

# Chương II : KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ DẪN NHIỆT VÀ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DẪN NHIỆT CỦA CHẤT RẮN

## I . Những khái niệm cơ bản:

nh

t :

.

:

Là tập hợp giá trị nhiệt độ của vật tại mọi điểm theo không gian và thời gian.

Trường nhiệt độ có thể phân thành trường nhiệt độ ổn định và trường nhiệt độ không ổn định.

**a. Trường nhiệt độ không ổn định** : là trường nhiệt độ biến thiên theo thời gian.

Phương trình trường nhiệt độ không ổn định có dạng :

$$t = f(x, y, z) ; \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0$$

**b. Trường nhiệt độ ổn định** : là trường nhiệt độ không biến thiên theo thời gian.

Phương trình trường nhiệt độ ổn định có dạng :

$$t = f(x, y, z) ; \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$$

### 3. Gradient nhiệt độ:

**a. Mặt đẳng nhiệt:** là tập hợp tất cả các điểm có cùng một giá trị nhiệt độ tại một thời điểm nhất định

- Bởi vì một điểm trong vật không thể đồng thời tồn tại hai nhiệt độ, do đó các mặt đẳng nhiệt không bao giờ cắt nhau.
- Các mặt đẳng nhiệt hoặc tự khép kín hoặc khép kín trên biên.

**b. Gradient nhiệt độ:** Độ biến thiên nhiệt độ theo phương pháp tuyến lớn nhất của bề mặt đẳng nhiệt được đặc trưng bằng gradien nhiệt độ.

Gradien nhiệt độ là một vector có phương trùng với phương pháp tuyến của bề mặt đẳng nhiệt và có chiều là chiều tăng nhiệt độ

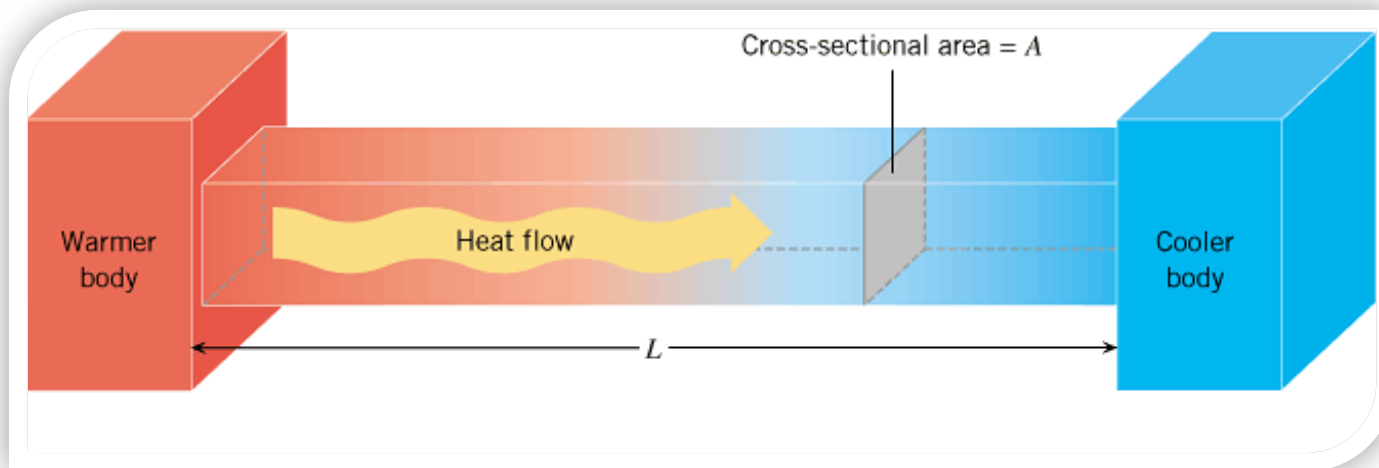
Giá trị của nó bằng đạo hàm của nhiệt độ theo phương  
ấy:

$$\overline{Grad t} = \left| \frac{\partial t}{\partial n} \right| ; \quad \frac{\partial t}{\partial n} \geq \frac{\partial t}{\partial s}$$

$$\left| \frac{\partial t}{\partial n} \right|$$

n.

