



# III. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

1. Phương pháp thử lần lượt
2. Phương pháp lập bảng



Khoa Cơ khí chế tạo máy

# CƠ SỞ TOÁN HỌC CỦA PP LẬP BẢNG

- ❖ **Tính chất 1:** Nếu bài toán có phương án tối ưu thì cũng có phương án cơ bản tối ưu.
- ❖ **Tính chất 2:** Số phương án cơ bản là hữu hạn.
- ❖ **Tính chất 3:** Điều kiện cần và đủ để bài toán có phương án tối ưu là hàm mục tiêu của nó bị chặn dưới khi  $f(x) \rightarrow \min$  và bị chặn trên khi  $f(x) \rightarrow \max$  trên tập hợp các phương án

# MỘT SỐ KHÁI NIỆM

## 1. Tiêu chuẩn tối ưu

- ❖ Nếu  $\Delta_j \leq 0$  với mọi  $j$  ở bài toán  $Z \rightarrow \min$  và  $\Delta_j \geq 0$  với mọi  $j$  ở bài toán  $Z \rightarrow \max$  thì phương án đang xét là phương án tối ưu
- ❖ Tồn tại  $\Delta_j > 0$  mà  $a_{ij} \leq 0$  ( $i = 1:m$ ) ở bài toán  $Z \rightarrow \min$  và  $\Delta_j < 0$  mà  $a_{ij} \leq 0$  ( $i = 1:m$ ) ở bài toán  $Z \rightarrow \max$  thì bài toán đang xét không có phương án tối ưu.

# MỘT SỐ KHÁI NIỆM

## 2. Chọn ẩn đưa vào và ẩn đưa ra

### ❖ Ẩn đưa vào ( $x_L$ )

- BT  $Z \rightarrow \min$  ẩn đưa vào ứng với cột  $\Delta_j > 0$  và lớn nhất
- BT  $Z \rightarrow \max$  ẩn đưa vào ứng với cột  $\Delta_j < 0$  và nhỏ nhất

### ❖ Ẩn đưa ra ( $x_k$ )

- Chung cho cả hai bài toán  $Z \rightarrow \max$  và  $Z \rightarrow \min$  ẩn đưa

ra là ẩn ứng với hàng  $k$  có  $\lambda_k = \frac{b_k}{a_{kl}} = \min \frac{\lambda_i}{a_{il}}$  và  $a_{il} > 0$

# MỘT SỐ KHÁI NIỆM

## 3. Ẩn cơ bản

- ❖ Chỉ xuất hiện một lần trong các phương trình ràng buộc
- ❖ Có hệ số bằng + 1

# TRÌNH TỰ LẬP BẢNG ĐƠN HÌNH

1. Lập bảng đơn hình cơ bản
2. Kiểm tra tính tối ưu
3. Xác định cột chuẩn – tìm ẩn đưa vào
4. Xác định hàng chuẩn, tìm ẩn đưa ra, tìm phần tử xoay
5. Biến đổi thay phương án

# 1. LẬP BẢNG ĐƠN HÌNH CƠ BẢN

1	2	3	4						5
ACB	Hệ số ABC	Phương án	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	....	$\lambda$
			$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	....	
$X_1$	$C_1$	$b_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$a_{15}$	....	
$X_2$	$C_2$	$b_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$	$a_{25}$	....	
....	....	....	....	....	....	....	....	....	
$\Delta$		$\Delta_0 = 14$	$\Delta_1 =$	$\Delta_2 =$	$\Delta_3 =$	$\Delta_4 =$	$\Delta_5 =$	$\Delta_6 =$	

- Cột 1: Ấn cơ bản ACB
- Cột 2: Hệ số ACB – ghi các hệ số của ACB trong hàm mục tiêu
- Cột 3: Phương án – ghi giá trị  $b_i$  của các phương trình ràng buộc theo giá trị tương ứng của hàng ACB
- Cột 4: Ghi các hệ số của các ẩn tương ứng trong hệ ràng buộc
- Cột 5: Ghi tỷ số giữa cột phương án với cột chuẩn theo hàng tương ứng chỉ tính các hệ số  $a_{iL} > 0$  ( $\lambda_i = b_i/a_{iL}$ )

