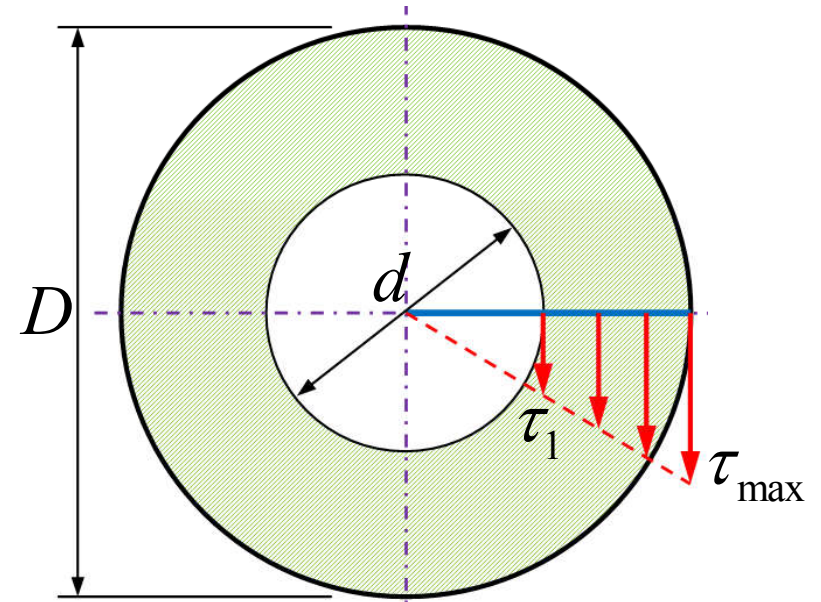
3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang Của Thanh Tròn Chịu Xoắn

* Sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang hình vành khăn:

Ứng suất lớn nhất trên mặt cắt:

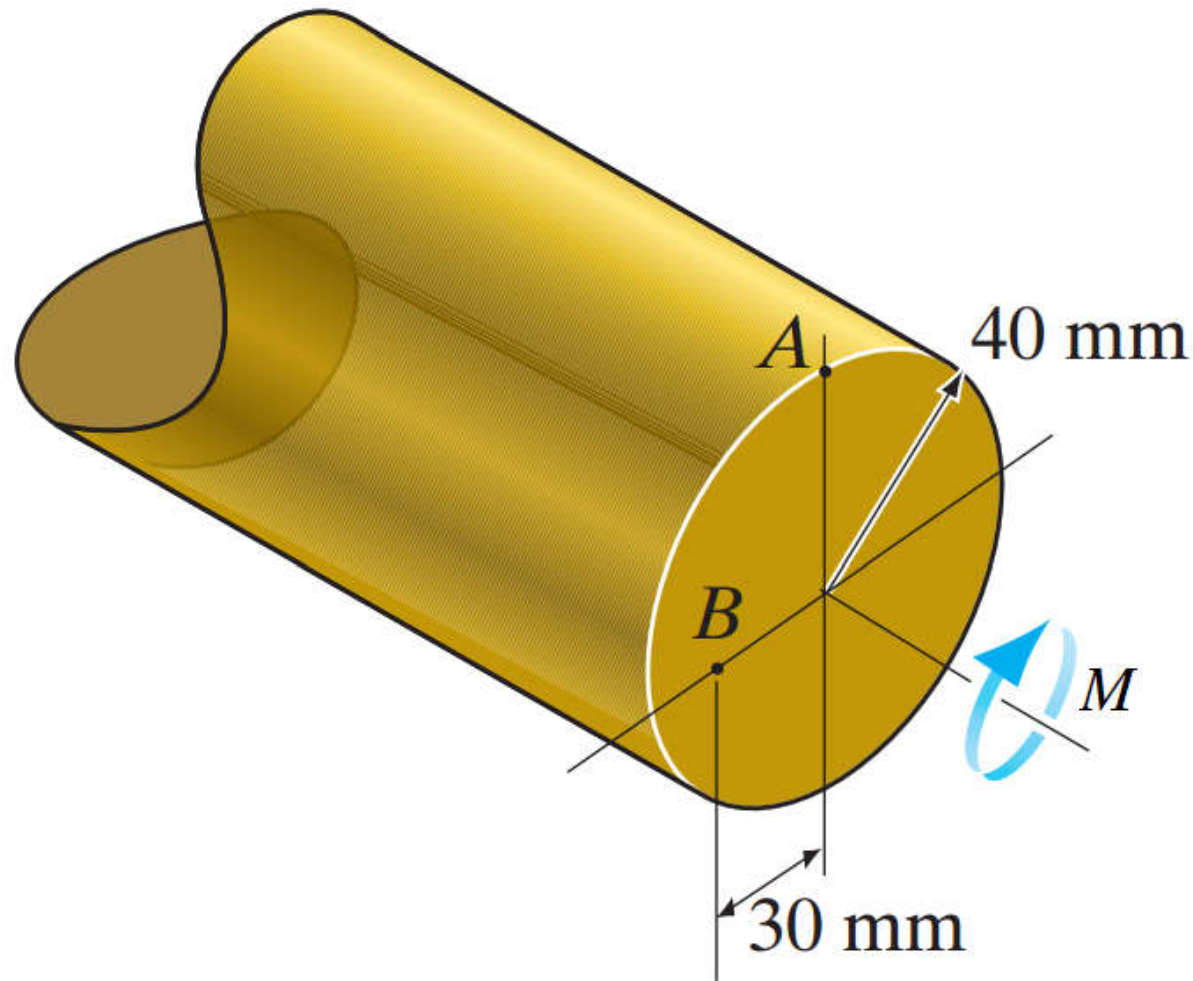
$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{J_\rho} \frac{D}{2} = \frac{M_z}{W_\rho}$$



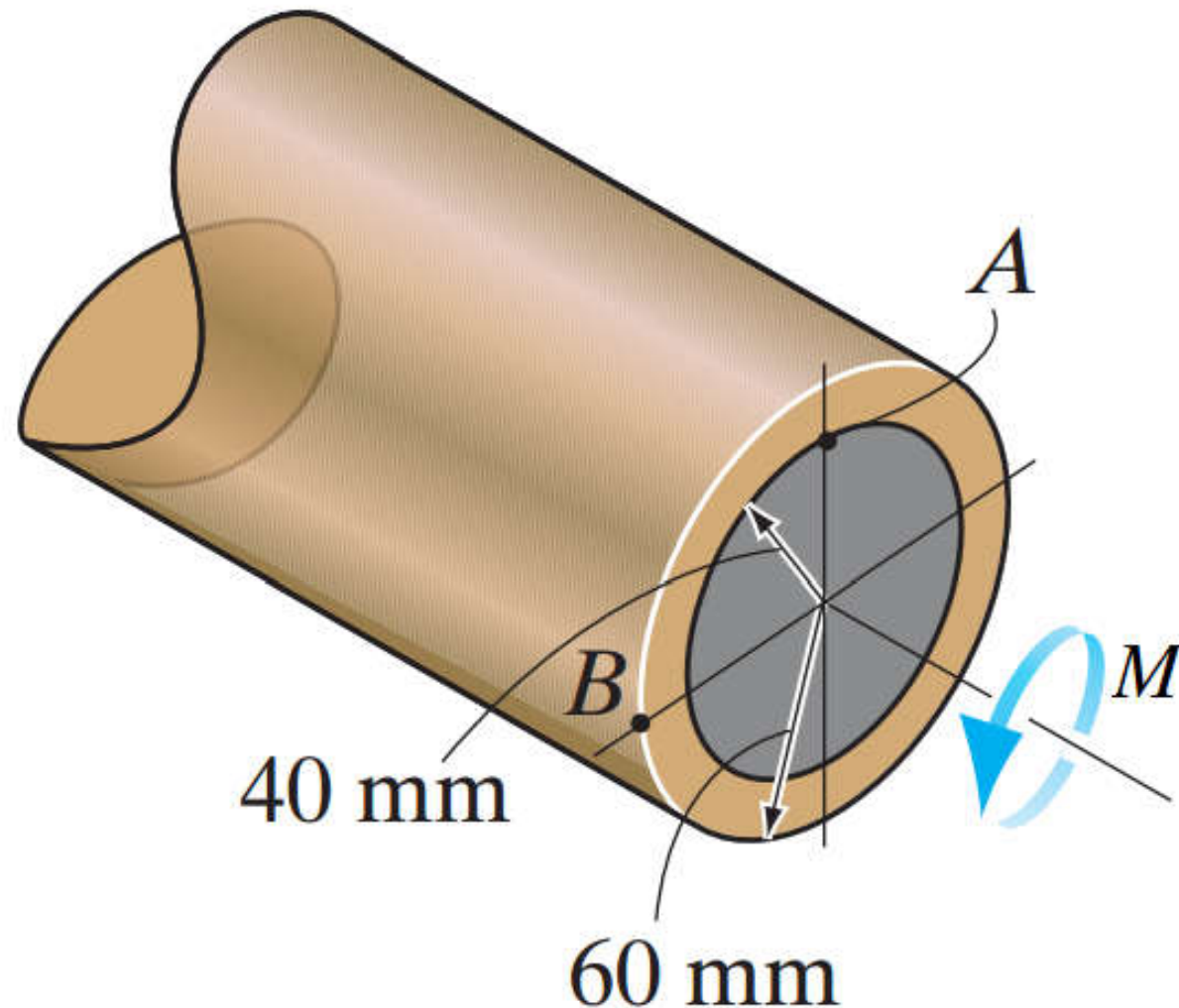
W_ρ : mômen chống xoắn của mặt cắt

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_\rho}, \quad J_\rho = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4), \quad W_\rho = \frac{J_\rho}{D/2}$$

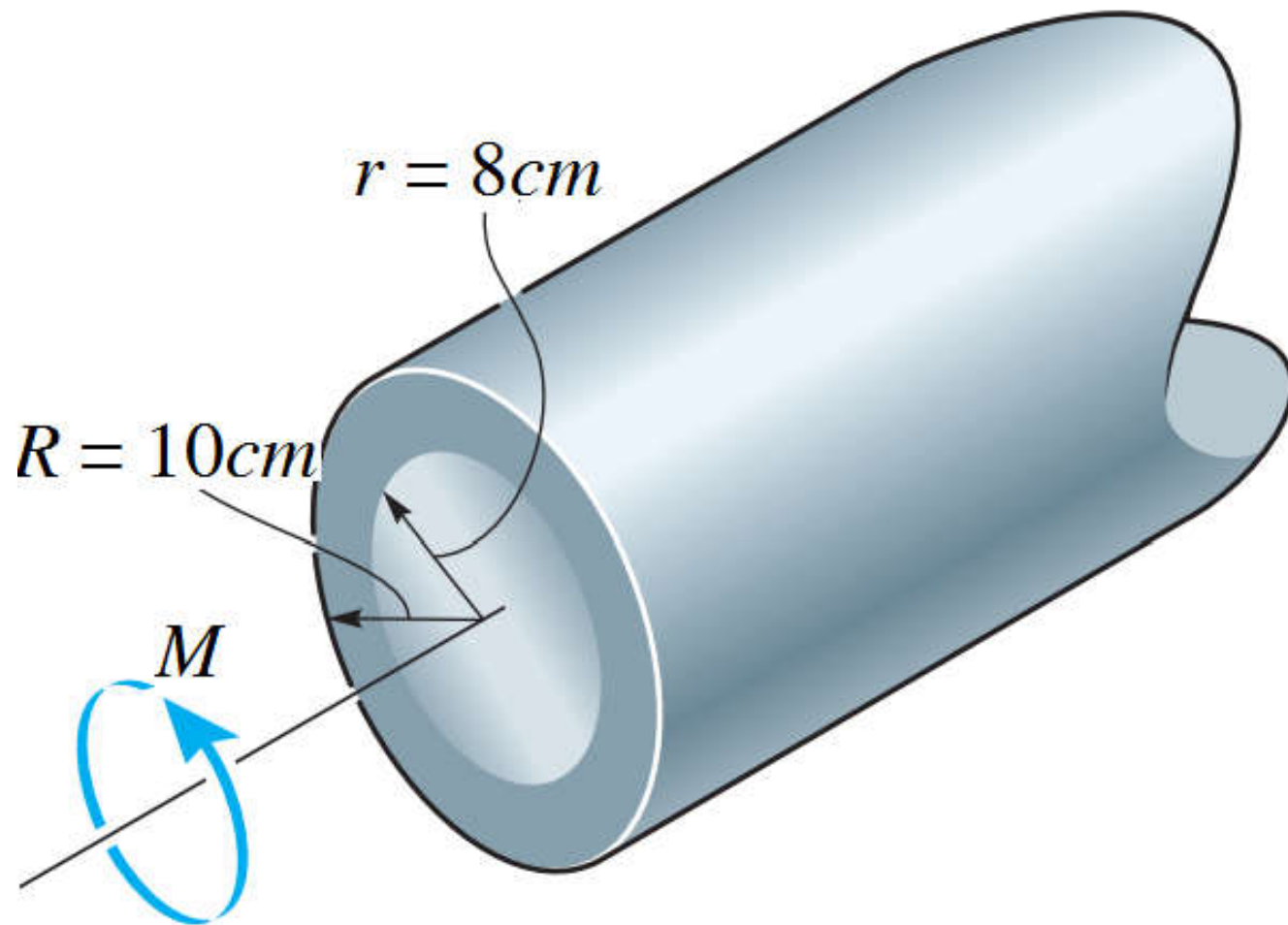
Ví dụ: Trục đặc chịu tác dụng của mô men xoắn $M = 5 \text{ kN.m}$. Xác định ứng suất tiếp phát sinh tại các điểm A và B. Vẽ qui luật phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang.



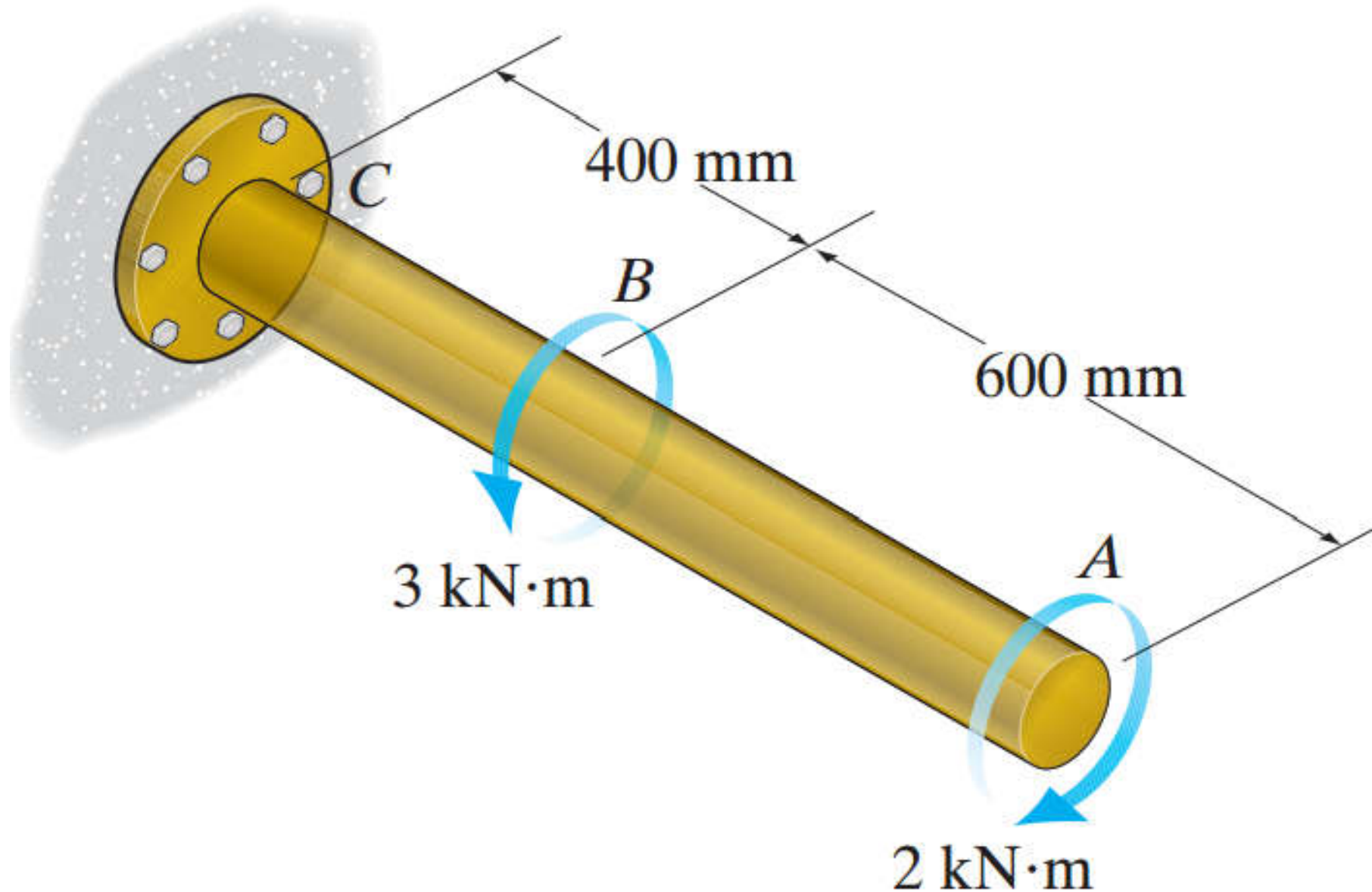
Ví dụ: Trục rỗng chịu tác dụng của mô men xoắn $M = 10 \text{ kN.m}$.
Xác định ứng suất tiếp phát sinh tại các điểm A và B. Vẽ qui luật phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang.



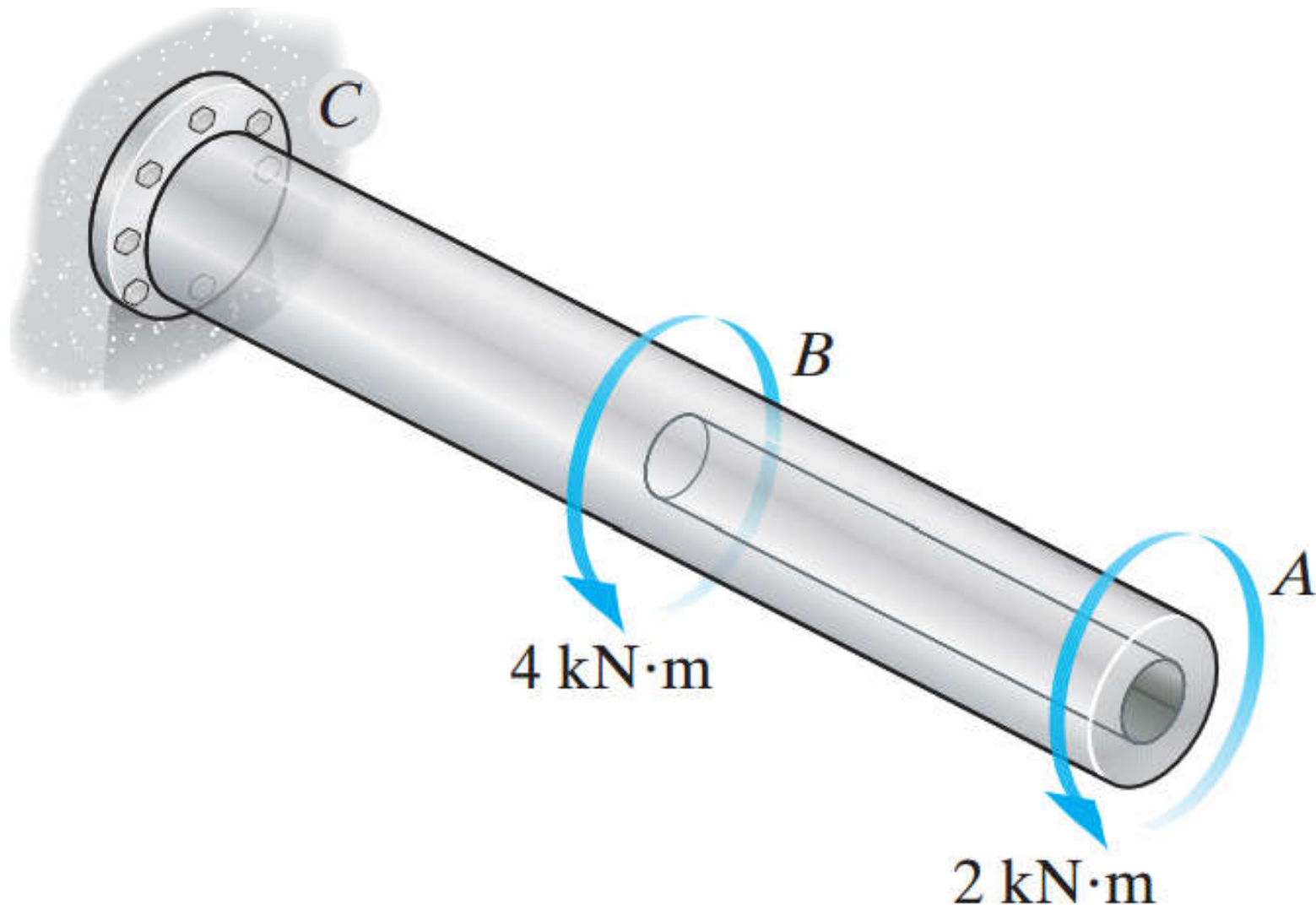
Ví dụ: Trục rỗng chịu tác dụng của mô men xoắn $M = 50 \text{ kN.m}$.
Xác định ứng suất tiếp phát sinh tại các điểm A và B. Vẽ qui luật phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang.



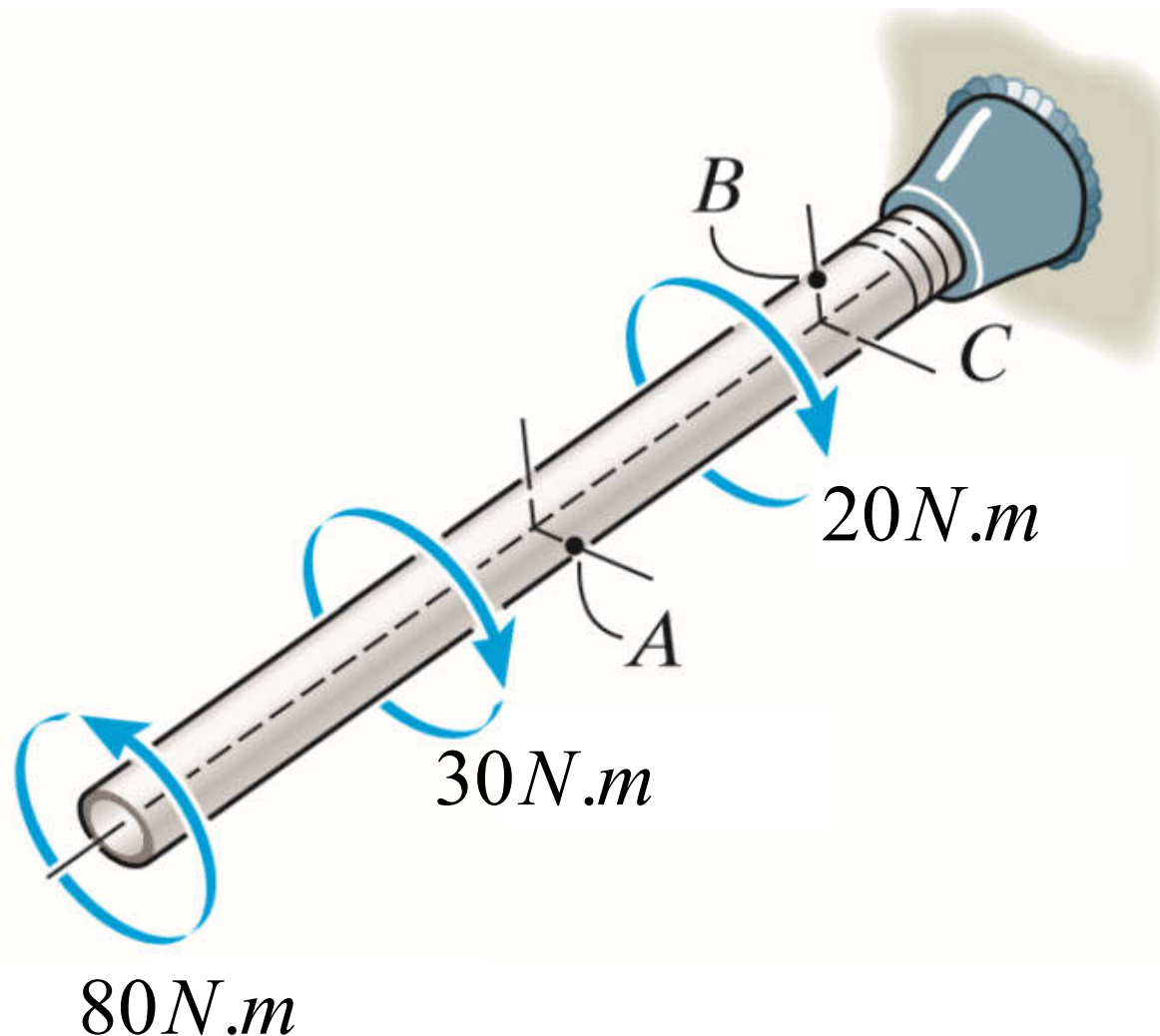
Ví dụ: Trục đặc có đường kính 40 mm chịu các ngẫu lực như hình vẽ. Tính ứng suất tiếp lớn nhất (về độ lớn) phát sinh trong trục.



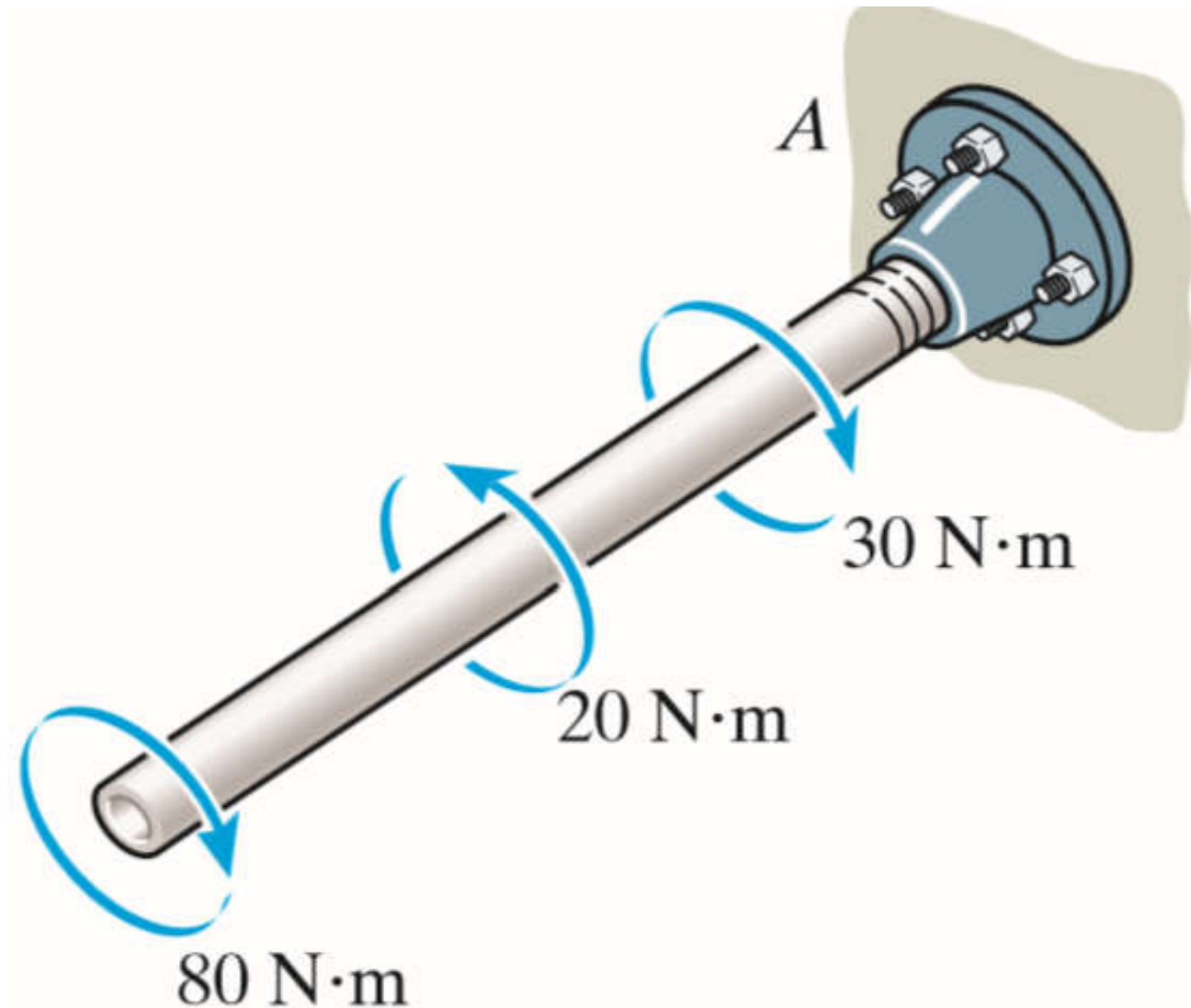
Ví dụ: Trục rỗng từ A đến B và đặc từ B đến C . Tính ứng suất tiếp lớn nhất (về độ lớn) phát sinh trong trục. Biết rằng trục có đường kính ngoài 80 mm và bề dày thành của đoạn AB bằng 10mm.



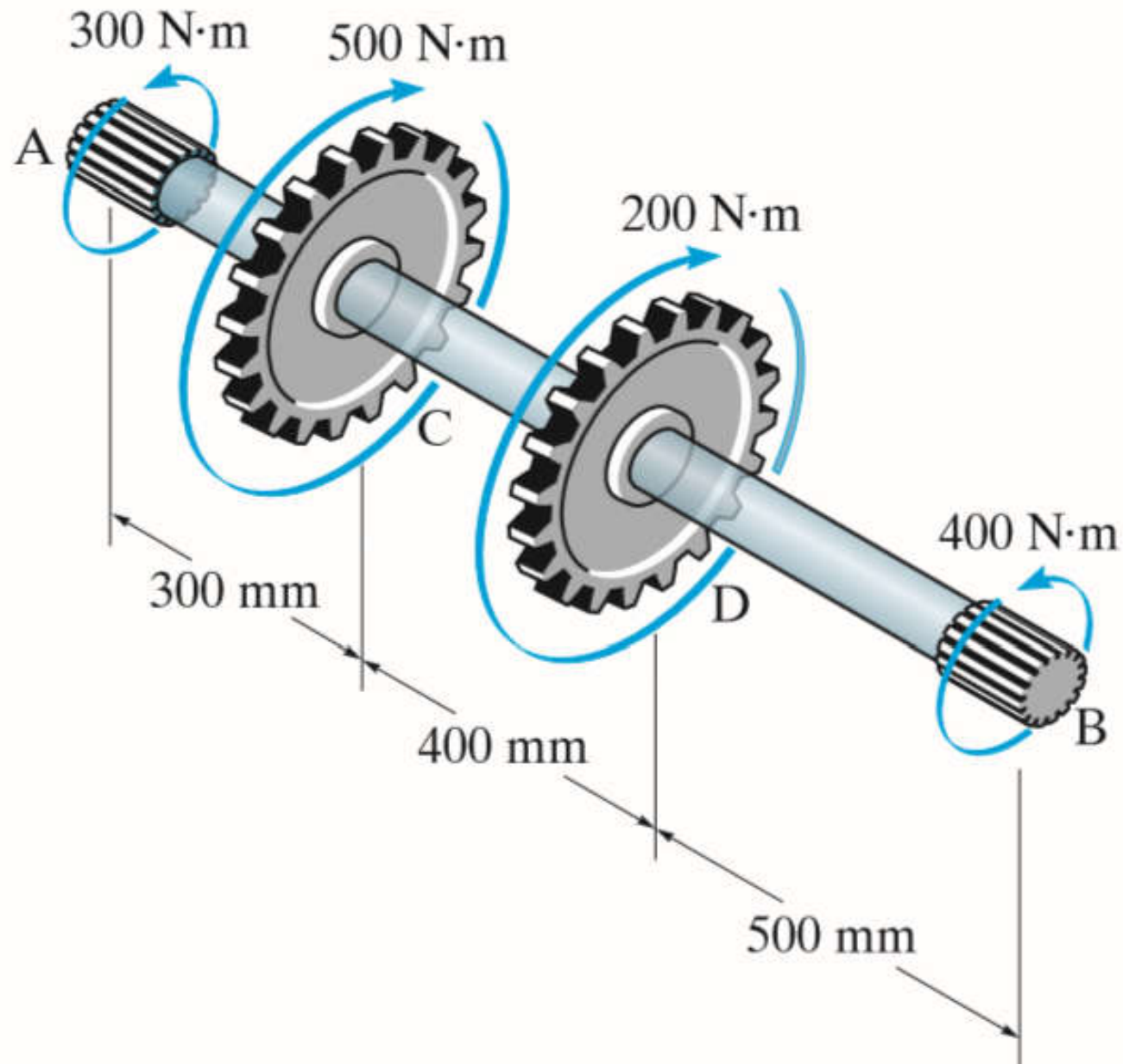
Ví dụ: Trục rỗng có đường kính ngoài 42 mm, đường kính trong 38 mm. Tính ứng suất tiếp phát sinh tại các điểm A và B.



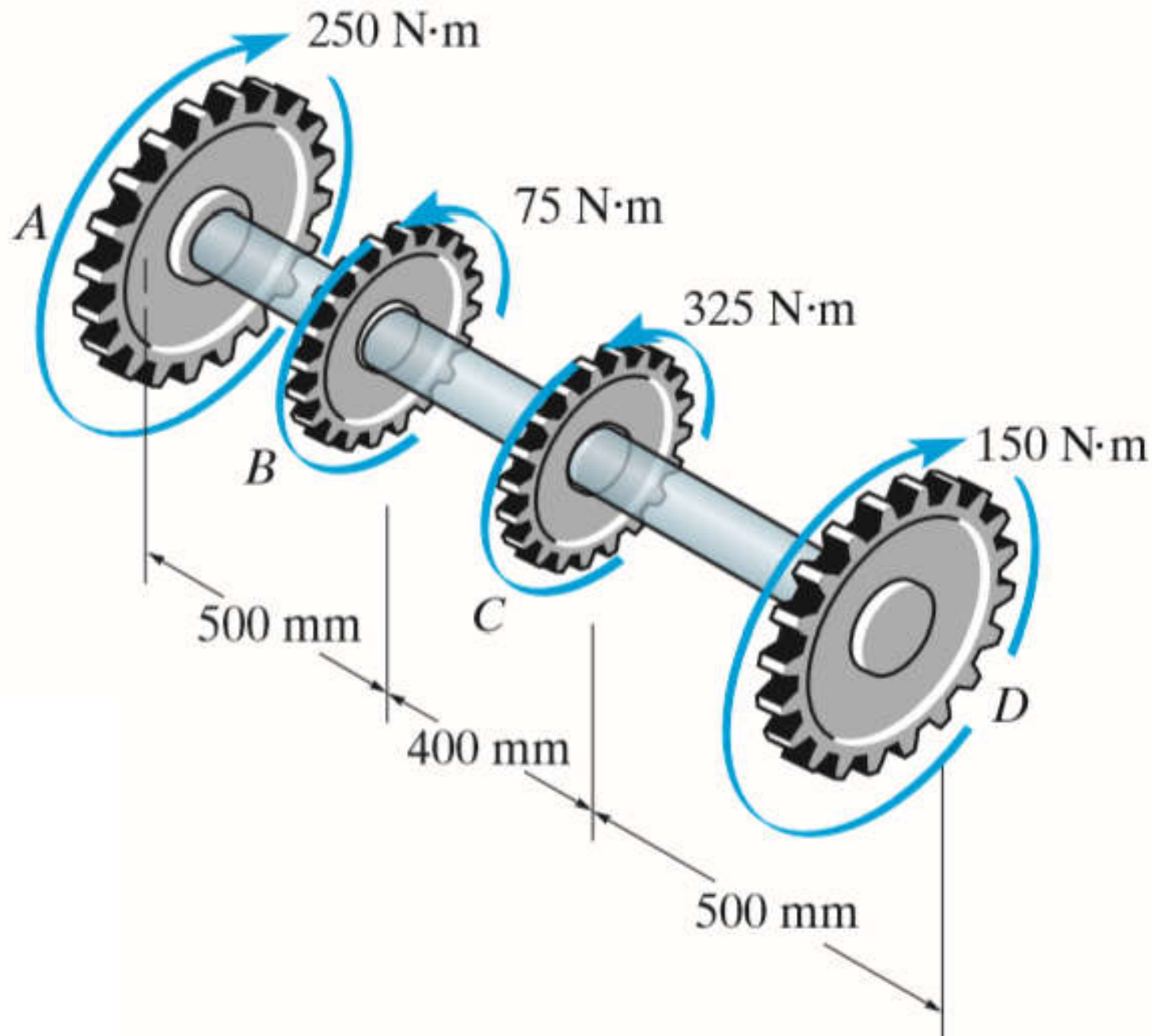
Ví dụ: Trục rỗng có đường kính ngoài 40 mm, đường kính trong 37 mm. Tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.



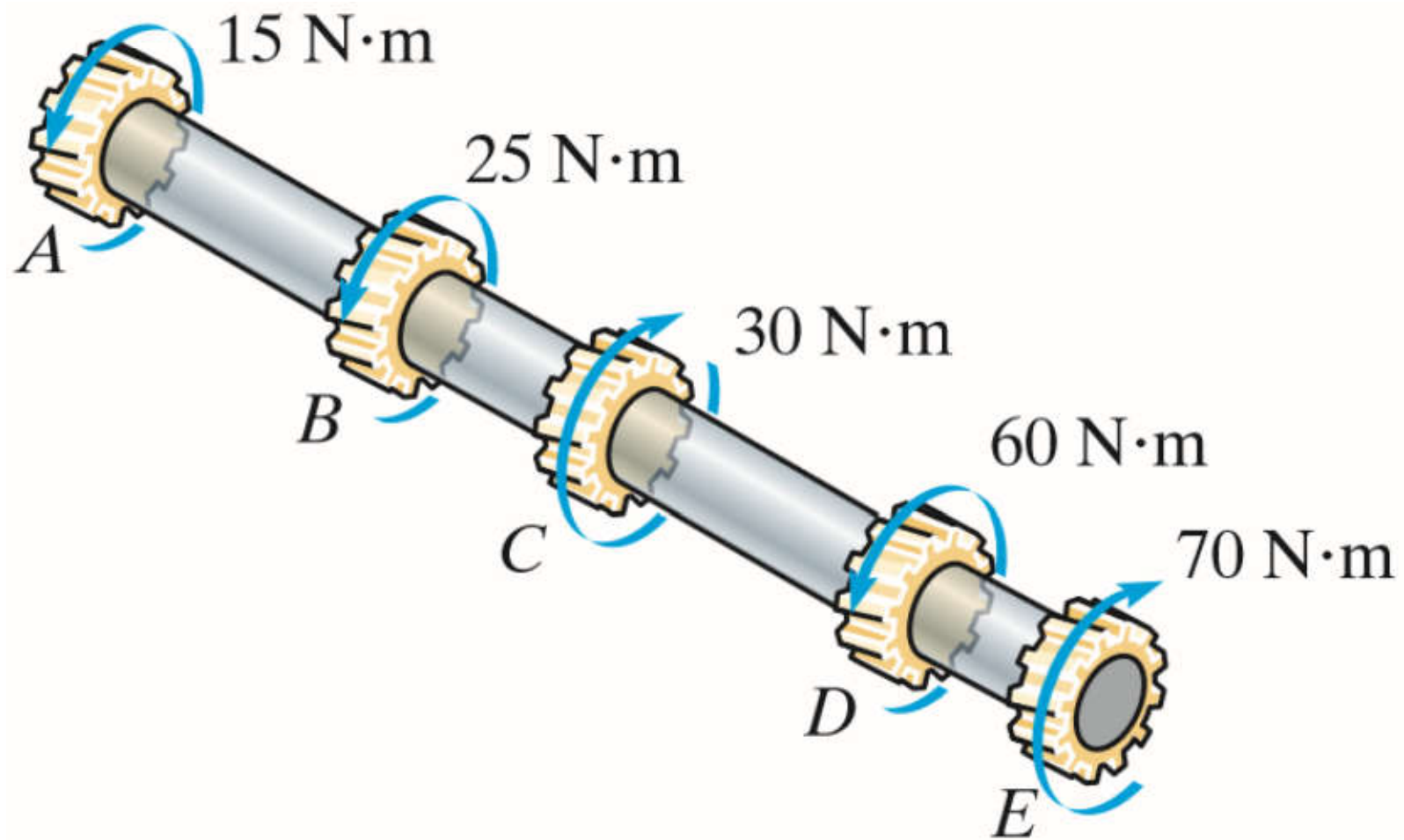
Ví dụ: Trục có đường kính 35 mm, tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.