#### 4. Định luật Fourier về dẫn nhiệt:



Theo định luật Fourier , nhiệt lượng dQ

$$dQ = qF = -\lambda \overline{Grad t} .dF \quad [W]$$

t

t.

$$q = -\lambda .\overline{Grad t} \quad [W/m^2]$$

$\lambda$

t [W/m°C]

q : Mật độ dòng nhiệt [W/m<sup>2</sup>]

Q : Dòng nhiệt tổn thất qua diện tích F [W]

Dòng nhiệt truyền qua vật (trong 1s) theo phương x  
được tính theo t Fourier :

$$Q_x = -\lambda F \frac{\partial t}{\partial x}$$
$$q_x = \frac{Q_x}{F} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$$

Trong đó :

- $Q_x$  là dòng nhiệt truyền theo phương x trong thời gian 1s [W]
- $q_x$  là mật độ dòng nhiệt truyền theo phương x trong thời gian 1s [W/m<sup>2</sup>]
- $t$  là nhiệt độ tuyệt đối của vật [°C]
- $F$  là diện tích tiết diện vuông góc với phương x [m<sup>2</sup>]

$t$

m.

$$\lambda = \frac{|q|}{\overline{Grad t}} \text{ [W/m.độ]}$$

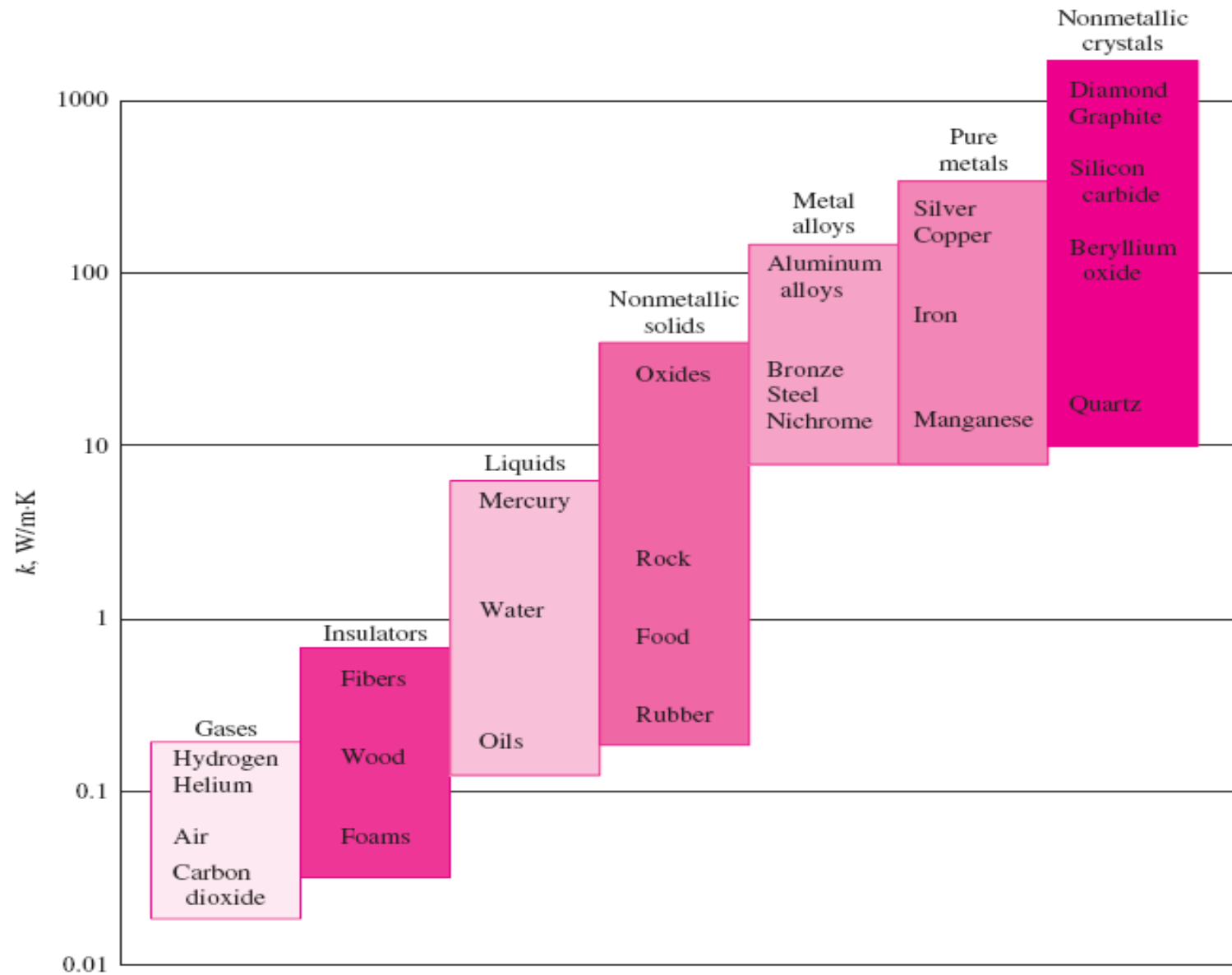
ng.

