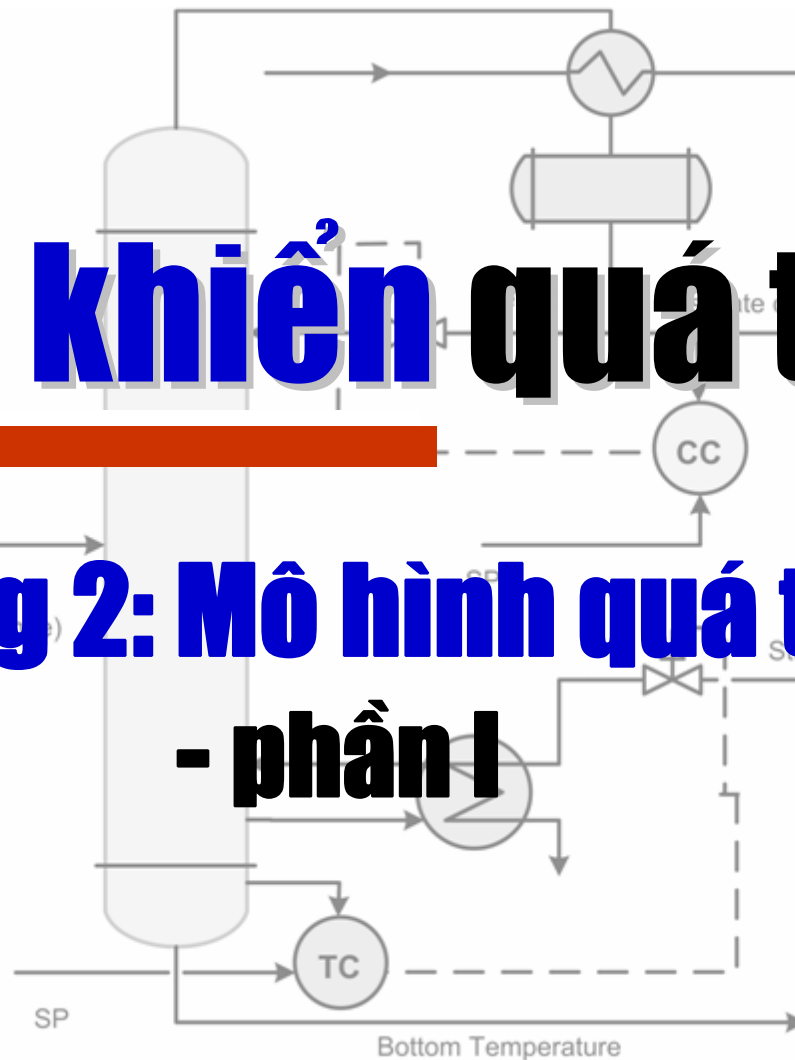


Điều khiển quá trình

Chương 2: Mô hình quá trình - phần I



Nội dung chương 2

- 2.1 Giới thiệu chung
- 2.2 Các dạng mô hình toán học
- 2.3 Mô hình hóa lý thuyết
- 2.4 Mô hình hóa thực nghiệm

2.1 Giới thiệu chung

- *Mô hình là một hình thức mô tả khoa học và cô đọng các khía cạnh thiết yếu của một hệ thống thực, có thể có sẵn hoặc cần phải xây dựng.*
- Một mô hình phản ánh hệ thống thực từ một góc nhìn nào đó phục vụ hữu ích cho mục đích sử dụng.
- Phân loại mô hình:
 - Mô hình đồ họa: Sơ đồ khối, lưu đồ P&ID, lưu đồ thuật toán
 - Mô hình toán học: ODE, Hàm truyền, mô hình trạng thái
 - Mô hình máy tính: Chương trình phần mềm
 - Mô hình suy luận: Cơ sở tri thức, luật
- Trong nội dung chương 2 ta quan tâm tới **xây dựng mô hình toán học** cho các quá trình công nghệ.

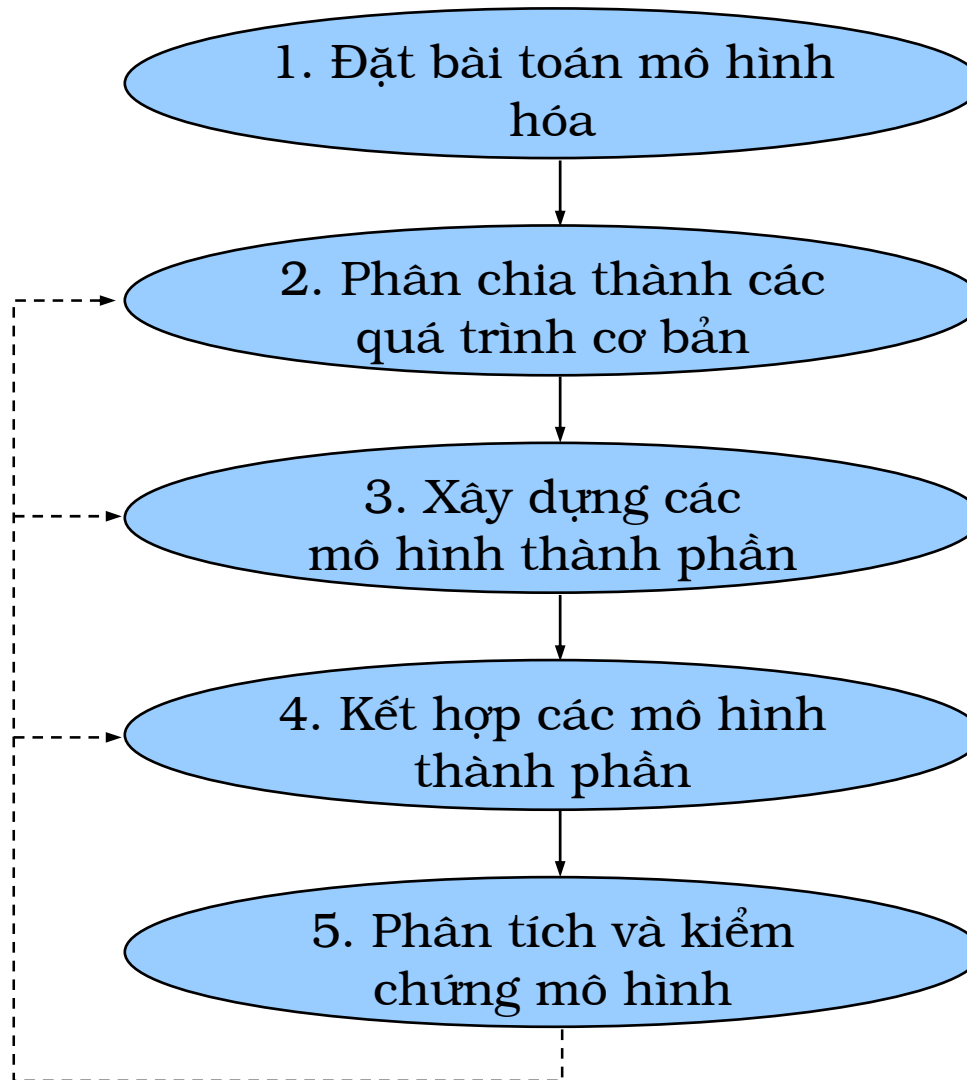
Mục đích sử dụng mô hình

1. Hiểu rõ hơn về quá trình
2. Thiết kế cấu trúc/sách lược điều khiển và lựa chọn kiểu bộ điều khiển
3. Tính toán và chỉnh định các tham số của bộ điều khiển
4. Xác định điểm làm việc tối ưu cho hệ thống
5. Mô phỏng, đào tạo người vận hành

Thế nào là một mô hình tốt

- Chất lượng mô hình thể hiện qua:
 - Tính trung thực của mô hình: Mức độ chi tiết và mức độ chính xác của mô hình
 - Giá trị sử dụng (phù hợp theo mục đích sử dụng)
 - Mức độ đơn giản của mô hình
- “*Không có mô hình nào chính xác, nhưng một số mô hình có ích*”.
- Một mô hình tốt cần đơn giản nhưng thu tóm được các đặc tính thiết yếu cần quan tâm của thế giới thực trong một ngữ cảnh sử dụng.