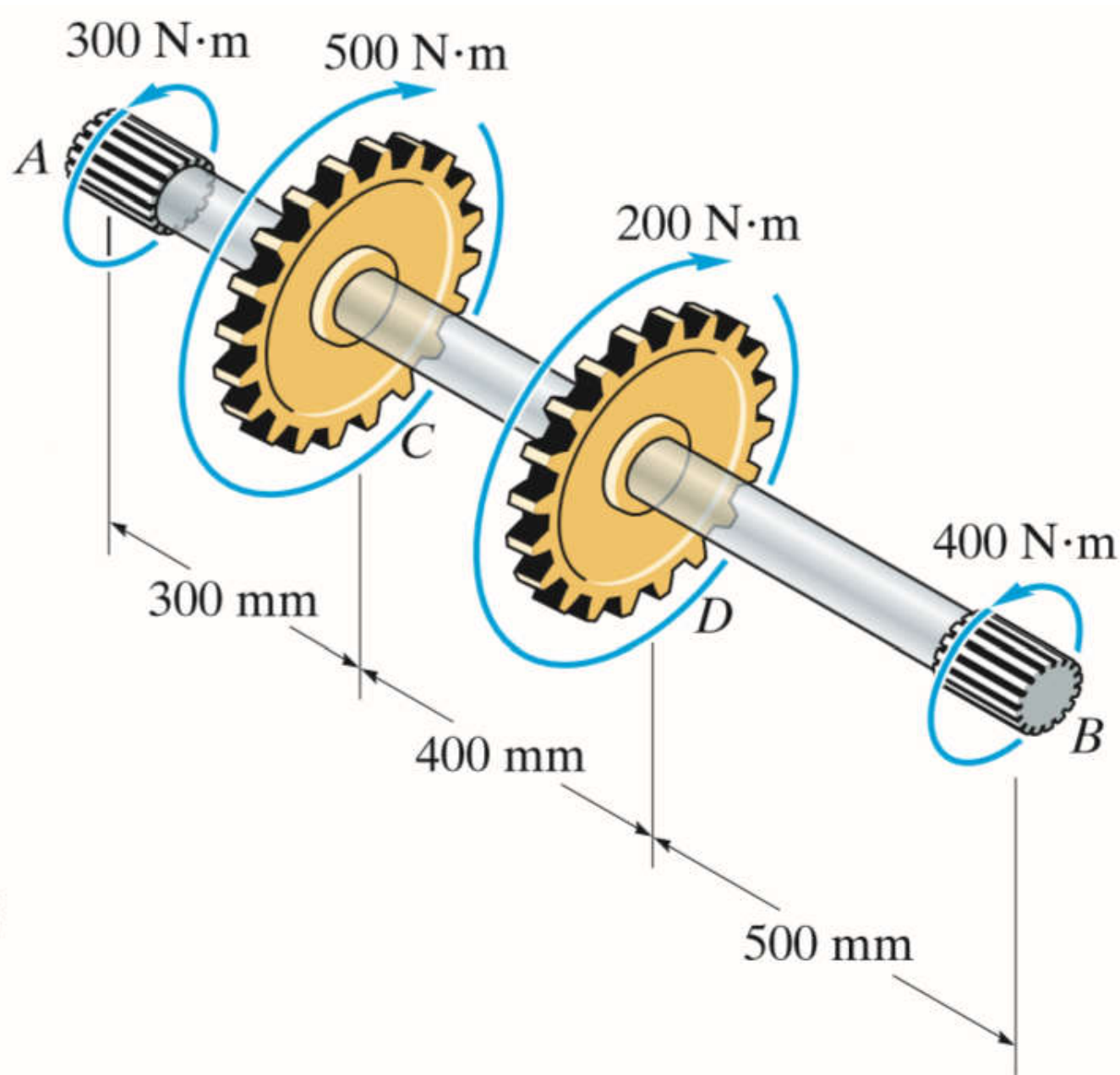
Ví dụ: Trục có đường kính 50 mm, tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.



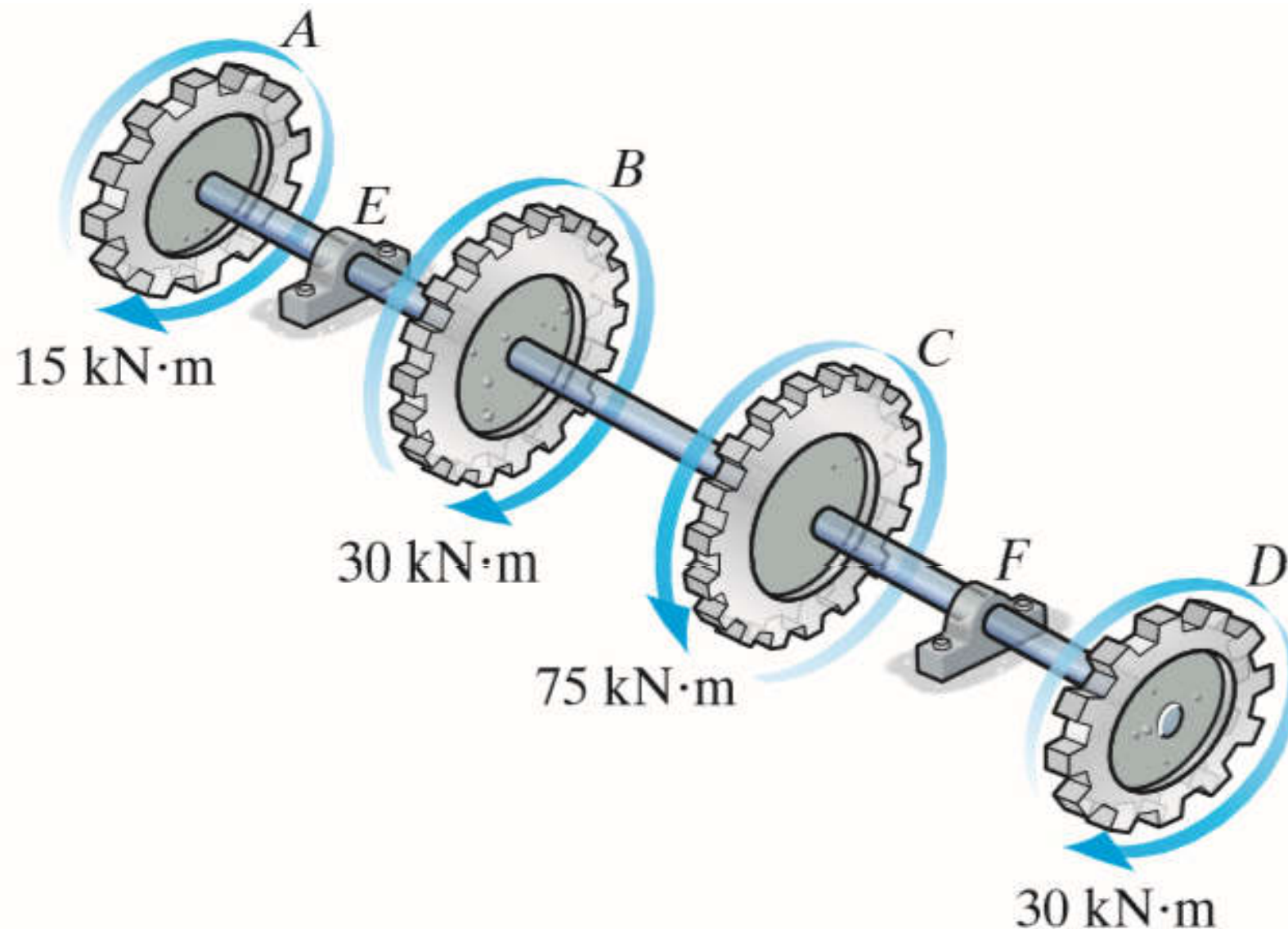
Ví dụ: Trục có đường kính 40 mm, tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.



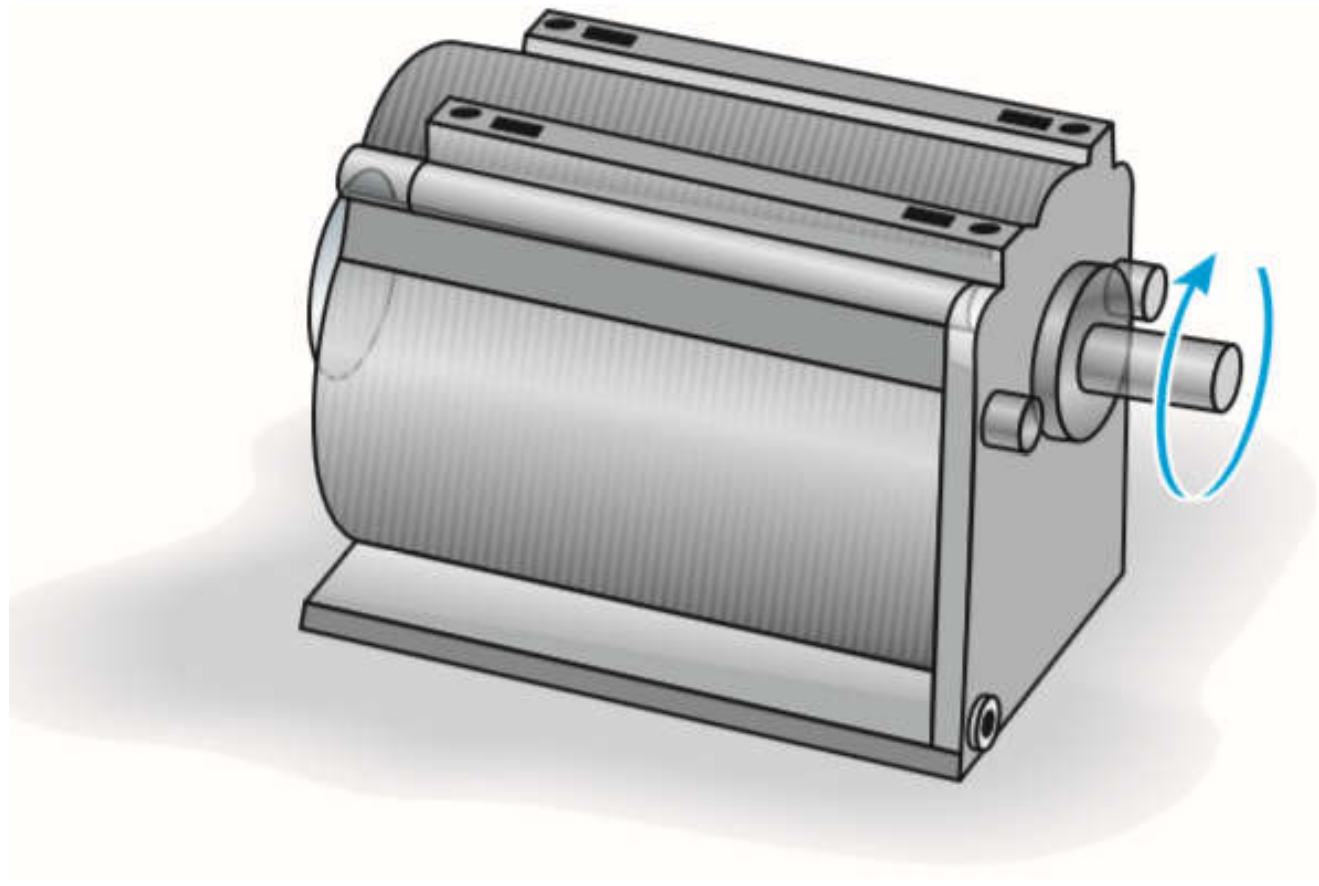
Ví dụ: Trục có đường kính 30 mm, tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong từng đoạn của trục.



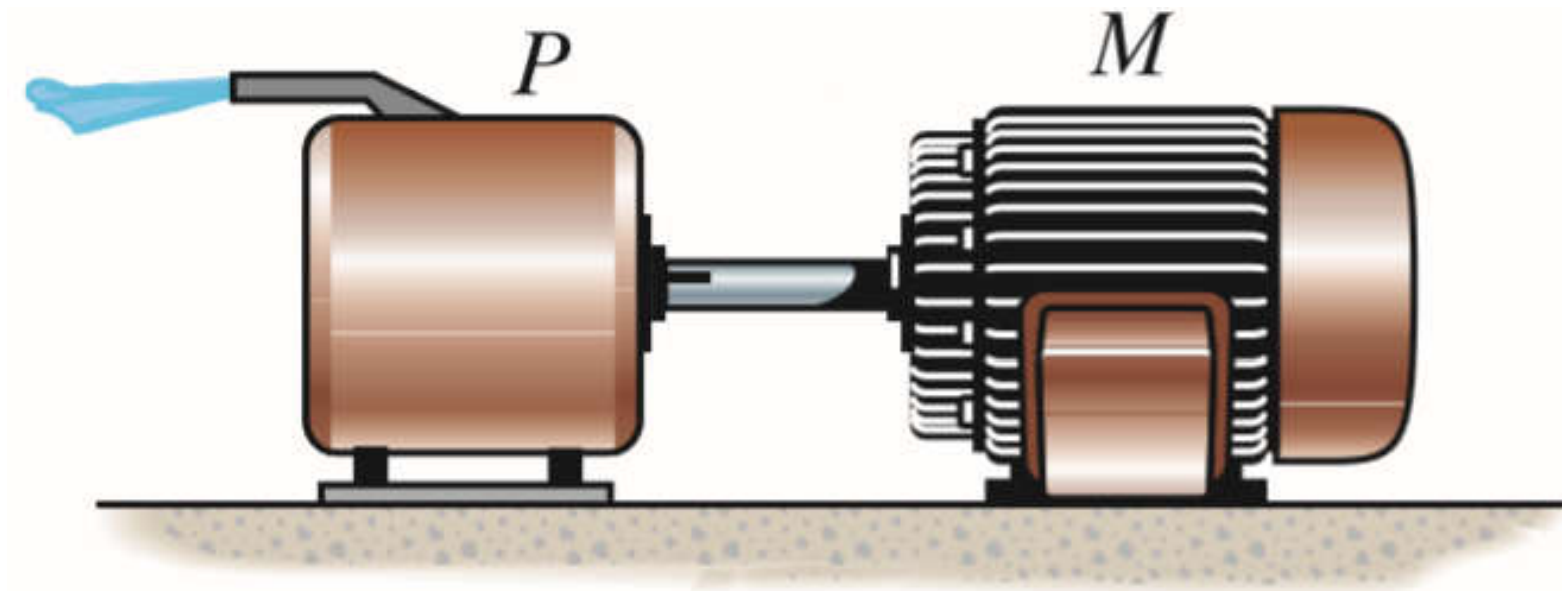
Ví dụ: Trục có đường kính 140 mm được đỡ trên các ổ lăn nhẵn tại E và F , tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong từng đoạn của trục.



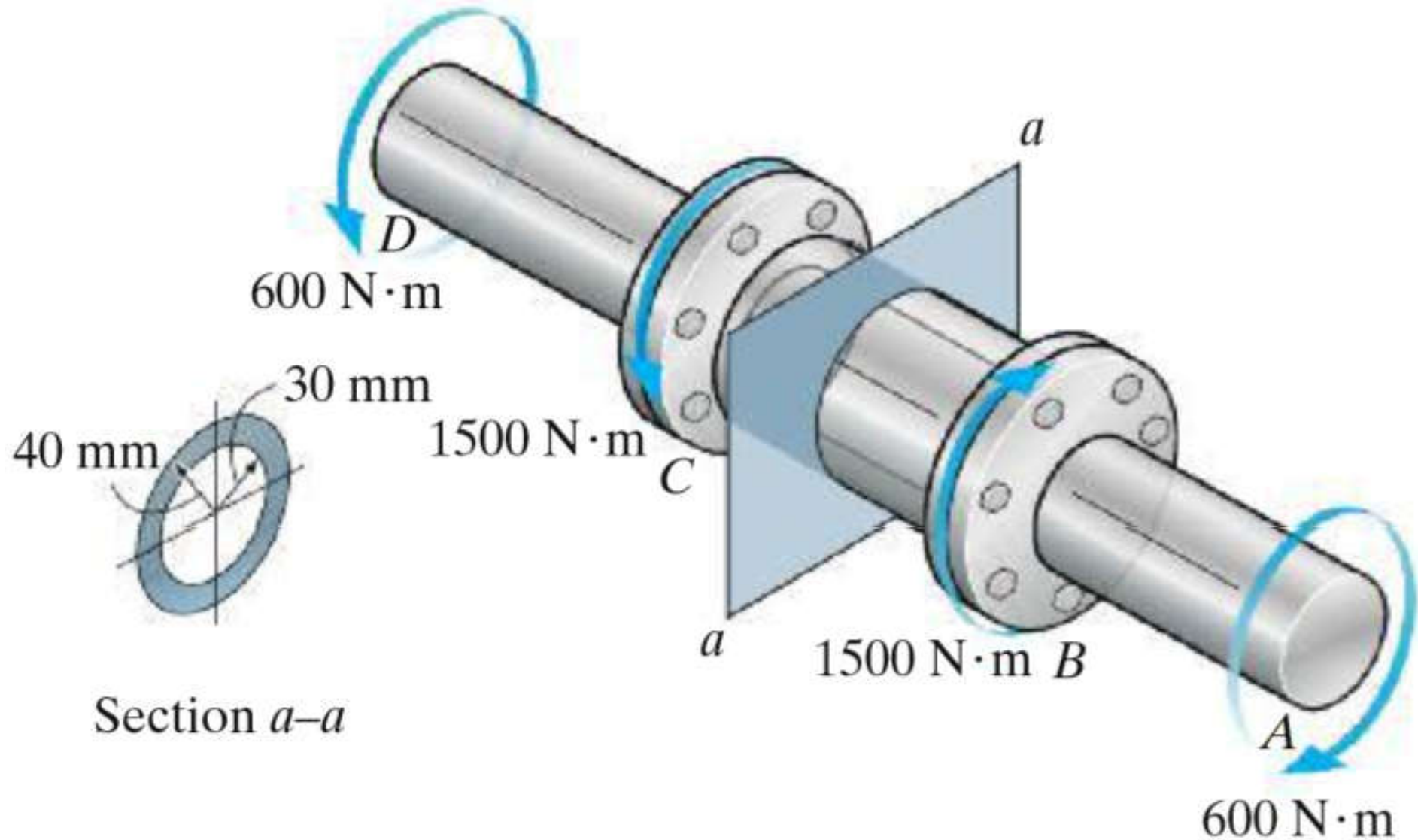
Ví dụ: Động cơ có công suất 1.5kW quay với tốc độ 450 vòng/phút . Trục của động cơ có đường kính $2,5\text{ cm}$. Tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.



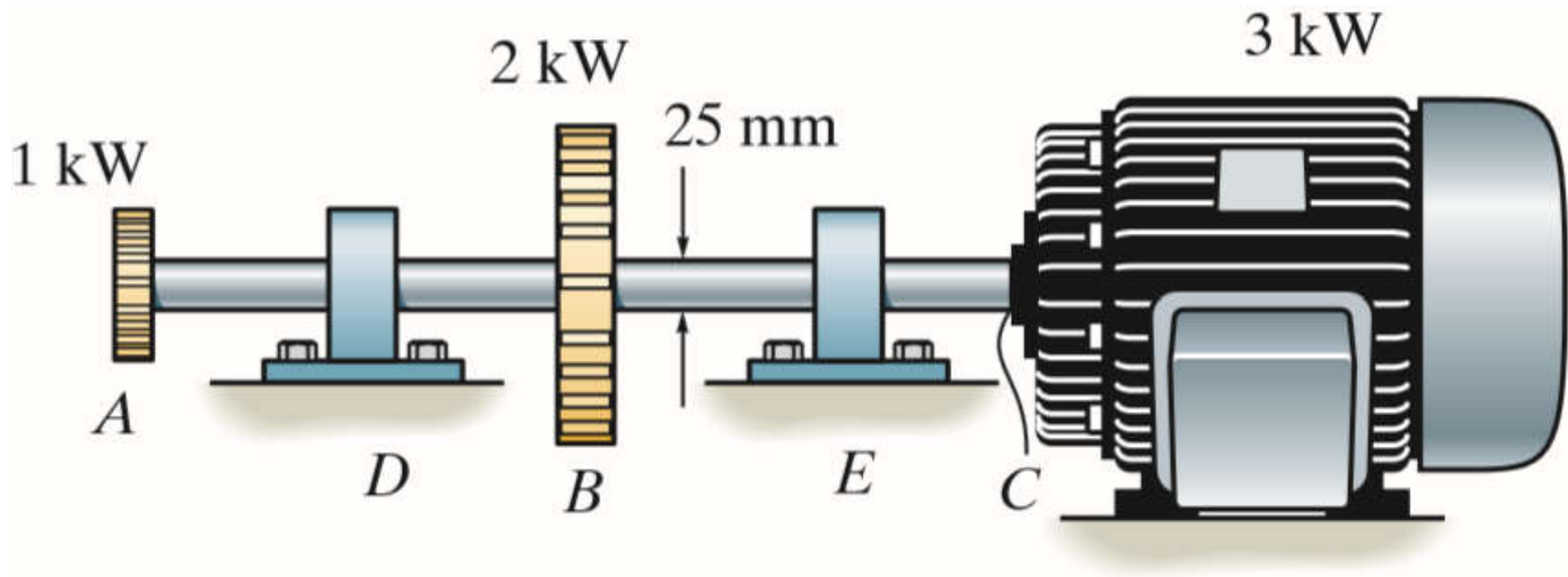
Ví dụ: Trục thép A36 dài 2 m, có đường kính ngoài 50 mm và bề dày thành 10 mm. Trục quay với tốc độ 40 rad/s và truyền một công suất 25 kW từ động cơ M đến bơm P. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.



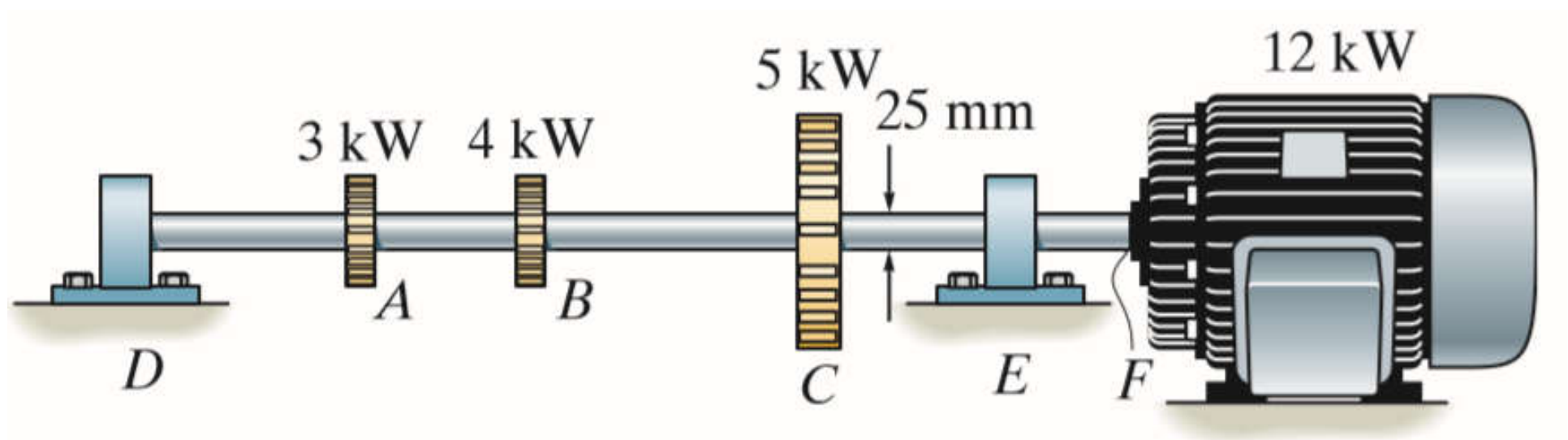
Ví dụ: *Xác định ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục tại mặt cắt a-a.*



Ví dụ: Trục đặc đường kính 25 mm được đỡ trên các ổ lăn nhẵn tại D và E . Trục được nối với động cơ có công suất 3 kW và quay với tốc độ 500 v/p. Các bánh răng tại A và B tiêu thụ lần lượt 1 kW và 2 kW tương ứng. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong các đoạn AB và BC .

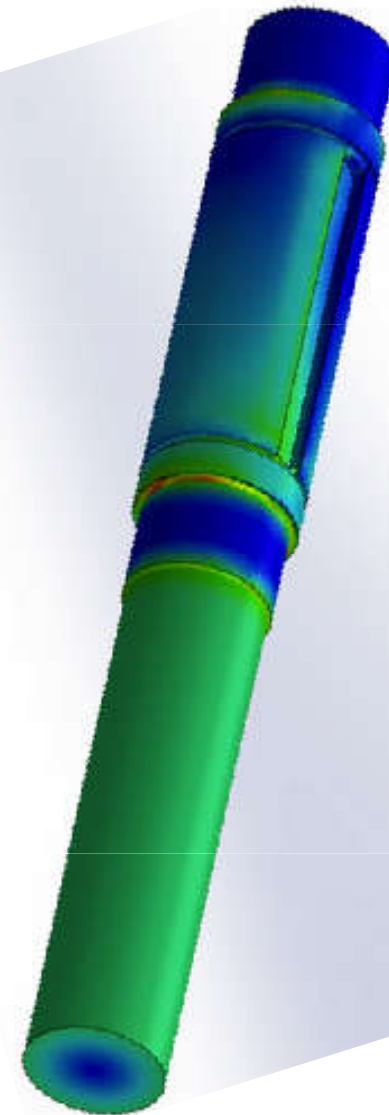
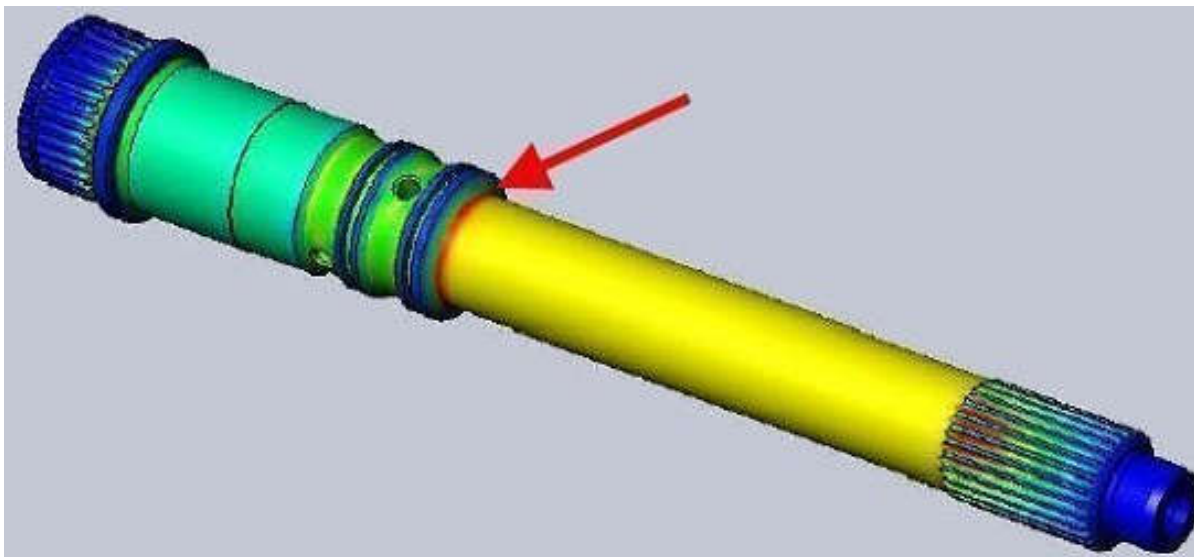


Ví dụ: Trục đặc đường kính 25 mm được đỡ trên các ổ lăn nhẵn tại D và E . Trục được nối với động cơ có công suất 12 kW và quay với tốc độ 300 v/p. Các bánh răng tại A , B và C tiêu thụ lần lượt 2 kW 4kW và 5 kW tương ứng. Xác định ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.



3 Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang Của Thanh Tròn Chịu Xoắn

* Hiện tượng tập trung ứng suất

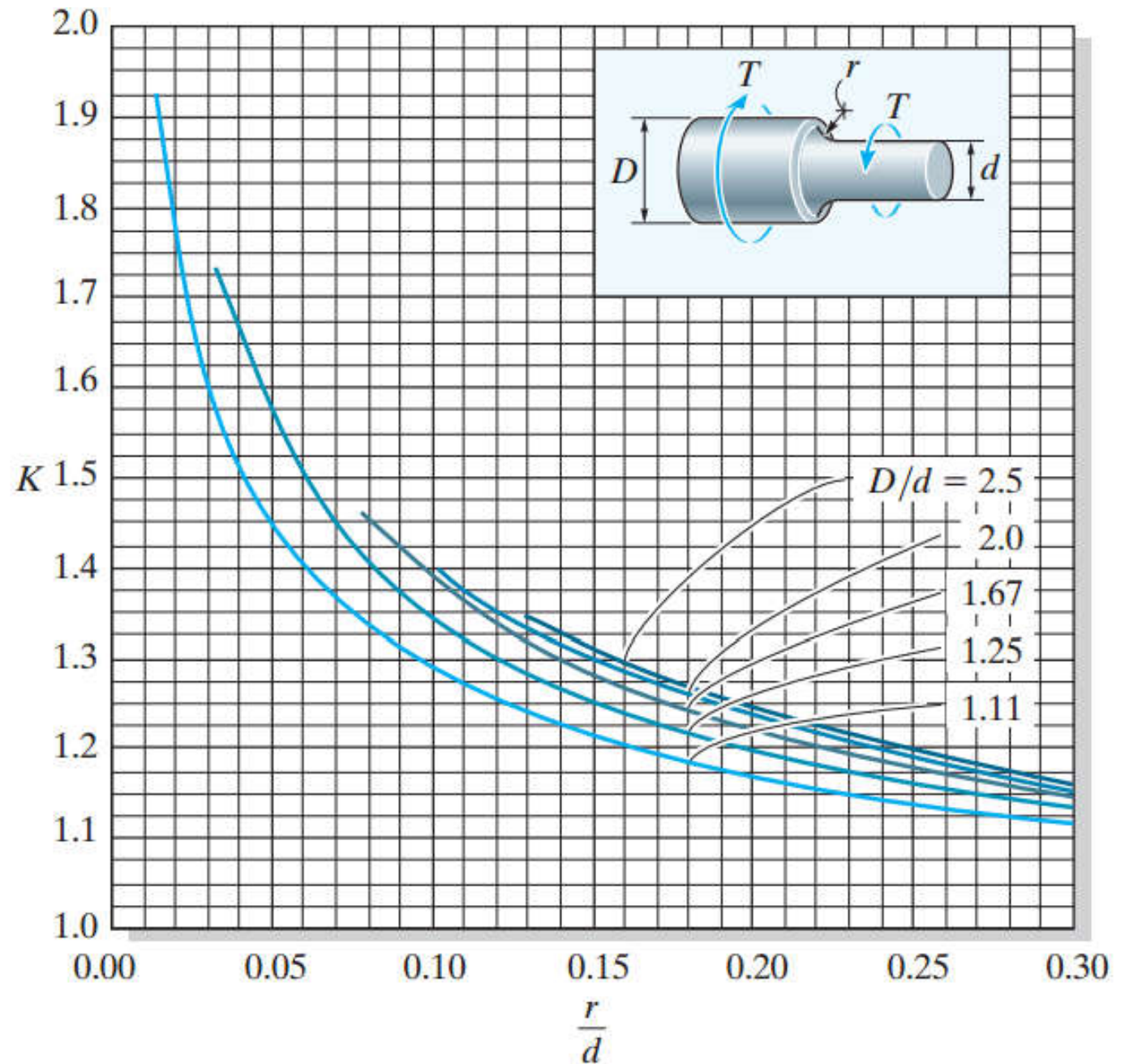


3

Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang Của Thanh tròn Chịu Xoắn

* Tập trung ứng suất

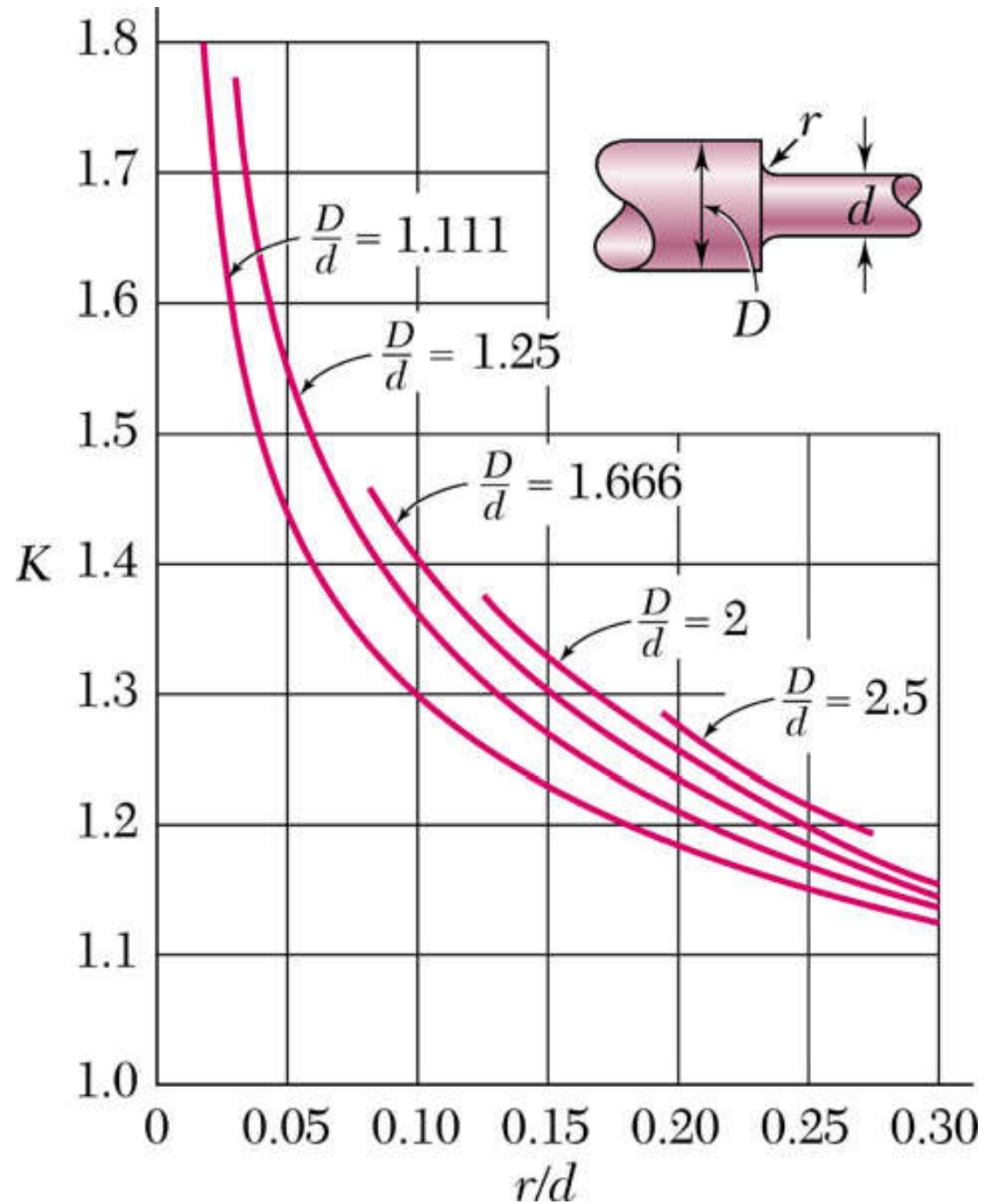
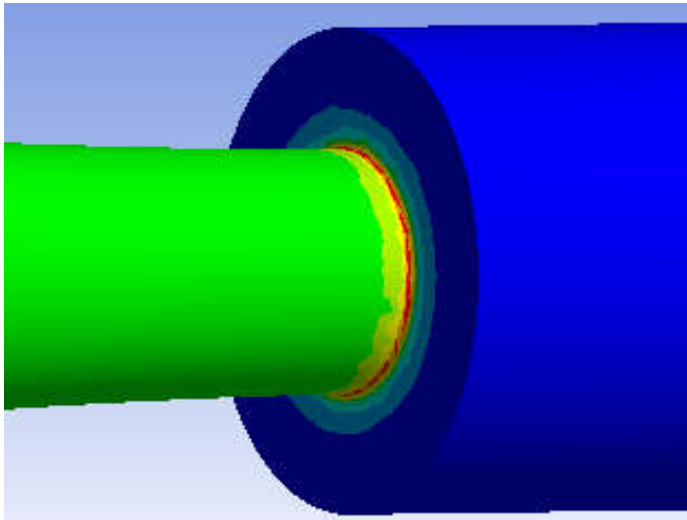
$$\tau_{\max} = K \frac{M_z}{W_\rho}$$



3 Ứng Suất Trên Mặt Cắt Ngang Của Thanh tròn Chịu Xoắn

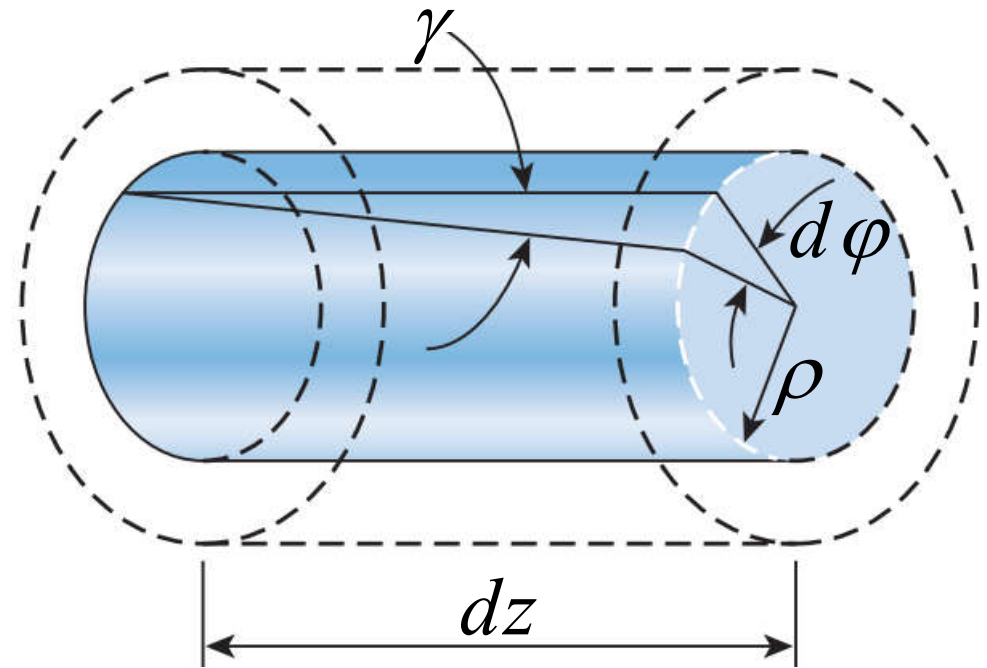
* Tập trung ứng suất

$$\tau_{\max} = K \frac{M_z}{W_\rho}$$



* Từ (2) ta có:

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{M_z}{GJ_\rho} dz$$



=> Góc xoay tương đối giữa hai mặt cắt cách nhau chiều dài L :

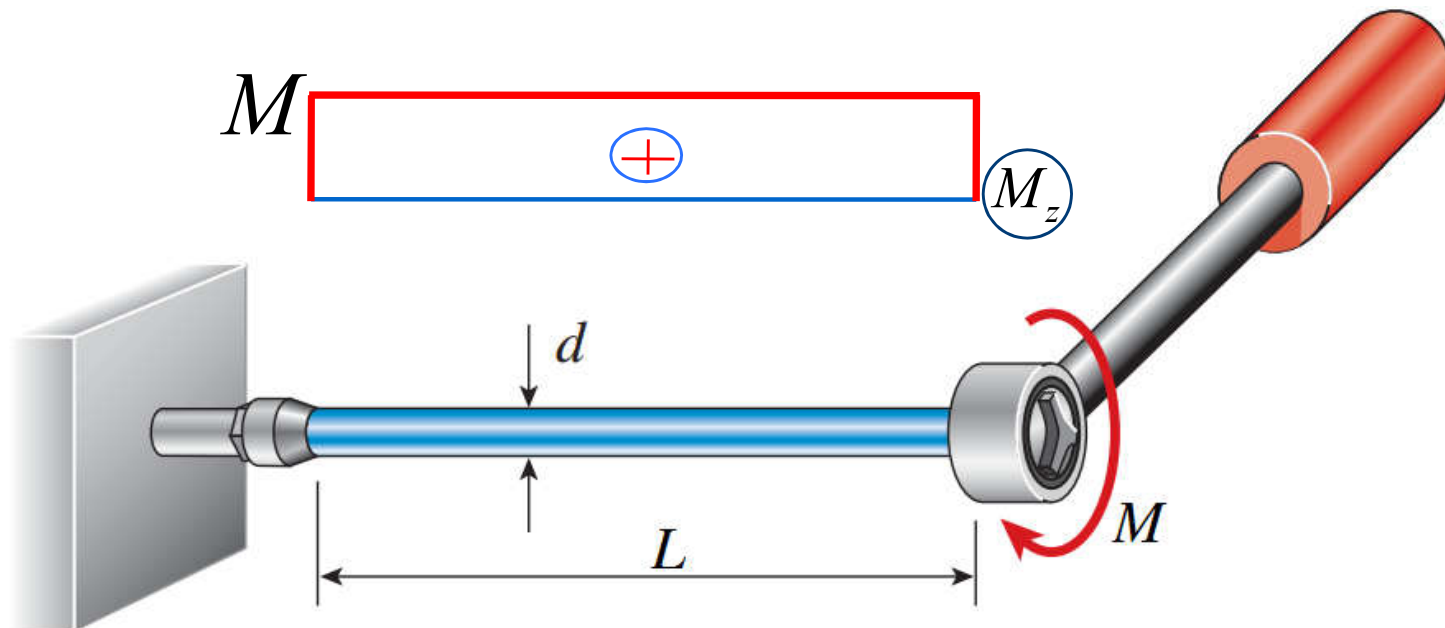
$$\varphi = \int_L \frac{M_z}{GJ_\rho} dz$$

