

## Đề ôn Toán Cao cấp A1

Thời gian: 180 phút

### Câu 1:

1. Cho hàm  $f(x)$  liên tục tại mọi  $x$  và  $f(x) = \frac{\sin x + ax + bx^2 + 7x^3}{x^3}$  khi  $x \neq 0$ . Hãy xác định  $a, b, f(0)$ .

2. Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - e^x + 2x}{2 - \cos x}$

### Câu 2:

1. Tính đạo hàm của hàm  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x \leq 0 \\ \sin x & \text{khi } x > 0 \end{cases}$  tại  $x=0$ .

2. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  $(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2)$  tại điểm  $(2,0)$ .

3. Cho hàm số  $f(x) = e^{x^2} + \ln(2x+3)$  và  $g(x) = \sin x$ . Dùng quy tắc đạo hàm của hàm hợp để tính  $\frac{d}{dx}(f \circ g)(x)$ .

### Câu 3:

1. Tính cách tích phân suy rộng sau

a.  $\int_0^{\infty} x^3 e^x dx$

b.  $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cot x dx$

2. Cho hàm  $f(x) = \frac{x^2 + 17x - 8}{(2x+3)(x-1)^2}$

a. Biểu diễn  $f(x)$  dưới dạng tổng phân thức hữu tỷ và tìm nguyên hàm của  $f(x)$ .

b. Tính tích phân suy rộng  $\int_2^{\infty} f(x) dx$  và kết luận về sự hội tụ của tích phân này.

3. Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng sau

a.  $\int_1^4 \frac{1 - \sin 2x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$

b.  $\int_1^{\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^5 + 5x}} dx$

4. Tính  $\int x(2x^2 + 1)\sqrt{x^4 + x^2} dx$ .

**Câu 4:**

1. Tính tổng của chuỗi  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{(k+1)(k+2)}$

2. Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x-1)^k}{4^k \sqrt{8k-1}}$

3. Các chuỗi số sau hội tụ hay phân kỳ?

a.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 4^{k+1}}{5^k}$

b.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k + 5k^{3/2}}{6k^2 - k + 3}$

4. Tìm khai triển Taylor của hàm  $f(x) = e^{3x+1}$  xung quanh điểm  $a = 4$ .

5. Tìm chuỗi Maclaurin cho các hàm số sau rồi tìm  $f^{(2017)}(0)$  trong mỗi trường hợp

a.  $f(x) = \sin x^2$

b.  $f(x) = \frac{3x-2}{5+2x}$

**Câu 5:**

1. Giải phương trình sau trên tập số phức:  $2z^2 + 2z + 5 = 0$  rồi tính  $z_1^{2017} + z_2^{2017}$ , với  $z_1, z_2$  là 2 nghiệm của phương trình đã cho.

2. Khai triển thành chuỗi Fourier hàm số  $f(x)$  tuần hoàn chu kỳ  $T = 2\pi$ , xác định bởi

$$f(x) = \begin{cases} \pi - x & \text{if } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{if } \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$$