Tổng quan qui trình mô hình hóa



Phương pháp xây dựng mô hình toán học

- Phương pháp lý thuyết (*mô hình hóa lý thuyết, phân tích quá trình, mô hình hóa vật lý*):
 - Xây dựng mô hình trên nền tảng các định luật vật lý, hóa học cơ bản
 - Phù hợp nhất cho các mục đích 1., 2. và 5.
- Phương pháp thực nghiệm (*nhận dạng quá trình, phương pháp hộp đen*):
 - Ước lượng mô hình trên cơ sở các quan sát số liệu vào-ra thực nghiệm
 - Phù hợp nhất cho các mục đích 3. và 4.
- Phương pháp kết hợp:
 - Mô hình hóa lý thuyết để xác định cấu trúc mô hình
 - Mô hình hóa thực nghiệm để ước lượng các tham số mô hình

2.2 Các dạng mô hình toán học

- Mô hình tuyến tính/Mô hình phi tuyến:
 - Mô hình tuyến tính: Phương trình vi phân tuyến tính, mô hình hàm truyền, mô hình trạng thái tuyến tính, đáp ứng quá độ, đáp ứng tần số...
 - Mô hình phi tuyến: Phương trình vi phân (phi tuyến), mô hình trạng thái
- Mô hình đơn biến/Mô hình đa biến
 - Mô hình đơn biến: Một biến vào điều khiển và một biến ra được điều khiển, biến vào-ra được biểu diễn là các đại lượng vô hướng
 - Mô hình đa biến: Nhiều biến vào điều khiển hoặc/và nhiều biến ra, các biến vào-ra có thể được biểu diễn dưới dạng vector

Các dạng mô hình toán học (tiếp)

- Mô hình tham số hằng/ Mô hình tham số biến thiên:
 - Mô hình tham số hằng : các tham số mô hình không thay đổi theo thời gian
 - Mô hình tham số biến thiên: ít nhất 1 tham số mô hình thay đổi theo thời gian
- Mô hình tham số tập trung/Mô hình tham số rải:
 - Mô hình tham số tập trung: các tham số mô hình không phụ thuộc vào vị trí, có thể biểu diễn mô hình bằng (hệ) phương trình vi phân thường (ODEs)
 - Mô hình tham số rải: ít nhất một tham số mô hình phụ thuộc vị trí, biểu diễn mô hình bằng (hệ) phương trình vi phân đạo hàm riêng
- Mô hình liên tục/mô hình gián đoạn

2.3 Mô hình hóa lý thuyết

Các bước mô hình hóa lý thuyết:

1. Phân tích bài toán mô hình hóa

- Tìm hiểu lưu đồ công nghệ, nêu rõ mục đích sử dụng của mô hình, từ đó xác định mức độ chi tiết và độ chính xác của mô hình cần xây dựng.
- Phân chia thành các quá trình con,
- Liệt kê các giả thiết liên quan tới xây dựng mô hình nhằm đơn giản hóa mô hình.
- Nhận biết và đặt tên các biến quá trình và các tham số quá trình.

2. Xây dựng các phương trình mô hình

3. Kiểm chứng mô hình:

- ☐ Phân tích bậc tự do của quá trình dựa trên số lượng các biến quá trình và số lượng các quan hệ phụ thuộc.
- ☐ Phân tích khả năng giải được của mô hình, khả năng điều khiển được
- ☐ Đánh giá mô hình về mức độ phù hợp với yêu cầu dựa trên phân tích các tính chất của mô hình kết hợp mô phỏng máy tính.

4. Phát triển mô hình:

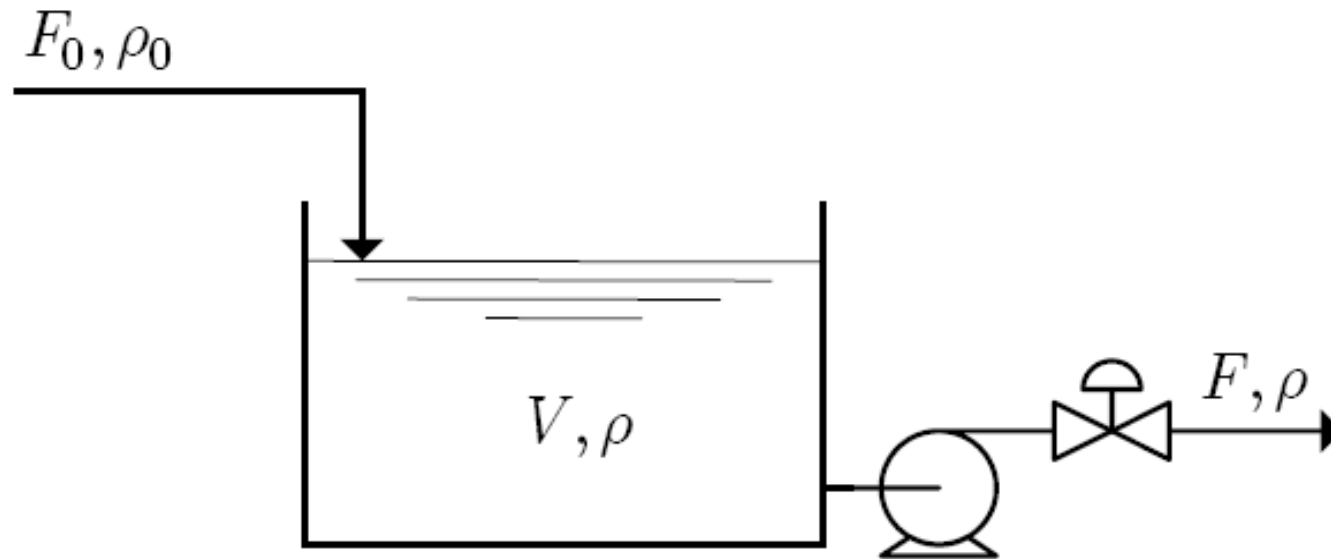
- ☐ Phân tích các đặc tính của mô hình
- ☐ Chuyển đổi mô hình về các dạng thích hợp
- ☐ Tuyến tính hóa mô hình tại điểm làm việc nếu cần thiết.
- ☐ Mô phỏng, so sánh mô hình tuyến tính hóa với mô hình phi tuyến ban đầu
- ☐ Thực hiện chuẩn hóa mô hình theo yêu cầu của phương pháp phân tích và thiết kế điều khiển.

5. Lặp lại một trong các bước trên nếu cần thiết

2.3.1 Nhận biết các biến quá trình

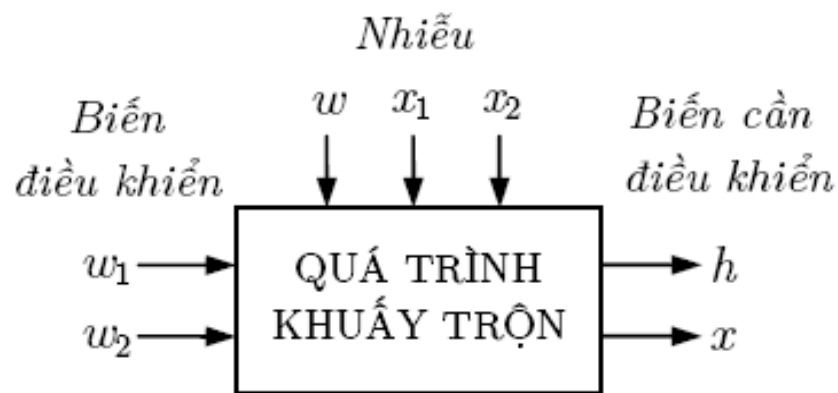
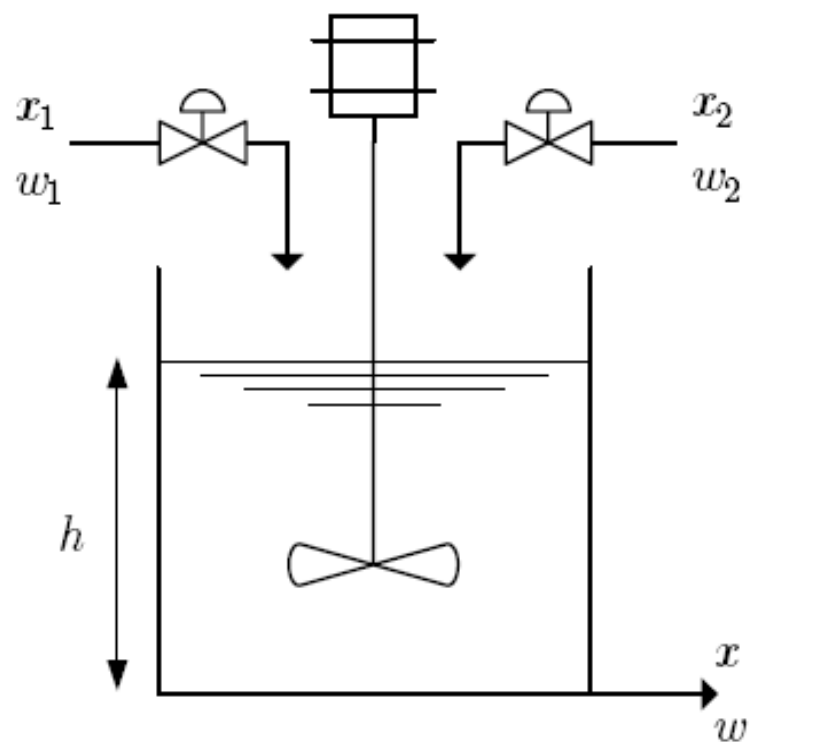
- Tìm hiểu lưu đồ công nghệ, nêu rõ mục đích sử dụng của mô hình, từ đó xác định mức độ chi tiết và độ chính xác của mô hình cần xây dựng.
- Phân chia thành các quá trình con, nhận biết và đặt tên các biến quá trình và các tham số quá trình. Liệt kê các giả thiết liên quan tới xây dựng mô hình nhằm đơn giản hóa mô hình.
 - Phân biệt giữa tham số công nghệ và biến quá trình
 - Nhận biết các biến ra cần điều khiển theo mục đích điều khiển: thường là áp suất, nồng độ, mức
 - Nhận biết các biến điều khiển tiềm năng: thường là lưu lượng, công suất nhiệt (can thiệp được qua van điều khiển, qua thay đổi điện áp, v.v...)
 - Các biến nhiễu quá trình