- M_z : mômen xoắn nội lực
- G : môđun trượt (cắt) của vật liệu
- J_ρ : mômen quán tính cực của mặt cắt ngang

* Các trường hợp đặc biệt

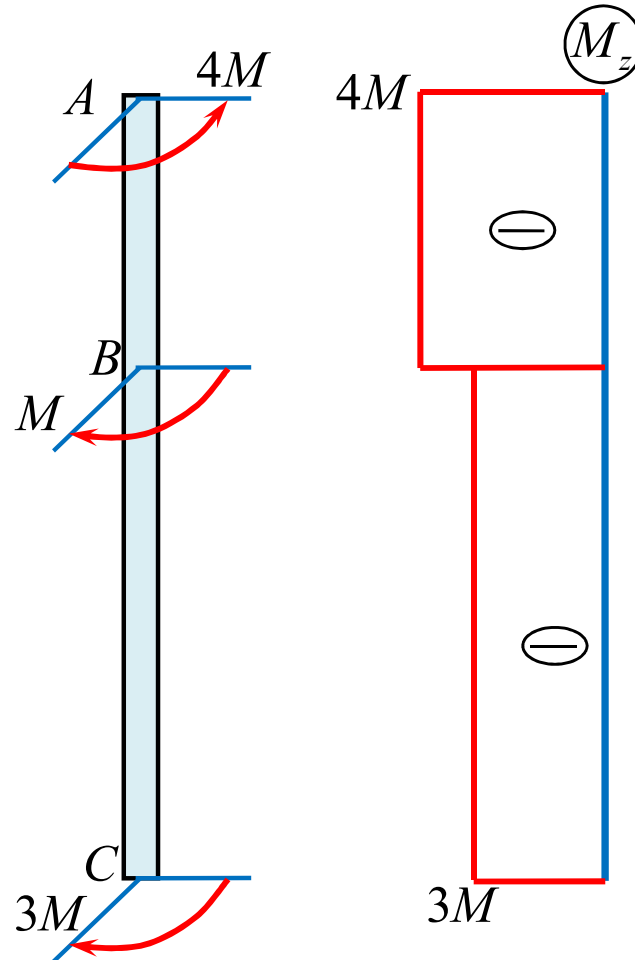
+ Nếu $\frac{M_z}{GJ_\rho} = \text{const}$ trên toàn chiều dài L

$$\Rightarrow \varphi = \frac{M_z L}{GJ_\rho}$$

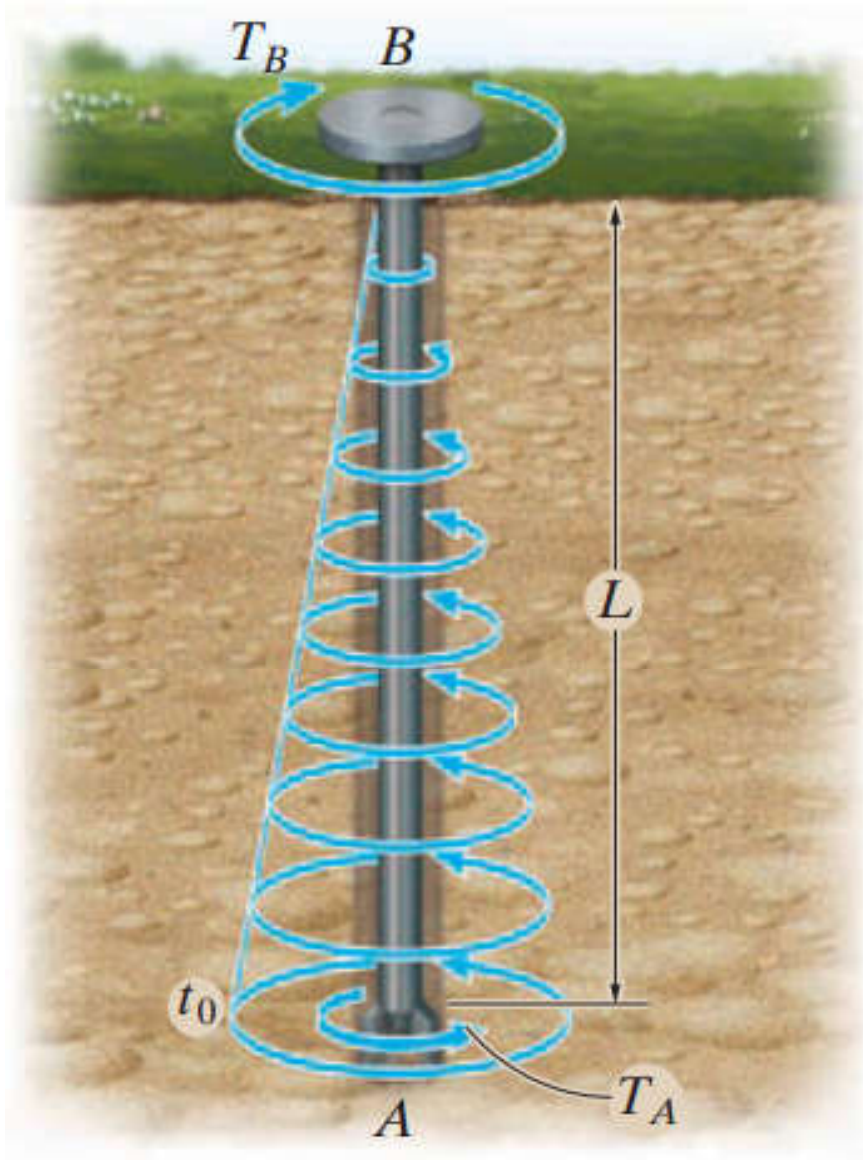


+ Nếu $\frac{M_z}{GJ_\rho} = \text{const}$ trên từng đoạn chiều dài L_i

$$\Rightarrow \varphi = \sum_{i=1}^n \frac{M_{z_i} L_i}{G_i J_{\rho_i}}$$



+ Nếu $GJ_\rho = \text{const}$ trên từng đoạn chiều dài L_i



$$\Rightarrow \varphi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{S_{M_z}}{GJ_\rho} \right)_i$$

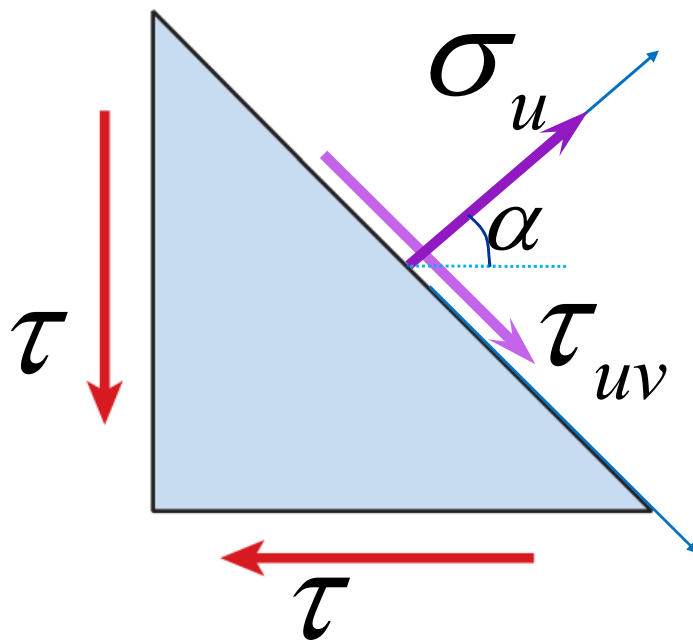
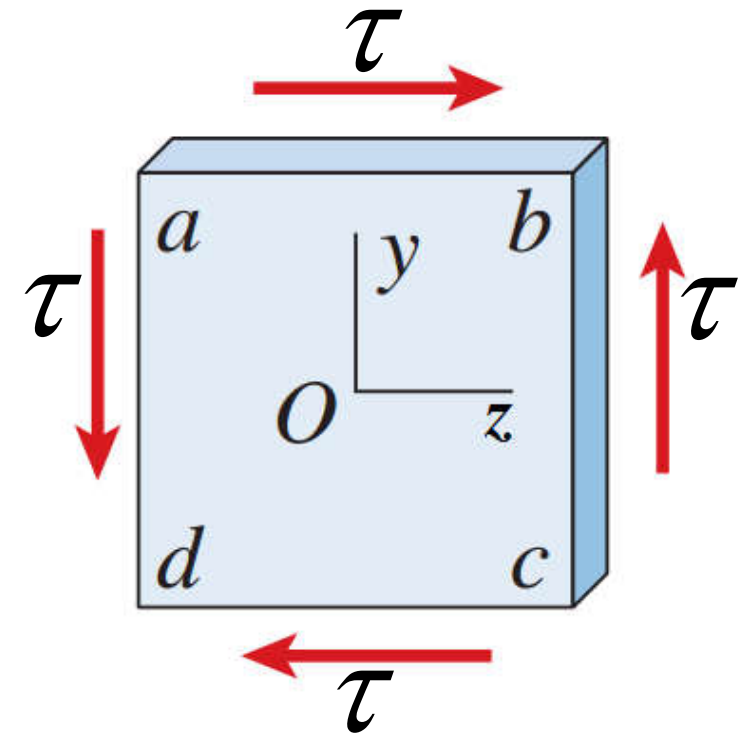
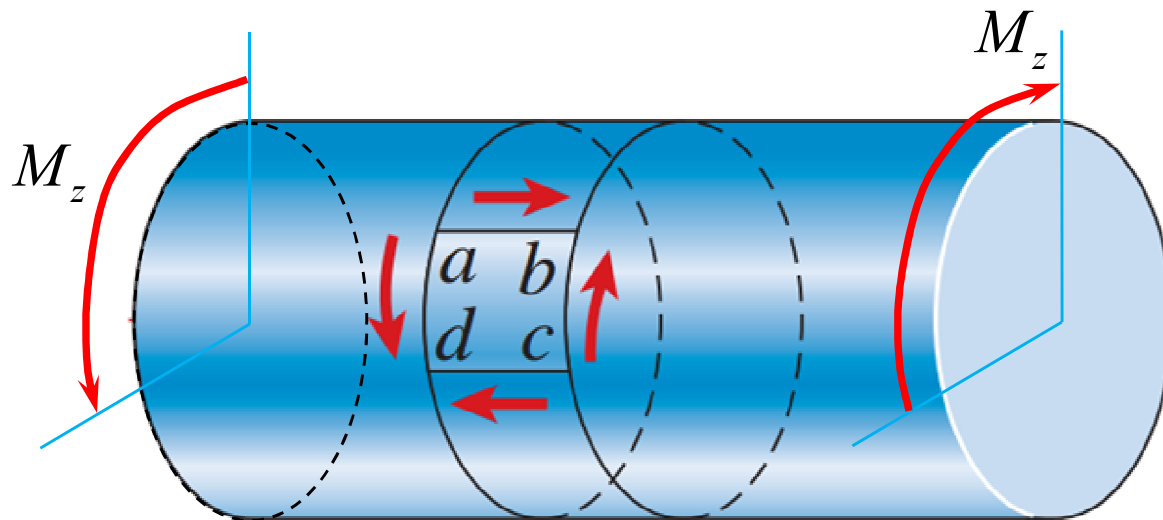
S_{M_z} : diện tích biểu đồ mômen xoắn M_z

G : Mô đun trượt, cắt của vật liệu

5

Ứng Suất Trượt Thuần Tủy

* Ứng suất trên mặt cắt nghiêng

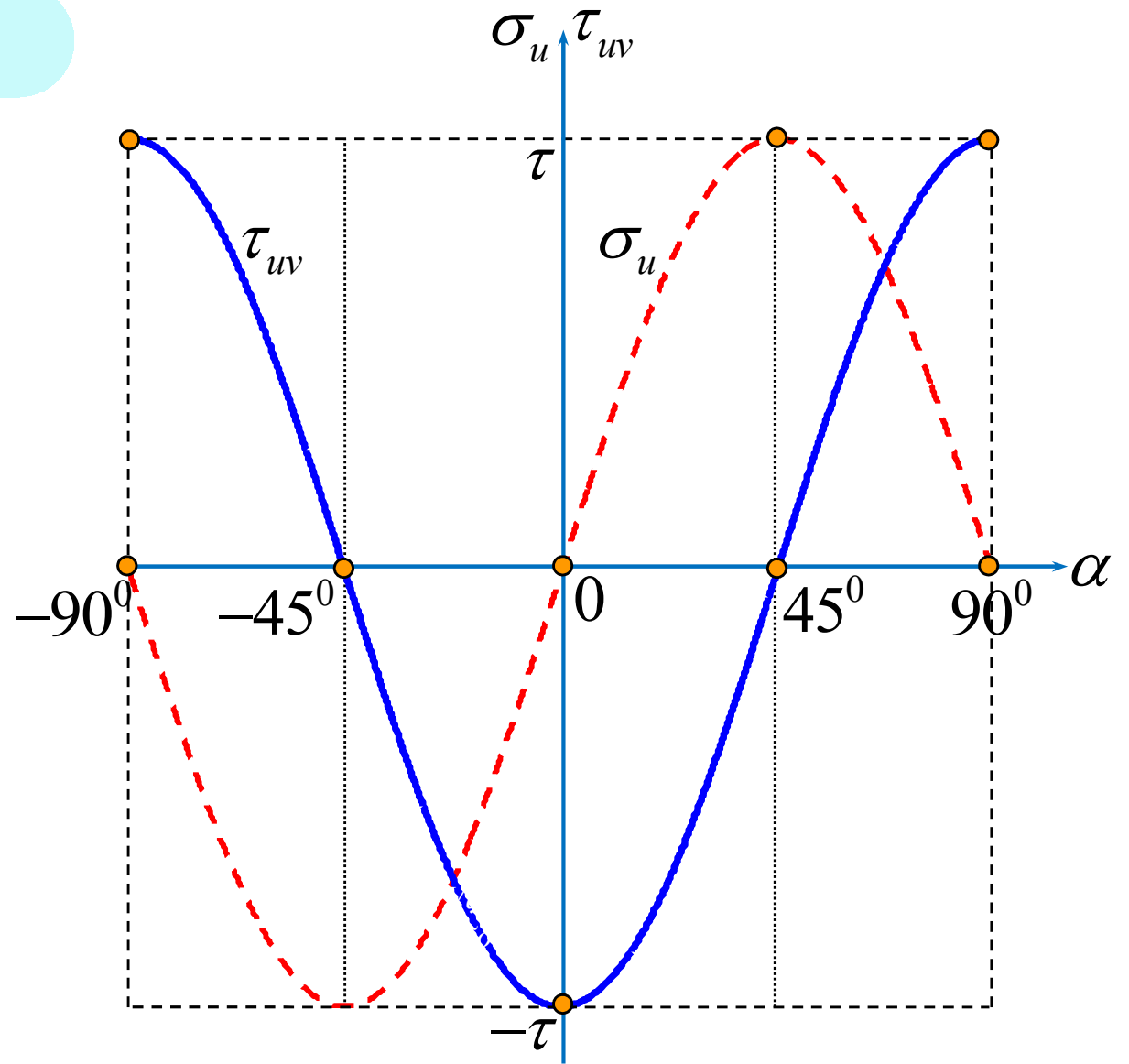
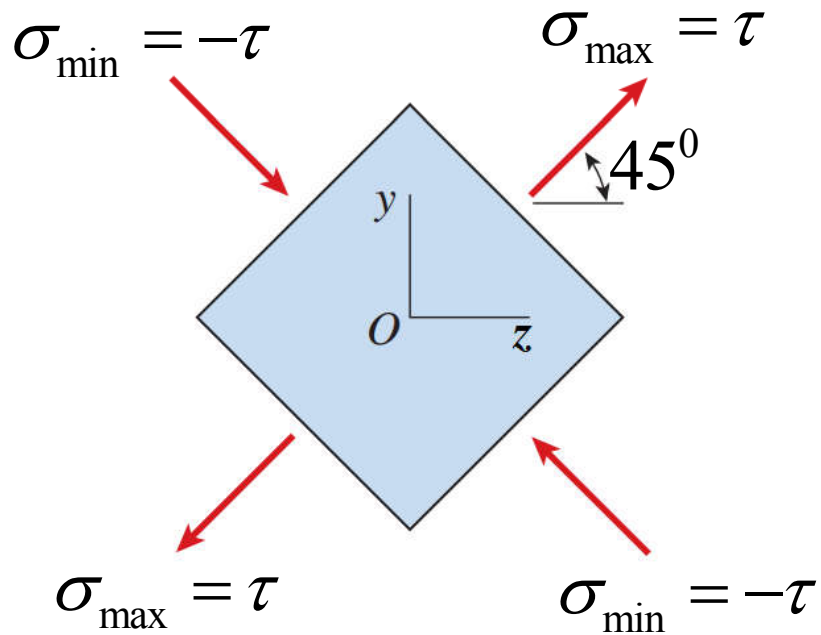
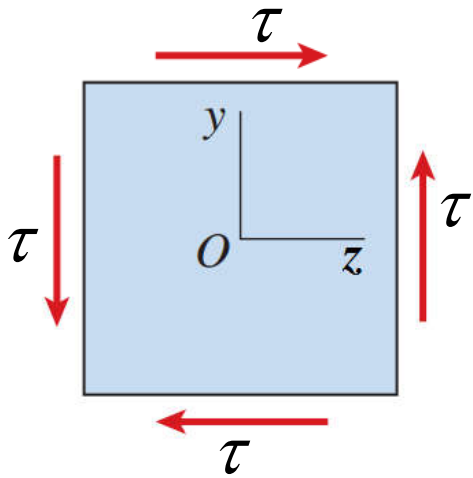


$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_u = \tau \sin 2\alpha \\ \tau_{uv} = -\tau \cos 2\alpha \end{cases}$$

5

Ứng Suất Trượt Thuần Tủy

$$\begin{cases} \sigma_u = \tau \sin 2\alpha \\ \tau_{uv} = -\tau \cos 2\alpha \end{cases}$$

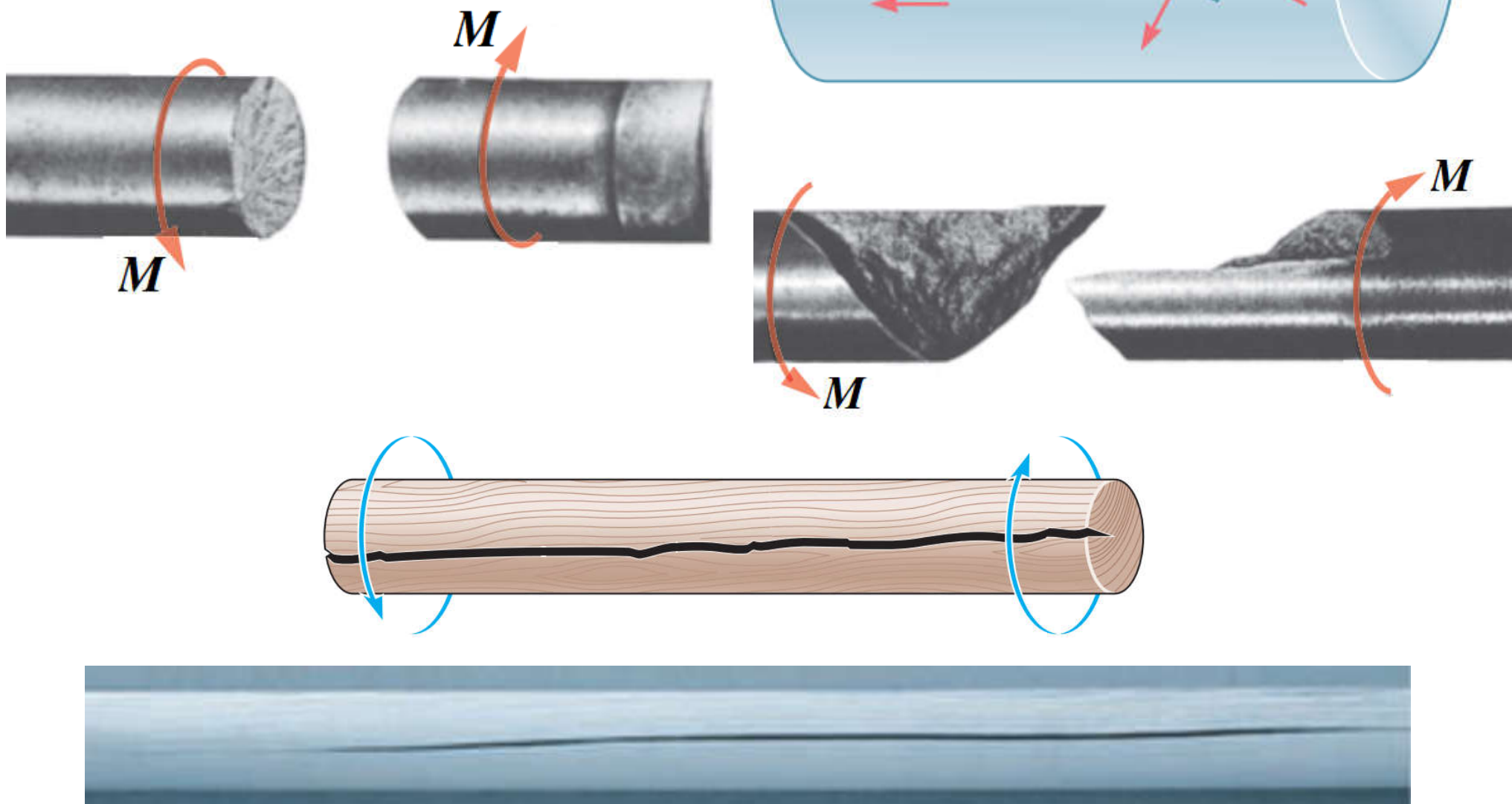


$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_{u_{\max}} = \tau, \text{ khi } \alpha = 45^\circ \\ \tau_{\max} = \tau, \text{ khi } \alpha = 0 \end{cases}$$

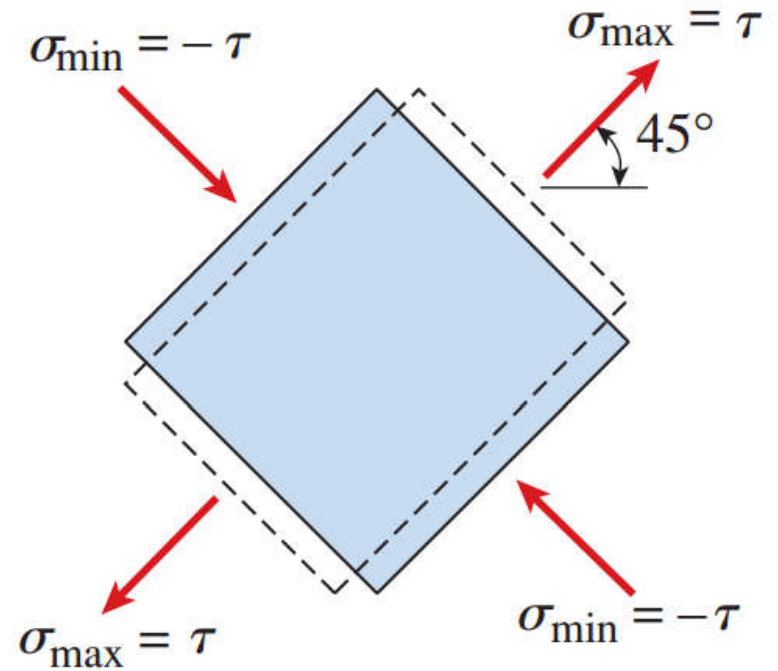
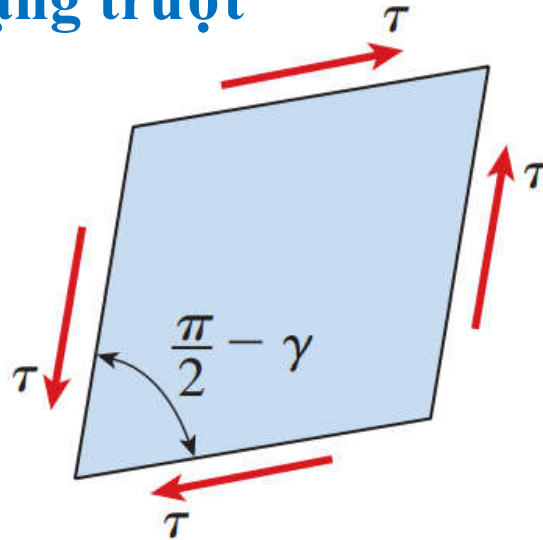
5

Ứng Suất Trượt Thuần Tủy

* Dạng phá hủy của vật liệu



* Phân tố bị biến dạng trượt



+ Theo định luật Hooke: $\gamma = \frac{\tau}{G}$

+ Biến dạng dài theo phương σ_{\max} : $\epsilon_{\max} = \frac{\tau}{E} + \nu \frac{\tau}{E} = (1 + \nu) \frac{\tau}{E}$

+ Theo quan hệ biến dạng ta lại có: $\epsilon_{\max} = \frac{\gamma}{2}$

\Rightarrow Quan hệ giữa môđun đàn hồi E và môđun trượt G :

$$\Rightarrow G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

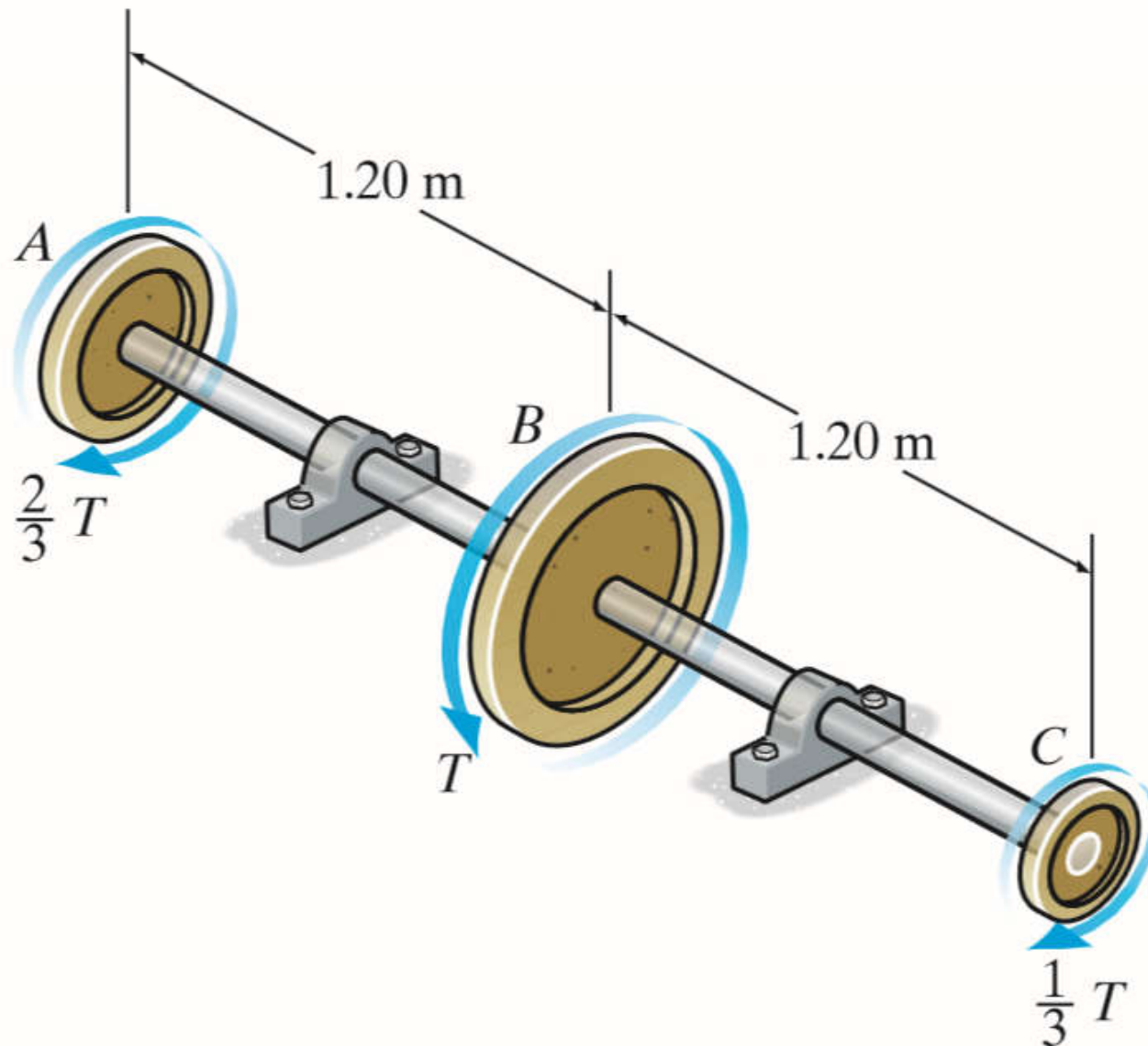
6.1 Điều kiện bền

$$\left| \tau \right|_{\max} = \left| \frac{M_z}{W_\rho} \right|_{\max} \leq [\tau] \quad [\tau] \approx \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

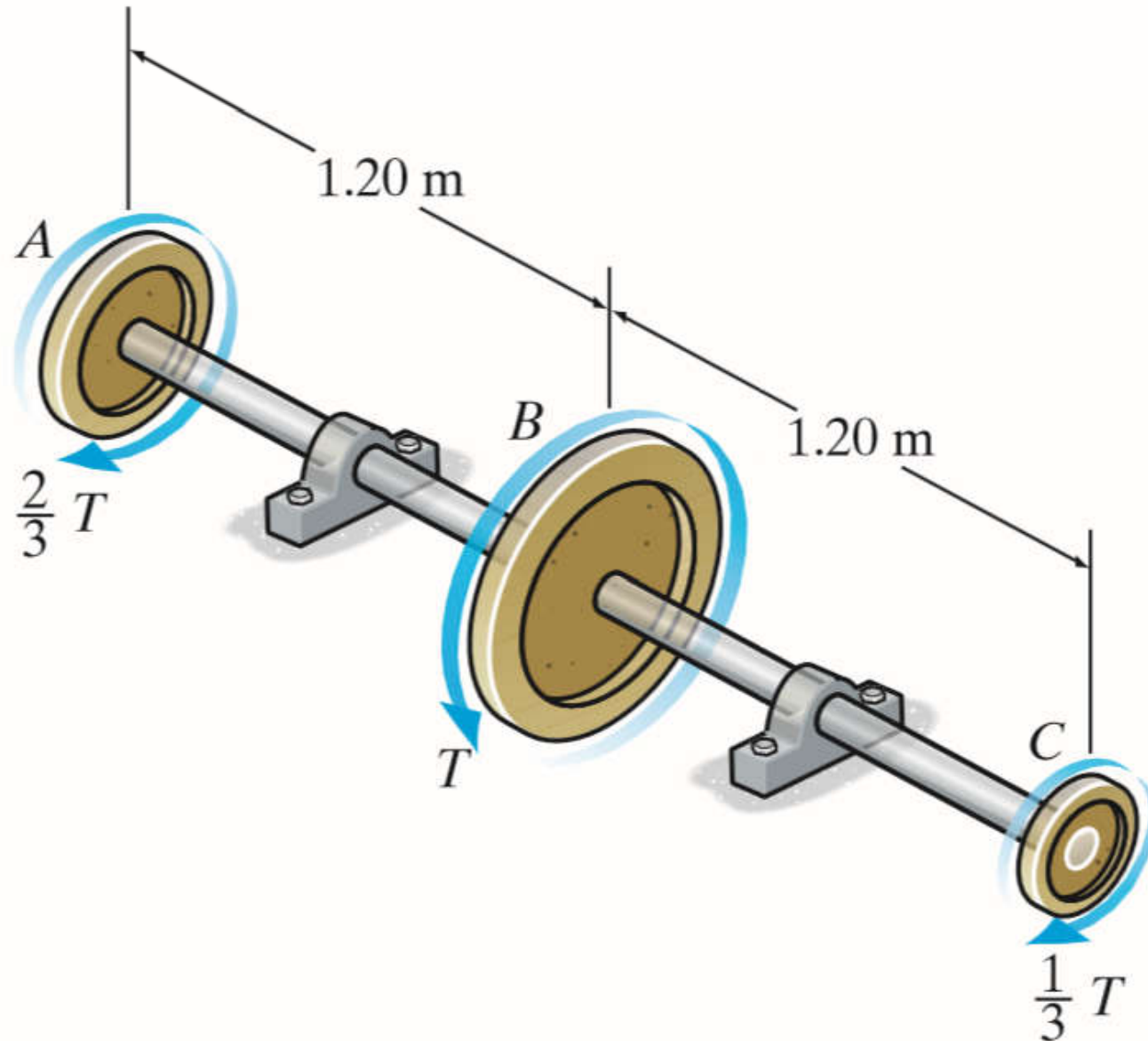
6.2 Điều kiện cứng

$$\left[\begin{array}{l} \varphi \leq [\varphi] \\ \left| \theta \right|_{\max} = \left| \frac{M_z}{GJ_\rho} \right|_{\max} \leq [\theta] \end{array} \right.$$

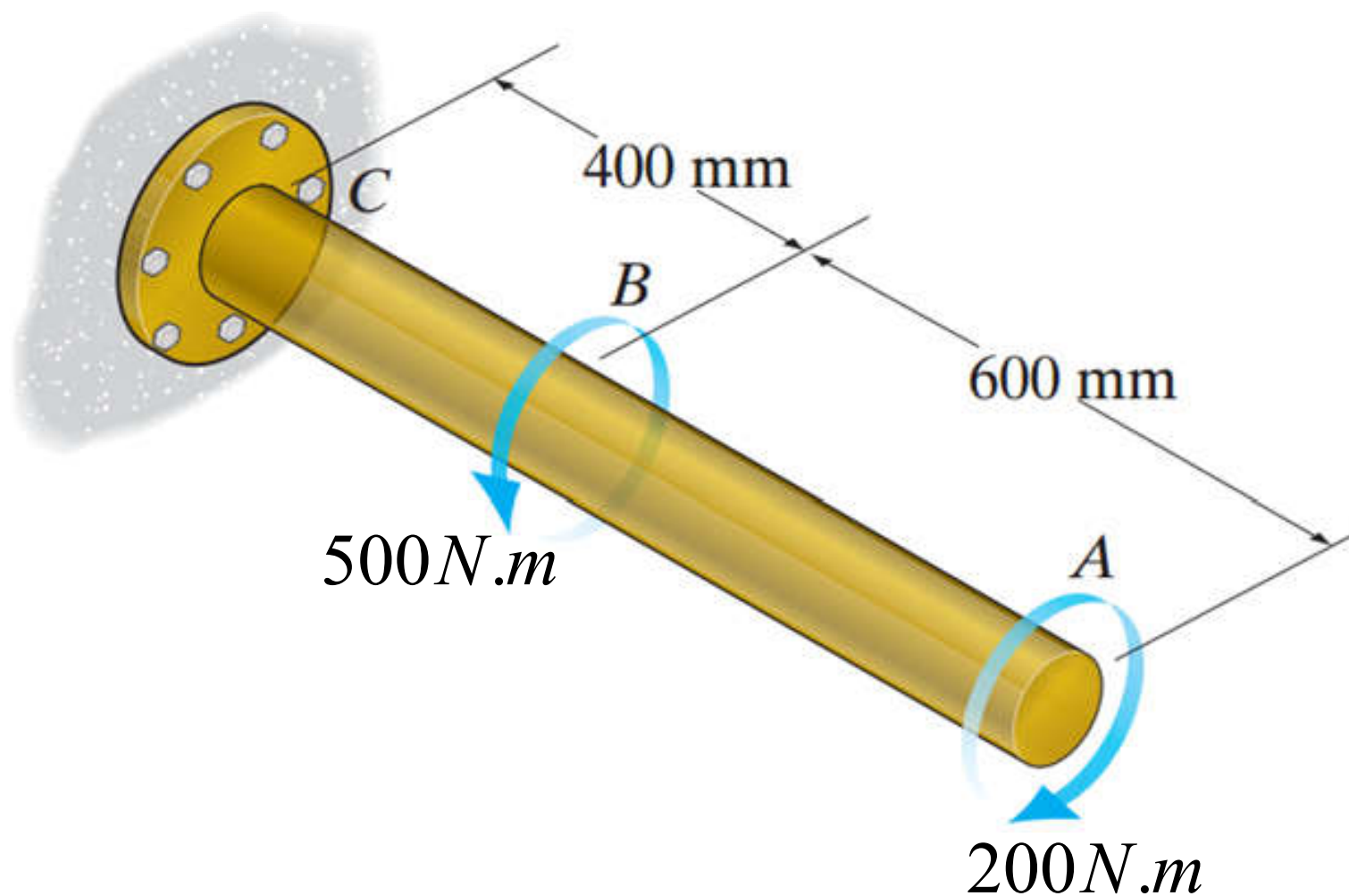
Ví dụ: Trục đặc đường kính 60 mm được đỡ trên các ổ lăn nhẵn. Trục làm bằng hợp kim nhôm 6061-T6 có ứng suất tiếp cho phép $[\tau]=85\text{MPa}$. a) Xác định T_{\max} mà trục có thể chịu được. b) tính góc xoắn tương đối của đĩa A so với đĩa B.



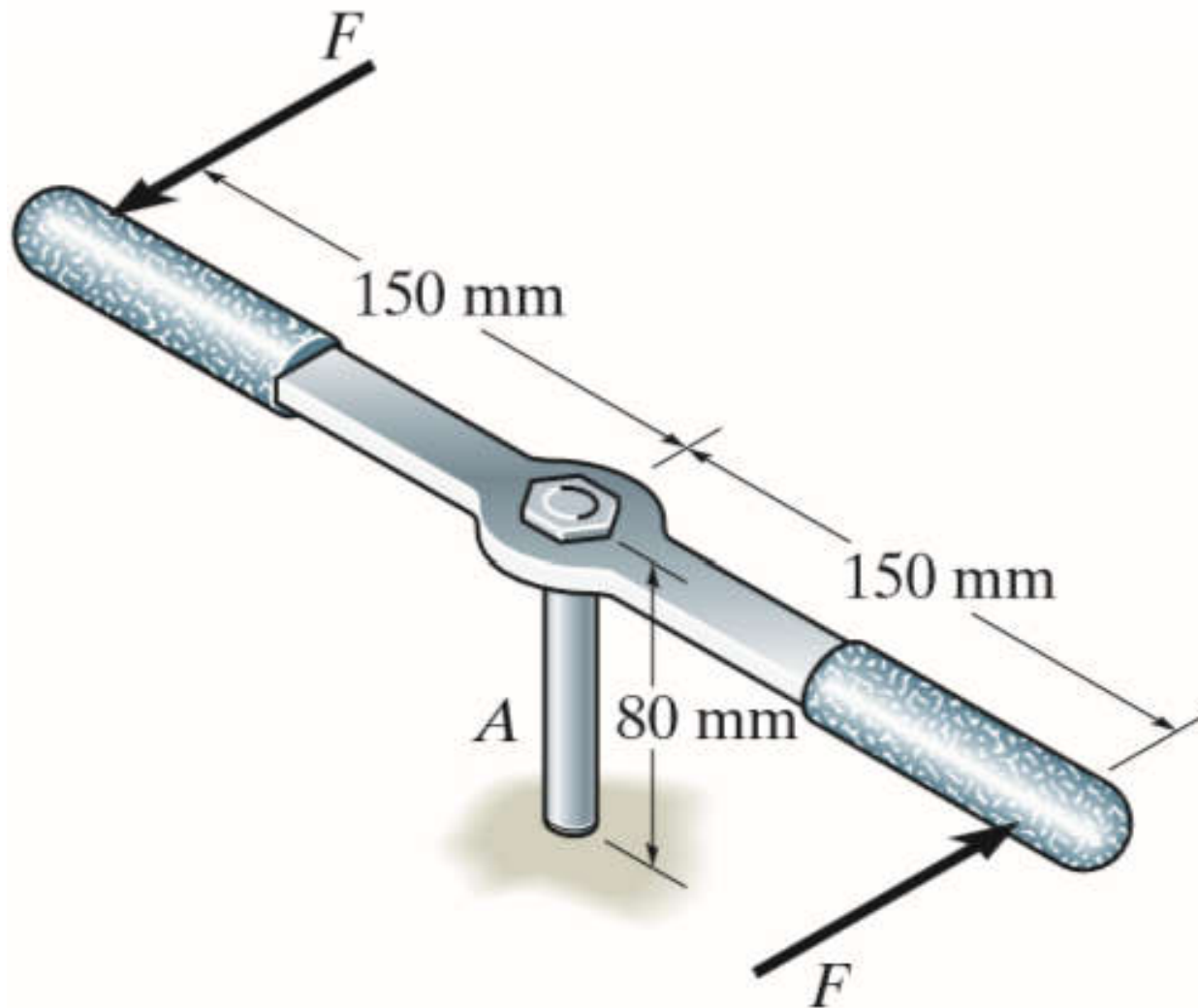
Ví dụ: Trục đặc đường kính 60 mm được đỡ trên các ổ lăn nhẵn. Trục làm bằng hợp kim nhôm 6061-T6 có ứng suất tiếp cho phép $[\tau]=85\text{MPa}$. Xác định T_{\max} để trục đảm bảo bền và góc xoắn tương đối giữa đĩa A và đĩa C không vượt quá 0,05 rad.