$$\lambda_{(t)} = \lambda_0.(1 + b.t) = f(t)$$

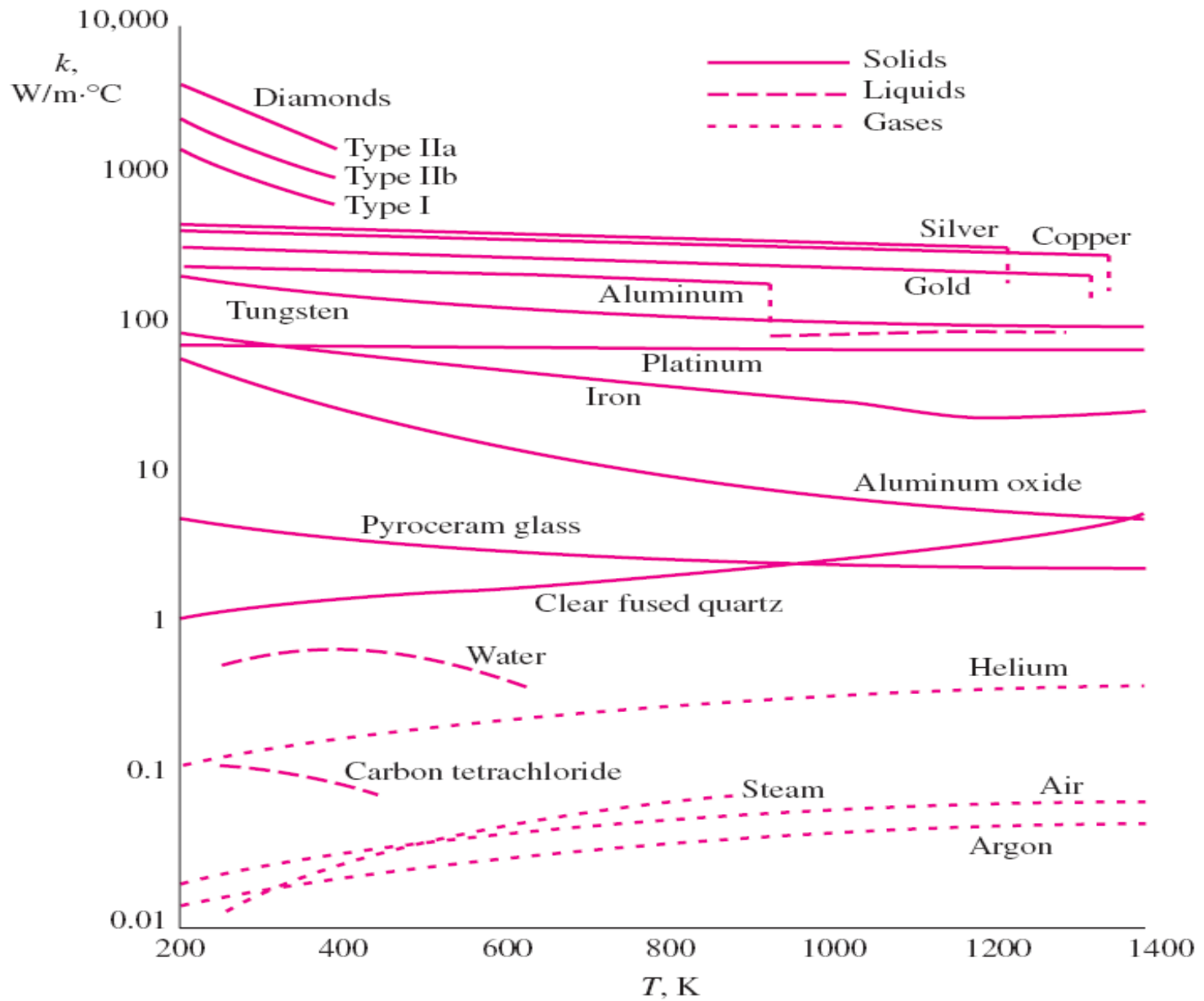
$\lambda_0$

0°C

m.







## II. Phương trình vi phân về dẫn nhiệt:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 t + \frac{q_v}{c \cdot \rho}$$

$q_v$  : Nguồn nhiệt bên trong của vật [ $\text{W/m}^3$ ]