Ví dụ bình chứa chất lỏng

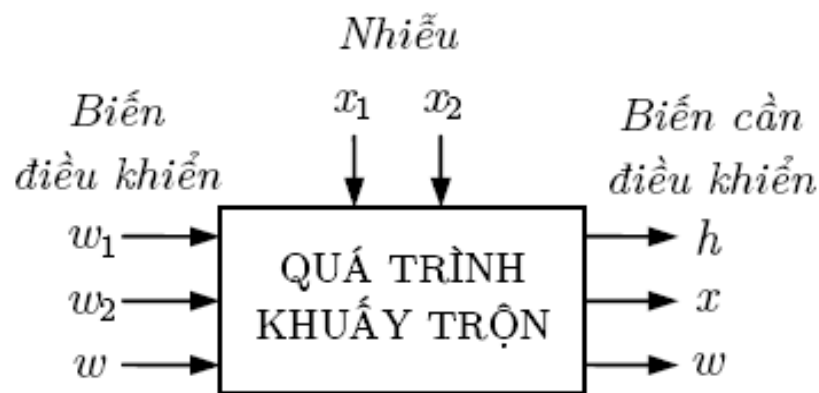
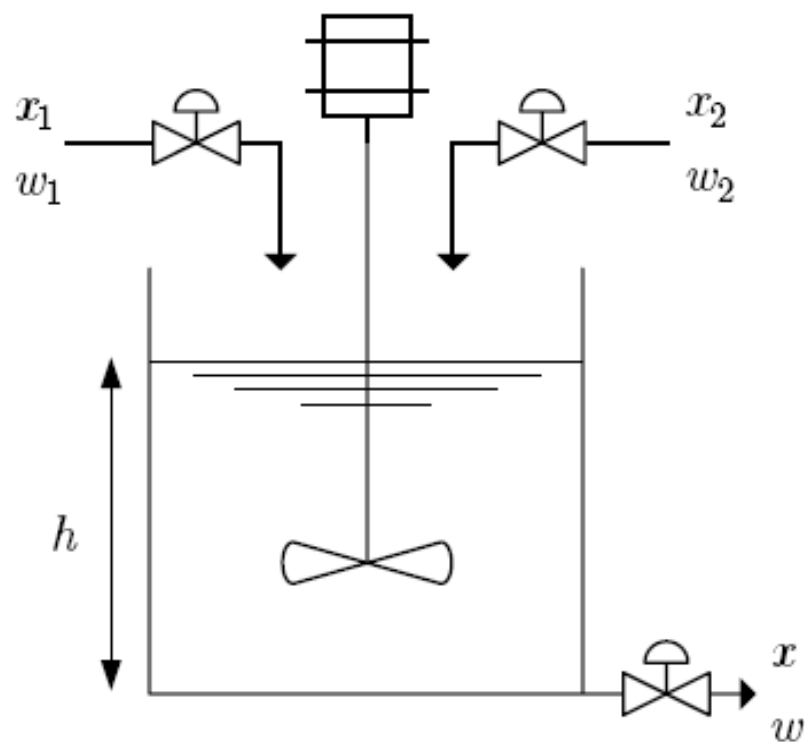


- Giả thiết ρ_0 không thay đổi đáng kể $\Rightarrow \rho = \rho_0$ và được coi là một tham số quá trình.
- Dựa quan hệ nhân quả \Rightarrow V là một biến ra, F và F_0 là các biến vào.
- Phân tích mục đích điều khiển \Rightarrow Biến cần điều khiển là V .
- F_0 phụ thuộc vào quá trình đứng trước \Rightarrow nhiều
- F phải là biến điều khiển.

Ví dụ thiết bị khuấy trộn liên tục

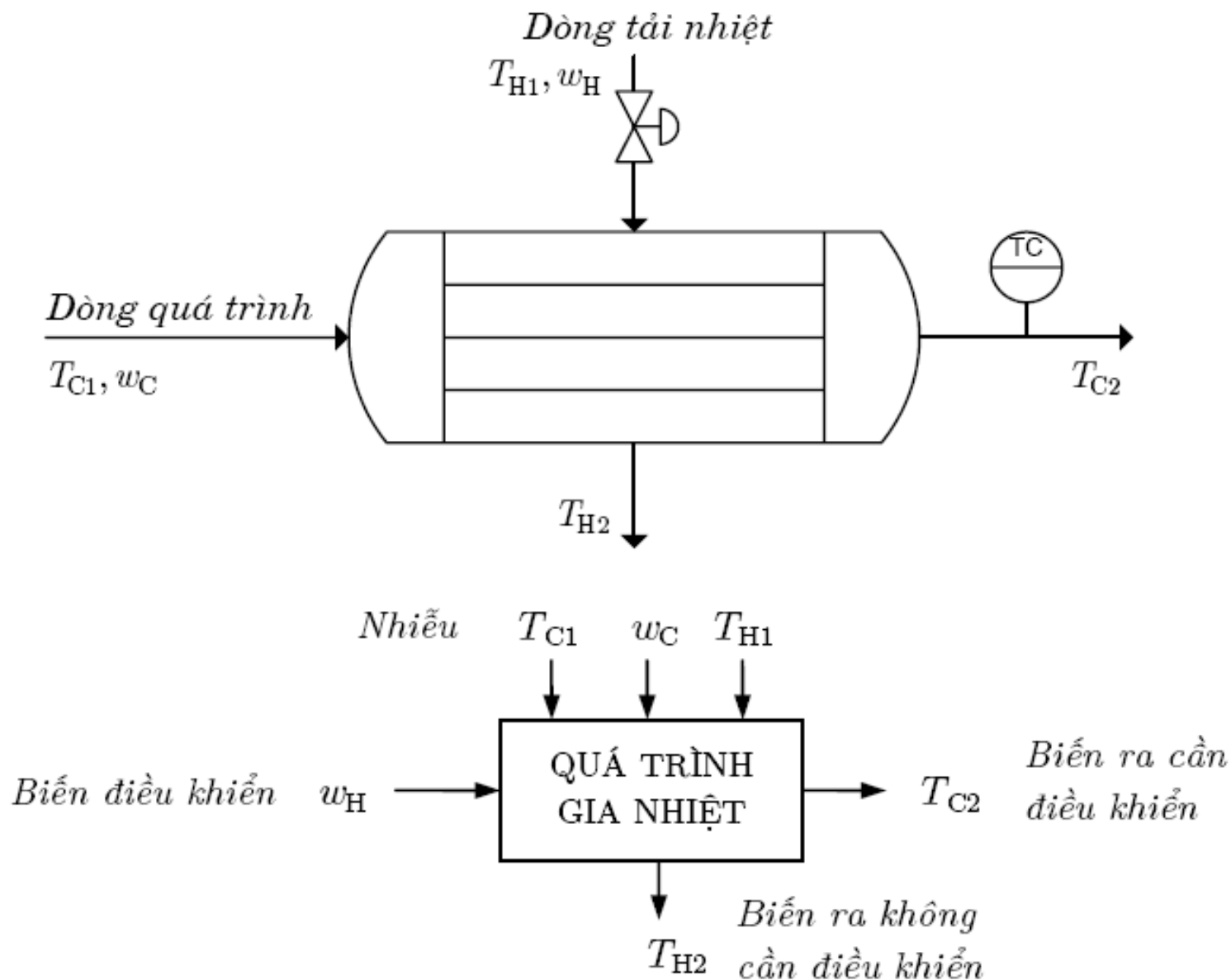


a)