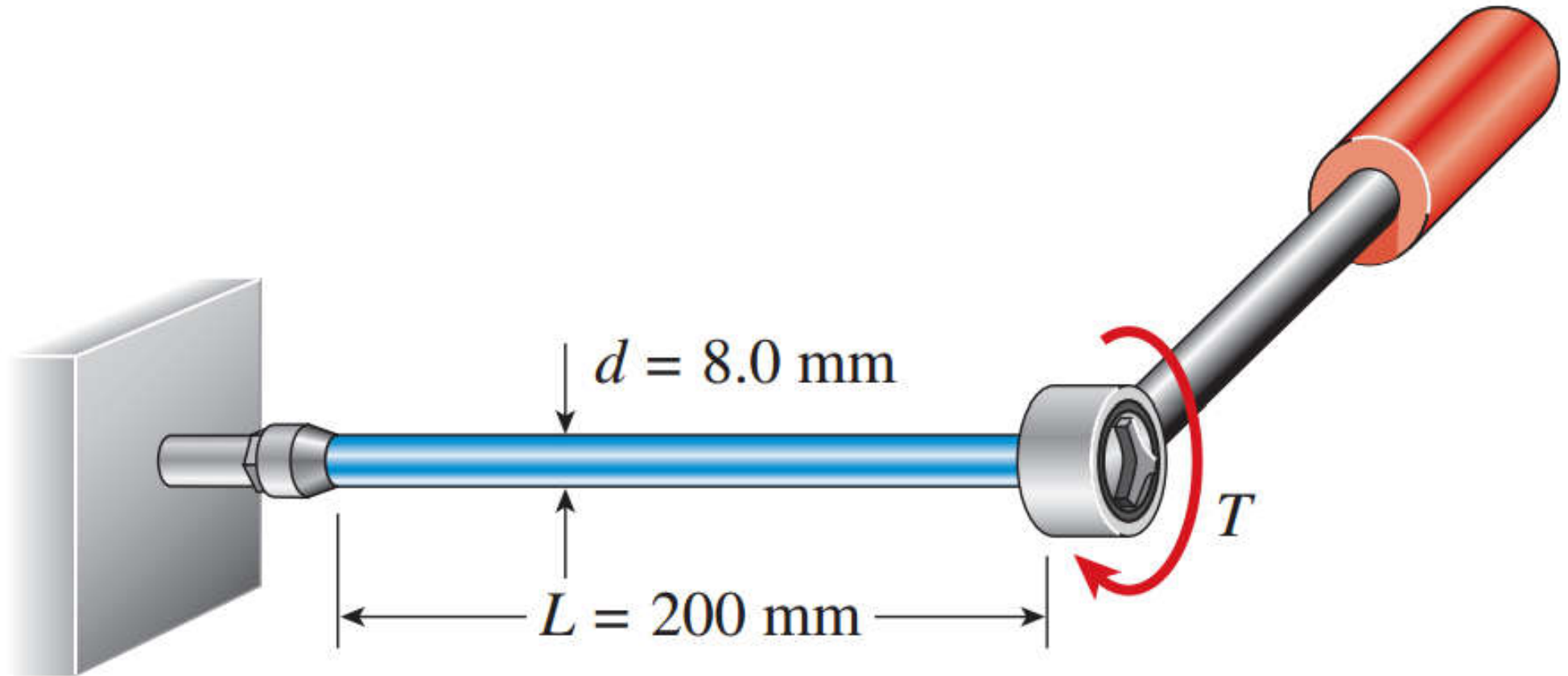
Ví dụ: Trục đặc có đường kính d chịu các ngẫu lực như hình vẽ.
Trục làm bằng vật liệu có $[\tau]=85\text{MPa}$; $G=75\text{GPa}$.
-Xác định đường kính tối thiểu của trục (d_{\min}) theo điều kiện bền.
-Tính góc xoắn tại A so với C.



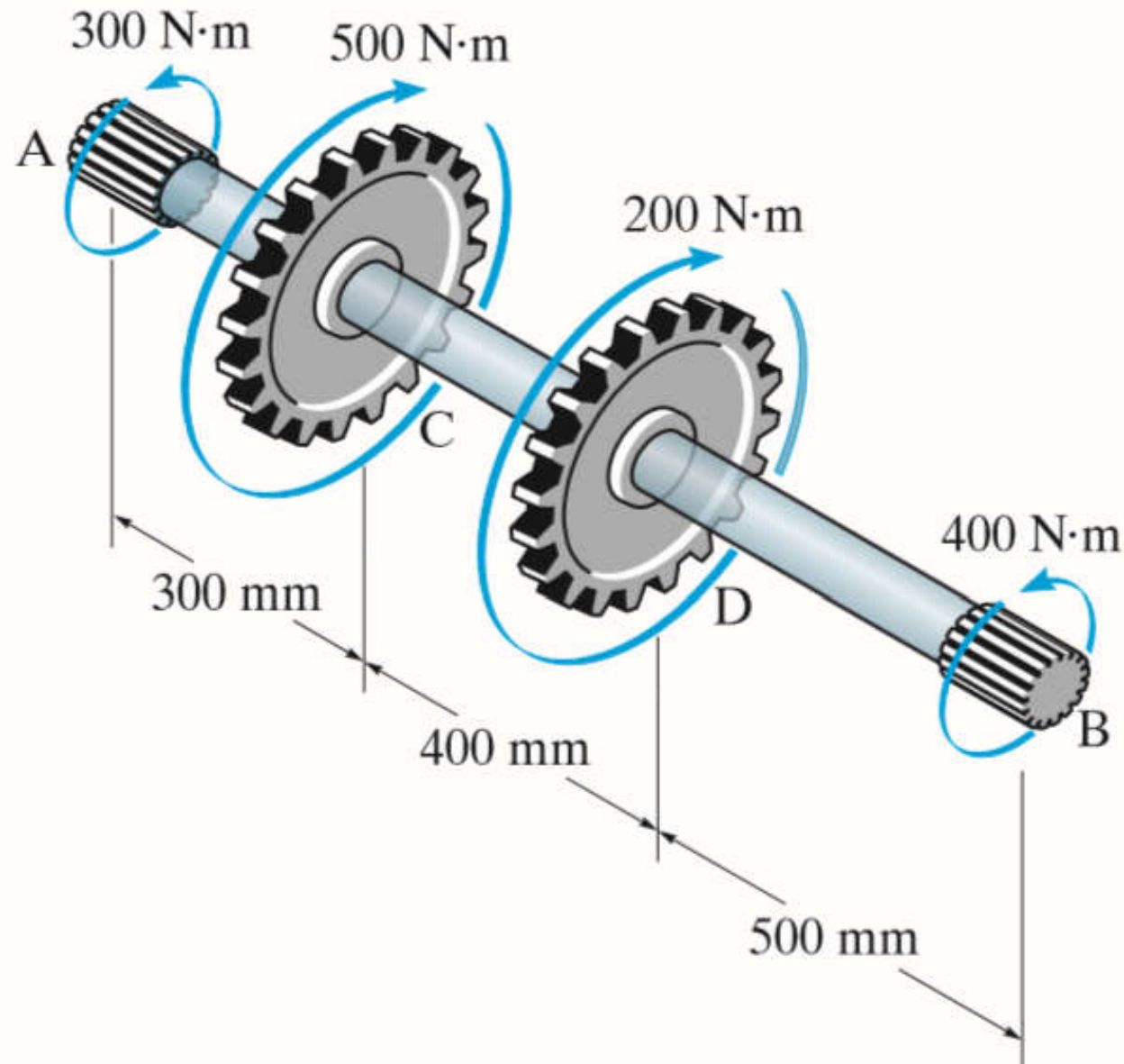
Ví dụ: Trục đặc chịu xoắn bởi các lực theo phương ngang $F=12\text{kN}$ tác dụng vào tay đòn tuyệt đối cứng như hình vẽ. a) Trục làm bằng vật liệu có ứng suất tiếp cho phép 32 MPa , xác định đường kính tối thiểu của trục. b) tính góc xoắn của trục. Cho $G=28\text{ GPa}$.



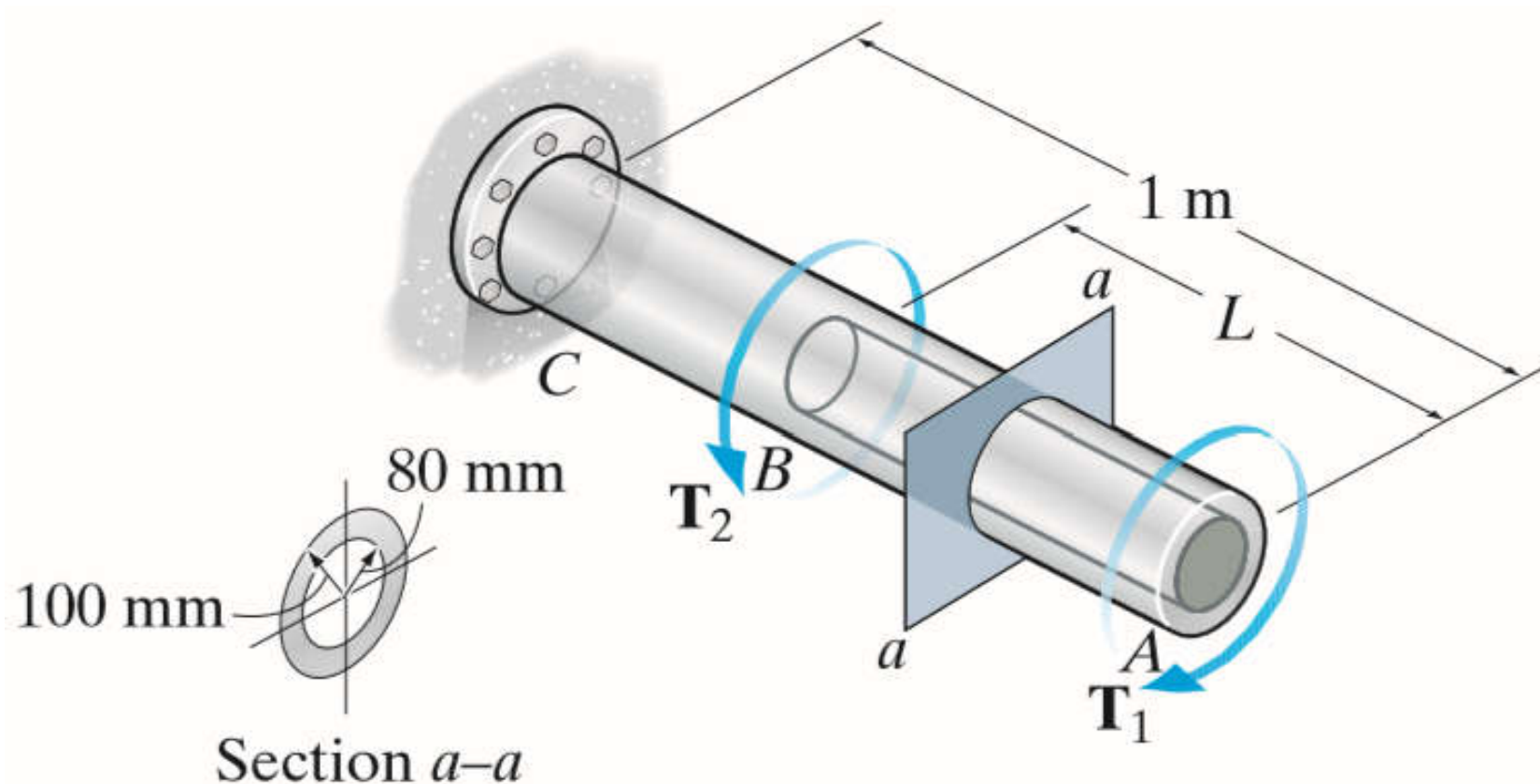
Ví dụ: Trục của chìa vặn đai ốc có đường kính 8 mm và có chiều dài 200 mm. Trục được làm bằng vật liệu có $[\tau]=85\text{MPa}$ và $G=78\text{GPa}$. Xác định giới hạn của ngẫu lực (T_{max}) và tính góc xoắn của trục.



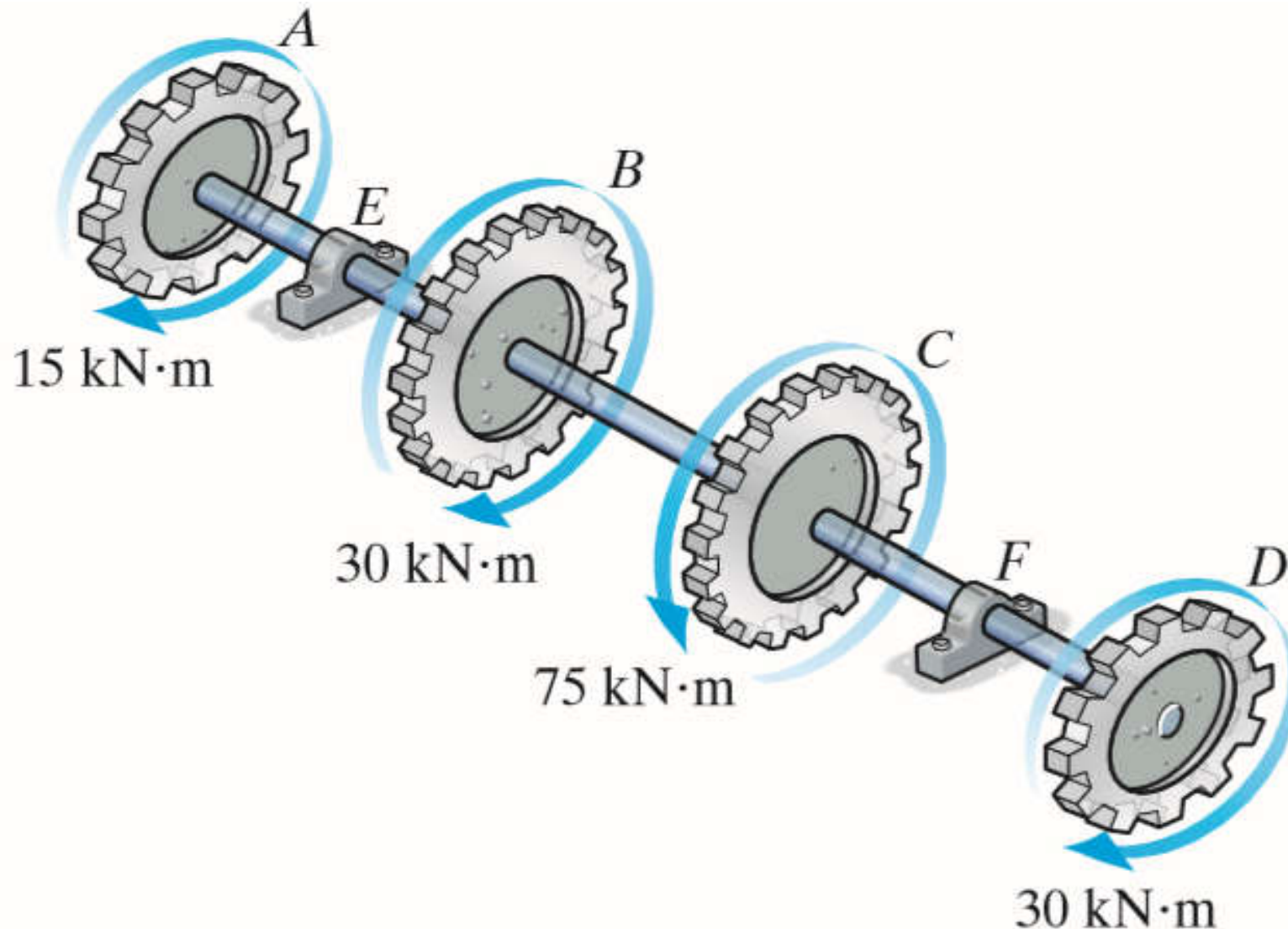
Ví dụ: Trục đặc được dùng để truyền các ngẫu lực tác dụng vào các bánh răng như hình vẽ. Trục làm bằng vật liệu có: $G=75\text{GPa}$; $[\tau]=60\text{MPa}$. A) Xác định đường kính tối thiểu của trục theo điều kiện bền. B) Tính góc xoắn tương đối tại A so với B.



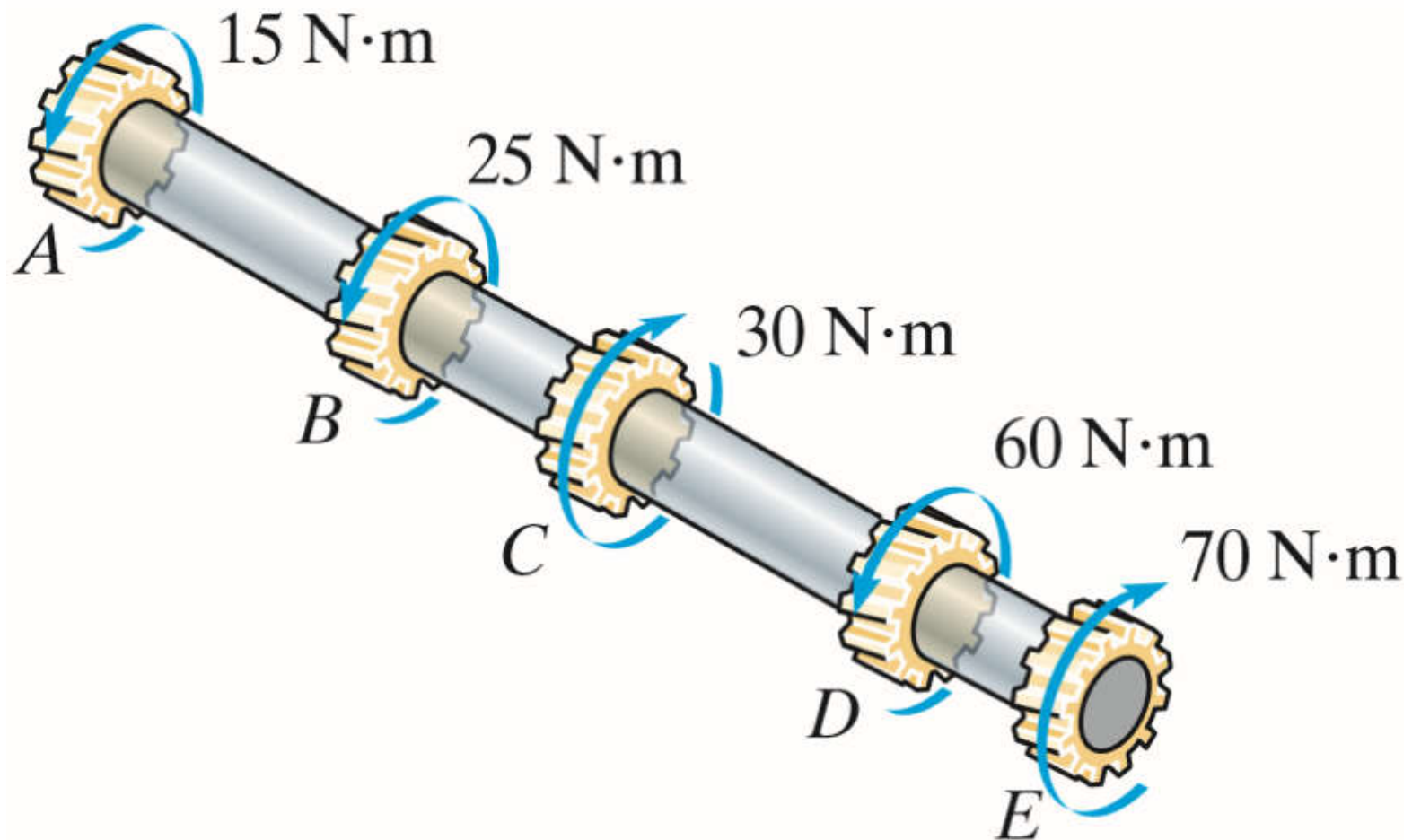
Ví dụ: Trục làm bằng hợp kim đồng C8380 có $[\tau]=20\text{MPa}$. Xác định giới hạn lớn nhất của các ngẫu lực T_1 và T_2 theo điều kiện bền và tính góc xoắn tại A so với C.



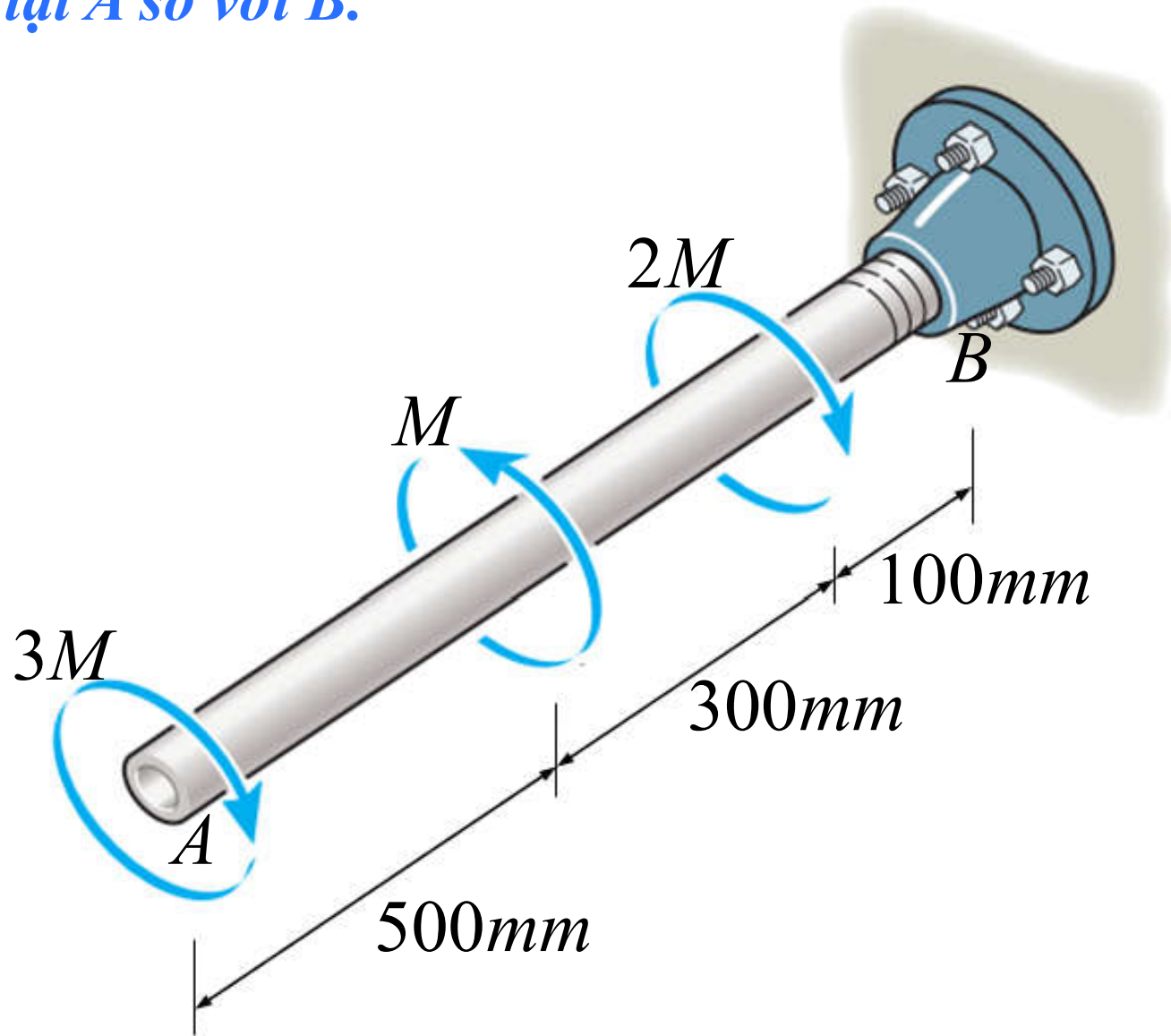
Ví dụ: Trục rỗng đường kính ngoài 150 mm được làm bằng vật liệu có: $[\tau]=85\text{MPa}$. Xác định bề dày thành tối thiểu của trục theo điều kiện bền.



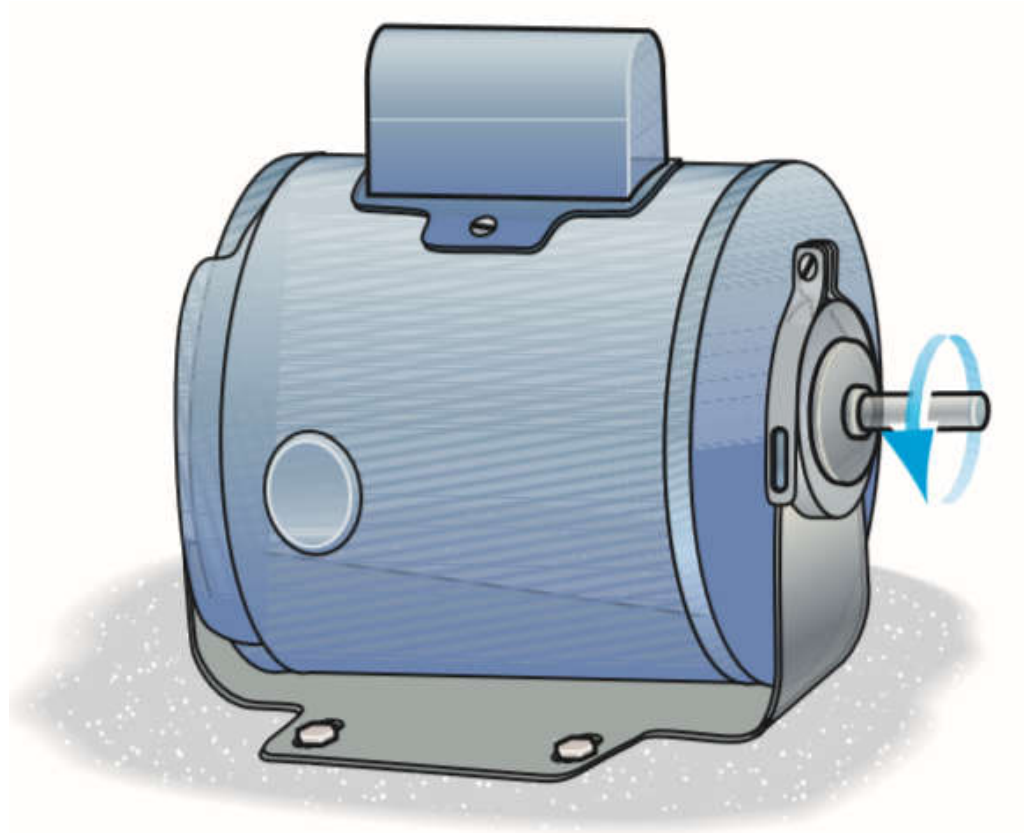
Ví dụ: Trục đặc đường kính d được làm bằng vật liệu có: $[\tau]=35\text{MPa}$. Xác định đường kính tối thiểu của trục theo điều kiện bền.



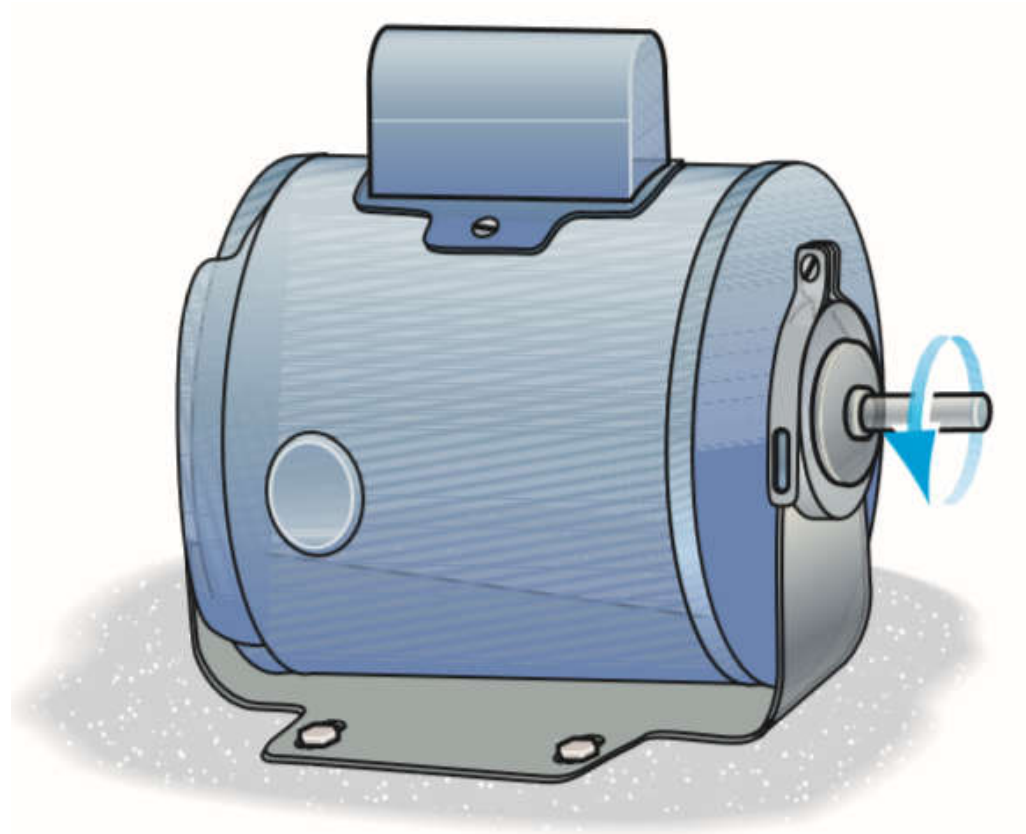
Ví dụ: Trục rỗng đường kính ngoài 80mm, bề dày thành 3mm chịu lực như hình vẽ. Trục làm bằng vật liệu có: $G=75\text{GPa}$; $[\tau]=60\text{MPa}$.
a) Xác định tải trọng cho phép M_{\max} theo điều kiện bền. B) Tính góc xoắn tại A so với B.



Ví dụ: Trục của động cơ điện có đường kính 25 mm được làm bằng vật liệu có: $[\tau]=75\text{MPa}$. Biết rằng động cơ có công suất 5 kW, xác định tốc độ cho phép tối thiểu của trục theo đơn vị vòng/phút.

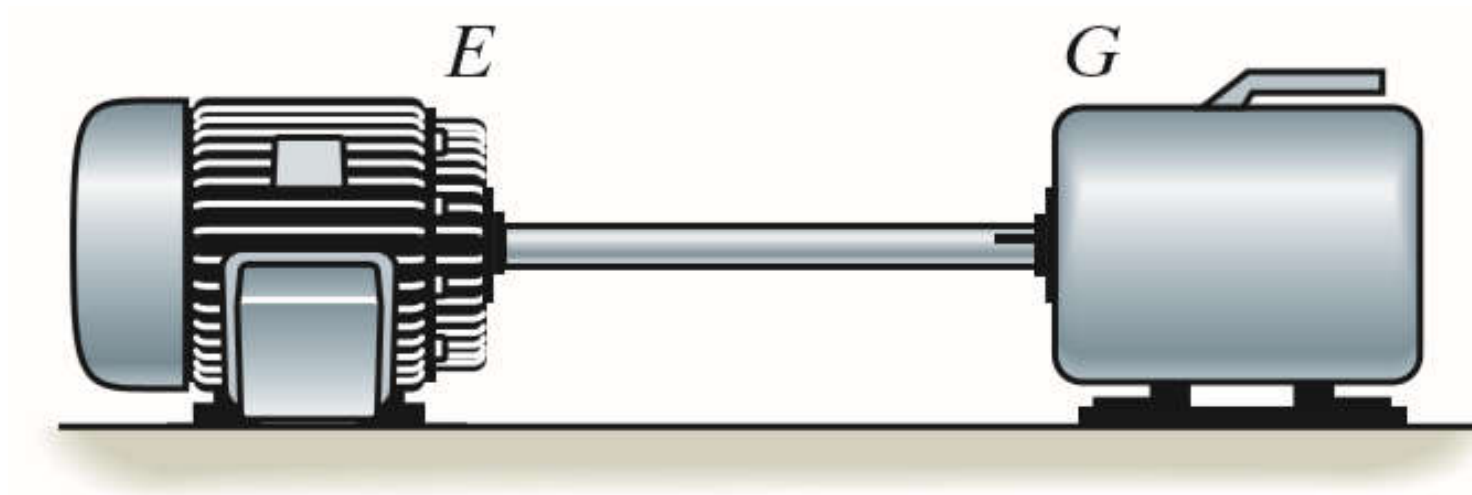


Ví dụ: Trục của động cơ có đường kính ngoài 20 mm, bề dày thành 2,5 mm và được làm bằng vật liệu có: $[\tau]=75\text{MPa}$. Xác định công suất cho phép lớn nhất của động cơ nếu động cơ có tốc độ 1500 v/p.



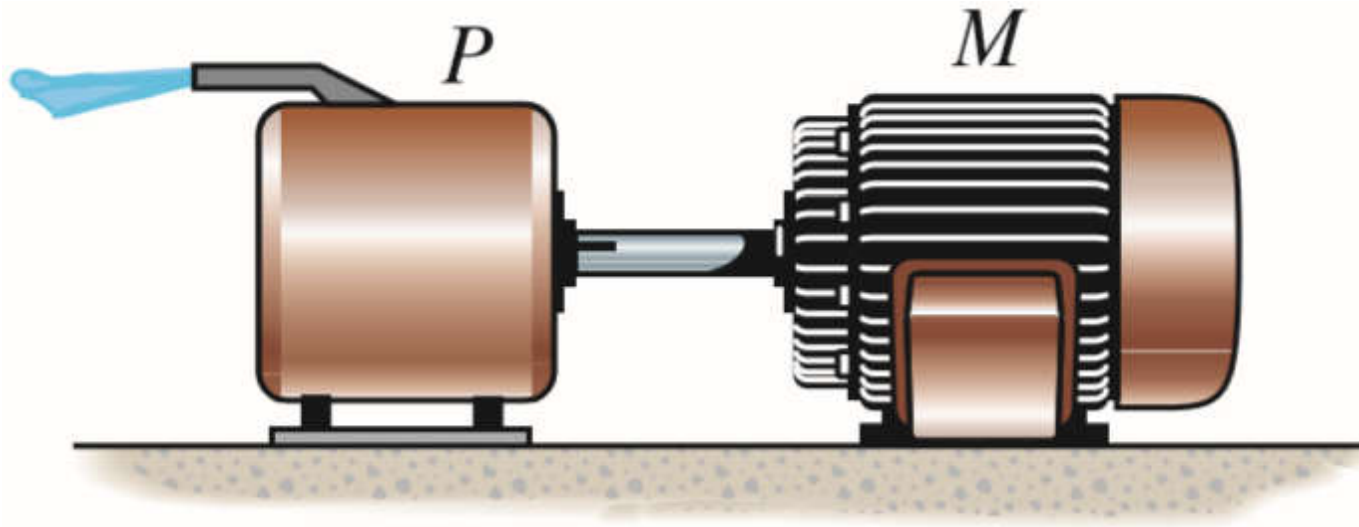
Ví dụ: Trục thép A36 có chiều dài 2 m, có đường kính ngoài 40 mm và được làm bằng vật liệu có: $[\tau]=75\text{MPa}$. Trục được dùng để truyền một công suất 32 kW từ động cơ E đến máy phát G với tốc độ 300 v/p.

- Xác định đường kính trong của trục theo điều kiện bền.
- Tính góc xoắn của trục.



Ví dụ: Trục thép A36 có chiều dài 2 m, có đường kính ngoài 40 mm và được làm bằng vật liệu có: $[\tau]=75\text{MPa}$. Trục được dùng để truyền một công suất 32 kW từ động cơ M đến bơm P với tốc độ 450 v/p.

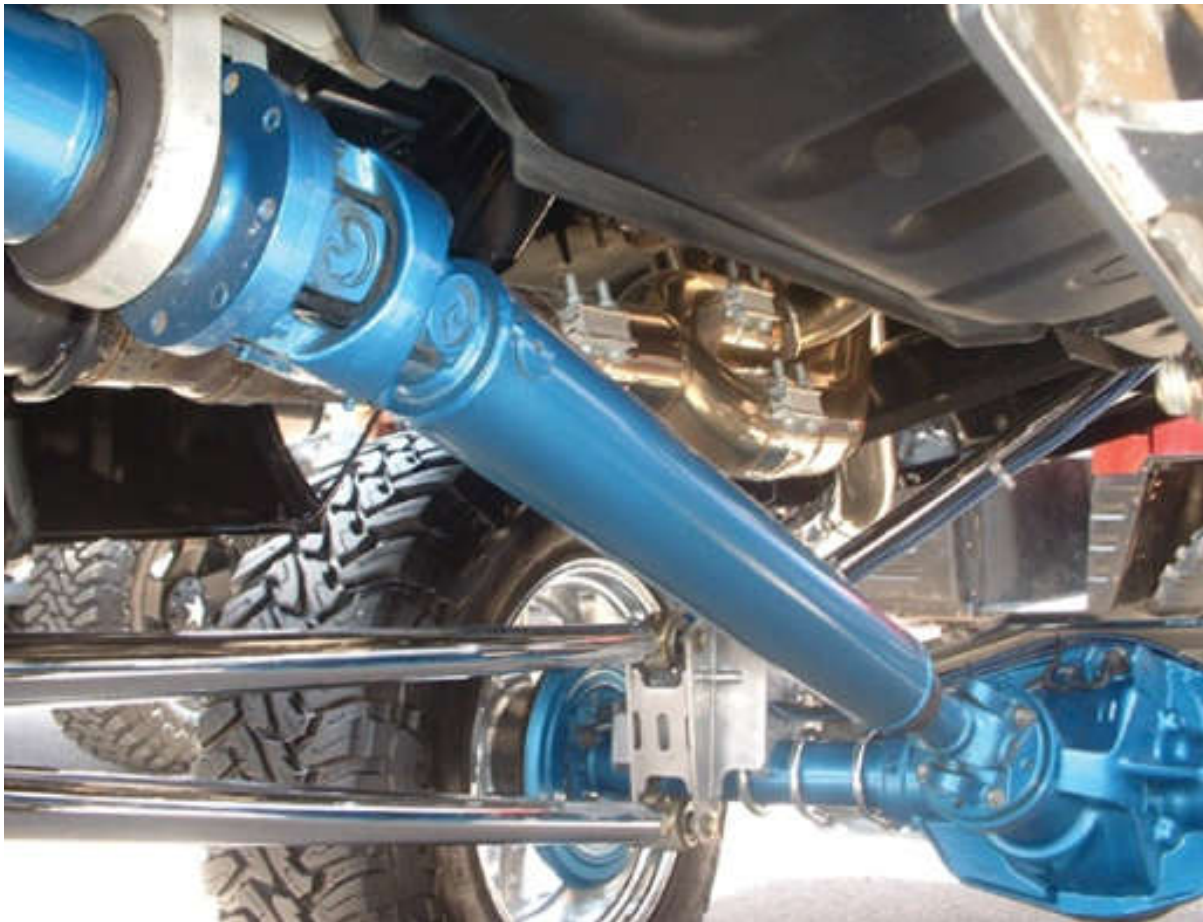
- Xác định bề dày thành của trục theo điều kiện bền.
- Tính góc xoắn của trục.