Giải bài toán QHTT sau:

$$\langle 1 \rangle f(x) = 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 + x_6 \rightarrow \text{Min}$$

$$\langle 2 \rangle \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + 3x_3 + x_5 = 10 \\ 2x_2 + 4x_3 + x_6 = 12 \end{cases}$$

$$\langle 3 \rangle x_j \geq 0, j = 1:6$$

# 1. LB ĐƠN HÌNH CƠ BẢN

	Hệ số ABC	Phương án	$x_1$ $c_1 = 3$	$x_2$ $c_2 = 5$	$x_3$ $c_3 = 3$	$x_4$ $c_4 = -3$	$x_5$ $c_5 = 2$	$x_6$ $c_6 = 1$	$\lambda$
$x_4$	$c_1 = -3$	$b_1 = 6$	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 3$	$a_{13} = -1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = 0$	
$x_5$	$c_2 = 2$	$b_2 = 10$	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 3$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 0$	
$x_6$	$c_3 = 1$	$b_3 = 12$	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 4$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 0$	$a_{36} = 1$	
$\Delta$		$\Delta_0 =$	$\Delta_1 =$	$\Delta_2 =$	$\Delta_3 =$	$\Delta_4 =$	$\Delta_5 =$	$\Delta_6 =$	



$$\langle 1 \rangle f(x) = 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 + x_6 \rightarrow \text{Min}$$

$$\langle 2 \rangle \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + 3x_3 + x_5 = 10 \\ 2x_2 + 4x_3 + x_6 = 12 \end{cases}$$

$$\langle 3 \rangle x_j \geq 0, j = 1:6$$

# 1. LB ĐƠN HÌNH CƠ BẢN

$$\Delta_o = \sum_{i=1}^m c_i b_i \quad \Delta_j = \sum_{i=1}^m c_i a_{ij} - c_j$$

ACB	Hệ số ABC	Phương án	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	λ
			c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>	c <sub>5</sub>	c <sub>6</sub>	
X <sub>4</sub>	c <sub>1</sub> = -3	b <sub>1</sub> = 6	a <sub>11</sub> = 1	a <sub>12</sub> = 3	a <sub>13</sub> = -1	a <sub>14</sub> = 1	a <sub>15</sub> = 0	a <sub>16</sub> = 0	
X <sub>5</sub>	c <sub>2</sub> = 2	b <sub>2</sub> = 10	a <sub>21</sub> = 2	a <sub>22</sub> = 0	a <sub>23</sub> = 3	a <sub>24</sub> = 0	a <sub>25</sub> = 1	a <sub>26</sub> = 0	
X <sub>6</sub>	c <sub>3</sub> = 1	b <sub>3</sub> = 12	a <sub>31</sub> = 0	a <sub>32</sub> = 2	a <sub>33</sub> = 4	a <sub>34</sub> = 0	a <sub>35</sub> = 0	a <sub>26</sub> = 1	
Δ		Δ <sub>0</sub> = 14	Δ <sub>1</sub> = -2	Δ <sub>2</sub> = -12	Δ <sub>3</sub> = 10	Δ <sub>4</sub> = 0	Δ <sub>5</sub> = 0	Δ <sub>6</sub> = 0	

$$\Delta_o = \sum_{i=1}^m c_i b_i = c_1 b_1 + c_2 b_2 + c_3 b_3 = -3.6 + 2.12 + 1.12 = 14$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^m c_i a_{ij} - c_j = (c_1 a_{11} + c_2 a_{21} + c_3 a_{31}) - c_1 = (-3.1 + 2.2 + 1.0) - 3 = -2$$

Giải bài toán QHTT sau:

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle & f(x) = 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 + x_6 \rightarrow \text{Min} \\ \langle 2 \rangle & \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + 3x_3 + x_5 = 10 \\ 2x_2 + 4x_3 + x_6 = 12 \end{cases} \\ \langle 3 \rangle & x_j \geq 0, j = 1: 6 \end{aligned}$$