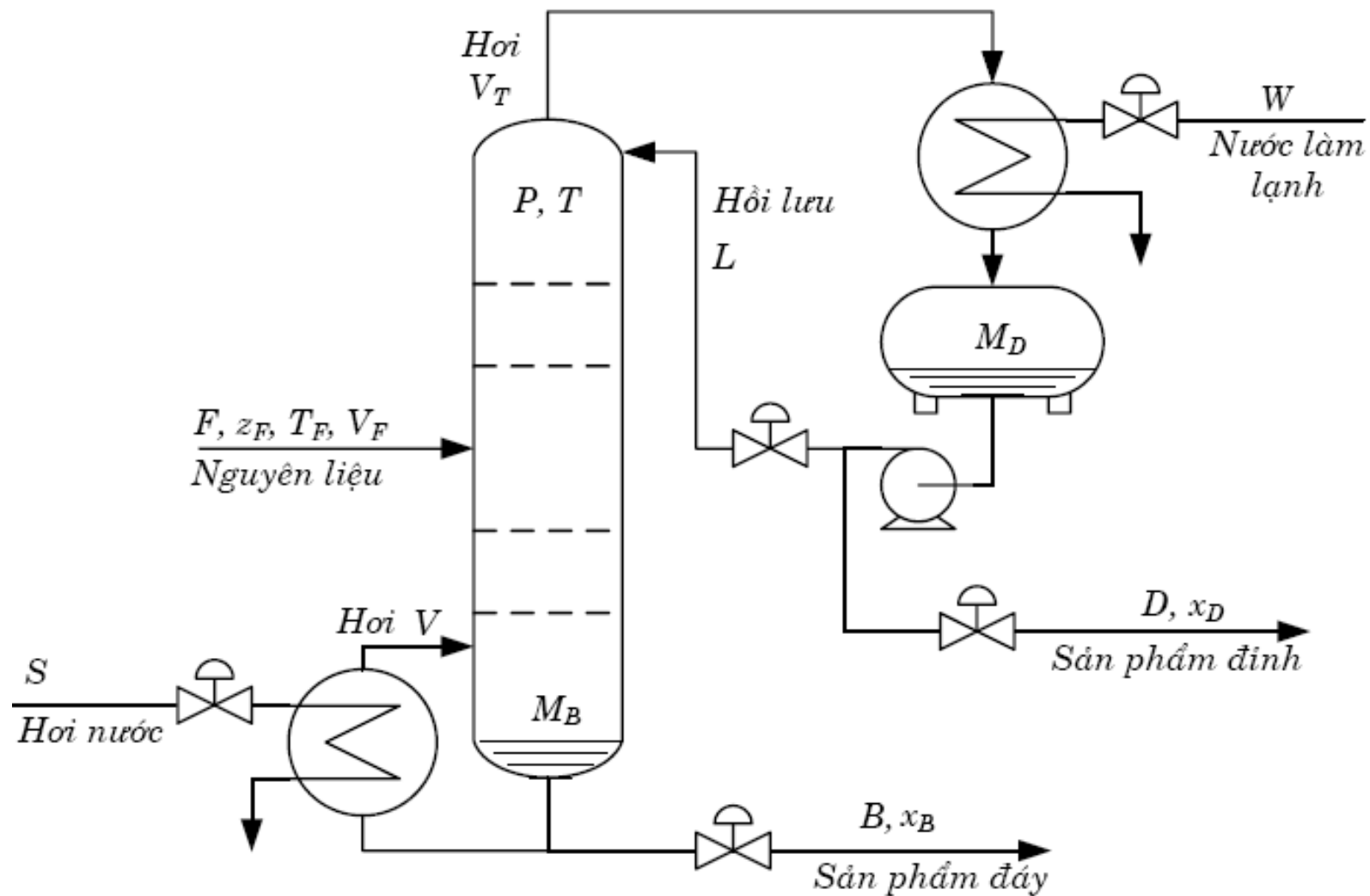


b)

Ví dụ thiết bị gia nhiệt



Ví dụ tháp chưng luyện hai cấu tử



Phân tích mục đích điều khiển

- *Đảm bảo chất lượng:* Duy trì nồng độ sản phẩm đỉnh (x_D) và nồng độ sản phẩm đáy (x_B) tại giá trị đặt mong muốn
 - *Đảm bảo năng suất:* Đảm bảo lưu lượng sản phẩm đỉnh (D) và lưu lượng sản phẩm đáy (B) theo năng suất mong muốn
 - *Đảm bảo vận hành an toàn, ổn định:* Duy trì nhiệt độ và áp suất trong tháp (T, P), mức đáy tháp (M_B) và mức tại bình chứa (M_D) trong phạm vi cho phép
- ① Tùy theo yêu cầu bài toán cụ thể mà chọn các biến cần điều khiển thích hợp!

Các biến quá trình trong bài toán tiêu biểu

- Biến cần điều khiển:

$$y = [x_D \quad x_B \quad M_D \quad M_B \quad P]^T$$

- Biến điều khiển

$$u = [L \quad V \quad D \quad B \quad V_T]^T$$

- Nhiều quá trình

$$d = [F \quad x_F \quad T_F \quad V_F \quad \dots]^T$$

2.3.2 Xây dựng các phương trình mô hình

- Viết các phương trình cân bằng và các phương trình cấu thành
 - Các phương trình cân bằng có tính chất nền tảng, viết dưới dạng dạng phương trình vi phân hoặc phương trình đại số, được xây dựng trên cơ sở các định luật bảo toàn vật chất, bảo toàn năng lượng và các định luật khác
 - Các phương trình cấu thành liên quan nhiều tới quá trình cụ thể, thường được đưa ra dưới dạng phương trình đại số.
- Đơn giản hóa mô hình bằng cách thay thế, rút gọn và đưa về dạng phương trình vi phân chuẩn tắc.
- Tính toán các tham số của mô hình dựa trên các thông số công nghệ đã được đặc tả.

Các phương trình cân bằng vật chất

- Phương trình cân bằng vật chất (toàn phần)

$$\frac{dM_{\text{tích lũy}}}{dt} = \frac{dM_{\text{vào}}}{dt} - \frac{dM_{\text{ra}}}{dt} = \sum w_{\text{vào}}^i - \sum w_{\text{ra}}^i$$