Example: *The hydrofoil boat has an A992 steel propeller shaft that is 100 ft long. It is connected to an in-line diesel engine that delivers a maximum power of 2500 hp and causes the shaft to rotate at 1700 rpm. If the outer diameter of the shaft is 8 in. and the wall thickness is 3/8 in., determine the maximum shear stress developed in the shaft. Also, what is the “wind up,” or angle of twist in the shaft at full power?*

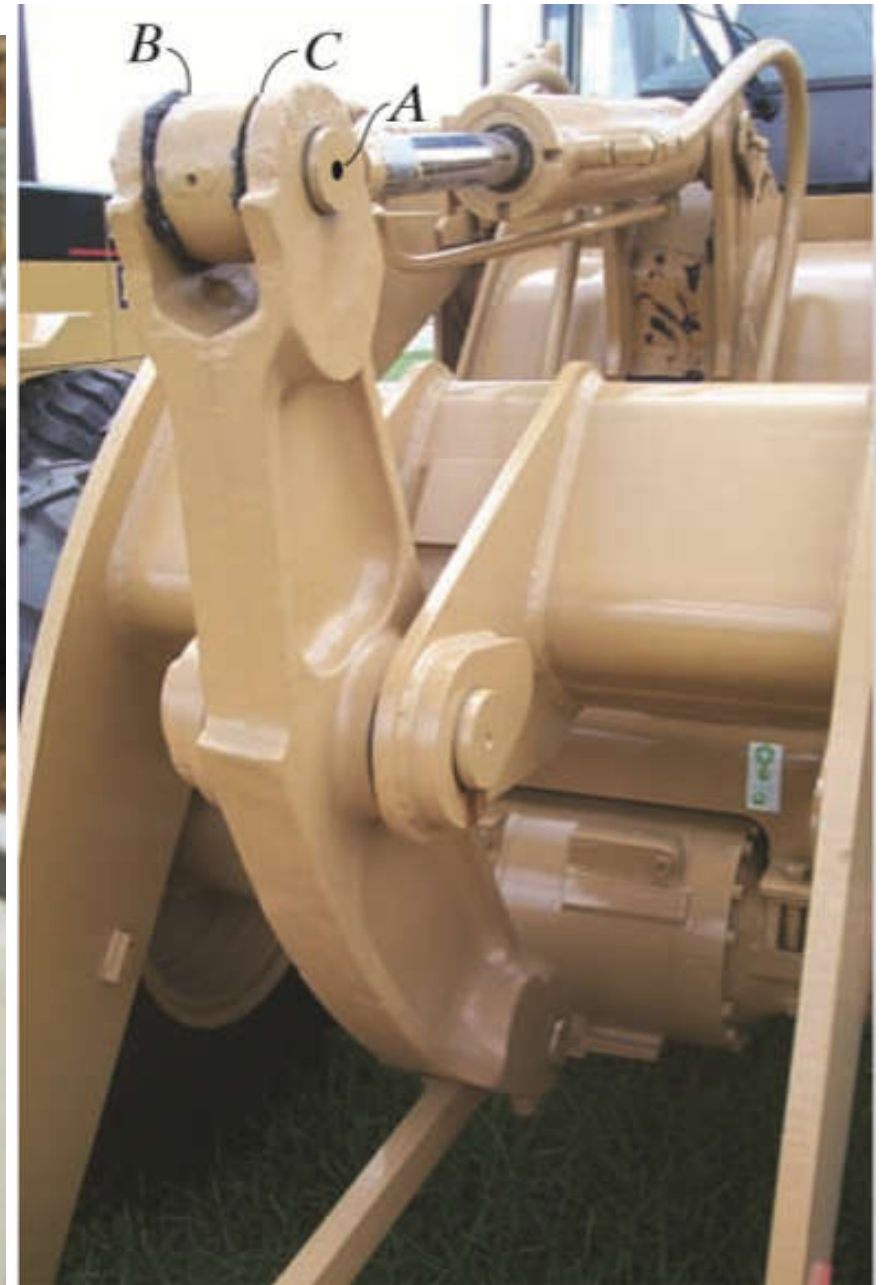


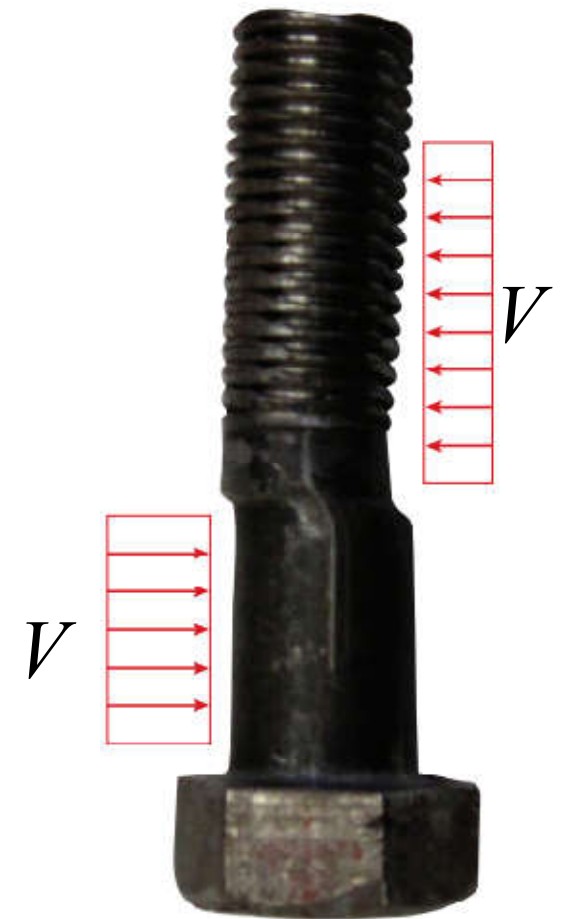
Example: *The drive shaft AB of an automobile is made of a steel having an allowable shear stress of $\tau_{allow} = 8$ ksi. If the outer diameter of the shaft is 2.5 in. and the engine delivers 200 hp to the shaft when it is turning at 1140 rev/min, determine the minimum required thickness of the shaft's wall.*



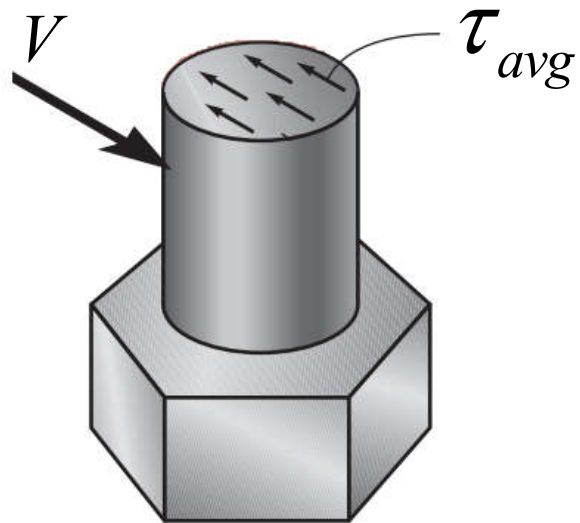
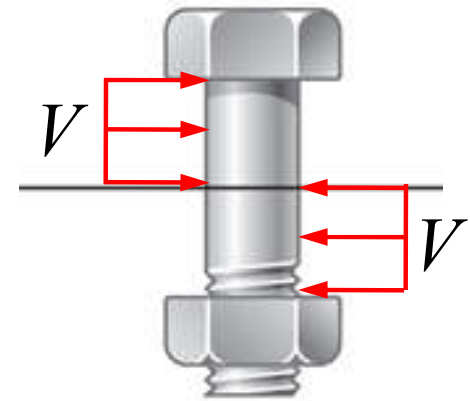
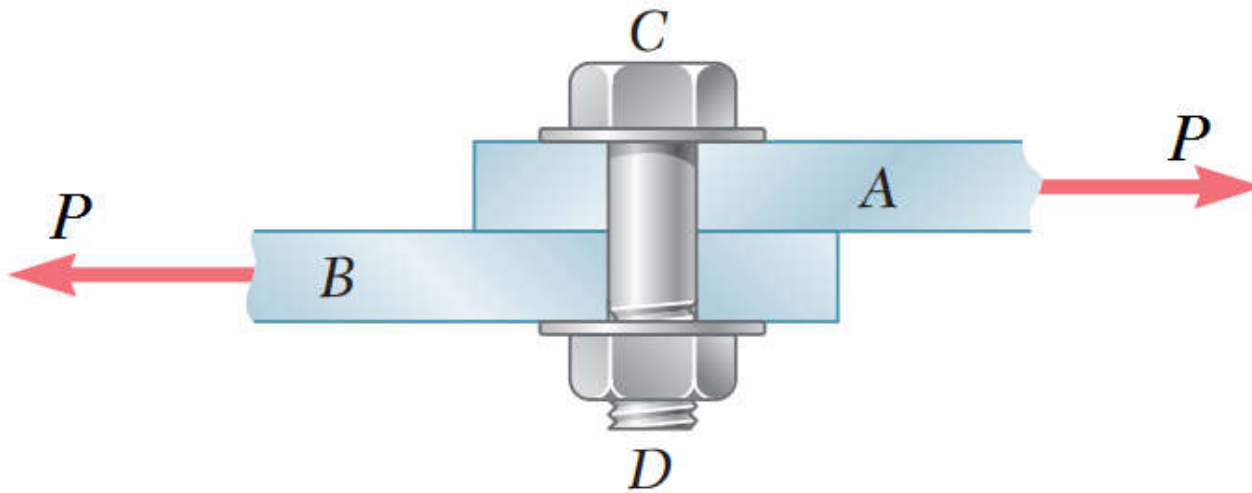
Example: *The drive shaft AB of an automobile is to be designed as a thin-walled tube. The engine delivers 150 hp when the shaft is turning at 1000 rev/min. Determine the minimum thickness of the shaft's wall if the shaft's outer diameter is 2.5 in. The material has an allowable shear stress of $\tau_{allow} = 7 \text{ ksi}$.*







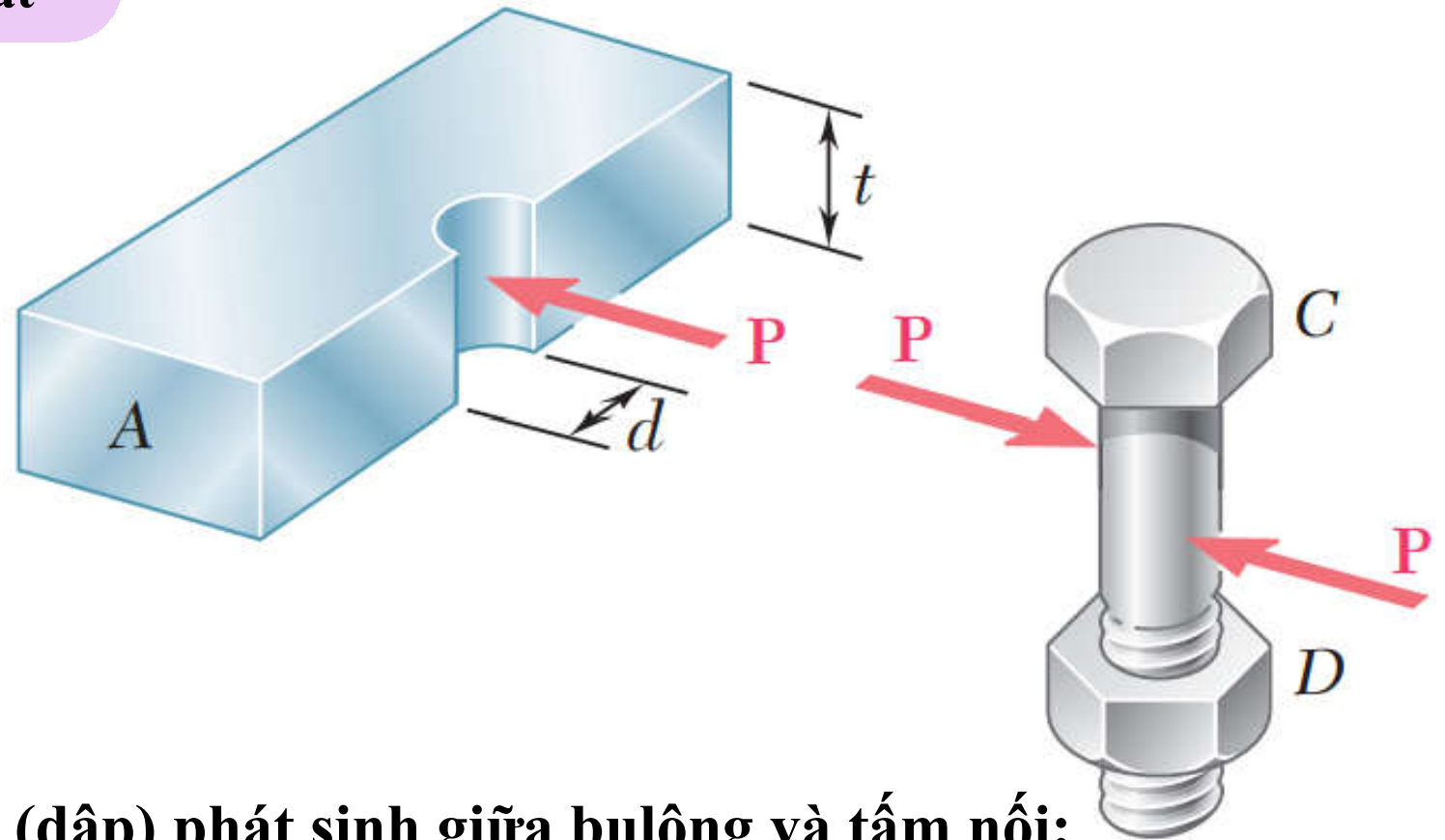
* Bu lông chịu cắt và chịu ép mặt



* Ứng suất cắt trung bình phát sinh trên mặt cắt của bulông

$$\tau = \frac{V}{F_s} \quad \left\{ \begin{array}{l} V \text{ Lực cắt} \\ F_s \text{ Diện tích bị cắt} \end{array} \right.$$

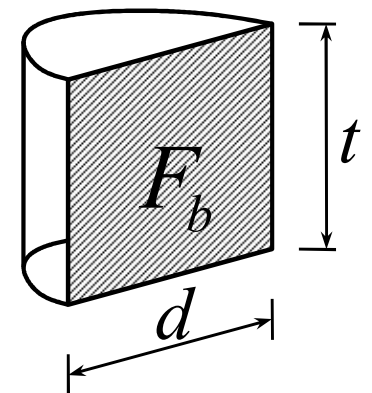
$$\left(V = P; F_s = \frac{\pi d^2}{4} \right)$$

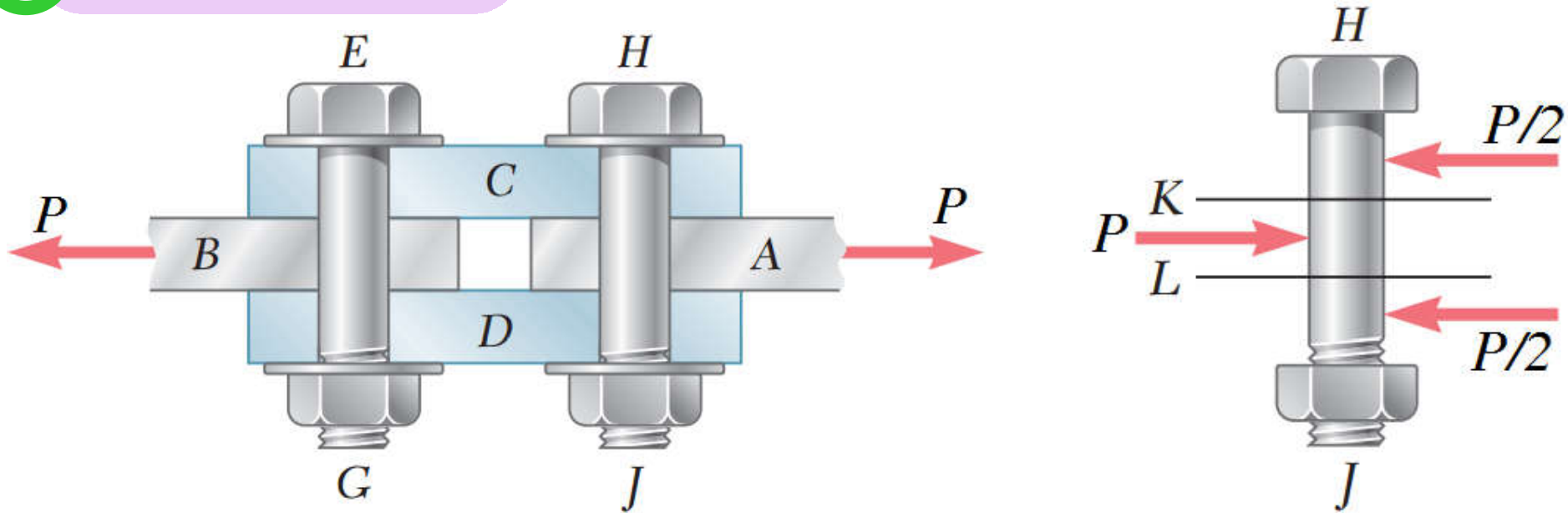


* Ứng suất ép mặt (dập) phát sinh giữa bulông và tấm nối:

$$\sigma_b = \frac{P_b}{F_b} \quad \left\{ \begin{array}{l} P_b \text{ Lực ép mặt} \\ F_b \text{ Diện tích bị ép mặt} \end{array} \right.$$

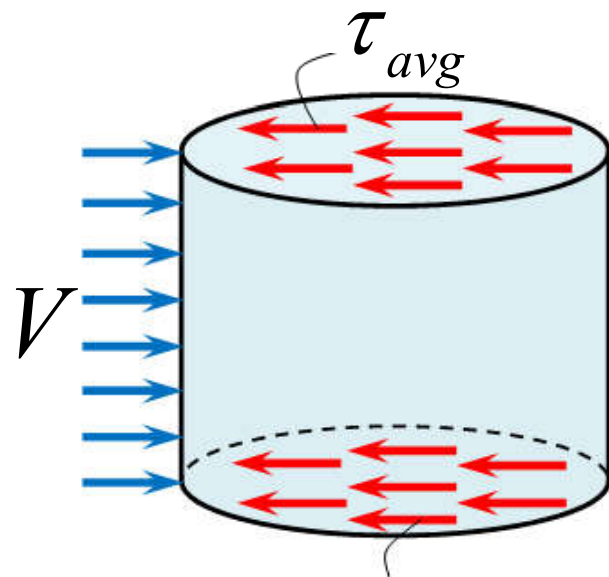
$$(P_b = P; F_b = d.t)$$





* Ứng suất cắt phát sinh trên mặt cắt của bulông:

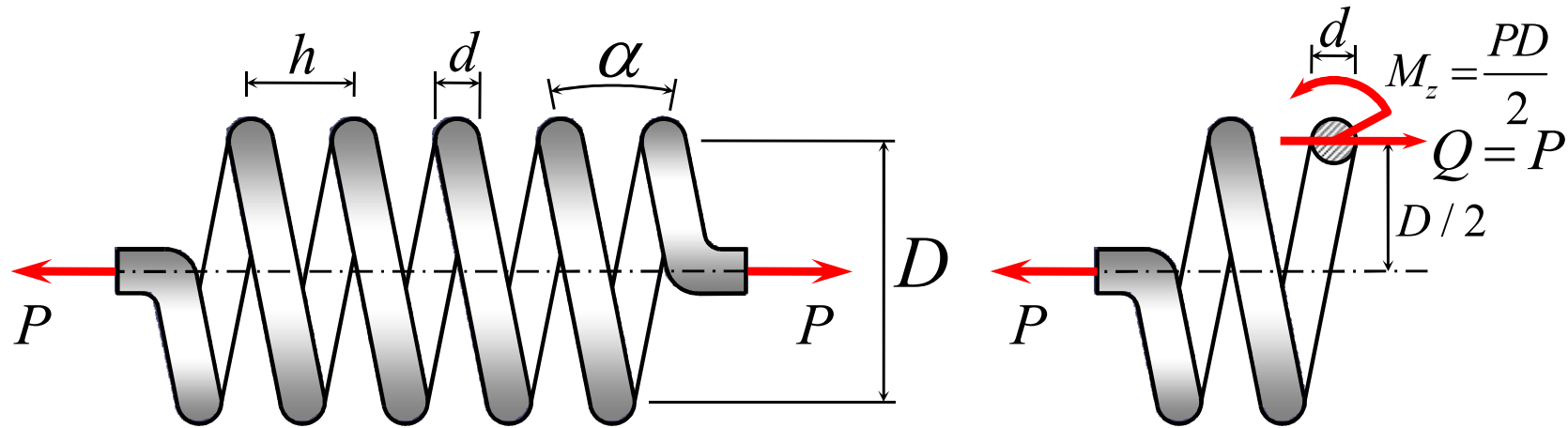
$$\tau = \frac{V}{F_s} \quad \left(V = P; F_s = 2 \frac{\pi d^2}{4} \right)$$



* Ứng suất ép mặt (dập) phát sinh giữa bulông và tấm nối:

$$\sigma_b = \frac{P_b}{F_b} \quad (P_b = P; F_s = t.d)$$

8.5 Ứng suất trên mặt cắt ngang của lò xo hình trụ bước ngắn

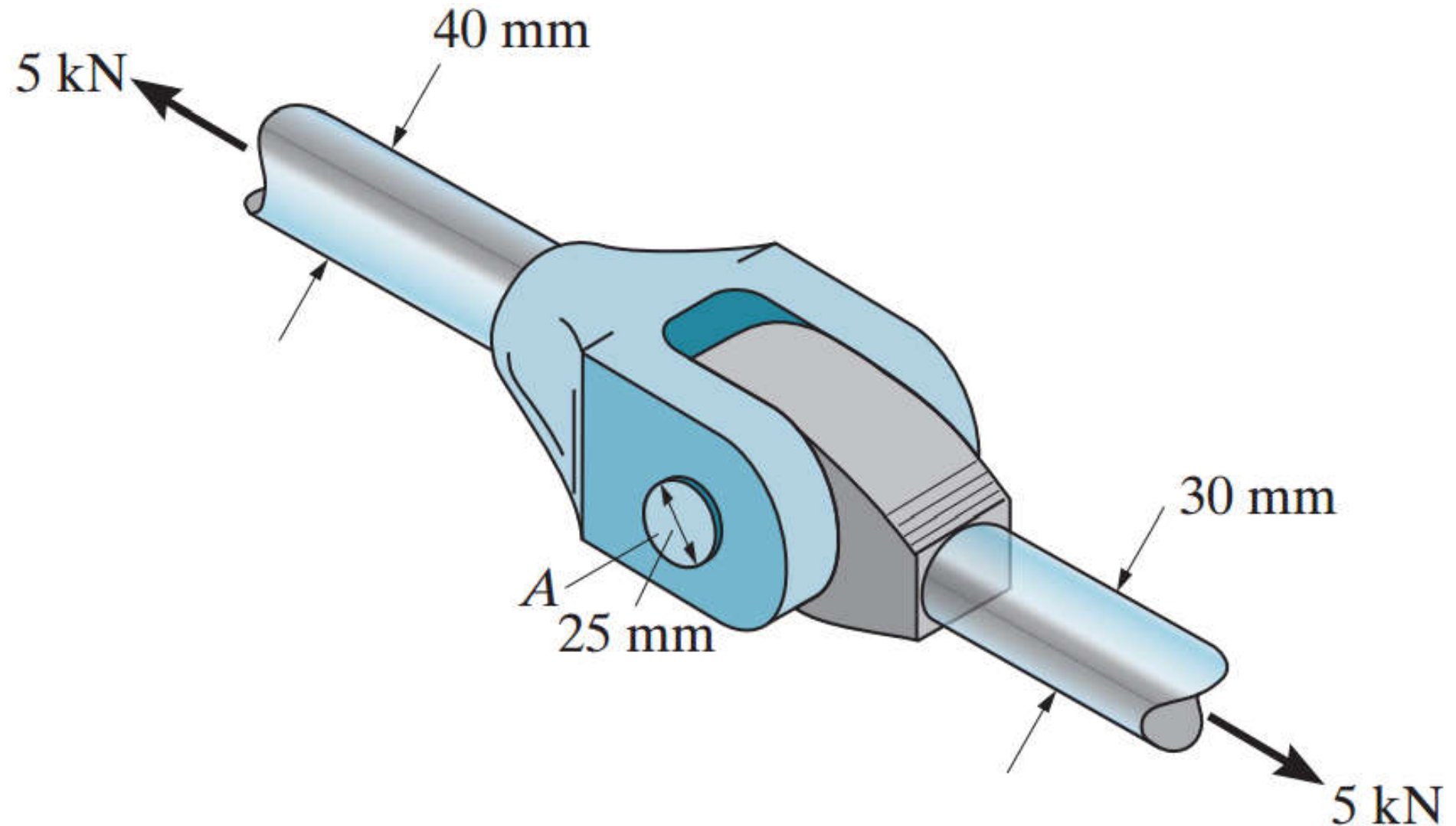


Bảng tra hệ số F_1

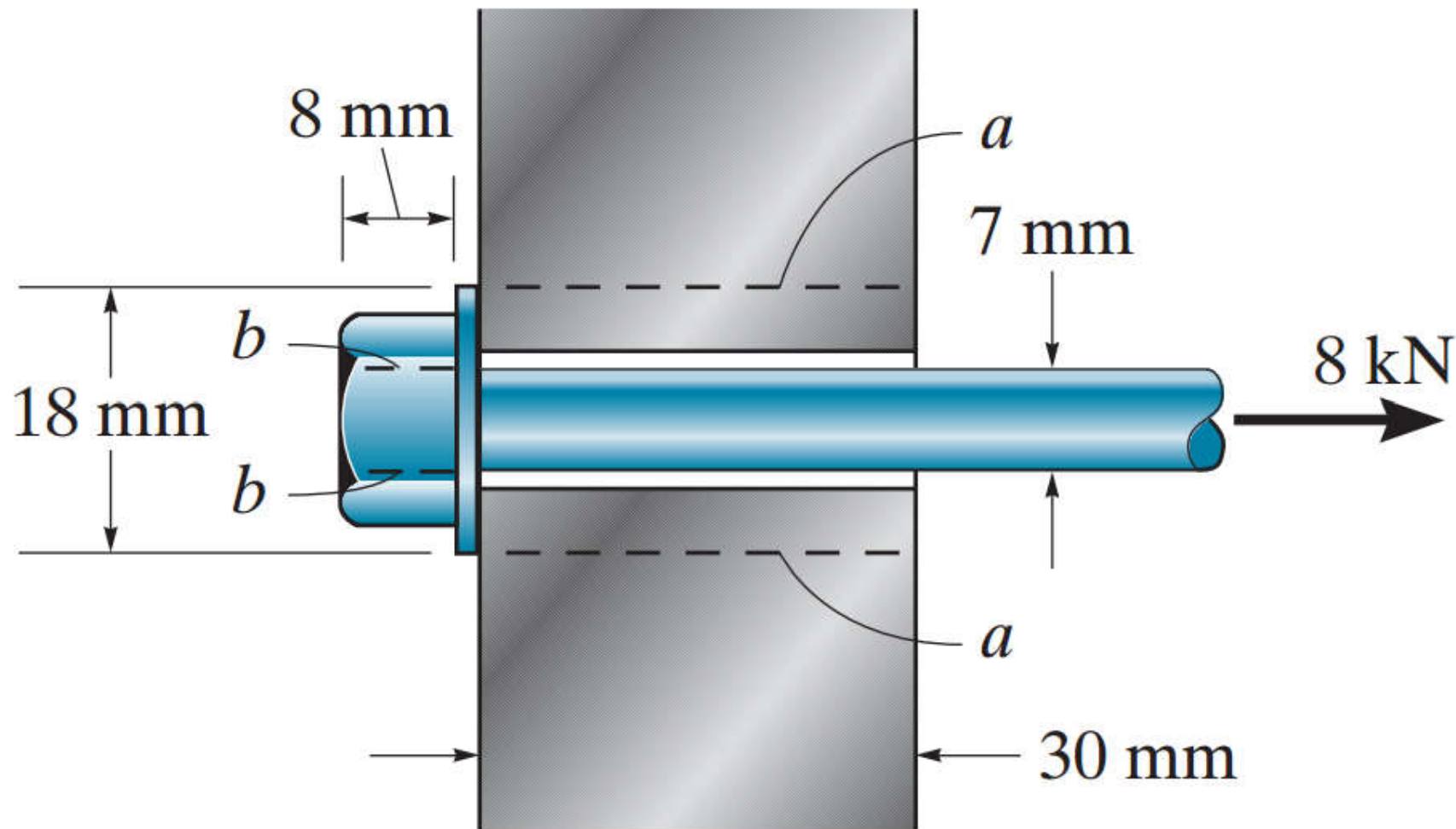
D/d	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	>12
K_1	2,06	1,58	1,40	1,31	1,25	1,21	1,18	1,16	1,14	1,13	1,12	1
K_2	1,12	1,11	1,09	1,08	1,07	1,06	1,05	1,05	1,05	1,04	1,04	1

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{F} + \frac{M}{W_{\rho}} = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{16PD}{2\pi d^3} = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{d}{D}\right) \frac{8PD}{\pi d^3} = K_1 \frac{8PD}{\pi d^3}$$

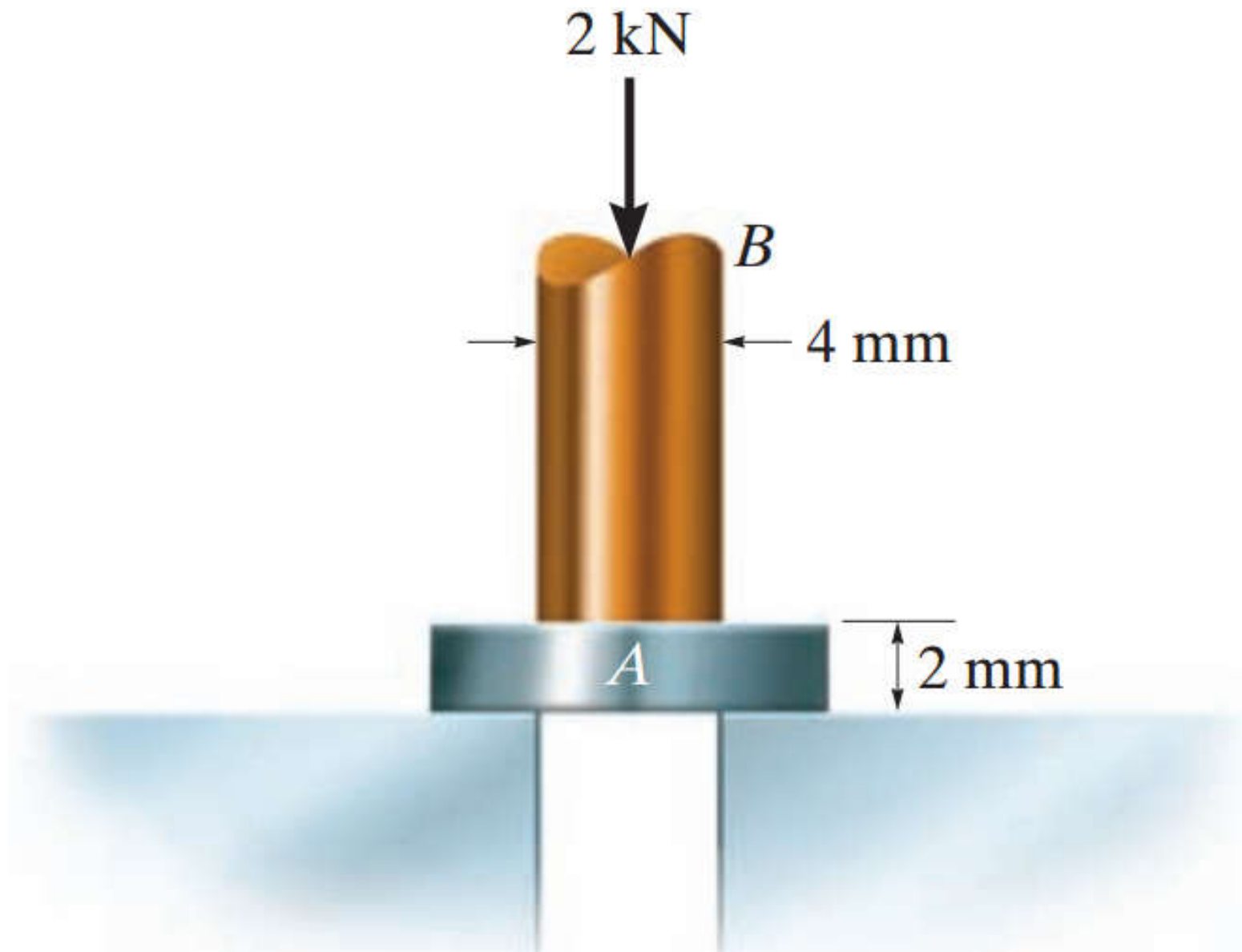
Example: *The yoke-and-rod connection is subjected to a tensile force of 5 kN. Determine the average normal stress in each rod and the average shear stress in the pin A between the members.*



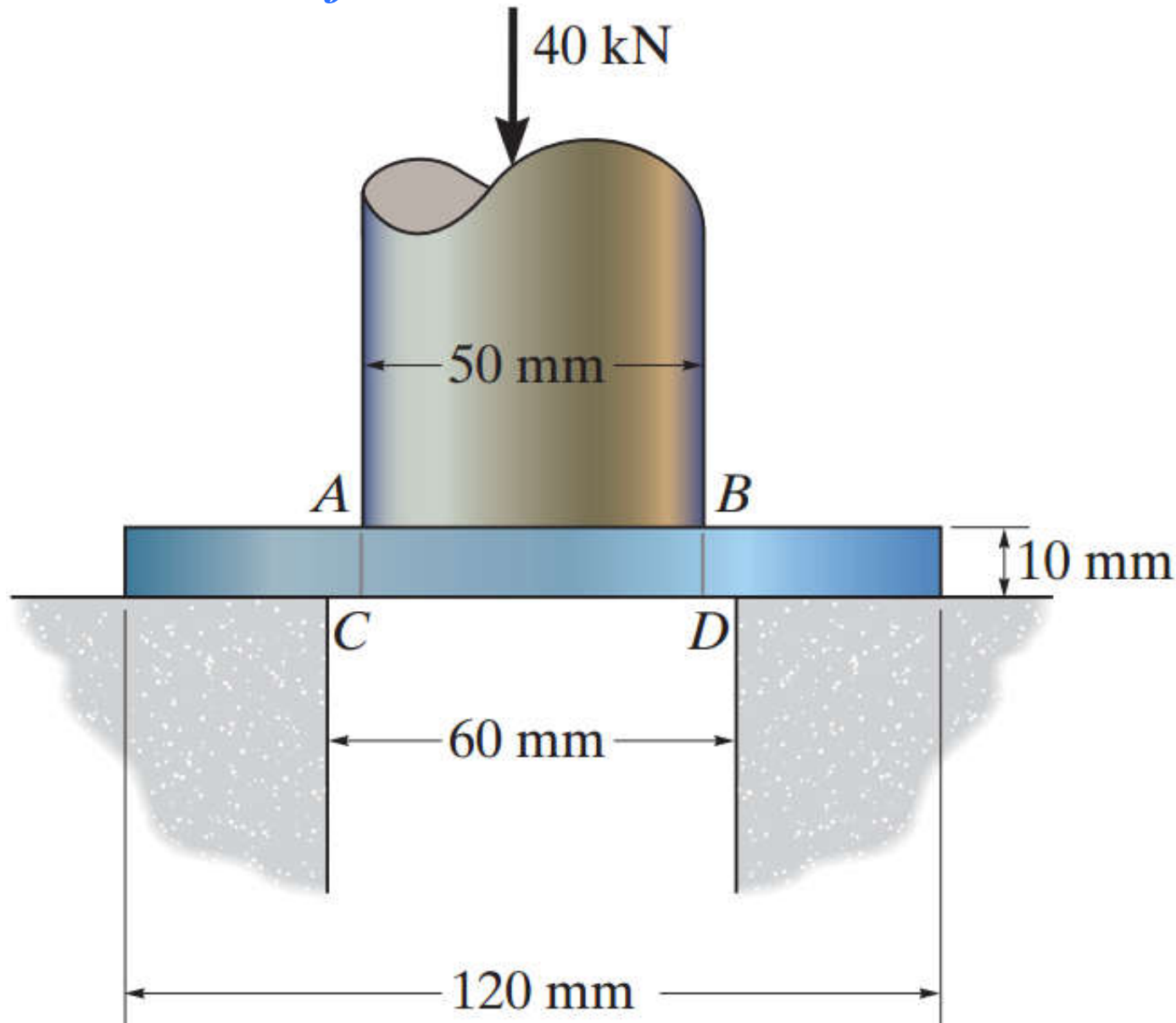
Example: The long bolt passes through the 30-mm-thick plate. If the force in the bolt shank is 8 kN, determine the average normal stress in the shank, the average shear stress along the cylindrical area of the plate defined by the section lines a – a , and the average shear stress in the bolt head along the cylindrical area defined by the section lines b – b .



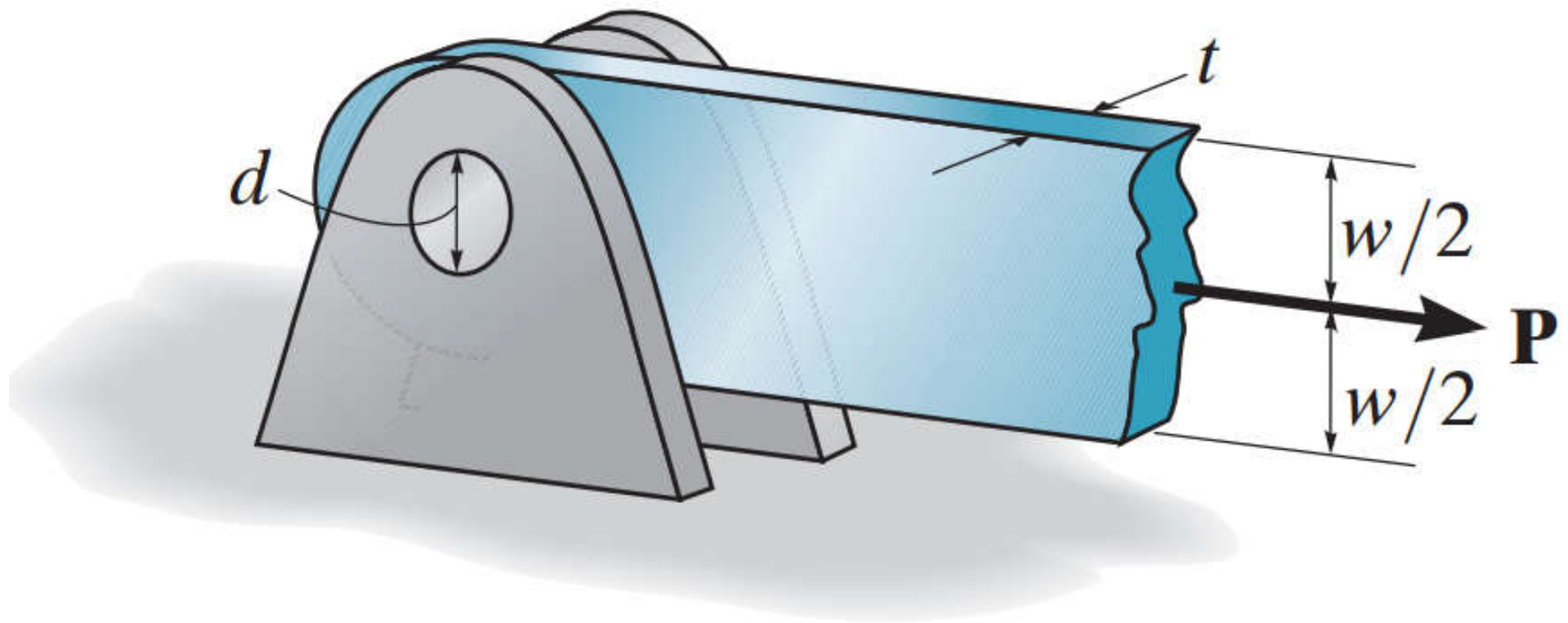
Example: *The circular punch B exerts a force of 2 kN on the top of the plate A. Determine the average shear stress in the plate due to this loading.*



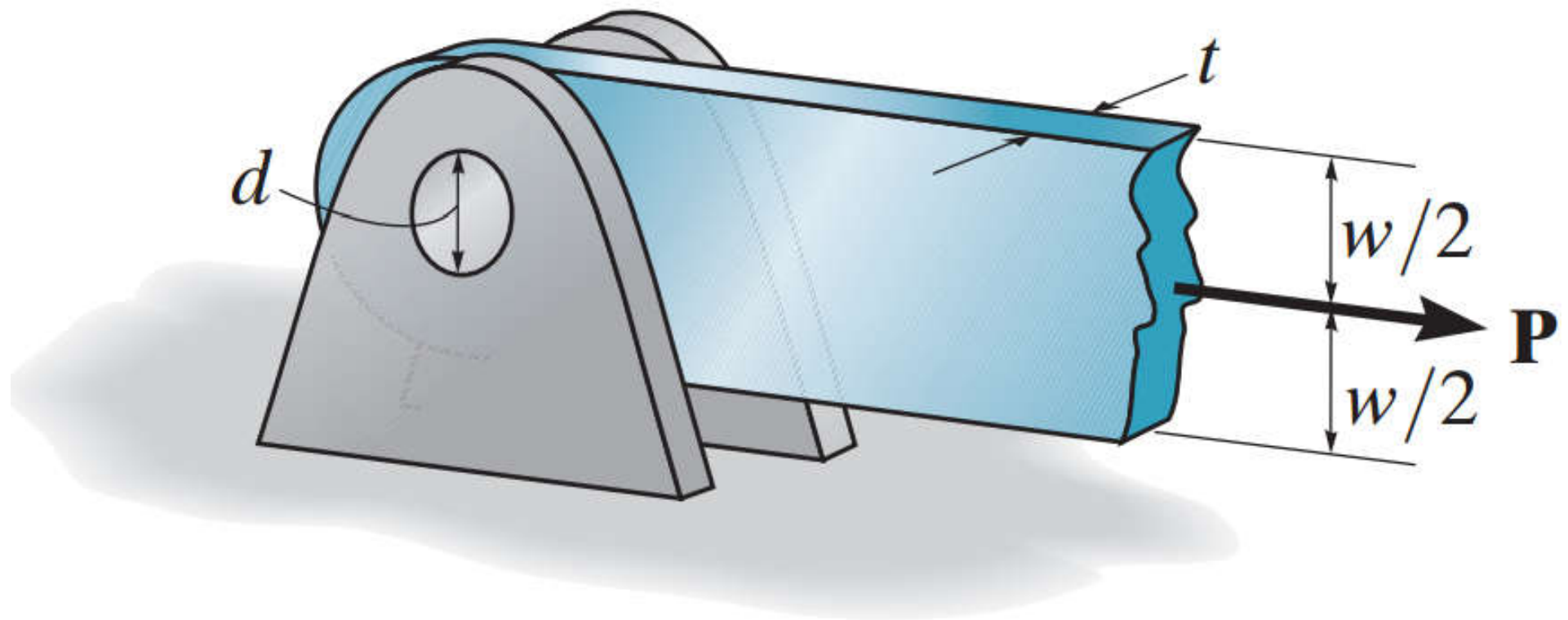
Example: Determine the average punching shear stress the circular shaft creates in the metal plate through section AC and BD . Also, what is the average bearing stress developed on the surface of the plate under the shaft?