ACB	Hệ số ABC	Phương án	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$\lambda$
			$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	
$X_4$	$c_1 = -3$	$b_1 = 6$	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 3$	$a_{13} = -1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = 0$	
$X_5$	$c_2 = 2$	$b_2 = 10$	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 3$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 0$	
$X_5$	$c_3 = 1$	$b_3 = 12$	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 4$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 0$	$a_{26} = 1$	
$\Delta$		$\Delta_0 = 14$	$\Delta_1 = -2$	$\Delta_2 = -12$	$\Delta_3 = 10$	$\Delta_4 = 0$	$\Delta_5 = 0$	$\Delta_6 = 0$	

Từ bảng đơn hình so sánh TCTU thấy bài toán  $Z \rightarrow \min$  nhưng có  $\Delta_3 = 10 > 0$  do đó phương án xuất phát không phải là phương án tối ưu nên phải chuyển phương án

### 3. XÁC ĐỊNH CỘT CHUẨN

Giải bài toán QHTT sau:

$\langle 1 \rangle f(x) = 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 + x_6 \rightarrow Min$

$\langle 2 \rangle \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + 3x_3 + x_5 = 10 \\ 2x_2 + 4x_3 + x_6 = 12 \end{cases}$

$\langle 3 \rangle x_j \geq 0, j = 1: 6$

ACB	Hệ số ABC	Phương án	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$\lambda$
			$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	
$x_4$	$c_1 = -3$	$b_1 = 6$	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 3$	$a_{13} = -1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = 0$	
$x_5$	$c_2 = 2$	$b_2 = 10$	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 3$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 0$	
$x_5$	$c_3 = 1$	$b_3 = 12$	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 4$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 0$	$a_{26} = 1$	
$\Delta$		$\Delta_0 = 14$	$\Delta_1 = -2$	$\Delta_2 = -12$	$\Delta_3 = 10$	$\Delta_4 = 0$	$\Delta_5 = 0$	$\Delta_6 = 0$	

Từ bảng đơn hình thấy bài toán  $Z \rightarrow$  min cột chuẩn là cột ứng với  $\Delta_i > 0$  và lớn nhất;  $\Delta_3 = 10$  là lớn nhất do đó cột chuẩn là cột  $x_3$ ; ẩn đưa vào là ẩn  $x_3$

## 4. XÁC ĐỊNH HÀNG CHUẨN

Giải bài toán QHTT sau:

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle & f(x) = 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 + x_6 \rightarrow \text{Min} \\ \langle 2 \rangle & \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + 3x_3 + x_5 = 10 \\ 2x_2 + 4x_3 + x_6 = 12 \end{cases} \\ \langle 3 \rangle & x_j \geq 0, j = 1: 6 \end{aligned}$$

ACB		Phương án	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$\lambda$
			$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	
$x_4$		$b_1 = 6$	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 3$	$a_{13} = -1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = 0$	-
$x_5$		$b_2 = 10$	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 3$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 0$	10/3
$x_6$		$b_3 = 12$	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 4$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 0$	$a_{36} = 1$	12/4
$\Delta$		$\Delta_0 = 14$	$\Delta_1 = -2$	$\Delta_2 = -12$	$\Delta_3 = 10$	$\Delta_4 = 0$	$\Delta_5 = 0$	$\Delta_6 = 0$	

Hàng chuẩn là hàng có  $\lambda_k = \frac{b_k}{a_{kl}} = \min \frac{\lambda_i}{a_{il}}$  và  $a_{il} > 0$