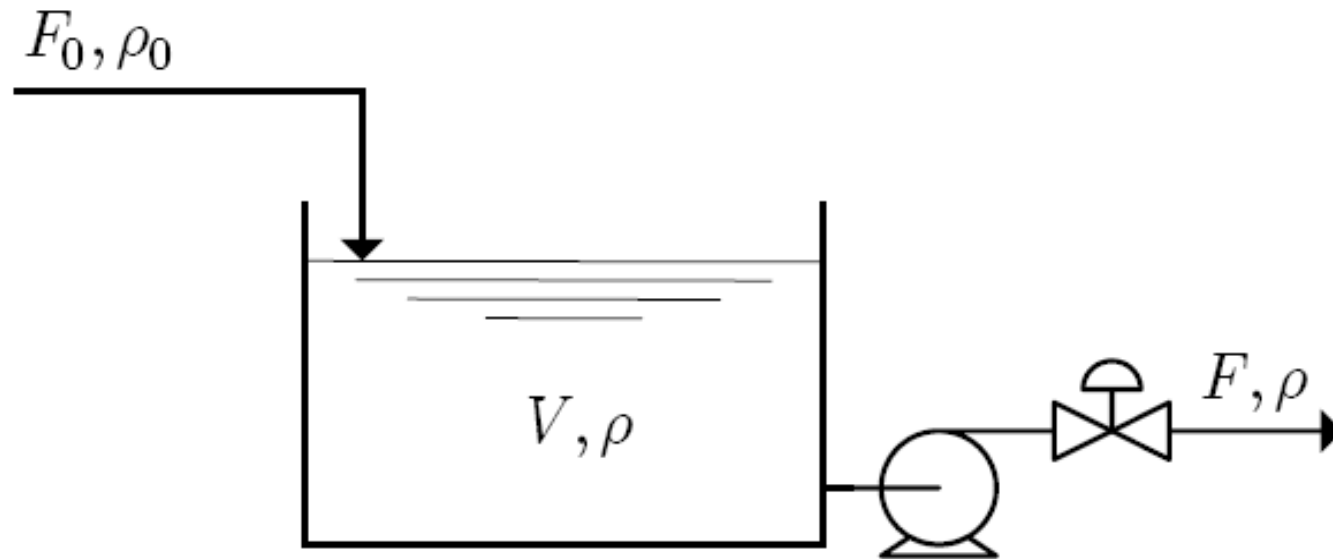
Ở trạng thái xác lập

$$\sum w_{\text{vào}}^i - \sum w_{\text{ra}}^i = 0$$

- Phương trình cân bằng thành phần

$$\frac{dM_{\text{tích lũy}}^j}{dt} = \frac{dM_{\text{vào}}^j}{dt} - \frac{dM_{\text{ra}}^j}{dt} + \frac{dM_{\text{sinh ra}}^j}{dt} - \frac{dM_{\text{mất đi}}^j}{dt}$$

Ví dụ bình chứa chất lỏng



$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_0 F_0 - \rho F$$

- Giả thiết $\rho_0 = \rho = \text{const}$

$$\frac{dV}{dt} = F_0 - F$$

Ví dụ thiết bị khuấy trộn liên tục

- Cân bằng khối lượng:

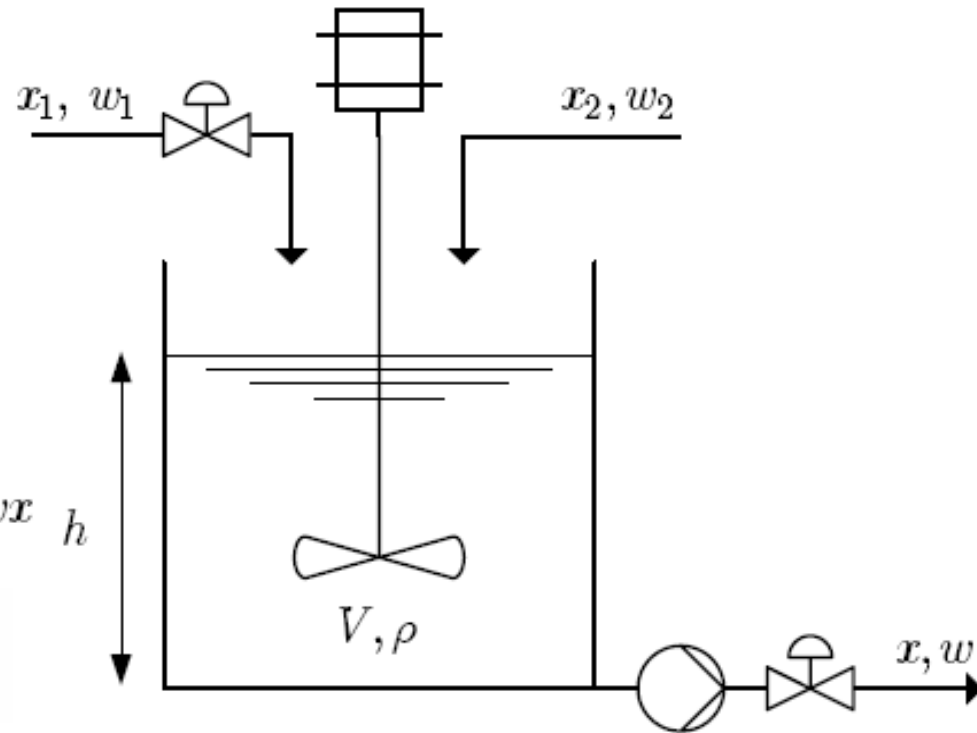
$$\rho \frac{dV}{dt} = w_1 + w_2 - w$$

- Cân bằng thành phần:

$$\rho \frac{d(Vx)}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - wx$$

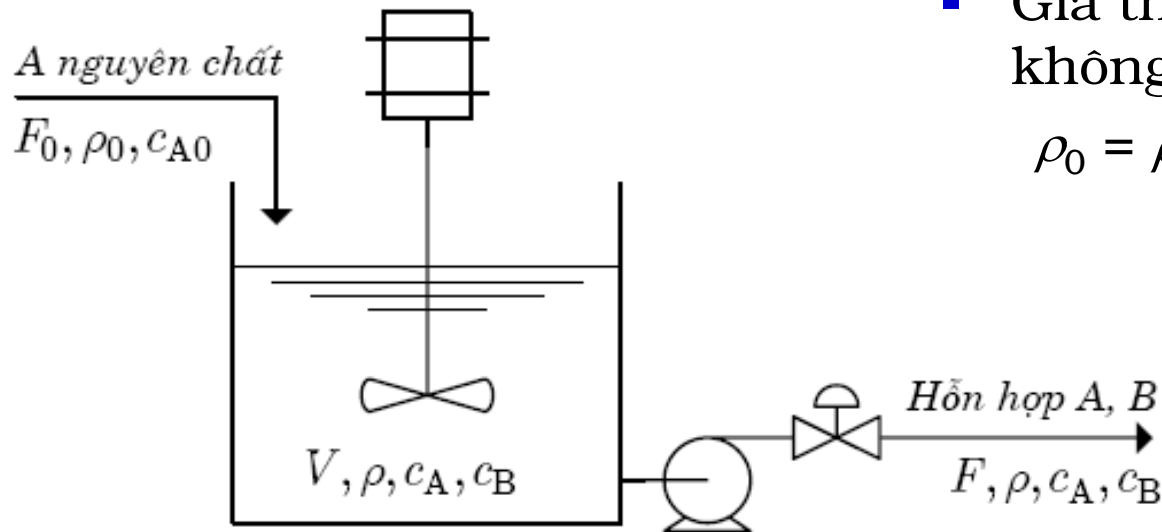
$$\Leftrightarrow \rho V \frac{dx}{dt} + \rho x \frac{dV}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - wx \quad h$$

$$\Leftrightarrow \rho V \frac{dx}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - (w_1 + w_2)x$$



$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A} (w_1 + w_2 - w) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho Ah} (w_1x_1 + w_2x_2) - \frac{1}{\rho Ah} (w_1 + w_2)x \end{cases}$$

Ví dụ thiết bị phản ứng liên tục



- Giả thiết khối lượng riêng không khác nhau đáng kể:

$$\rho_0 = \rho$$

- Cân bằng vật chất toàn phần

$$\frac{dV}{dt} = F_0 - F$$

- Cân bằng thành phần

$$\frac{d(Vc_A)}{dt} = F_0c_{A0} - Fc_A - Vkc_A$$

$$\frac{d(Vc_B)}{dt} = -Fc_B + Vkc_A$$

Phụ thuộc hai PT trước

Các phương trình cân bằng năng lượng

- Phương trình cân bằng năng lượng tổng quát

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Biến thiên} \\ \text{năng lượng} \\ \text{tích lũy} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tổng dòng} \\ \text{năng lượng} \\ \text{đưa vào} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Tổng dòng} \\ \text{năng lượng} \\ \text{dẫn ra} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Tổng công} \\ \text{suất nhiệt} \\ \text{hấp thụ} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Công tiêu} \\ \text{hao ra} \\ \text{bên ngoài} \end{array} \right\}$$

- Bỏ qua thế năng và động năng

$$\frac{dU_I}{dt} = \sum_{i=1}^m w_{\text{vào}}^i h_{\text{vào}}^i - \sum_{i=1}^n w_{\text{ra}}^i h_{\text{ra}}^i + q$$

U_I – nội năng của hệ thống (J)

$w_{\text{vào}}$ – lưu lượng khối lượng dòng vào hệ thống (kg/s hoặc kg/phút)

w_{ra} – lưu lượng khối lượng dòng ra khỏi hệ thống (kg/s, hoặc kg/phút)

$h_{\text{vào}}$ – enthalpy của dòng vào (tính trên đơn vị khối lượng, J/kg)

h_{ra} – enthalpy của dòng ra (tính trên đơn vị khối lượng, J/kg)

q – tổng lưu lượng nhiệt (công suất cấp nhiệt) bổ sung cho hệ thống thông qua dẫn nhiệt, bức xạ nhiệt hoặc phản ứng hóa học (J/s hoặc J/phút).