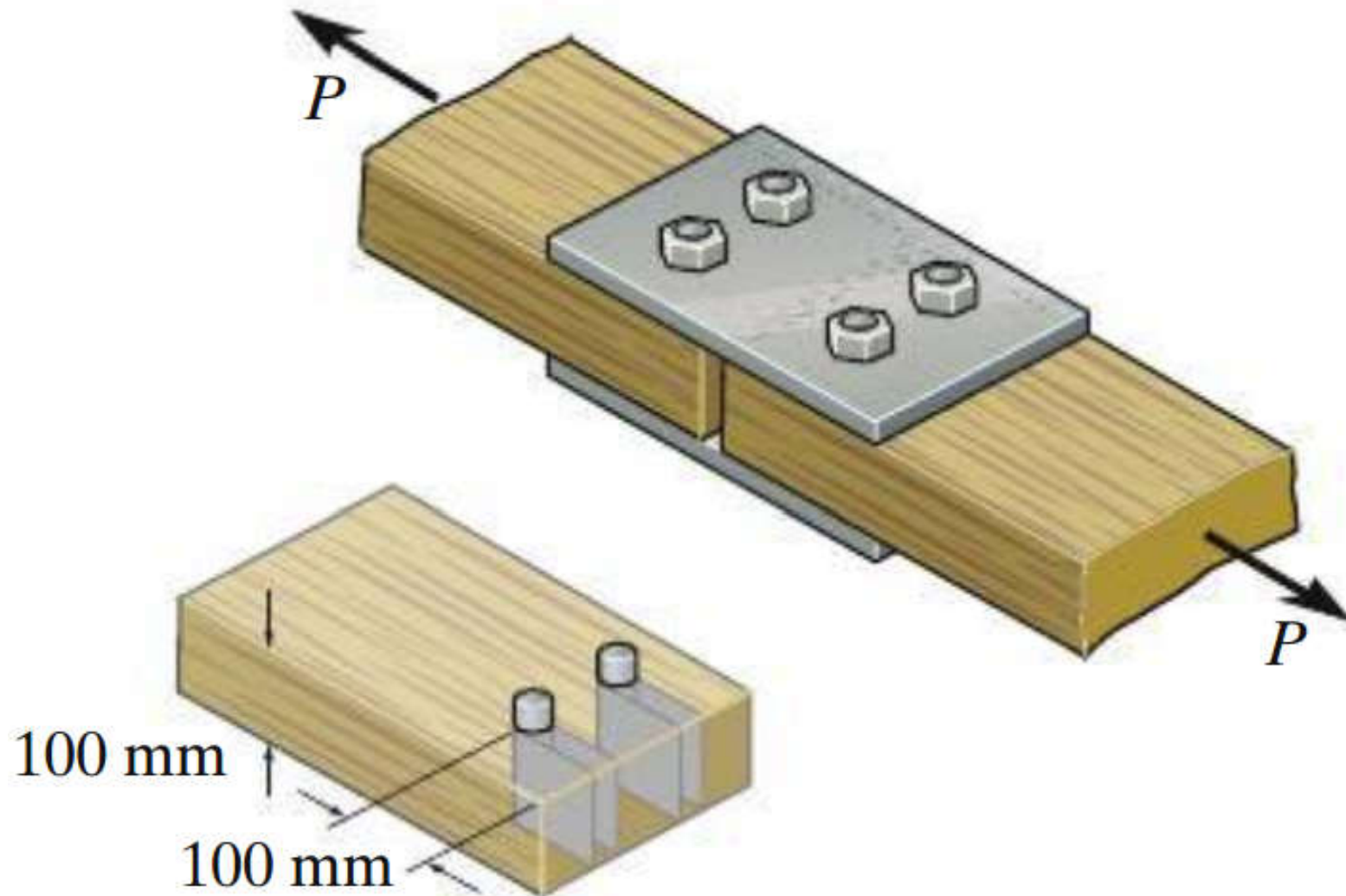
Example: If the allowable tensile stress for the bar is $(\sigma_t)_{allow} = 21$ ksi, and the allowable shear stress for the pin is $\tau_{allow} = 12$ ksi, determine the diameter of the pin so that the load P will be a maximum. What is this load? Assume the hole in the bar has the same diameter d as the pin. Take $t = 1/4$ in. and $w = 2$ in.



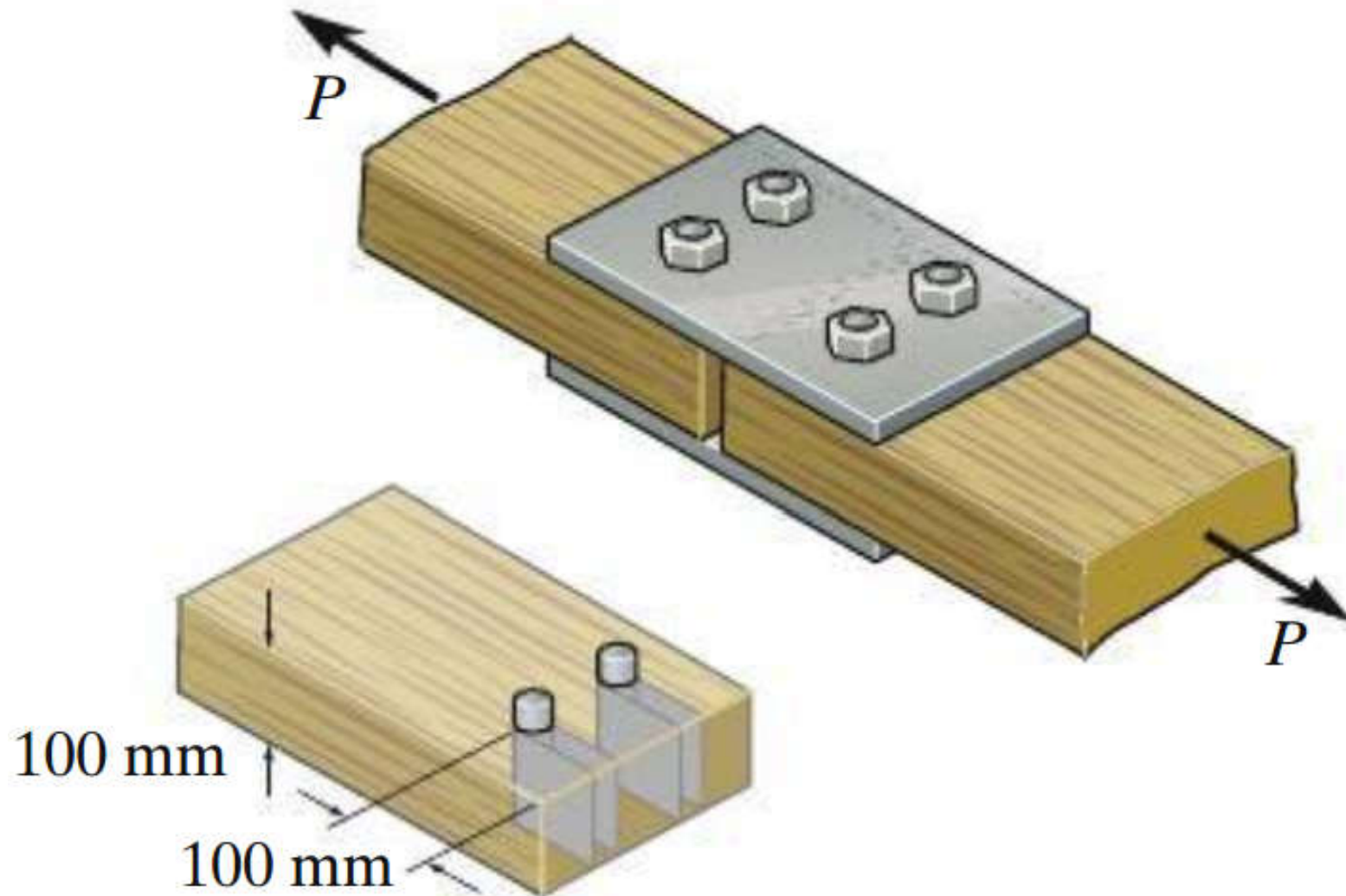
Example: The bar is connected to the support using a pin having a diameter of $d = 1$ in. If the allowable tensile stress for the bar is $(\sigma_t)_{allow} = 20$ ksi, and the allowable bearing stress between the pin and the bar is $(\sigma_b)_{allow} = 30$ ksi, determine the dimensions w and t so that the gross area of the cross section is $wt = 2$ in² and the load P is a maximum. What is this maximum load? Assume the hole in the bar has the same diameter as the pin.



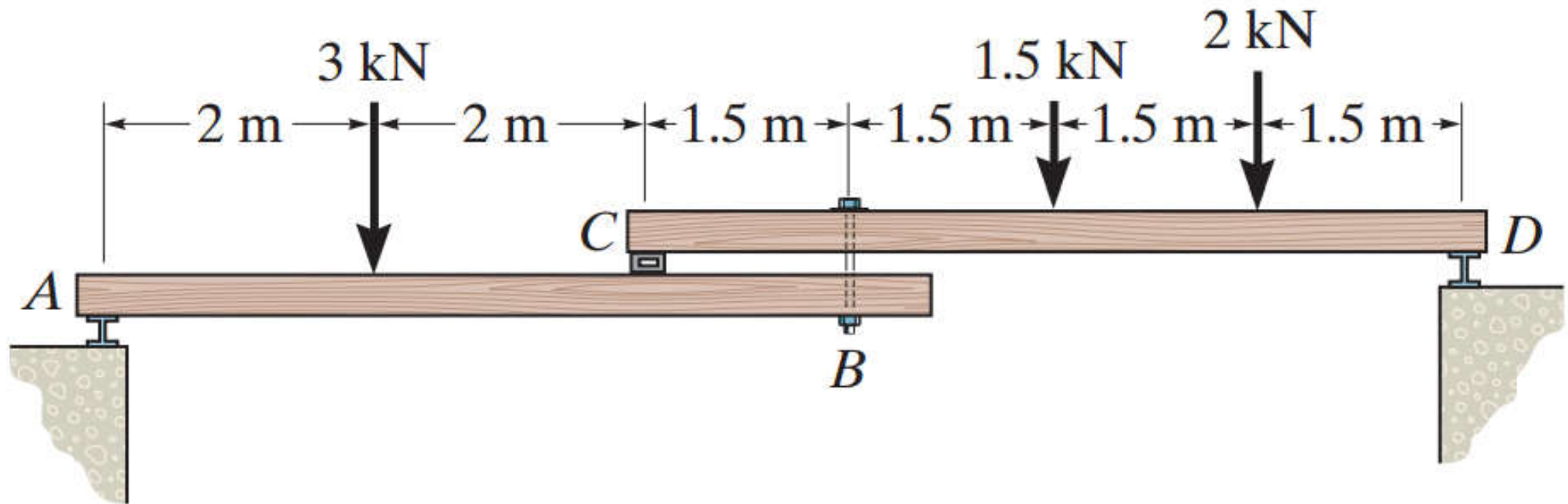
Example: *If the joint is subjected to an axial force of $P = 9 \text{ kN}$, determine the average shear stress developed in each of the 6-mm diameter bolts between the plates and the members and along each of the four shaded shear planes.*



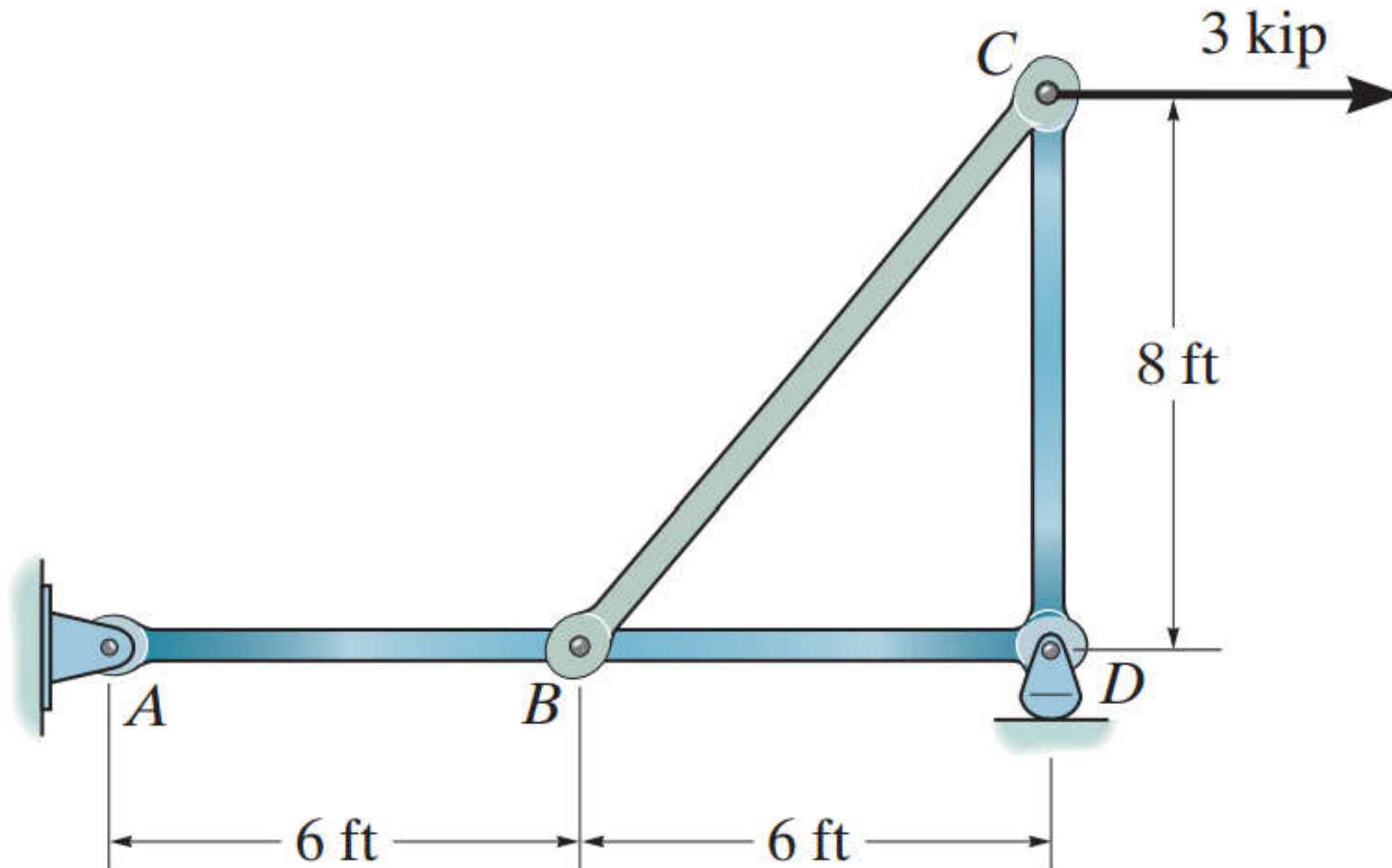
Example: *The average shear stress in each of the 6-mm diameter bolts and along each of the four shaded shear planes is not allowed to exceed 80 MPa and 500 kPa, respectively. Determine the maximum axial force P that can be applied to the joint.*



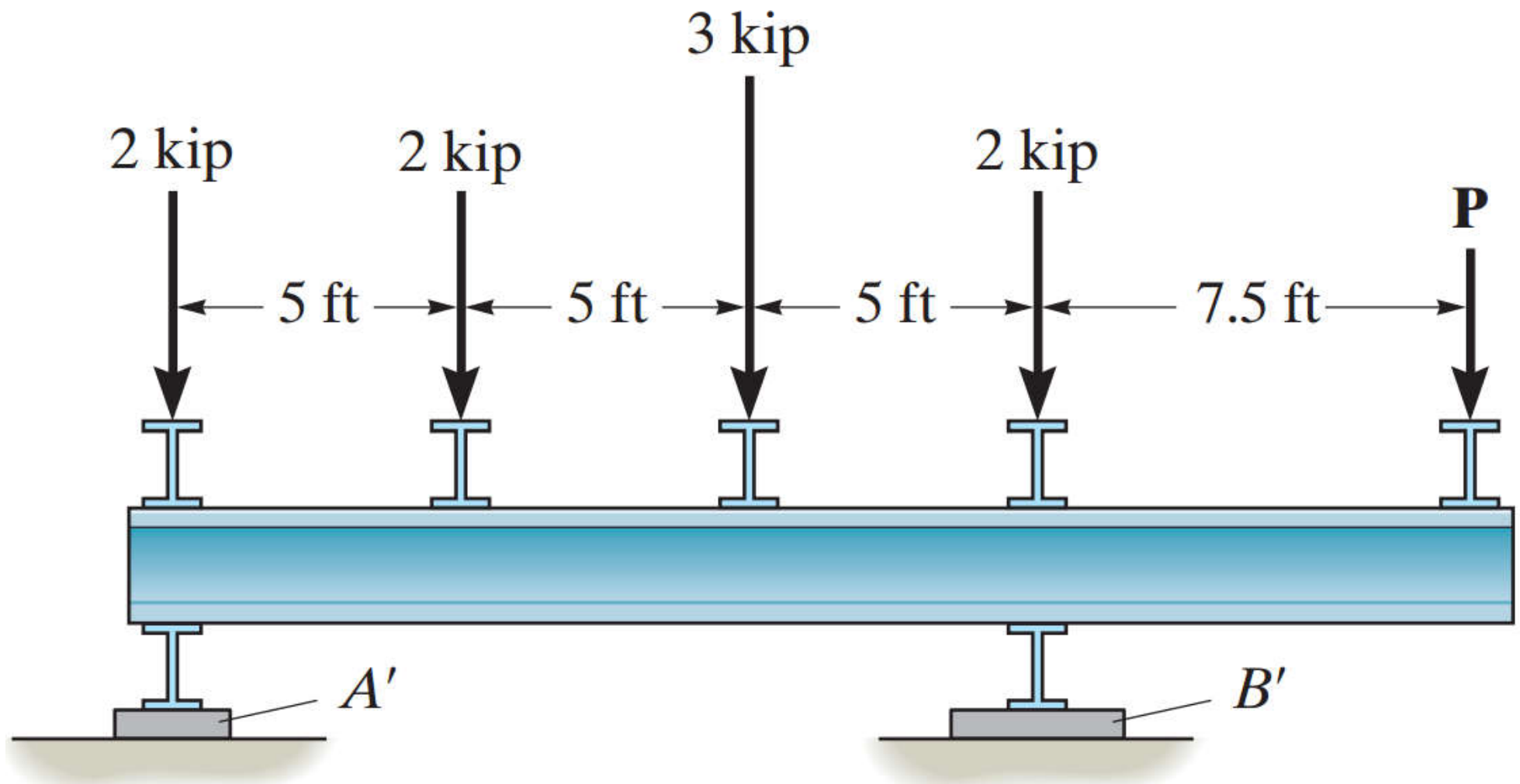
Example: The compound wooden beam is connected together by a bolt at B. Assuming that the connections at A, B, C, and D exert only vertical forces on the beam, determine the required diameter of the bolt at B and the required outer diameter of its washers if the allowable tensile stress for the bolt is $(\sigma_t)_{allow} = 150 \text{ MPa}$ and the allowable bearing stress for the wood is $(\sigma_b)_{allow} = 28 \text{ MPa}$. Assume that the hole in the washers has the same diameter as the bolt.



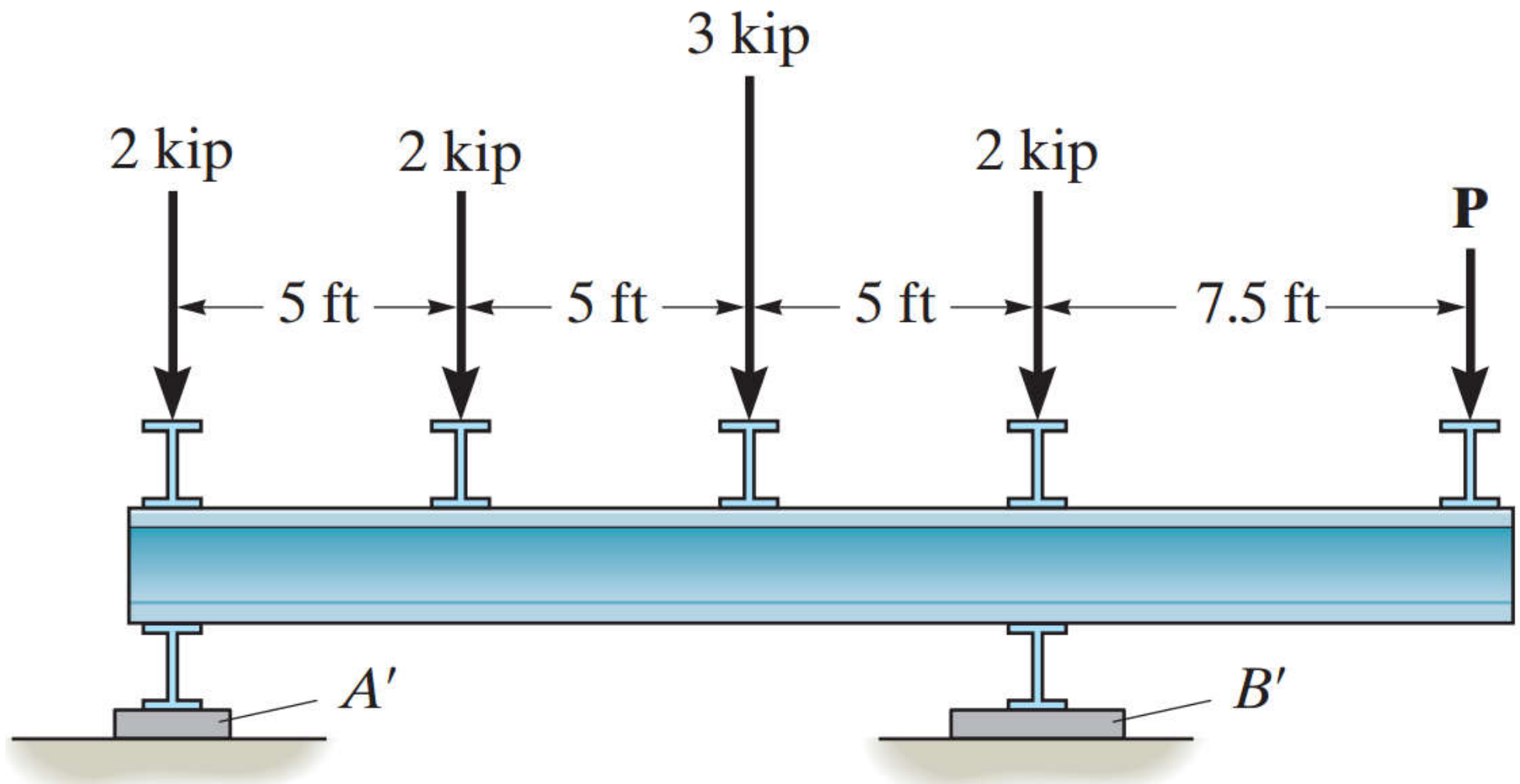
Example: Determine the required diameter of the pins at *A* and *B* to the nearest in. if the allowable shear stress for the material is $\tau_{allow} = 6 \text{ ksi}$. Pin *A* is subjected to double shear, whereas pin *B* is subjected to single shear.



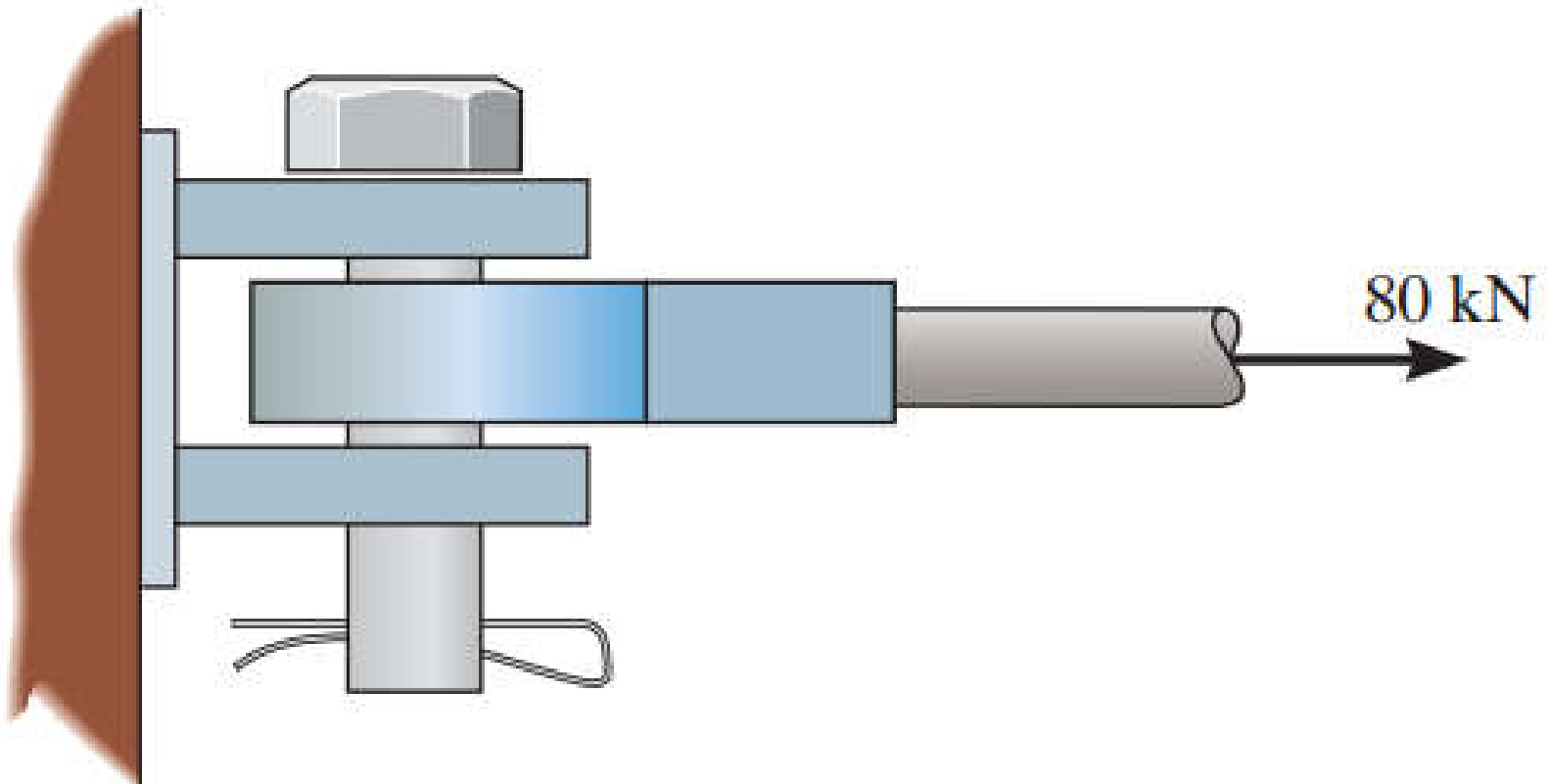
Example: Determine the size of square bearing plates A' and B' required to support the loading. Take $P = 1.5$ kip. The reactions at the supports are vertical and the allowable bearing stress for the plates is $(\sigma_b)_{allow} = 400$ psi.



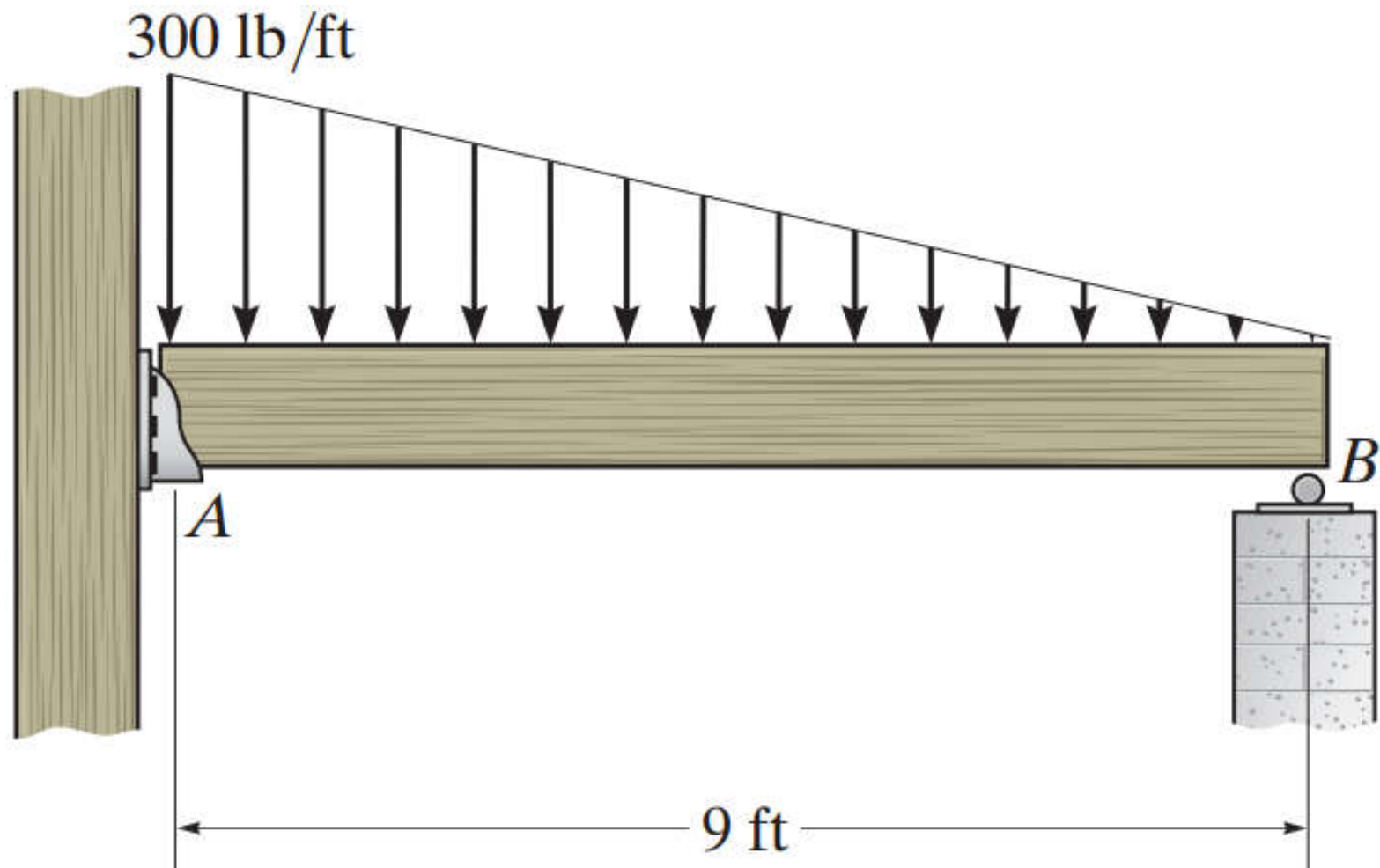
Example: Determine the maximum load P that can be applied to the beam if the bearing plates A' and B' have square cross sections of 2 in. \times 2 in. and 4 in. \times 4 in., respectively, and the allowable bearing stress for the material is $(\sigma_b)_{allow} = 400$ psi.



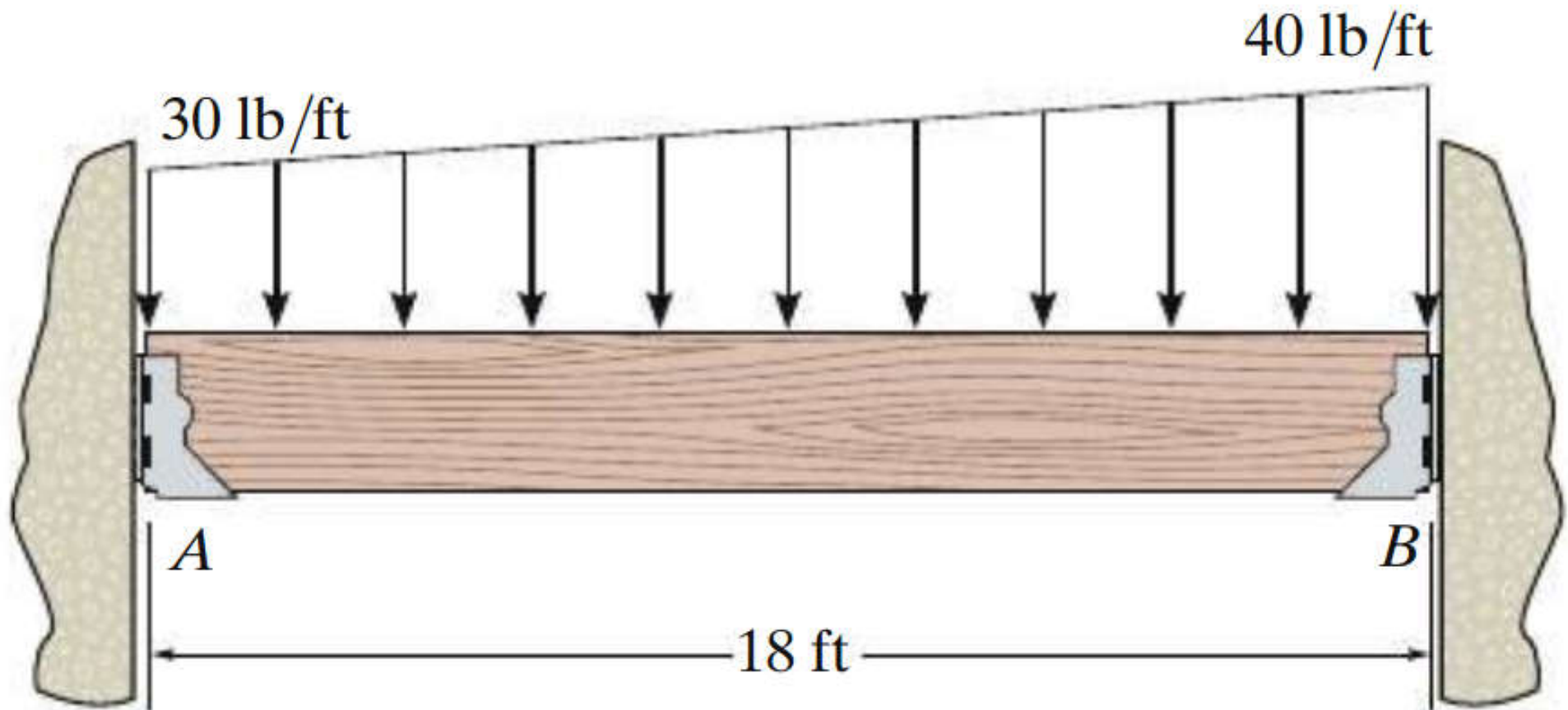
Example: *The pin is made of a material having a failure shear stress of $\tau_{fail} = 100 \text{ MPa}$. Determine the minimum required diameter of the pin to the nearest mm. Apply a factor of safety of $F.S. = 2.5$ against shear failure.*



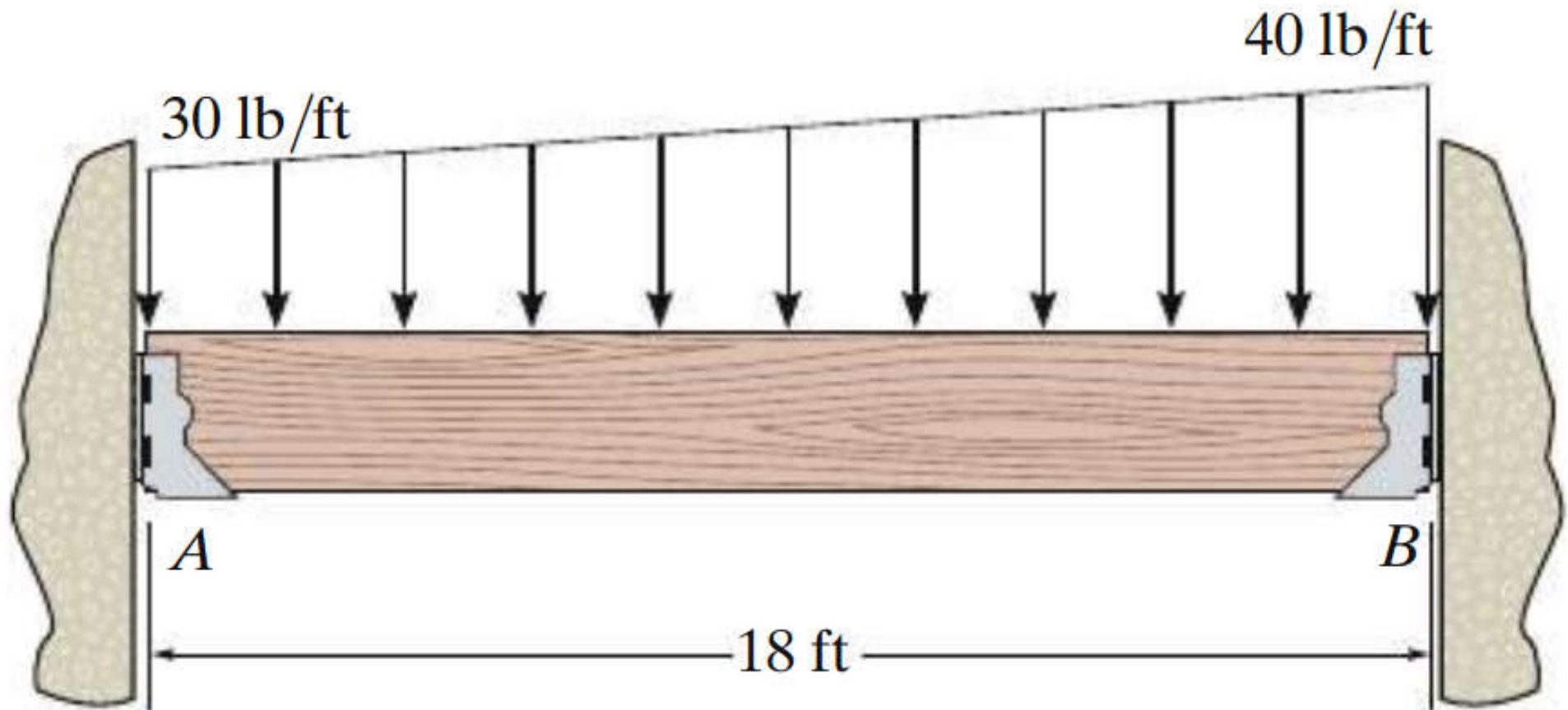
Example: Six nails are used to hold the hanger at A against the column. Determine the minimum required diameter of each nail to the nearest in. if it is made of material having $\tau_{fail} = 16$ ksi. Apply a factor of safety of $F.S. = 2$ against shear failure.