Hàng chuẩn là hàng  $i = 3$ ; ẩn đưa ra  $x_6$ ; phần tử xoay  $a_{33} = 4$

# 5. BIẾN ĐỔI THAY PHƯƠNG ÁN

1	2	3	4						5
ACB	Hệ số ABC	Phương án	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$\lambda$
			3	5	3	-3	2	1	
$x_4$	$C_1 = -3$	$b_1 = 6$	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 3$	$a_{13} = -1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = 0$	
$x_5$	$C_2 = 2$	$b_2 = 10$	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 3$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 0$	
$x_6$	$C_3 = 1$	$b_3 = 12$	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 4$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 0$	$a_{36} = 1$	
$\Delta_j$		$\Delta_0 = 14$	$\Delta_1 = -2$	$\Delta_2 =$	$\Delta_3 =$	$\Delta_4 =$	$\Delta_5 =$	$\Delta_6 =$	
Bảng mới									
$x_4$	$C_1 = -3$	$b_1' =$	$a_{11}' =$	$a_{12}' =$	$a_{13}' =$	$a_{14}' =$	$a_{15}' =$	$a_{16}' =$	
$x_5$	$C_2 = 2$	$b_2' =$	$a_{21}' =$	$a_{22}' =$	$a_{23}' =$	$a_{24}' =$	$a_{25}' =$	$a_{26}' =$	
$x_3$	$C_3 = 3$	$b_3' =$	$a_{31}' =$	$a_{32}' =$	$a_{33}' =$	$a_{34}' =$	$a_{35}' =$	$a_{36}' =$	
$\Delta_j'$		$\Delta_0' =$	$\Delta_1' =$	$\Delta_2' =$	$\Delta_3' =$	$\Delta_4' =$	$\Delta_5' =$	$\Delta_6' =$	

Hàng cơ sở

$$b_k' = \frac{b_k}{a_{kl}}, j = 1 : n$$

$$a_{kj}' = \frac{a_{kj}}{a_{kl}}, j = 1 : n$$

Hàng còn lại

$$b_i' = \frac{b_i a_{kl} - b_k a_{il}}{a_{kl}}$$

$$a_{ij}' = \frac{a_{ii} a_{kl} - a_{kj} a_{il}}{a_{kl}}$$

# 5. BIẾN ĐỔI THAY PHƯƠNG ÁN

1	2	3	4						5
ACB	Hệ số ABC	Phương án	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$\lambda$
			3	5	3	-3	2	1	
$x_4$	$C_1 = -3$	$b_1 = 6$	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 3$	$a_{13} = -1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = 0$	
$x_5$	$C_2 = 2$	$b_2 = 10$	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 3$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 0$	
$x_6$	$C_3 = 1$	$b_3 = 12$	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 4$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 0$	$a_{36} = 1$	
$\Delta_j$		$\Delta_0 = 14$	$\Delta_1 = -2$	$\Delta_2 =$	$\Delta_3 =$	$\Delta_4 =$	$\Delta_5 =$	$\Delta_6 =$	
Bảng mới									
$x_4$	$C_1 = -3$	$b_1' =$	$a_{11}' =$	$a_{12}' =$	$a_{13}' =$	$a_{14}' =$	$a_{15}' =$	$a_{16}' =$	
$x_5$	$C_2 = 2$	$b_2' =$	$a_{21}' =$	$a_{22}' =$	$a_{23}' =$	$a_{24}' =$	$a_{25}' =$	$a_{26}' =$	
$x_3$	$C_3 = 3$	$b_3' =$	$a_{31}' =$	$a_{32}' =$	$a_{33}' =$	$a_{34}' =$	$a_{35}' =$	$a_{36}' =$	
$\Delta_j'$		$\Delta_0' =$	$\Delta_1' =$	$\Delta_2' =$	$\Delta_3' =$	$\Delta_4' =$	$\Delta_5' =$	$\Delta_6' =$	

$$b_3' = \frac{b_3}{a_{33}} = \frac{12}{4} = 3$$

$$b_1' = \frac{b_1 a_{33} - b_3 a_{13}}{a_{33}} = \frac{6 \cdot 4 - 12 \cdot (-1)}{4} = 9$$

$$b_2' = \frac{b_2 a_{33} - b_3 a_{23}}{a_{33}} = \frac{10 \cdot 4 - 12 \cdot 3}{4} = 1$$

$$a_{31}' = \frac{a_{31}}{a_{33}} = \frac{0}{4} = 0$$

$$a_{11}' = \frac{a_{11} a_{33} - a_{31} a_{13}}{a_{33}} = \frac{1 \cdot 4 - 0 \cdot (-1)}{4} = 1$$

$$a_{21}' = \frac{a_{21} a_{33} - a_{31} a_{23}}{a_{33}} = \frac{2 \cdot 4 - 0 \cdot 3}{4} = 2$$

