



3.4 Magnetostatic Energy (W_m)



a) Energy In terms of Field quantities :

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{B} \cdot \vec{H} dV = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \mu H^2 dV = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \frac{B^2}{\mu} dV$$

(V_∞ : không gian tồn tại trường từ)

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{H} \vec{B} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2\mu} B^2 \text{ (J/m}^3\text{)} = \text{Magnetostatic energy density}$$

b) Energy In terms of \vec{A} and \vec{J} :

❖ Từ : $W_m = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{B} \cdot \vec{H} dV = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{H} \cdot (\text{rot } \vec{A}) dV$

❖ Có: $\vec{H} \cdot \text{rot } \vec{A} = \text{div}(\vec{A} \times \vec{H}) + \vec{A} \cdot \text{rot } \vec{H} = \text{div}(\vec{A} \times \vec{H}) + \vec{A} \cdot \vec{J}$

→ $W_m = \frac{1}{2} \int_{V_\infty} \vec{A} \cdot \vec{J} dV + \frac{1}{2} \oint_{S_\infty} \vec{A} \times \vec{H} \cdot d\vec{S}$

❖ Mà: $\left\{ \begin{array}{l} \oint_{S_\infty} \vec{A} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\oint_S \vec{A} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} \right) = 0 \\ \int_{V_\infty} \vec{A} \cdot \vec{J} dV = \int_{V_J} \vec{A} \cdot \vec{J} dV \end{array} \right.$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_J} \vec{A} \cdot \vec{J} dV$$

(V_J : miền có dòng)

c) Energy of N loops carrying current:

❖ Cho hệ n dòng điện dây : $I_1 \dots I_n$; $\Phi_1 \dots \Phi_n$:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_{V_J} \vec{A} \cdot \vec{J} \cdot dV = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \int_{V_k} \vec{A} \cdot \vec{J} dV = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \oint_{C_k} \vec{A} I_k d\vec{l}$$

$$\rightarrow W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \oint_{C_k} \vec{A} d\vec{l} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \Phi_k$$

❖ Vậy :

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \Phi_k$$

❖ Special cases:

i. **n = 1** : Một vòng dây mang dòng

▪ Ta có:

$$W_m = \frac{1}{2} I \Phi = \frac{1}{2} L I^2$$

ii. **n = 2** : Hai vòng dây mang dòng

▪ Ta có: $W_m = \frac{1}{2} I_1 \Phi_1 + \frac{1}{2} I_2 \Phi_2 = \frac{1}{2} I_1 (L_1 I_1 + M I_2) + \frac{1}{2} I_2 (M I_1 + L_2 I_2)$

→
$$W_m = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2$$

▪ Đây là công thức xác định NLTT trong phần tử hồ cảm .