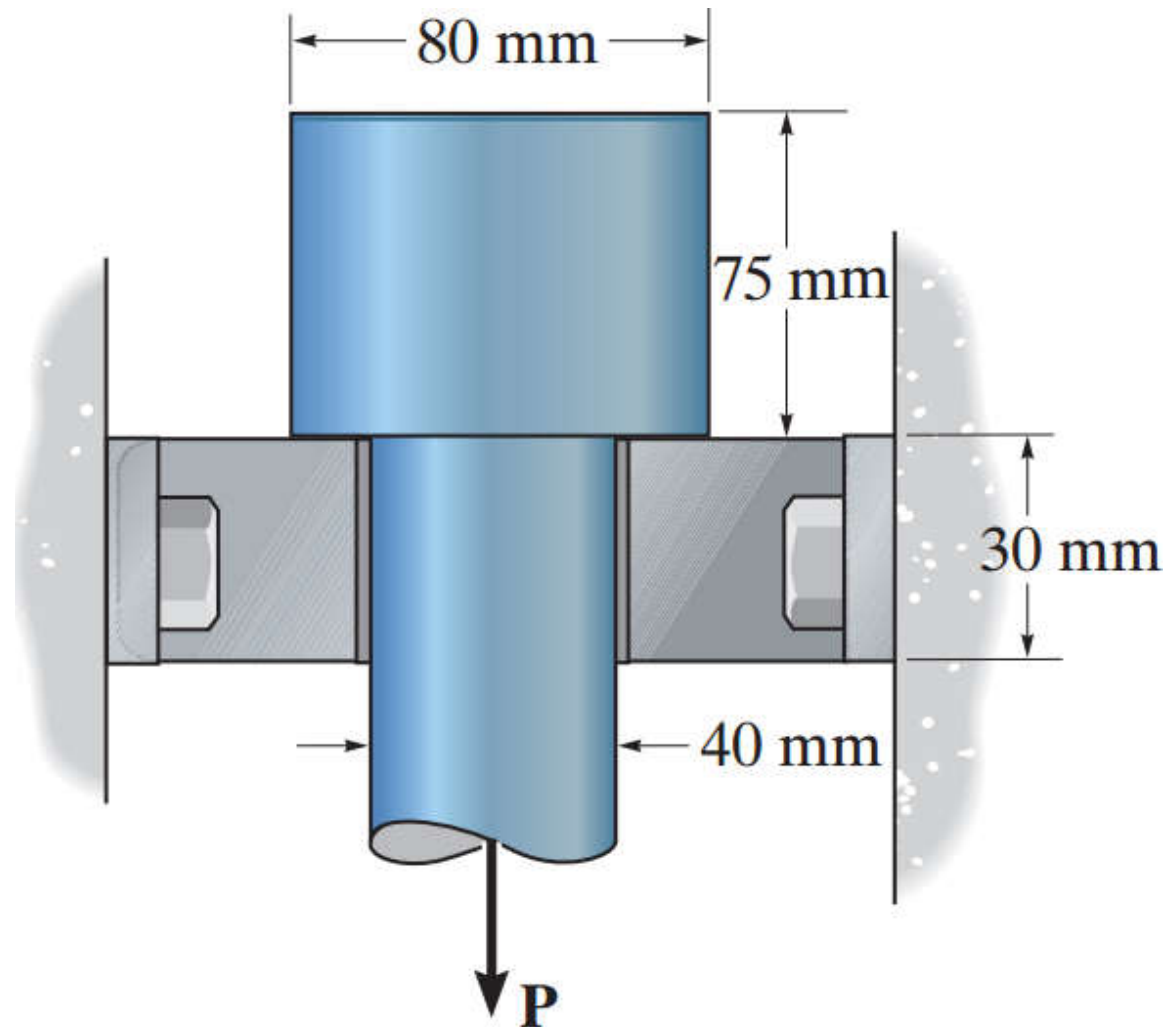
Example: *The hangers support the joist uniformly, so that it is assumed the four nails on each hanger carry an equal portion of the load. If the joist is subjected to the loading shown, determine the average shear stress in each nail of the hanger at ends A and B. Each nail has a diameter of 0.25 in. The hangers only support vertical loads.*



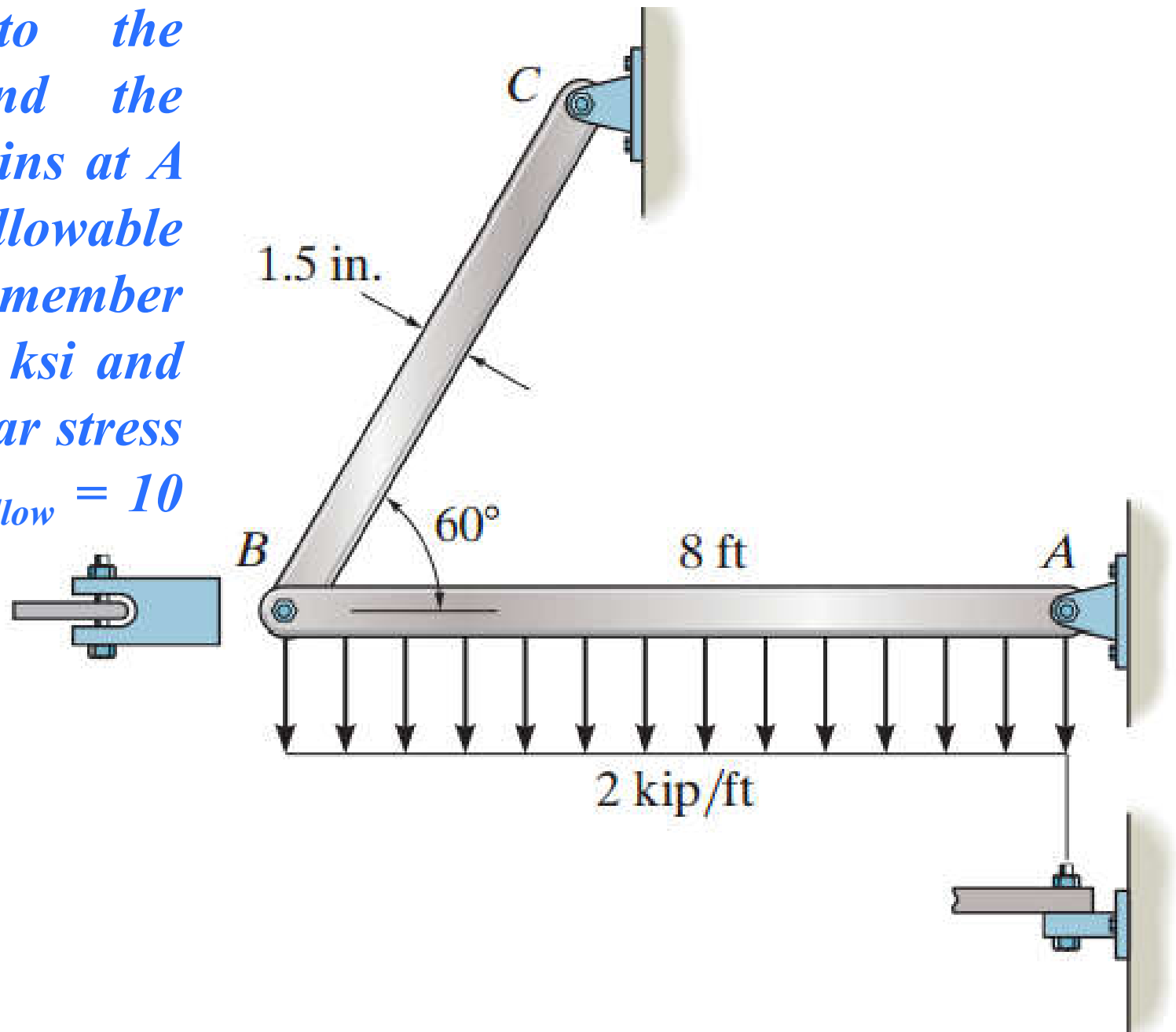
Example: *The hangers support the joists uniformly, so that it is assumed the four nails on each hanger carry an equal portion of the load. Determine the smallest diameter of the nails at A and at B if the allowable stress for the nails is $\tau_{allow} = 4$ ksi. The hangers only support vertical loads.*



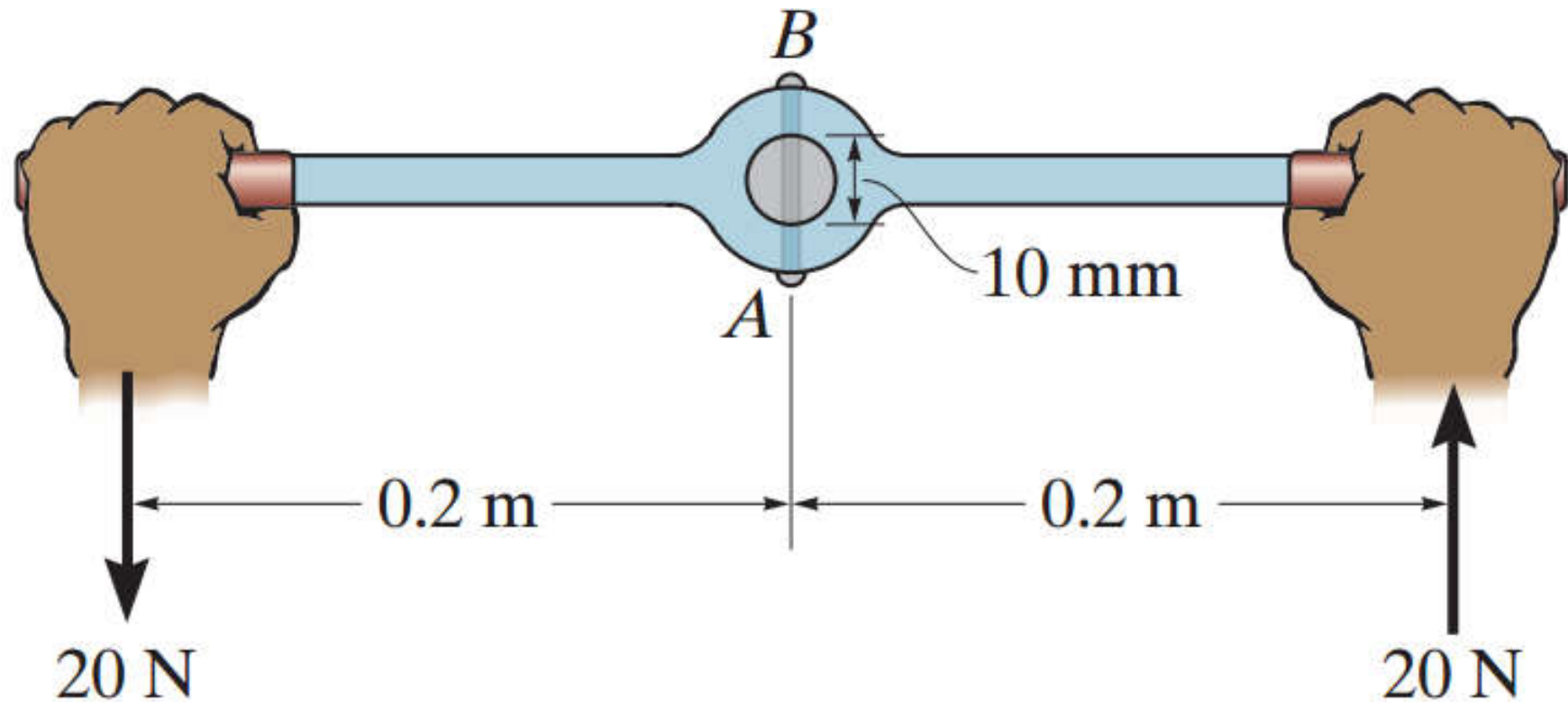
Example: *If the bolt head and the supporting bracket are made of the same material having a failure shear stress of $\tau_{fail} = 120 \text{ MPa}$, determine the maximum allowable force P that can be applied to the bolt so that it does not pull through the plate. Apply a factor of safety of $F.S. = 2.5$ against shear failure.*



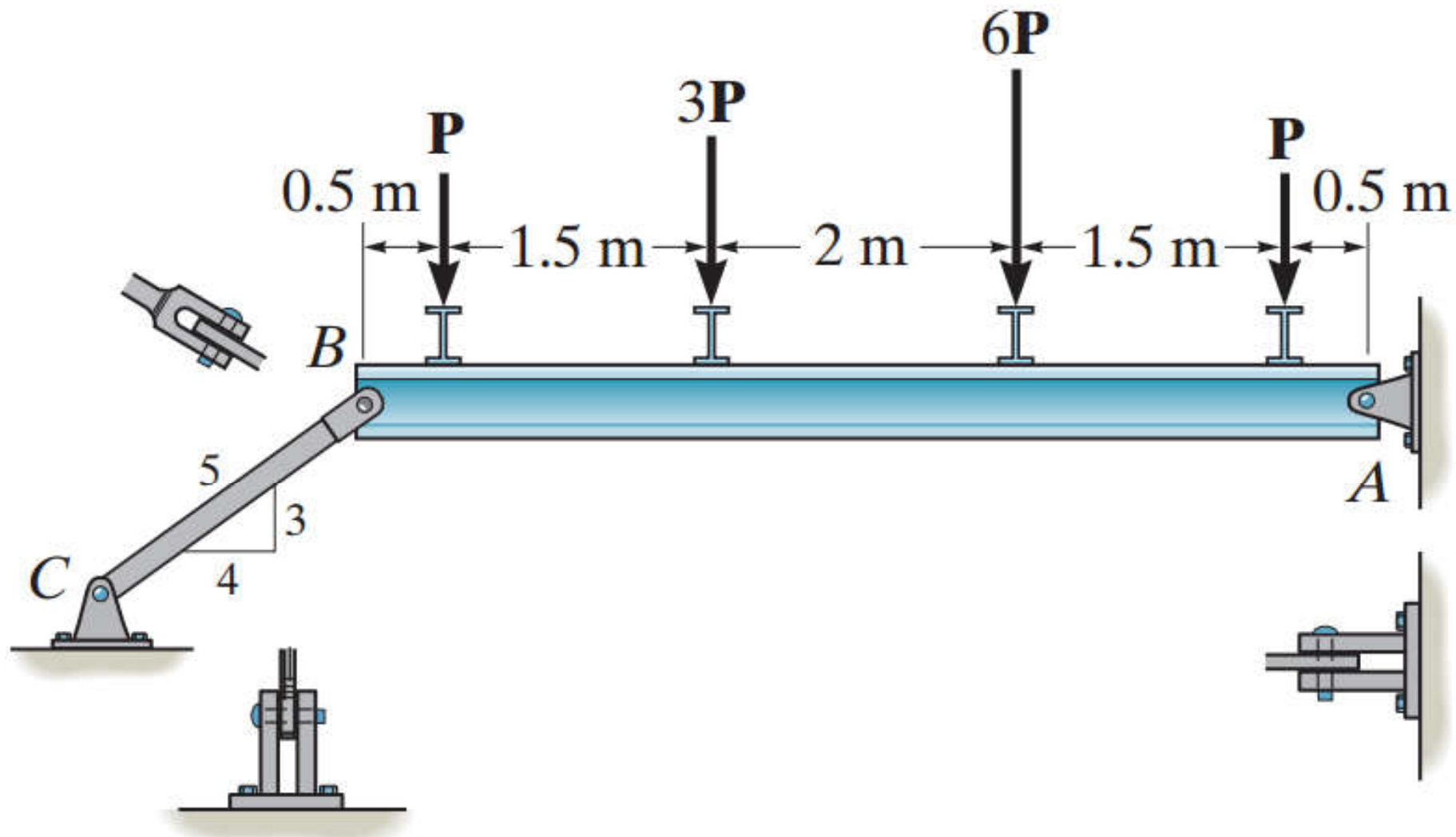
Example: Determine the required thickness of member BC to the nearest in., and the diameter of the pins at A and B if the allowable normal stress for member BC is $\sigma_{allow} = 29 \text{ ksi}$ and the allowable shear stress for the pins is $\tau_{allow} = 10 \text{ ksi}$.



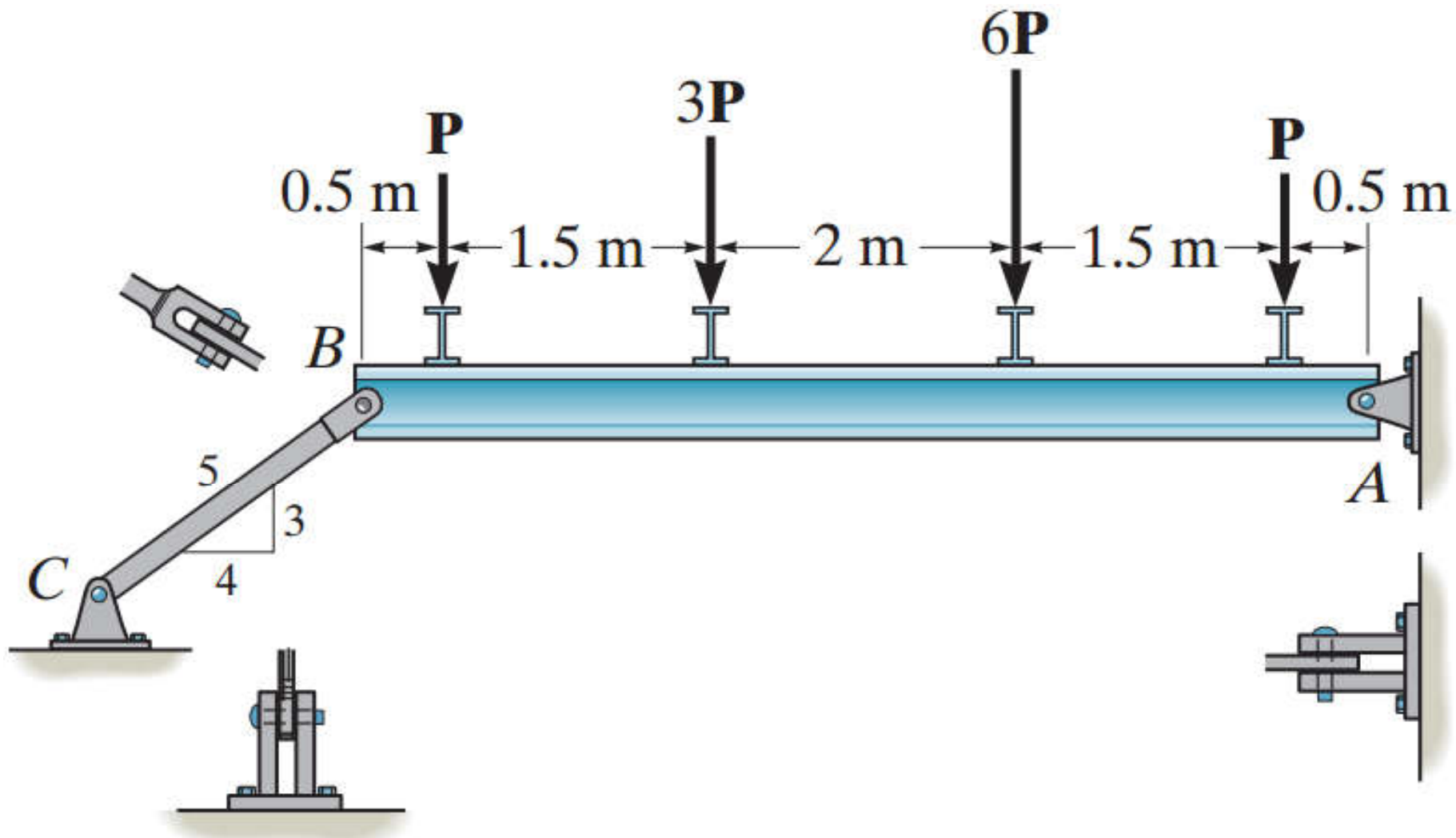
Example: *The lever is held to the fixed shaft using the pin AB. If the couple is applied to the lever, determine the shear force in the pin between the pin and the lever.*



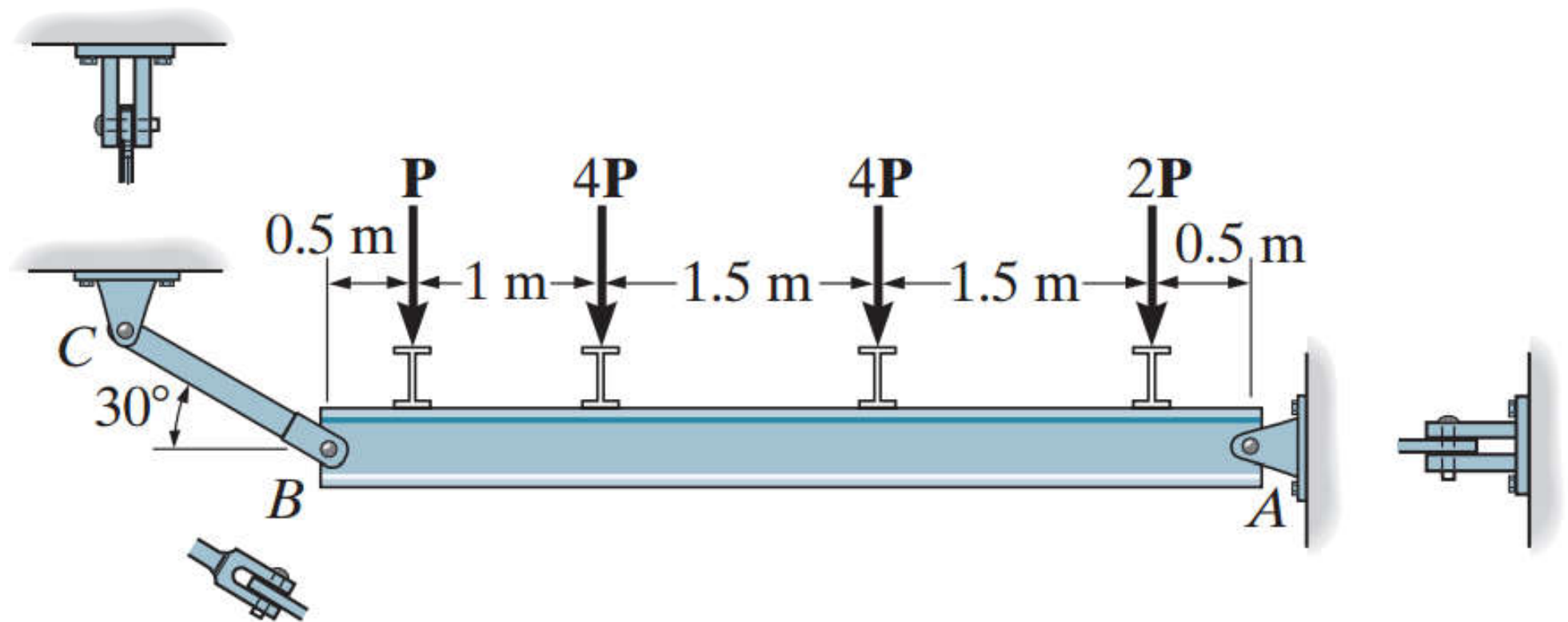
Example: If $P = 5 \text{ kN}$, determine the average shear stress in the pins at A , B , and C . All pins are in double shear, and each has a diameter of 18 mm .



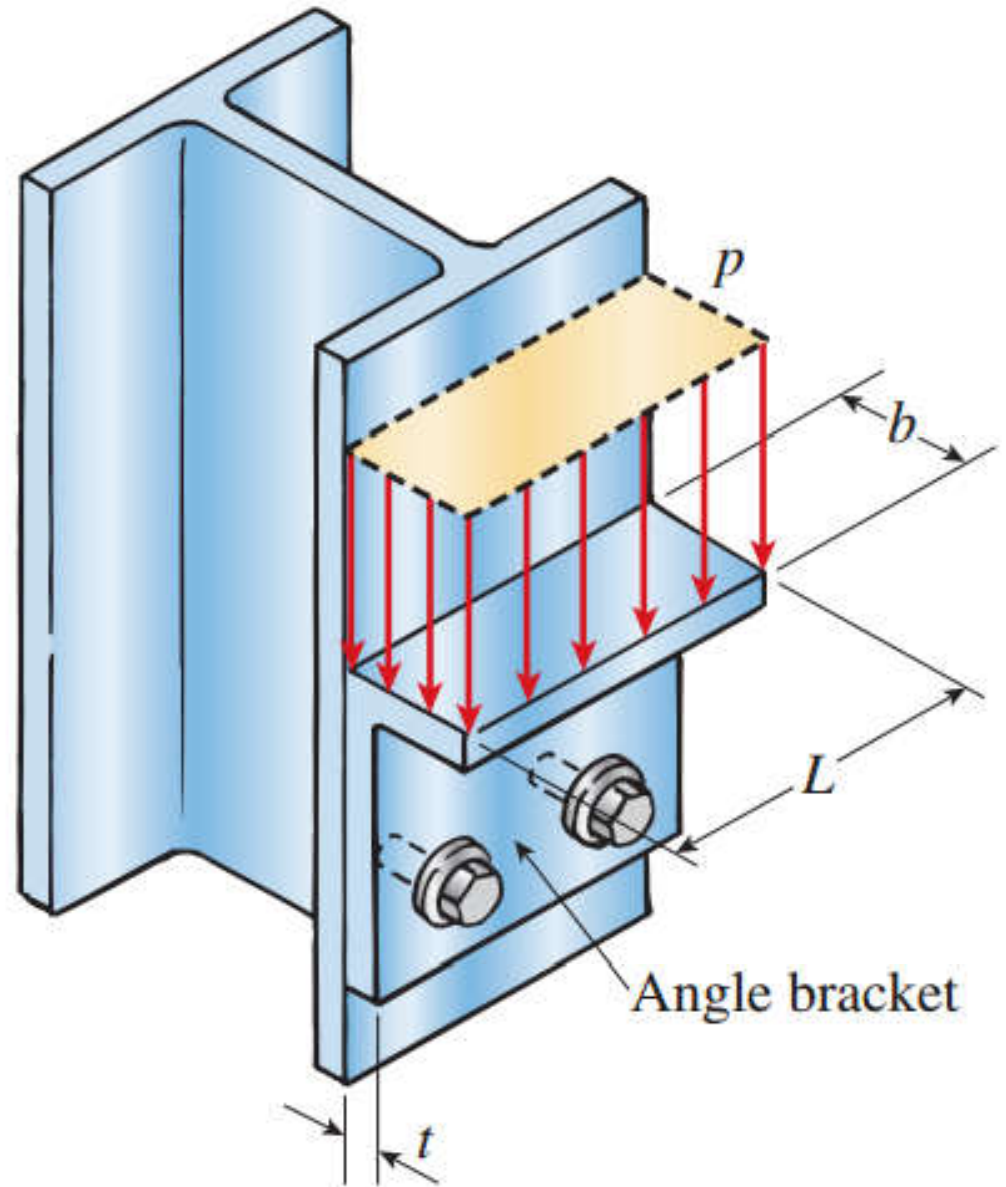
Example: Determine the maximum magnitude P of the loads the beam can support if the average shear stress in each pin is not to exceed 80 MPa. All pins are in double shear, and each has a diameter of 18 mm.



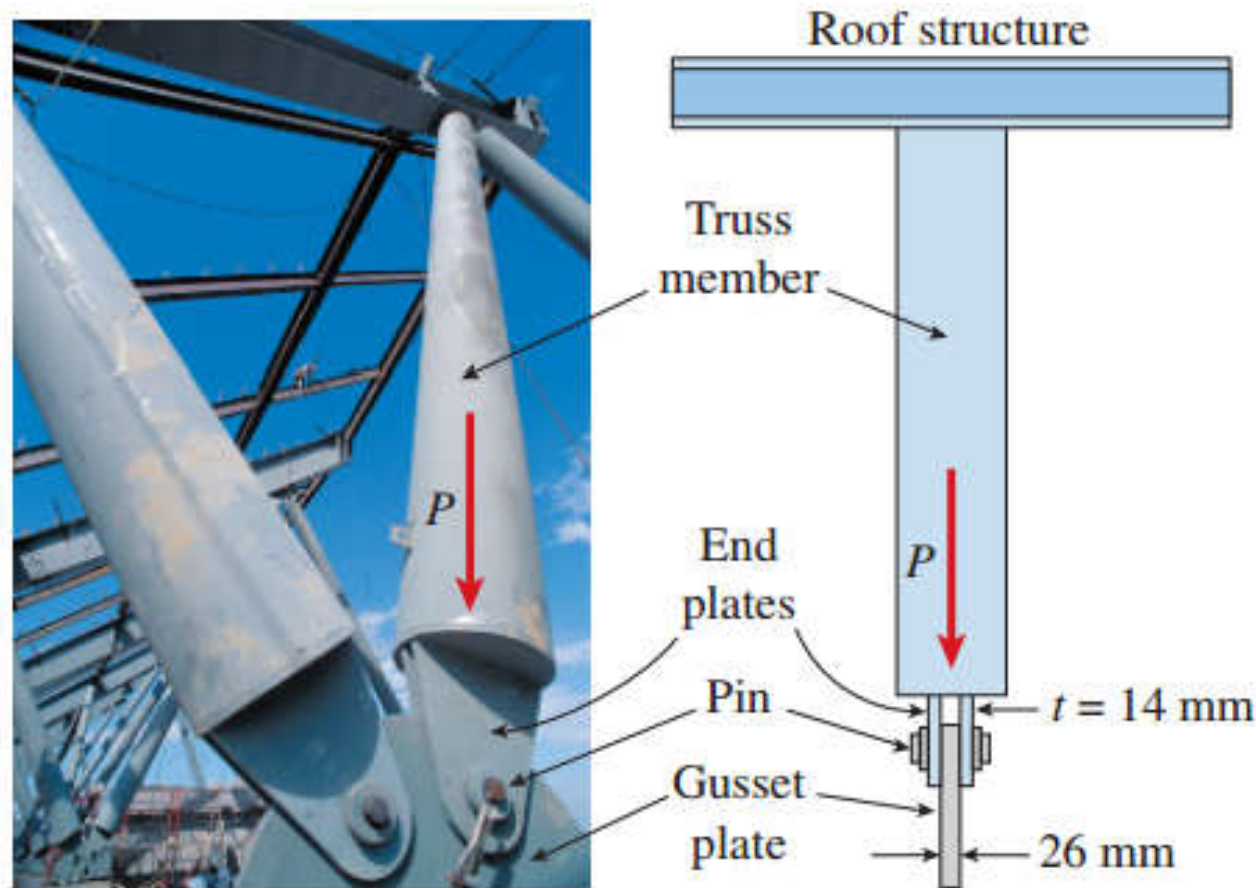
Example: If $P = 15 \text{ kN}$, determine the average shear stress in the pins at A , B , and C . All pins are in double shear, and each has a diameter of 18 mm .



Example: An angle bracket having thickness $t=19$ mm is attached to the flange of a column by two 16 mm diameter bolts. A uniformly distributed load from a floor joist acts on the top face of the bracket with a pressure $p=1.9$ MPa. The top face of the bracket has length $L=200$ mm and width $b=75$ mm. Determine the average bearing pressure σ_b between the angle bracket and the bolts and the average shear stress τ_{aver} in the bolts. (Disregard friction between the bracket and the column.)



Example: *Truss members supporting a roof are connected to a 26-mm-thick gusset plate by a 22-mm diameter pin as shown in the figure and photo. The two end plates on the truss members are each 14 mm thick. (a) If the load $P=80$ kN, what is the largest bearing stress acting on the pin? (b) If the ultimate shear stress for the pin is 190 MPa, what force P_{ult} is required to cause the pin to fail in shear? (Disregard friction between the plates.)*



Example: *The upper deck of a football stadium is supported by braces, each of which transfers a load $P = 700 \text{ kN}$ to the base of a column (see figure part a). A cap plate at the bottom of the brace distributes the load P to four flange plates ($t_f = 25 \text{ mm}$) through a pin ($d_p = 50 \text{ mm}$) to two gusset plates ($t_g = 38 \text{ mm}$) (see figure parts b and c). Determine the following quantities. (a) The average shear stress τ_{aver} in the pin. (b) The average bearing stress between the flange plates and the pin (σ_{bf}), and also between the gusset plates and the pin (σ_{bg}). (Disregard friction between the plates.)*

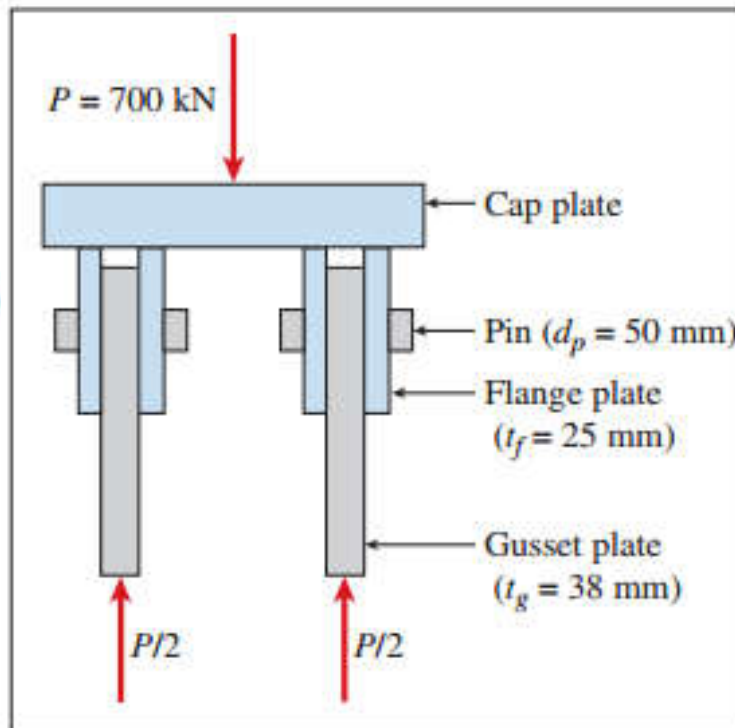


(a) Stadium brace
(© Barry Goodno)



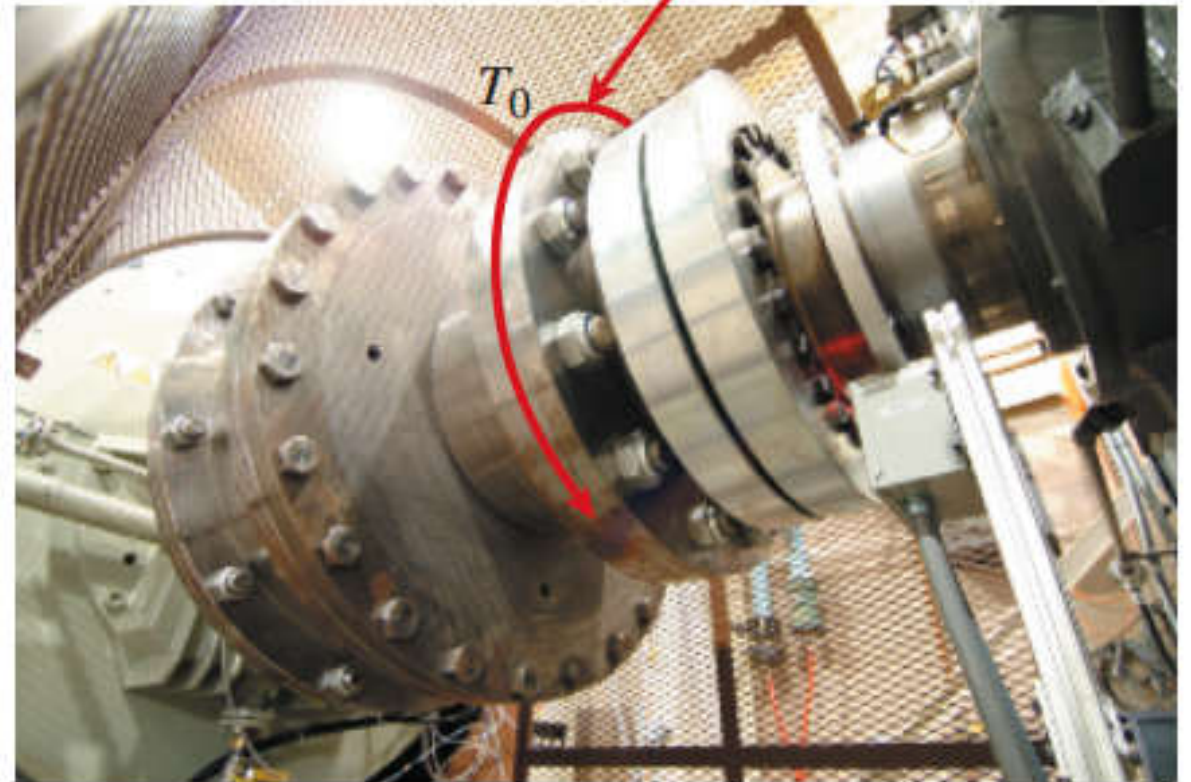
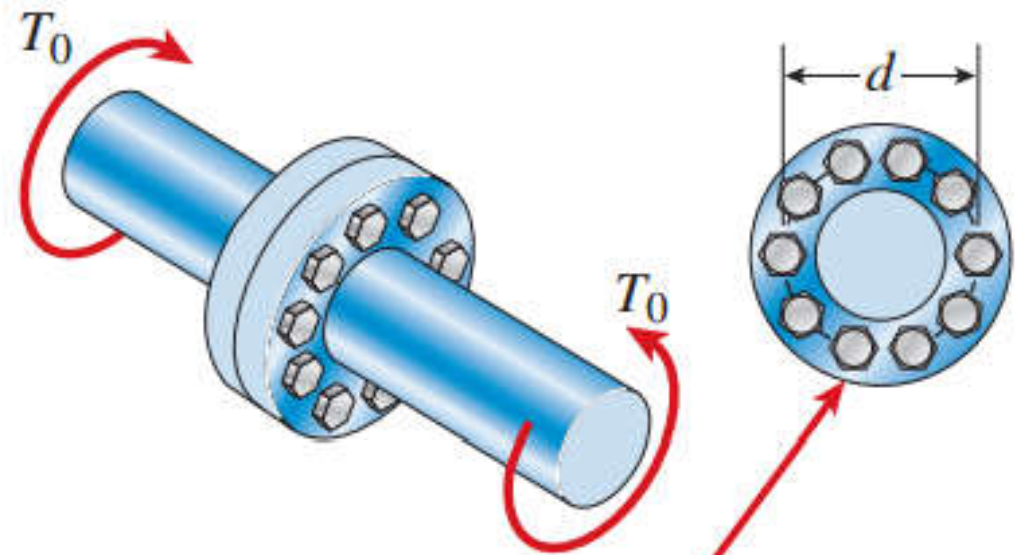
Cap plate
Flange plate
($t_f = 25$ mm)
Pin ($d_p = 50$ mm)
Gusset plate
($t_g = 38$ mm)

(b) Detail at bottom of brace
(© Barry Goodno)

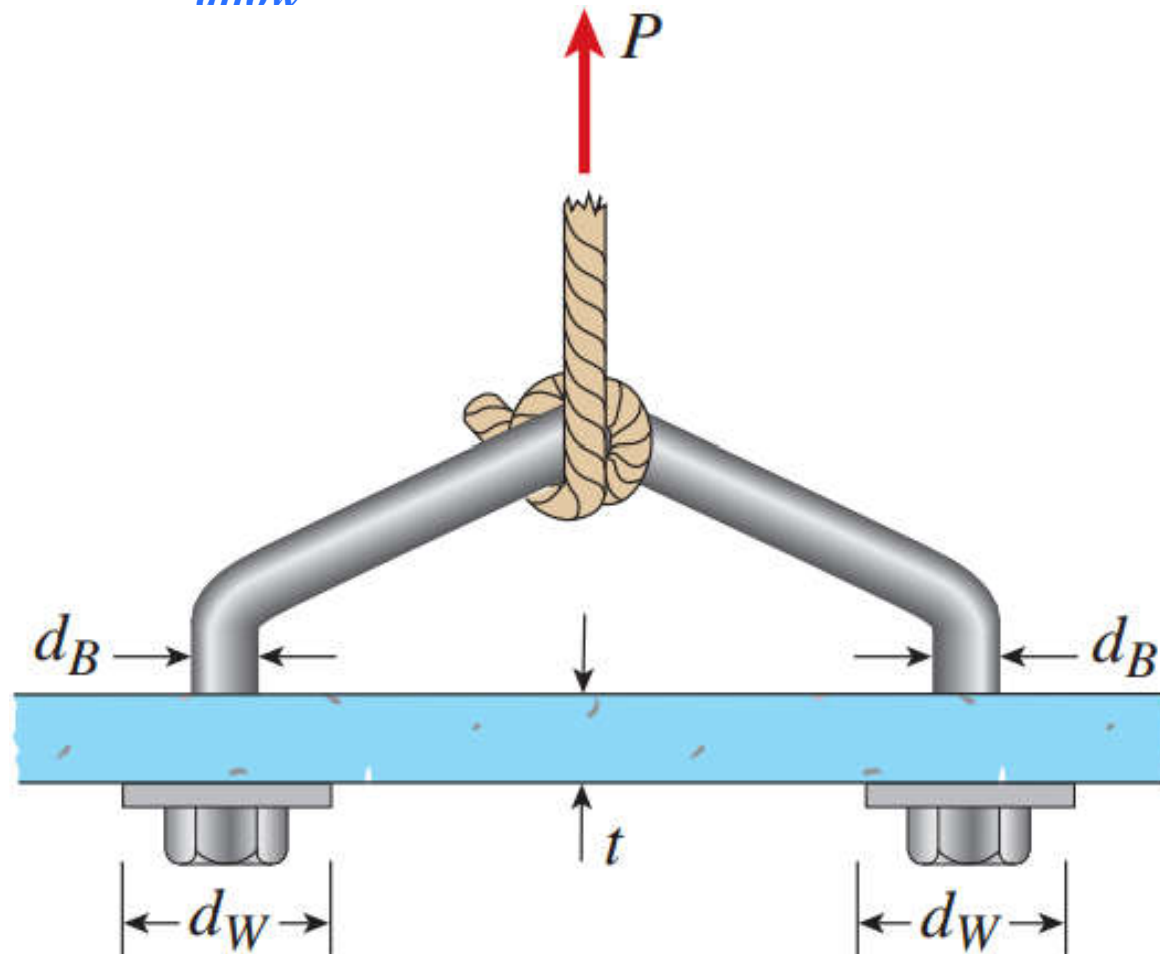


(c) Section through bottom of brace

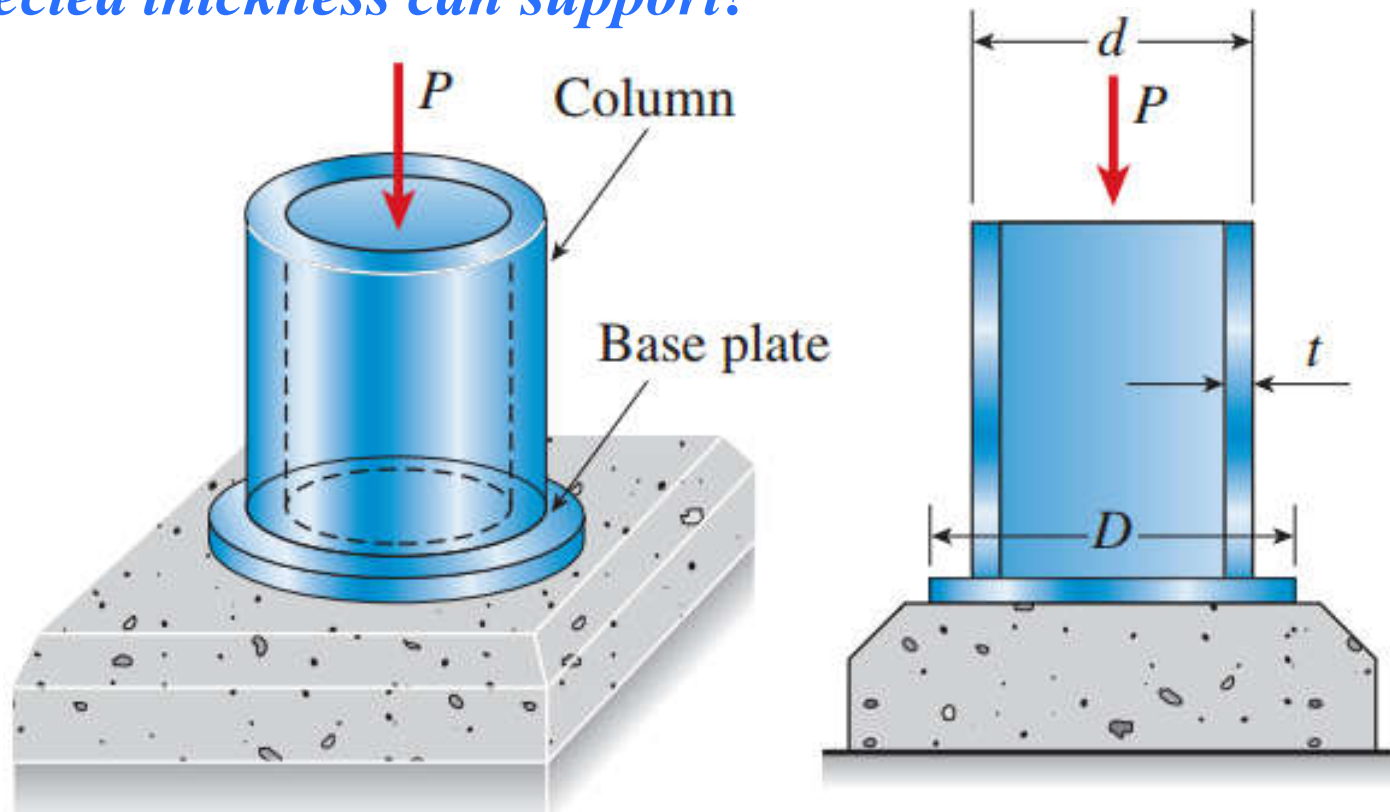
Example: A torque T_0 is transmitted between two flanged shafts by means of ten 20-mm bolts (see figure and photo). The diameter of the bolt circle is $d=250$ mm. If the allowable shear stress in the bolts is 85 MPa, what is the maximum permissible torque? (Disregard friction between the flanges.)