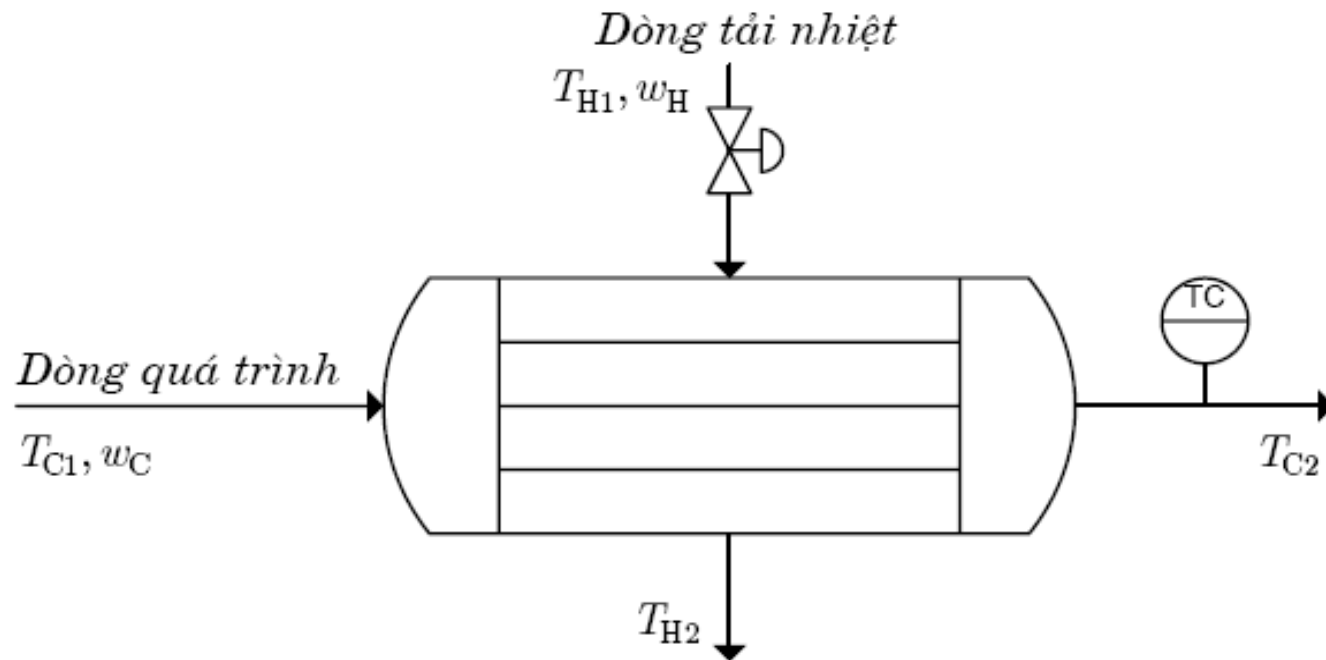
- Phương trình cân bằng nhiệt cho chất lỏng (đơn giản hóa)

$$\frac{dh}{dt} = \sum_{i=1}^m w_{\text{vào}}^i h_{\text{vào}}^i - \sum_{j=1}^n w_{\text{ra}}^j h_{\text{ra}}^j + q$$

$$C_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_{P=\text{const}}$$

$$h - h_{\text{ref}} = C_p(T - T_{\text{ref}})$$

Ví dụ thiết bị trao đổi nhiệt



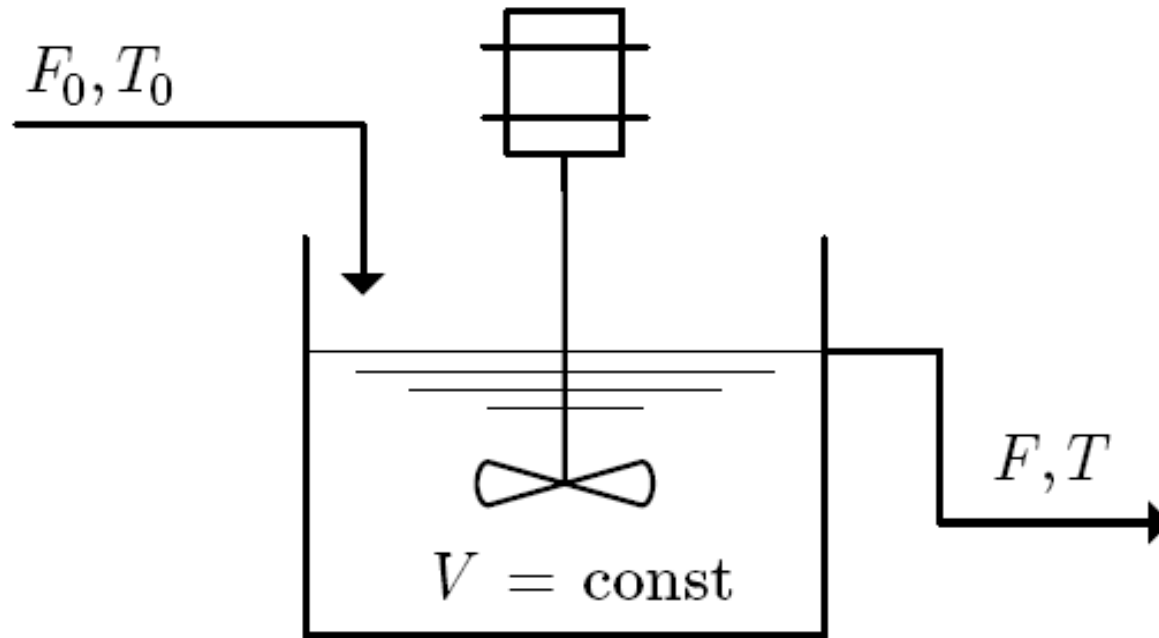
- Phương trình cân bằng nhiệt ở trạng thái xác lập

$$w_H(h_{H1} - h_{H2}) = w_C(h_{C2} - h_{C1})$$

- Coi nhiệt dung riêng không thay đổi

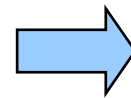
$$w_H C_{pH}(T_{H1} - T_{H2}) = w_C C_{pC}(T_{C2} - T_{C1})$$

Ví dụ bình chứa nhiệt



$$\frac{d(\rho V h)}{dt} = F_0 \rho h_0 - F \rho h$$

$$V = \text{const và } F_0 = F$$



$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V} (T_0 - T)$$

Các phương trình cấu thành

- Các phương trình truyền nhiệt
 - Dẫn nhiệt
 - Đối lưu
 - Bức xạ nhiệt
- Các phương trình động học phản ứng hóa học
- Các phương trình cân bằng pha
- ...

2.3.3 Phân tích bậc tự do của mô hình

- Bài toán mô phỏng:
 - Cho mô hình + các đầu vào + các trạng thái ban đầu
 - Xác định (tính toán) diễn biến đầu ra
 - => Đưa về bài toán giải các phương trình mô hình theo các biến đầu ra độc lập
- Vấn đề: Các phương trình mô hình đã mô tả đủ quan hệ giữa các biến quá trình hay chưa?
 - Nếu thiếu: Số phương trình ít hơn số biến ra độc lập, hệ phương trình có vô số nghiệm
 - Nếu thừa: Số phương trình nhiều hơn số biến ra độc lập, hệ phương trình vô nghiệm
- Khả năng mô phỏng được liên quan tới khả năng điều khiển được.

- **Bậc tự do của mô hình: *Số biến quá trình trừ đi số phương trình độc lập***
 - Số các biến tự do có trong mô hình, hay chính là
 - Số lượng tối đa các vòng điều khiển đơn tác động độc lập có thể sử dụng
- **Mô hình đảm bảo tính nhất quán: Số bậc tự do = số biến vào**
- **Ví dụ thiết bị khuấy trộn:**
 - Số biến quá trình: 7 ($h, w, w_1, w_2, x, x_1, x_2$)
 - Số phương trình độc lập: 2
 - Số bậc tự do: 5 \Rightarrow mô hình nhất quán
- **Ví dụ thiết bị phản ứng:**
 - Số biến quá trình: 6 (F_0, F, c_{A0}, c_A, V)
 - Số phương trình độc lập: 2
 - Số bậc tự do: 3 \Rightarrow mô hình nhất quán, nhưng
số biến điều khiển < số biến cần điều khiển

Mô hình không nhất quán: Nguyên nhân?