# 5. BIẾN ĐỔI THAY PHƯƠNG ÁN

1	2	3	4						5
ACB	Hệ số ABC	Phương án	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$\lambda$
			3	5	3	-3	2	1	
$x_4$	$C_1 = -3$	$b_1 = 6$	$a_{11} = 1$	$a_{12} = 3$	$a_{13} = -1$	$a_{14} = 1$	$a_{15} = 0$	$a_{16} = 0$	
$x_5$	$C_2 = 2$	$b_2 = 10$	$a_{21} = 2$	$a_{22} = 0$	$a_{23} = 3$	$a_{24} = 0$	$a_{25} = 1$	$a_{26} = 0$	
$x_6$	$C_3 = 1$	$b_3 = 12$	$a_{31} = 0$	$a_{32} = 2$	$a_{33} = 4$	$a_{34} = 0$	$a_{35} = 0$	$a_{36} = 1$	
$\Delta_j$		$\Delta_0 = 14$	$\Delta_1 = -2$	$\Delta_2 =$	$\Delta_3 =$	$\Delta_4 =$	$\Delta_5 =$	$\Delta_6 =$	
Bảng mới									
$x_4$	$C_1 = -3$	$b_1' = 9$	$a_{11}' = 1$	$a_{12}' = 7/2$	$a_{13}' = 0$	$a_{14}' = 1$	$a_{15}' = 0$	$a_{16}' = 1/4$	
$x_5$	$C_2 = 2$	$b_2' = 1$	$a_{21}' = 2$	$a_{22}' = -3//2$	$a_{23}' = 0$	$a_{24}' = 0$	$a_{25}' = 1$	$a_{26}' = -3/4$	
$x_3$	$C_3 = 3$	$b_3' = 3$	$a_{31}' = 0$	$a_{32}' = 1/2$	$a_{33}' = 1$	$a_{34}' = 0$	$a_{35}' = 0$	$a_{36}' = 1/4$	
$\Delta_j'$		$\Delta_0' = -16$	$\Delta_1' = -2$	$\Delta_2' = -12$	$\Delta_3' = 0$	$\Delta_4' = 0$	$\Delta_5' = 0$	$\Delta_6' = -1/2$	

# 1. LẬP BẢNG ĐƠN HÌNH MỚI

1	2	3	4						5
ACB	Hệ số ABC	Phương án	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	λ
			3	5	3	-3	2	1	
Bảng mới									
x <sub>4</sub>	C <sub>1</sub> = -3	b <sub>1</sub> ' = 9	a <sub>11</sub> ' = 1	a <sub>12</sub> ' = 7/2	a <sub>13</sub> ' = 0	a <sub>14</sub> ' = 1	a <sub>15</sub> ' = 0	a <sub>16</sub> ' = 1/4	
x <sub>5</sub>	C <sub>2</sub> = 2	b <sub>2</sub> ' = 1	a <sub>21</sub> ' = 2	a <sub>22</sub> ' = -3//2	a <sub>23</sub> ' = 0	a <sub>24</sub> ' = 0	a <sub>25</sub> ' = 1	a <sub>26</sub> ' = -3/4	
x <sub>3</sub>	C <sub>3</sub> = 3	b <sub>3</sub> ' = 3	a <sub>31</sub> ' = 0	a <sub>32</sub> ' = 1/2	a <sub>33</sub> ' = 1	a <sub>34</sub> ' = 0	a <sub>35</sub> ' = 0	a <sub>36</sub> ' = 1/4	
Δ <sub>j</sub> '		Δ <sub>0</sub> ' = -16	Δ <sub>1</sub> ' = -2	Δ <sub>2</sub> ' = - 12	Δ <sub>3</sub> ' = 0	Δ <sub>4</sub> ' = 0	Δ <sub>5</sub> ' = 0	Δ <sub>6</sub> ' = -5/2	

## 2. SO SÁNH VỚI TC TỐI ƯU

Từ bảng đơn hình so sánh TCTU thấy bài toán  $Z \rightarrow \min$  nhưng có  $\Delta_j \leq 0$  với mọi  $j$  do đó phương án là PA tối ưu

Phương án TU là:  $x = (0, 0, 3, 9, 1, 0)$ ; Giá trị TU là:  $Z^* = -16$