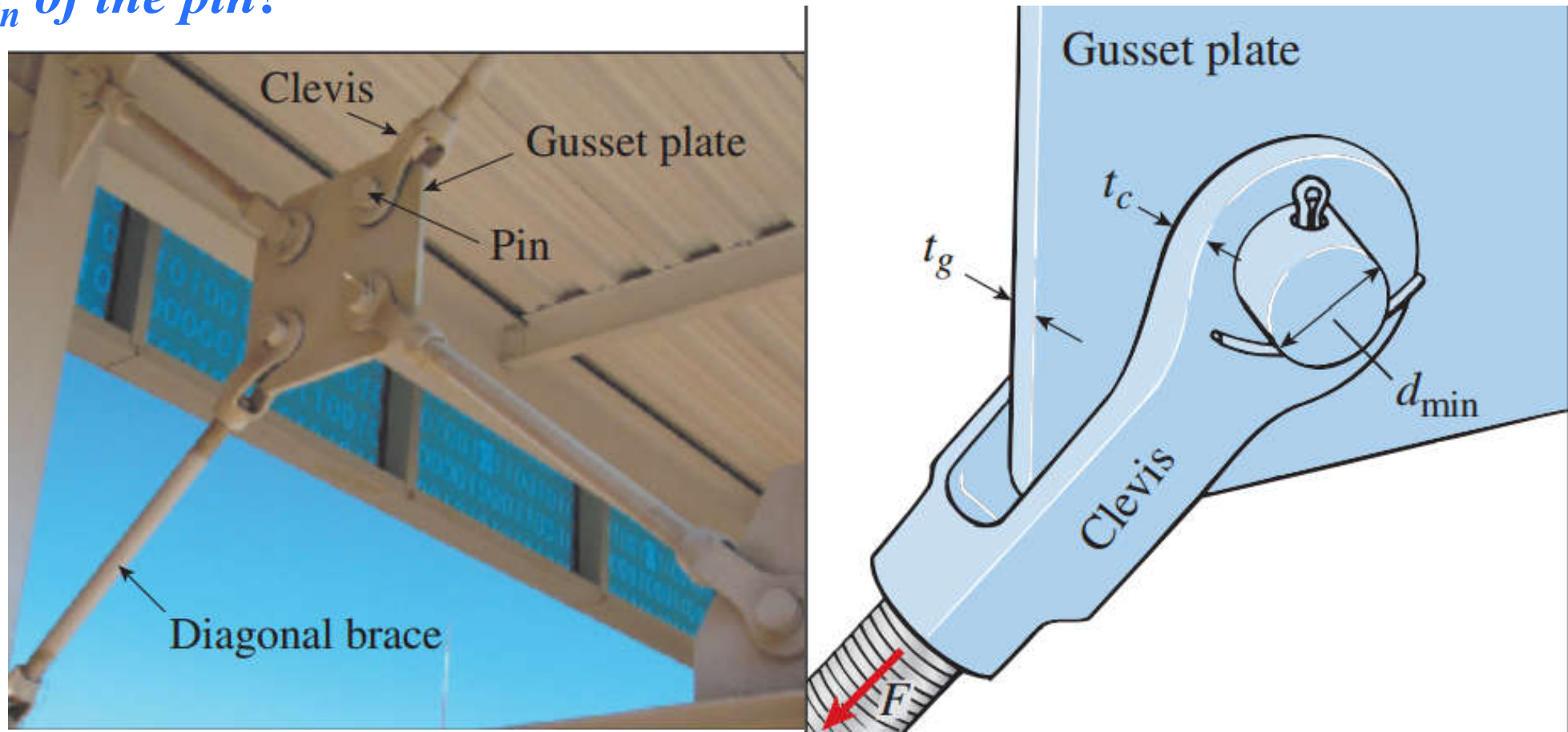
Example: *A tie-down on the deck of a sailboat consists of a bent bar bolted at both ends, as shown in the figure. The diameter d_B of the bar is 6 mm, the diameter d_W of the washers is 22 mm, and the thickness t of the fiberglass deck is 10 mm. If the allowable shear stress in the fiberglass is 2.1 MPa, and the allowable bearing pressure between the washer and the fiberglass is 3.8 MPa, what is the allowable load P_{allow} on the tie-down?*



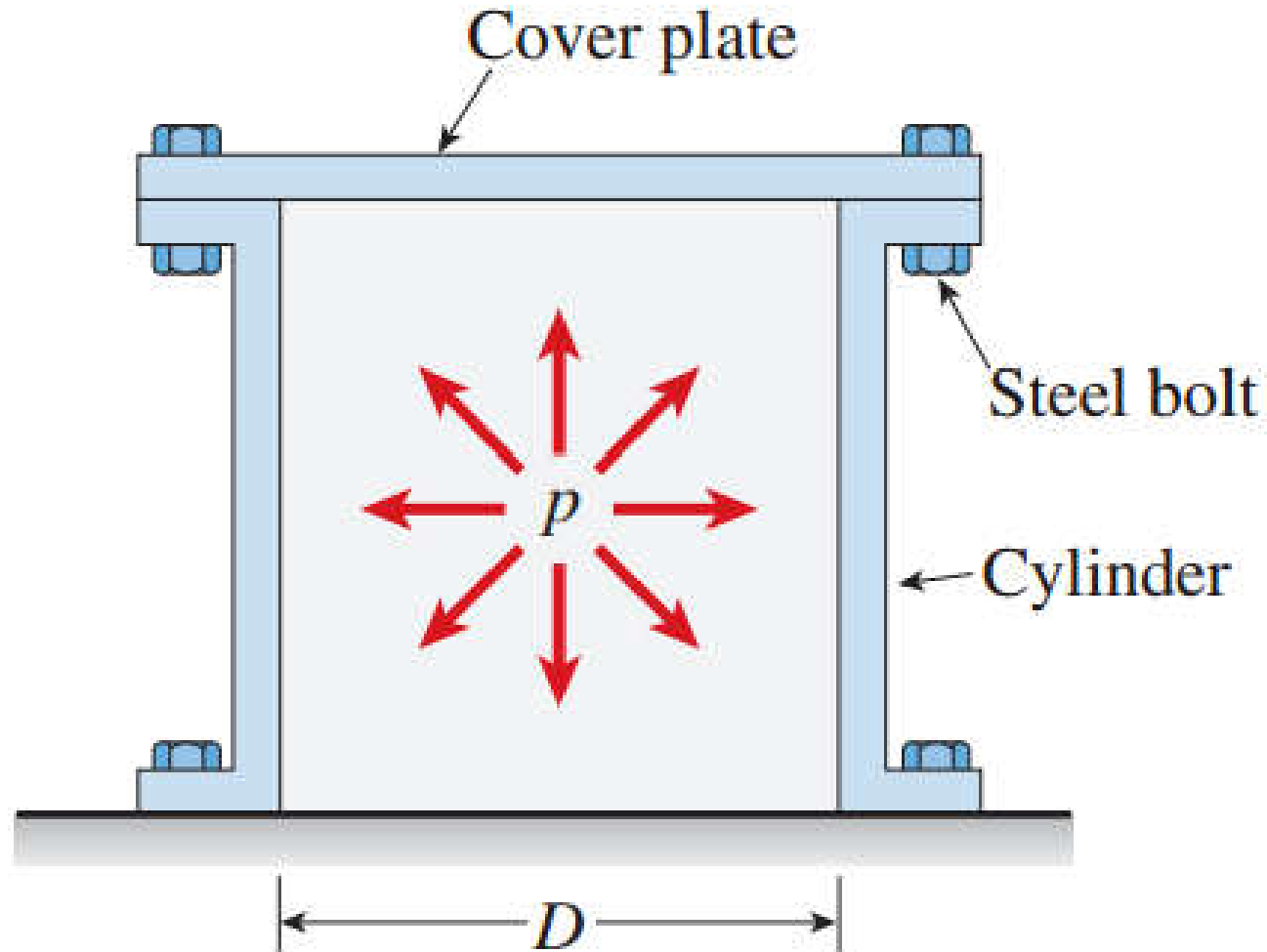
Example: A steel column of hollow circular cross section is supported on a circular steel base plate and a concrete pedestal. The column has outside diameter $d=250$ mm and supports a load $P=750$ kN. (a) If the allowable stress in the column is 55 MPa, what is the minimum required thickness t ? Based upon your result, select a thickness for the column. (Select a thickness that is an even integer, such as 10, 12, 14, . . . , in units of millimeters.) (b) If the allowable bearing stress on the concrete pedestal is 11.5 MPa, what is the minimum required diameter D of the base plate if it is designed for the allowable load P allow that the column with the selected thickness can support?



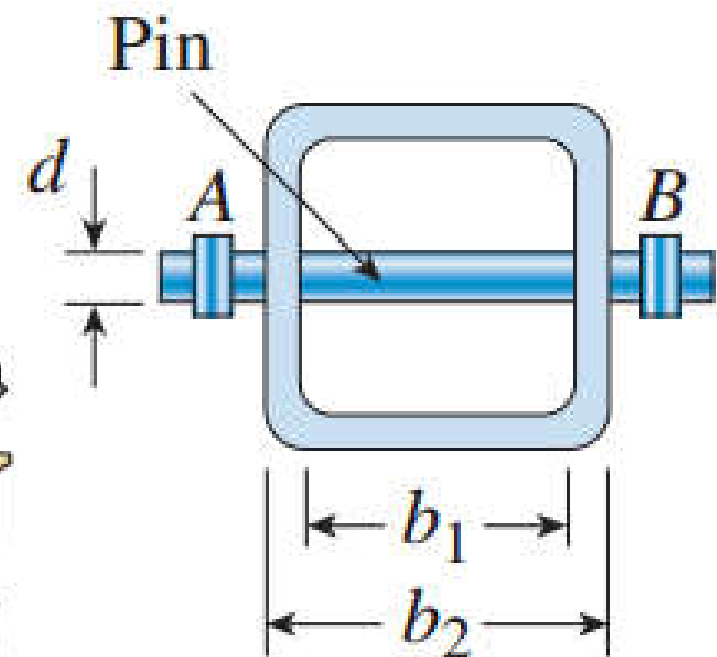
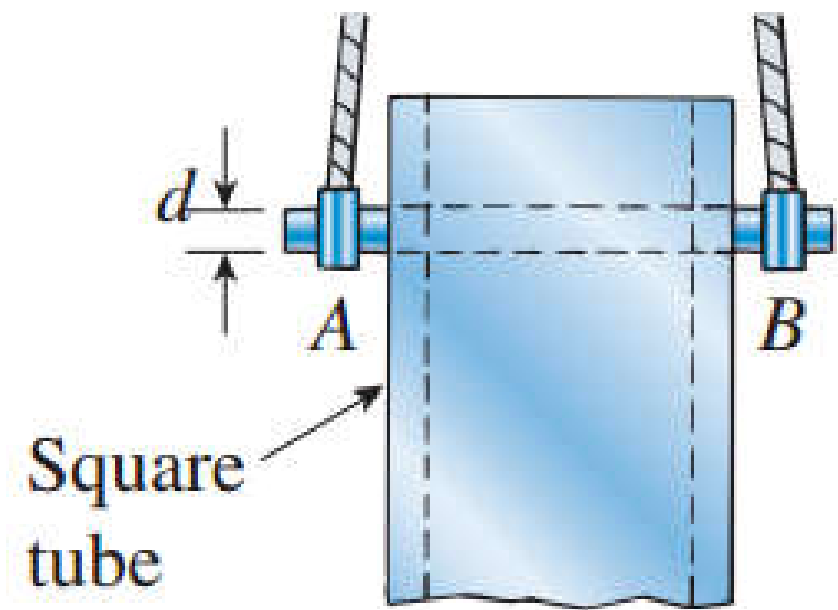
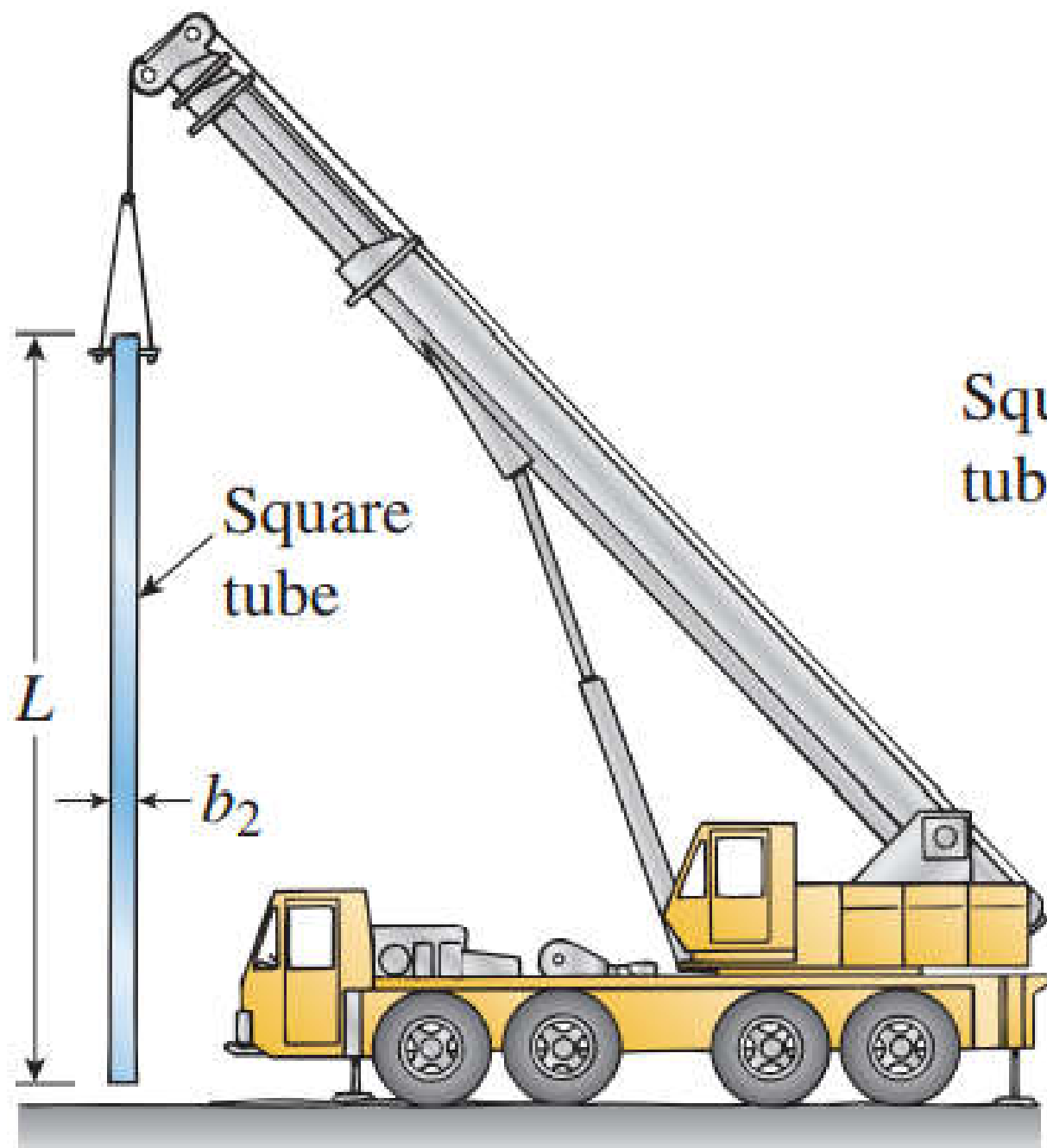
Example: Lateral bracing for an elevated pedestrian walkway is shown in the figure part a. The thickness of the clevis plate $t_c = 16$ mm and the thickness of the gusset plate $t_g = 20$ mm (see figure part b). The maximum force in the diagonal bracing is expected to be $F = 190$ kN. If the allowable shear stress in the pin is 90 MPa and the allowable bearing stress between the pin and both the clevis and gusset plates is 150 MPa, what is the minimum required diameter d_{min} of the pin?



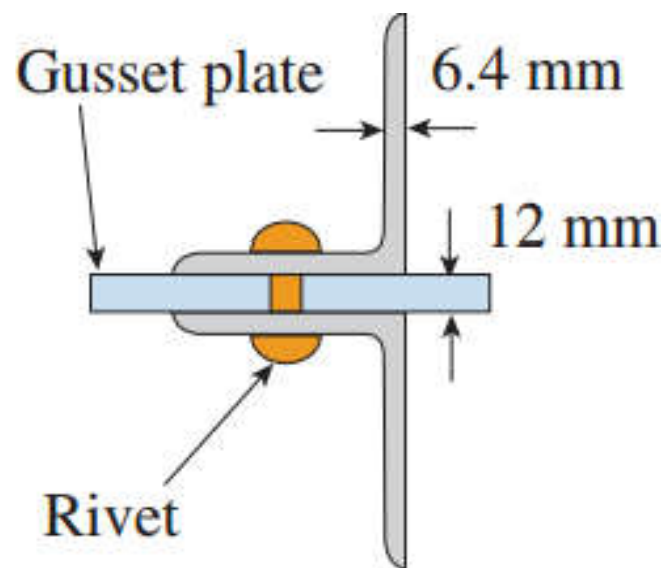
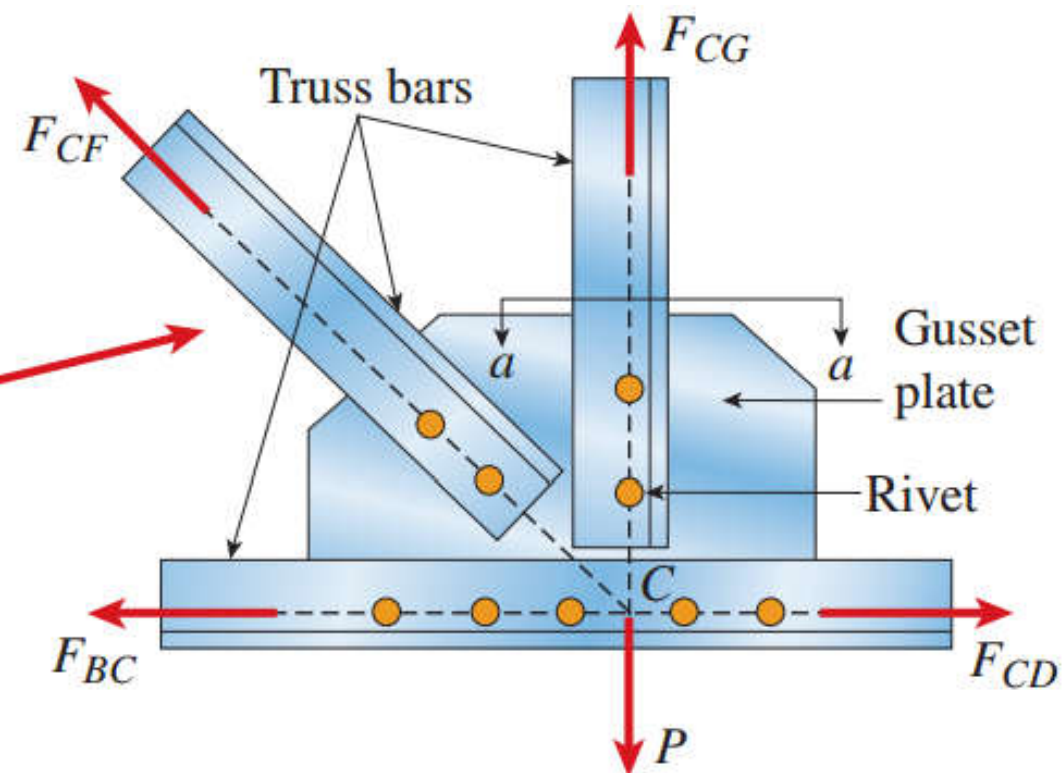
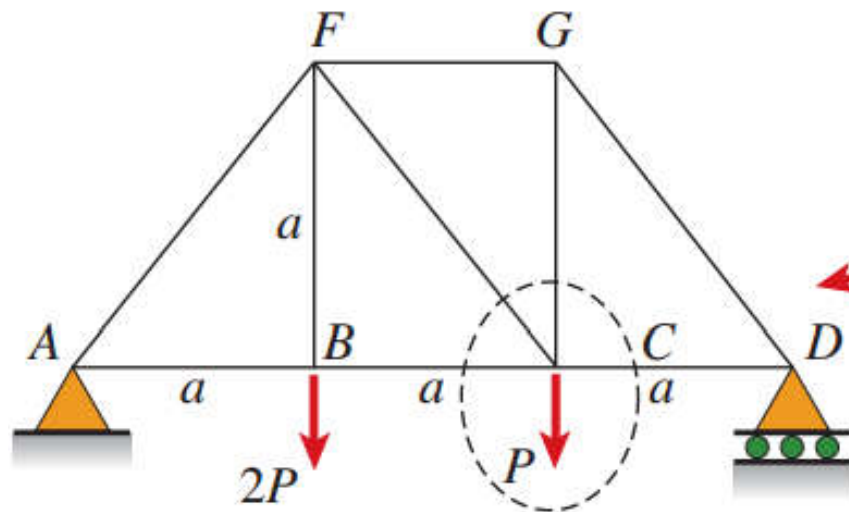
Example: A pressurized circular cylinder has a sealed cover plate fastened with steel bolts (see figure). The pressure p of the gas in the cylinder is 1900 kPa, the inside diameter D of the cylinder is 250 mm, and the diameter d_B of the bolts is 12 mm. If the allowable tensile stress in the bolts is 70 MPa, find the number n of bolts needed to fasten the cover.



Example: *A square steel tube of length $L=6$ m and width $b_2=250$ mm is hoisted by a crane (see figure). The tube hangs from a pin of diameter d that is held by the cables at points A and B. The cross section is a hollow square with inner dimension $b_1=210$ mm and outer dimension $b_2=250$ mm. The allowable shear stress in the pin is 60 MPa, and the allowable bearing stress between the pin and the tube is 90 MPa. Determine the minimum diameter of the pin in order to support the weight of the tube. (Note: Disregard the rounded corners of the tube when calculating its weight.)*

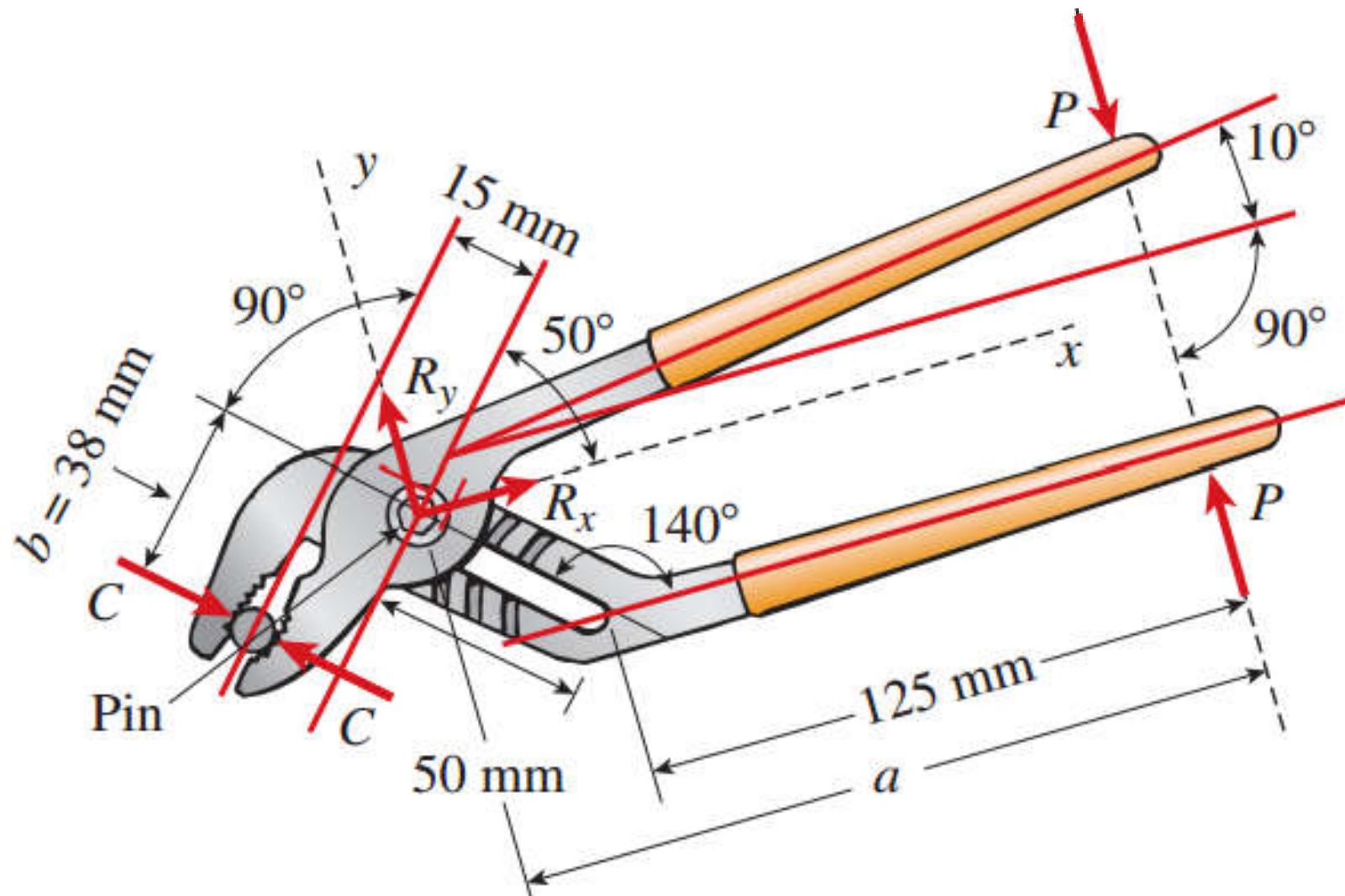


Example: *A plane truss is subjected to loads $2P$ and P at joints B and C , respectively, as shown in the figure part a. The truss bars are made of two $L102 \times 76 \times 6.4$ steel angles [see Table F-5(b): cross-sectional area of the two angles, $A=2180 \text{ mm}^2$, figure part b] having an ultimate stress in tension equal to 390 MPa . The angles are connected to an 12 mm -thick gusset plate at C (figure part c) with 16-mm diameter rivets; assume each rivet transfers an equal share of the member force to the gusset plate. The ultimate stresses in shear and bearing for the rivet steel are 190 MPa and 550 MPa , respectively. Determine the allowable load P_{allow} if a safety factor of 2.5 is desired with respect to the ultimate load that can be carried. (Consider tension in the bars, shear in the rivets, bearing between the rivets and the bars, and also bearing between the rivets and the gusset plate. Disregard friction between the plates and the weight of the truss itself).*

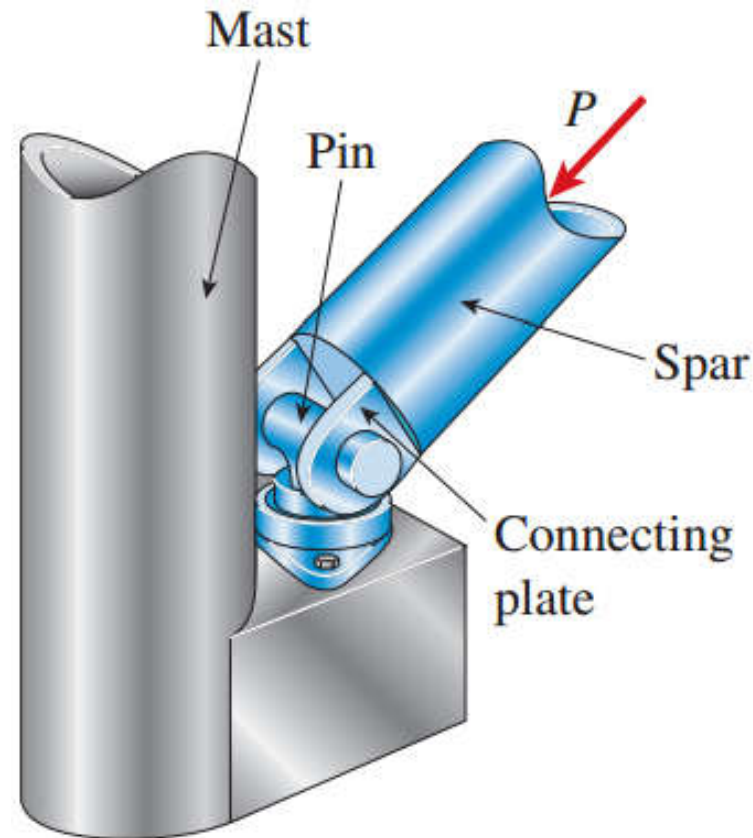


(b) Section $a-a$

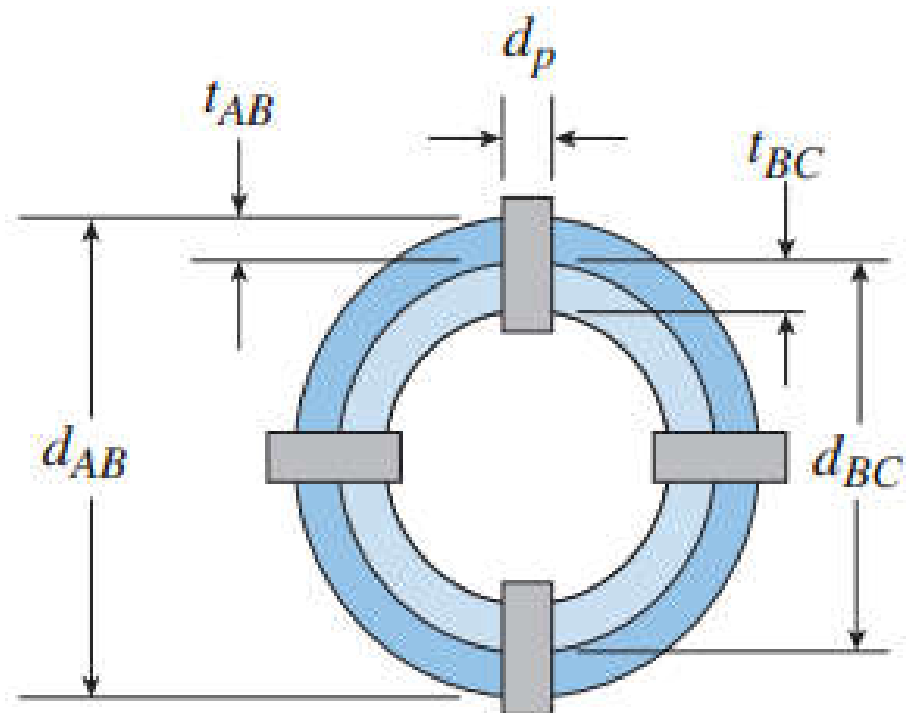
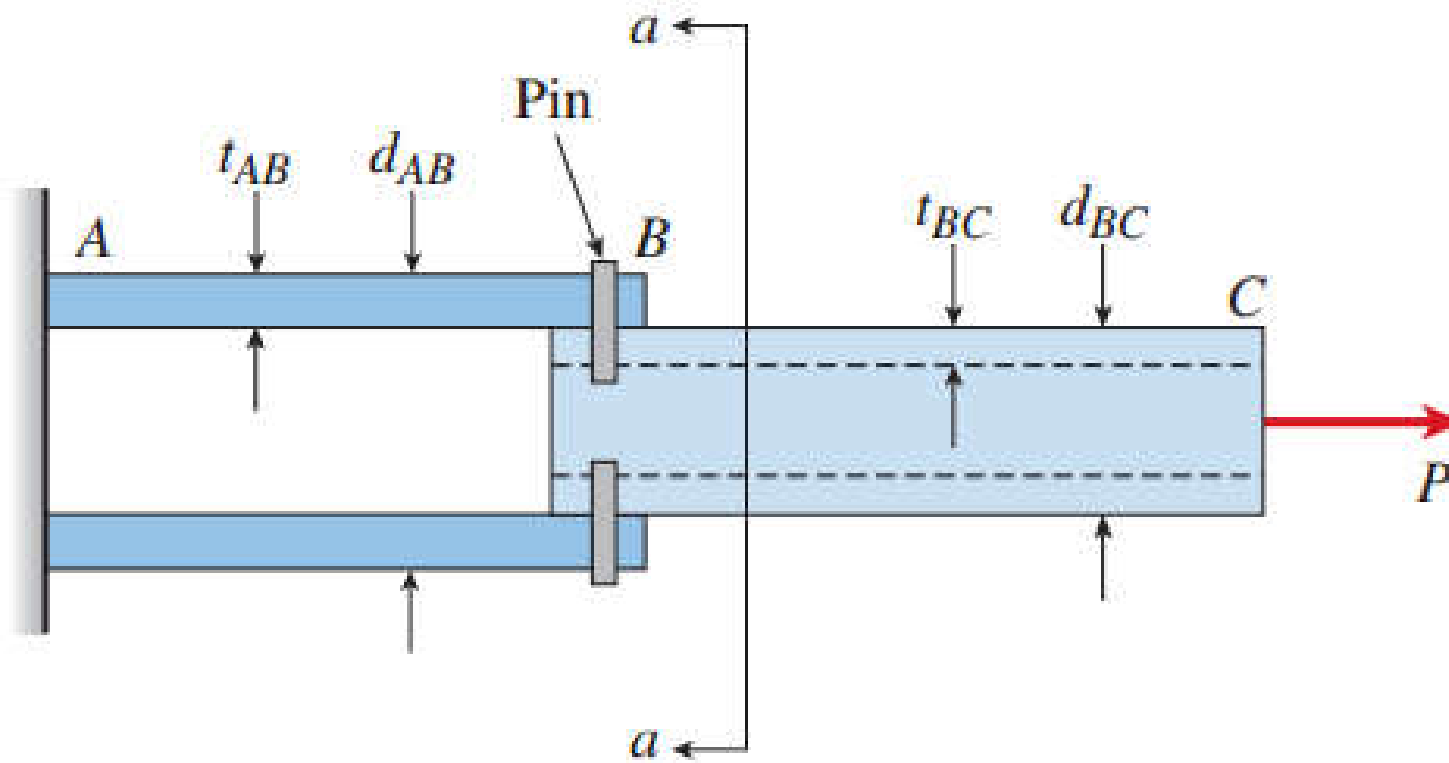
Example: What is the maximum possible value of the clamping force C in the jaws of the pliers shown in the figure if the ultimate shear stress in the 5-mm diameter pin is 340 MPa? What is the maximum permissible value of the applied load P if a factor of safety of 3.0 with respect to failure of the pin is to be maintained?



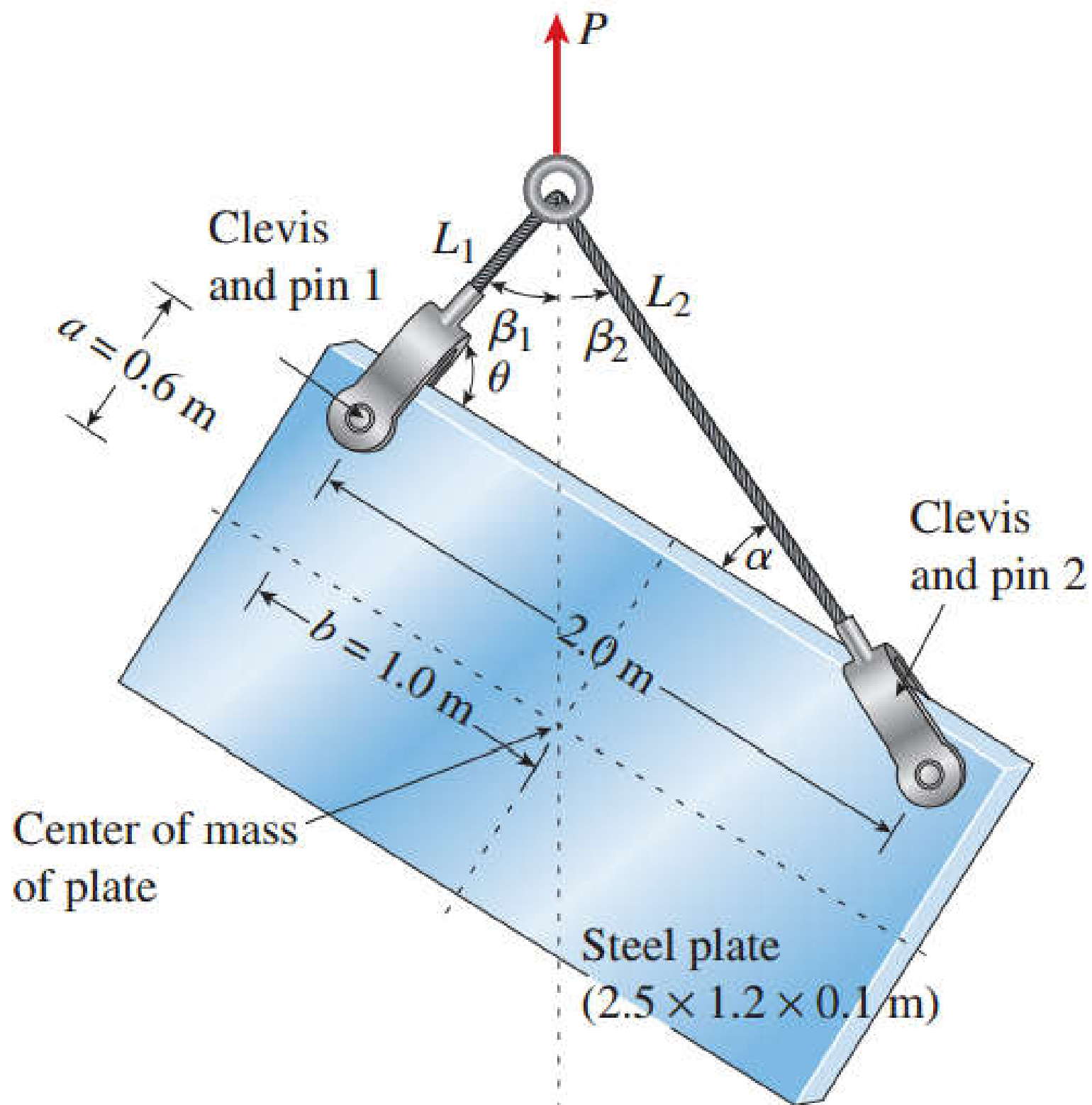
Example: *A ship's spar is attached at the base of a mast by a pin connection (see figure). The spar is a steel tube of outer diameter $d_2=80$ mm and inner diameter $d_1=70$ mm. The steel pin has diameter $d=25$ mm, and the two plates connecting the spar to the pin have thickness $t=12$ mm. The allowable stresses are as follows: compressive stress in the spar, 75 MPa; shear stress in the pin, 50 MPa; and bearing stress between the pin and the connecting plates, 120 MPa. Determine the allowable compressive force P_{allow} in the spar.*



Example: Two steel tubes are joined at B by four pins ($d_p=11$ mm), as shown in the cross section a–a in the figure. The outer diameters of the tubes are $d_{AB}=41$ mm and $d_{BC}=28$ mm. The wall thicknesses are $t_{AB}=6.5$ mm and $t_{BC}=7.5$ mm. The yield stress in tension for the steel is $\sigma_Y=200$ MPa and the ultimate stress in tension is $\sigma_U=340$ MPa. The corresponding yield and ultimate values in shear for the pin are 80 MPa and 140 MPa, respectively. Finally, the yield and ultimate values in bearing between the pins and the tubes are 260 MPa and 450 MPa, respectively. Assume that the factors of safety with respect to yield stress and ultimate stress are 3.5 and 4.5, respectively. (a) Calculate the allowable tensile force P_{allow} considering tension in the tubes. (b) Recompute P_{allow} for shear in the pins. (c) Finally, recompute P_{allow} for bearing between the pins and the tubes. Which is the controlling value of P ?



Example: *A steel plate of dimensions $2.5 \times 1.5 \times 0.08$ m and weighing 23.1 kN is hoisted by steel cables with lengths $L_1 = 3.2$ m and $L_2 = 3.9$ m that are each attached to the plate by a clevis and pin (see figure). The pins through the clevises are 18 mm in diameter and are located 2.0 m apart. The orientation angles are measured to be $\theta = 94.4^\circ$ and $\alpha = 54.9^\circ$. For these conditions, first determine the cable forces T_1 and T_2 , then find the average shear stress τ_{aver} in both pin 1 and pin 2, and then the average bearing stress σ_b between the steel plate and each pin. Ignore the mass of the cables.*



Thank you!

trangtantrien@hcmute.edu.vn