$c$  : Nhiệt dung riêng [ $\text{J/kg} \cdot \text{độ}$ ]

$\rho$  : Khối lượng riêng [ $\text{Kg/m}^3$ ]

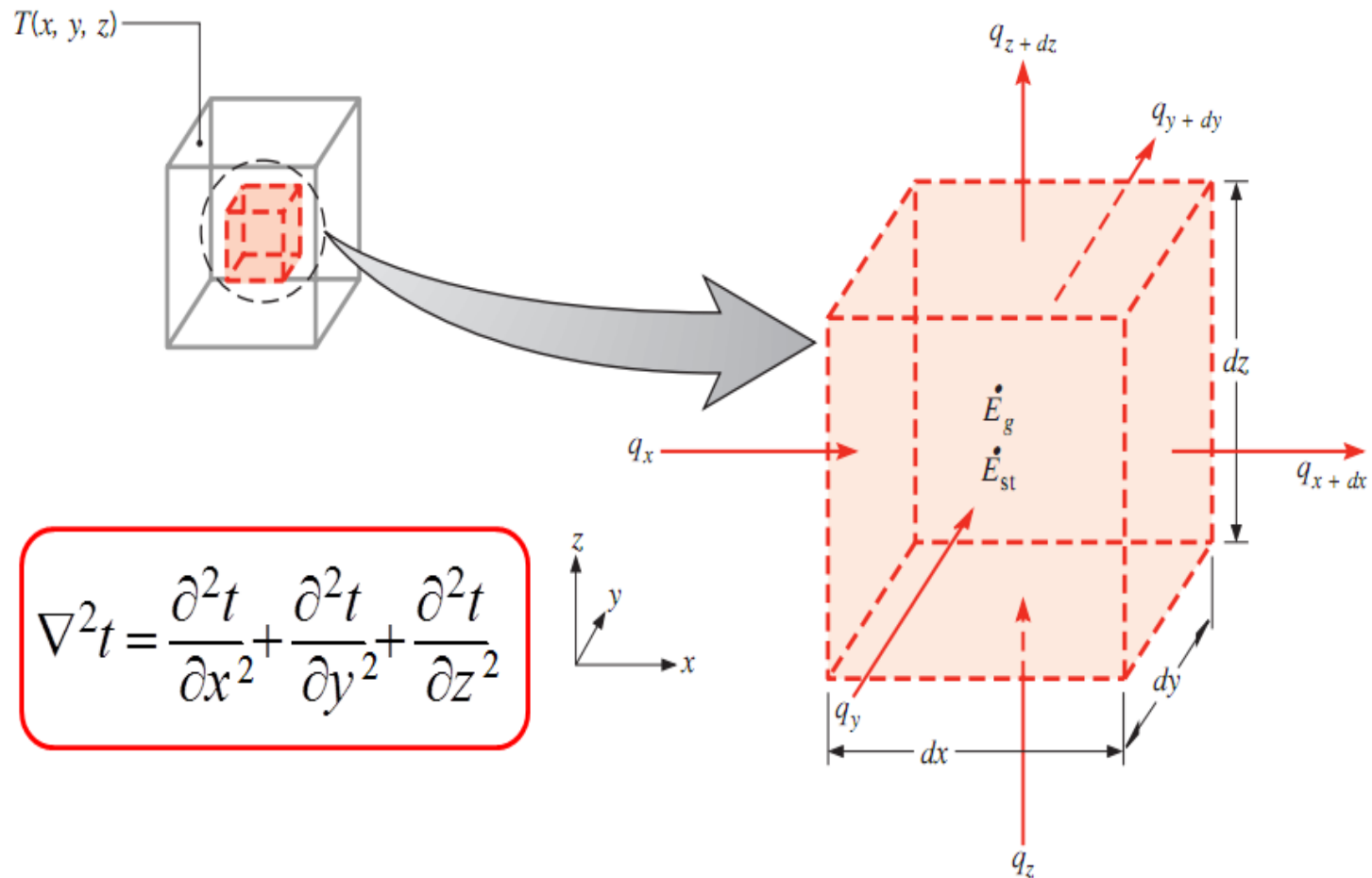
$a$  : Hệ số khuếch tán nhiệt:  $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$  [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