- Số bậc tự do > số biến vào:
 - Mô hình còn thiếu phương trình cần xây dựng, ví dụ trong ví dụ thiết bị trao đổi nhiệt còn thiếu một phương trình truyền nhiệt
 - Thừa số biến ra có thể điều khiển độc lập
- Số bậc tự do < số biến vào:
 - Các phương trình mô hình chưa hoàn toàn độc lập với nhau
 - Quá trình được thiết kế có lỗi, chưa đủ số biến vào để điều khiển

2.3.4 Tuyến tính hóa tại điểm làm việc

- Tại sao cần tuyến tính hóa?
 - Tất cả quá trình thực tế đều là phi tuyến (ít hay nhiều)
 - Các mô hình tuyến tính dễ sử dụng (thỏa mãn nguyên lý xếp chồng)
 - Phần lớn lý thuyết điều khiển tự động sử dụng mô hình tuyến tính (ví dụ hàm truyền đạt)
- Tại sao tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc?
 - Quá trình thường được vận hành trong một phạm vi xung quanh điểm làm việc (bài toán điều chỉnh!)
 - Tuyến tính hóa trong một phạm vi nhỏ giúp giảm sai lệch mô hình
 - Cho phép sử dụng **biến chênh lệch**, đảm bảo điều kiện áp dụng phép biến đổi Laplace (sơ kiện bằng 0).

Hai phương pháp tiếp cận

- Tuyến tính hóa trực tiếp trên phương trình vi phân dựa theo các giả thiết về điểm làm việc:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A} (w_1 + w_2 - w) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho A h} (w_1 x_1 + w_2 x_2) - \frac{1}{\rho A h} (w_1 + w_2) x \end{cases}$$

Giả thiết cố định

- Sử dụng biến chênh lệch và phép khai triển chuỗi Taylor: Đa năng, thông dụng

Phép khai triển Taylor

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x(0) = x_0 \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$y = g(x, u) \quad y \in \mathbb{R}^p, \quad g: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$$

Giả sử có điểm cân bằng (\bar{x}, \bar{u}) hay $\dot{x} = f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$
Đặt:

$$x = \bar{x} + \Delta x$$

$$u = \bar{u} + \Delta u$$

Ta có:

$$\dot{x} = \Delta \dot{x} = f(\bar{x} + \Delta x, \bar{u} + \Delta u) \approx \underbrace{f(\bar{x}, \bar{u})}_0 + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta u$$

$$y = \bar{y} + \Delta y = g(\bar{x} + \Delta x, \bar{u} + \Delta u) \approx \underbrace{g(\bar{x}, \bar{u})}_{\bar{y}} + \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta x + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \Delta u$$

Đặt các ma trận Jacobi

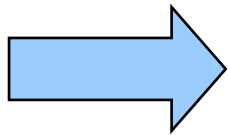
$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad B \in \mathbb{R}^{n \times m}$$

$$C = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad C \in \mathbb{R}^{p \times n}$$

$$D = \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}, \quad D \in \mathbb{R}^{p \times m}$$

Thay lại ký hiệu $\Delta x \rightarrow x$, $\Delta u \rightarrow u$, $\Delta y \rightarrow y$



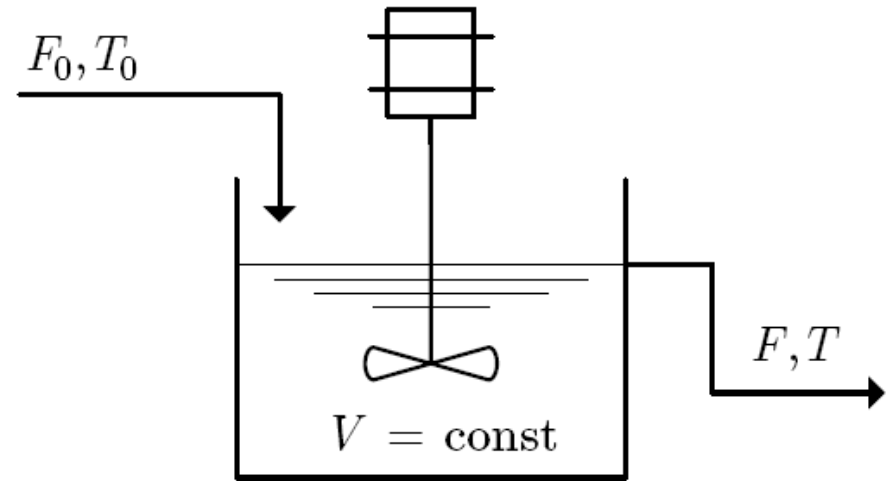
$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, & x(0) &= x_0 - \bar{x} \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

Ví dụ bình chứa nhiệt

$$\frac{dT}{dt} = f(F, T, T_0) = \frac{F}{V}(T_0 - T)$$

Tại điểm làm việc:

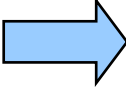
$$0 = f(\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0) = \frac{\bar{F}}{V}(\bar{T}_0 - \bar{T})$$



$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = f(F, T, T_0) &\approx \underbrace{f(\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0)}_0 + \left(\frac{\partial f}{\partial F} \Delta F + \frac{\partial f}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial f}{\partial T_0} \Delta T_0 \right)_{\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0} \\ &= \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{V} \Delta F - \frac{\bar{F}}{V} \Delta T + \frac{\bar{F}}{V} \Delta T_0 \end{aligned}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d\Delta T}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\Delta T}{dt} + \frac{\bar{F}}{V} \Delta T = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{V} \Delta F + \frac{\bar{F}}{V} \Delta T_0$$

Sử dụng các ký hiệu: $y = \Delta T$, $u = \Delta F$, $d = \Delta T_0$

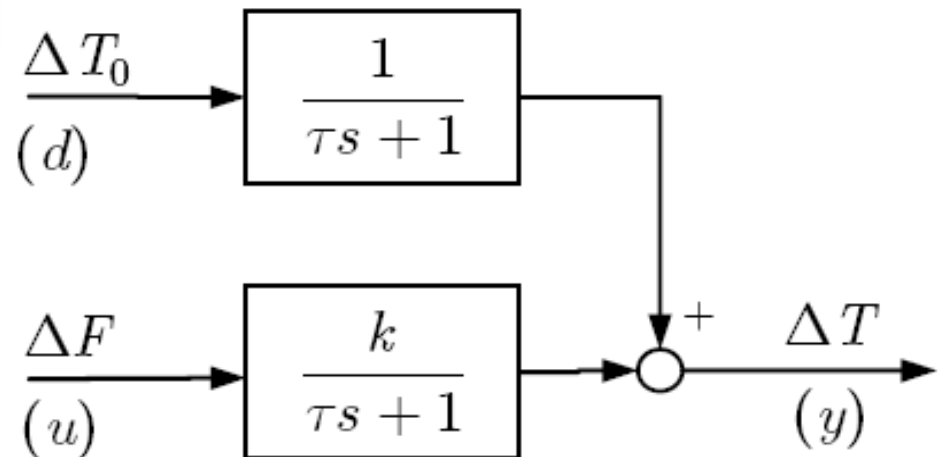

$$\frac{V}{\bar{F}} \frac{dy}{dt} + y = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{\bar{F}} u + d$$

Biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$s \frac{V}{\bar{F}} y(s) + y(s) = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{\bar{F}} u(s) + d(s)$$

$$y(s) = \underbrace{\frac{k}{\tau s + 1}}_{G_p(s)} u(s) + \underbrace{\frac{1}{\tau s + 1}}_{G_d(s)} d(s)$$

$$\tau = \frac{V}{\bar{F}}, k = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{\bar{F}}$$



Ví dụ thiết bị khuấy trộn

$$\begin{cases} \dot{h} = f_1 = \frac{1}{\rho A}(w_1 + w_2 - w) \\ \dot{x} = f_2 = \frac{1}{\rho A h}(w_1 x_1 + w_2 x_2 - (w_1 + w_2)x) \end{cases} \quad \begin{cases} 0 = \bar{w}_1 + \bar{w}_2 - \bar{w} \\ 0 = \bar{w}_1 \bar{x}_1 + \bar{w}_2 \bar{x}_2 - (\bar{w}_1 + \bar{w}_2)\bar{x} \end{cases}$$