Laplace  $\nabla^2 t$  phụ thuộc vào hệ tọa độ

a. Trong

-

ng :

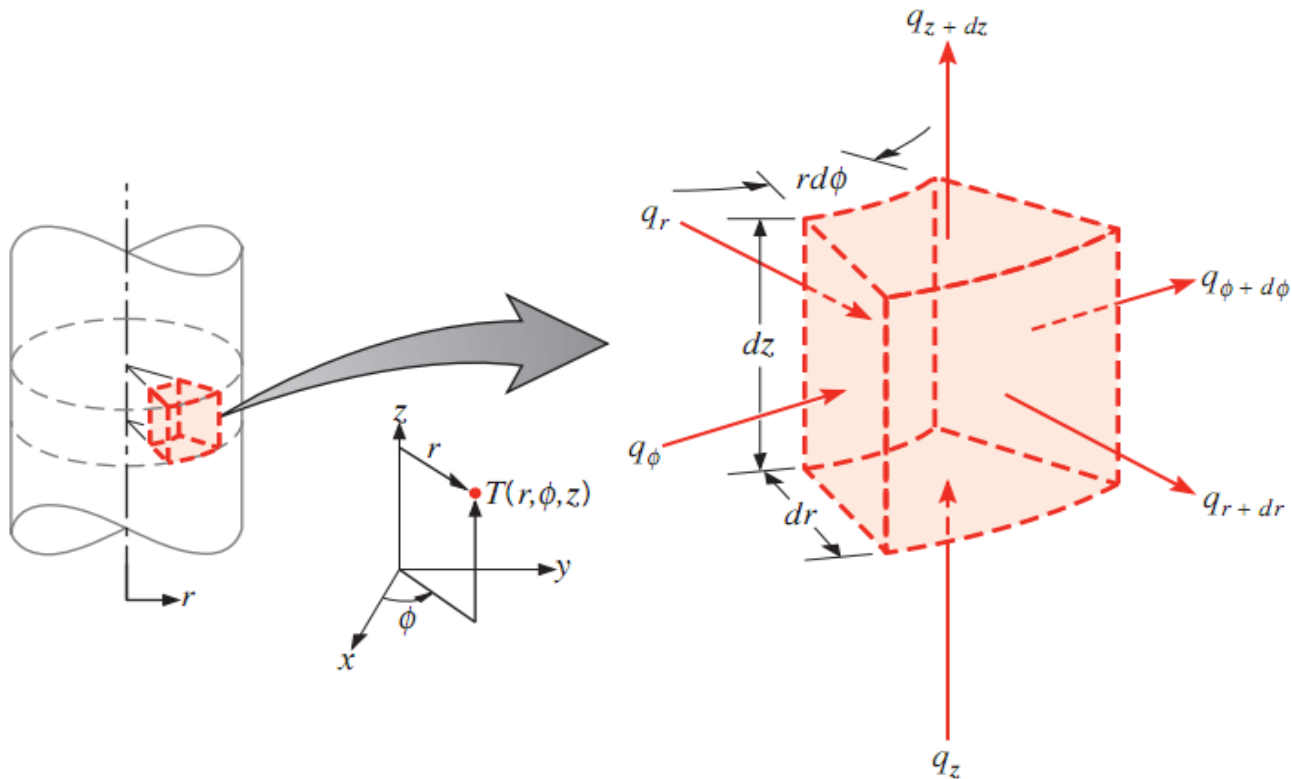


b. Trong

toán tử

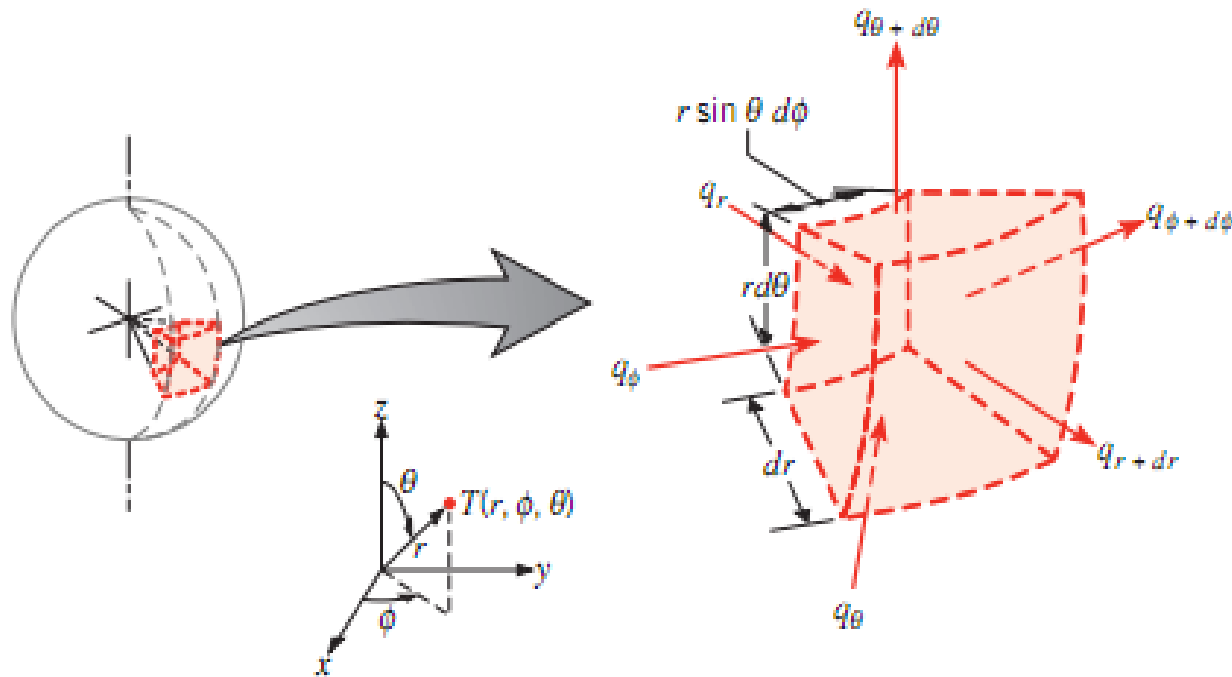
ng :

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$$



c. Trong cầu toán ng :

$$\nabla^2 t = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rt)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2}$$



### ❖ Điều kiện biên đơn trị:

- ♦ Điều kiện hình

nh

- ♦ Điều kiện vật lý ( Bản chất, tính chất vật lý , nhiệt dung riêng

t.

- ♦ Điều kiện thời gian ( Có phụ thuộc vào thời gian hay không

.

### ❖ Điều kiện biên:

- n biên loại 1: Biết trước nhiệt độ vách  $t_w$  , cần tìm Gradt và q
- n biên loại 2 : Biết trước q hay Gradt , cần tìm nhiệt độ vách  $t_w$

- Điều kiện biên loại 3 : Biết nhiệt độ môi trường  $t_f$ , qui luật trao đổi nhiệt giữa bề mặt vật với môi trường xung quanh

Định luật Newton-Ricman :  $q = \alpha \cdot (t_w - t_f)$

Kết quả là điều kiện biên loại 3 có thể biểu diễn như sau :

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w = -\frac{\alpha}{\lambda}(t_w - t_f)$$

- Điều kiện biên loại 4 : Đặc trưng cho quy luật truyền nhiệt năng của hệ vật hoặc của vật với môi trường xung quanh , biết điều kiện tiếp xúc giữa các vật là lý tưởng.

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w = \lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w$$