Phương trình thứ nhất đã tuyến tính, chỉ cần viết lại với biến chênh lệch:

$$\Delta \dot{h} = \frac{1}{\rho A}(\Delta w_1 + \Delta w_2 - \Delta w)$$

Biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$s\Delta H(s) = \frac{1}{\rho A}(\Delta W_1(s) + \Delta W_2(s) - \Delta W(s))$$

Đặt $k_{wh} = \frac{1}{\rho A}$

$$\Delta H(s) = \frac{k_{wh}}{s}(-\Delta W(s) + \Delta W_1(s) + \Delta W_2(s))$$

Khai triển chuỗi Taylor cho phương trình thứ hai:

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{x} &= (\dot{x} - \dot{\bar{x}}) = \dot{x} \\
 &\approx \left(\frac{\partial f_2}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial f_2}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_2}{\partial w_1} \Delta w_1 + \frac{\partial f_2}{\partial w_2} \Delta w_2 + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Delta x_2 \right)_{\bar{*}} \\
 &= -\frac{1}{\rho A \bar{h}^2} \underbrace{(\bar{w}_1 \bar{x}_1 + \bar{w}_2 \bar{x}_2 - (\bar{w}_1 + \bar{w}_2) \bar{x})}_0 \Delta h - \frac{1}{\rho A \bar{h}} \underbrace{(\bar{w}_1 + \bar{w}_2)}_{\bar{w}} \Delta x \\
 &\quad + \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\rho A \bar{h}} \Delta w_1 + \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\rho A \bar{h}} \Delta w_2 + \frac{\bar{w}_1}{\rho A \bar{h}} \Delta x_1 + \frac{\bar{w}_2}{\rho A \bar{h}} \Delta x_2 \\
 &= \frac{1}{\rho A \bar{h}} (-\bar{w} \Delta x + (\bar{x}_1 - \bar{x}) \Delta w_1 + (\bar{x}_2 - \bar{x}) \Delta w_2 + \bar{w}_1 \Delta x_1 + \bar{w}_2 \Delta x_2)
 \end{aligned}$$

Biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$\begin{aligned}
 \rho A \bar{h} s \Delta X(s) &= \\
 -\bar{w} \Delta X(s) &+ (\bar{x}_1 - \bar{x}) \Delta W_1(s) + (\bar{x}_2 - \bar{x}) \Delta W_2(s) + \bar{w}_1 \Delta X_1(s) + \bar{w}_2 \Delta X_2(s)
 \end{aligned}$$

Chia cả hai vế cho \bar{w} và chuyển vế (tại sao lại phải chia???)

$$\left(\frac{\rho A \bar{h}}{\bar{w}} s + 1\right) \Delta X(s) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\bar{w}} \Delta W_1(s) + \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\bar{w}} \Delta W_2(s) + \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}} \Delta X_1(s) + \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}} \Delta X_2(s)$$

Ký hiệu các tham số (đặc biệt quan tâm tới thứ nguyên):

$$\tau = \frac{\rho A \bar{h}}{\bar{w}}, \quad k_{w1x} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\bar{w}}, \quad k_{w2x} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\bar{w}}, \quad k_{x1x} = \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}}, \quad k_{x2x} = \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}}$$

Ta đi tới dạng mô hình hàm truyền đạt quen thuộc:

$$\Delta X(s) = \frac{k_{w1x}}{\tau s + 1} \Delta W_1(s) + \frac{k_{w2x}}{\tau s + 1} \Delta W_2(s) + \frac{k_{x1x}}{\tau s + 1} \Delta X_1(s) + \frac{k_{x2x}}{\tau s + 1} \Delta X_2(s)$$

Đặt lại ký hiệu (vector):

$$x = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta x \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta w_1 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} \Delta w_2 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}, \quad y = x$$

Mô hình hàm truyền đạt của quá trình được viết gọn lại:

$$y(s) = G_p(s)u(s) + G_d(s)d(s)$$

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} -\frac{k_{wh}}{s} & \frac{k_{wh}}{s} \\ 0 & \frac{k_{w1x}}{\tau s + 1} \end{bmatrix}, \quad G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_{wh}}{s} & 0 & 0 \\ \frac{k_{w2x}}{\tau s + 1} & \frac{k_{x1x}}{\tau s + 1} & \frac{k_{x2x}}{\tau s + 1} \end{bmatrix}$$

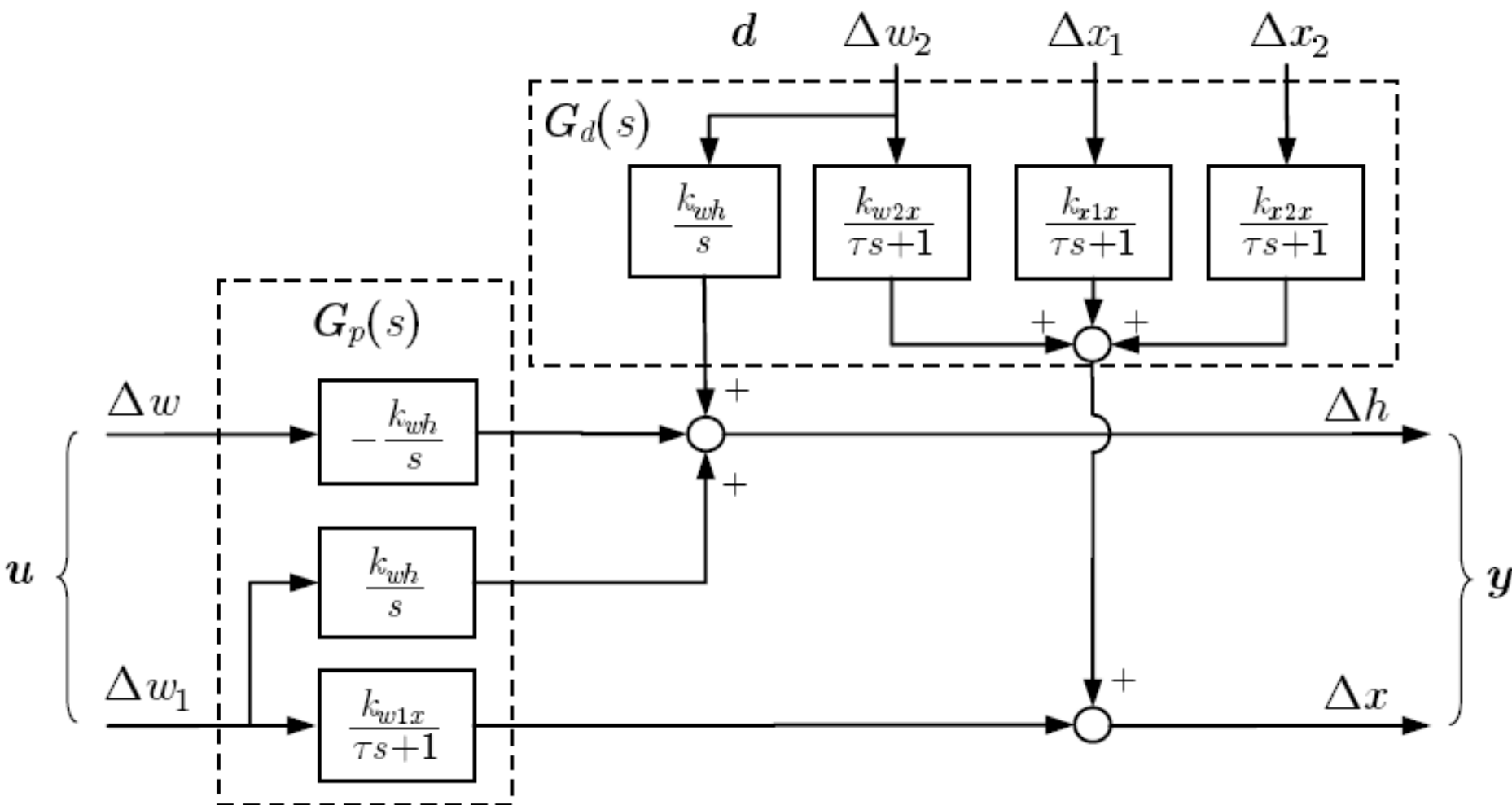
Từ hai phương trình vi phân tuyến tính hóa ta cũng có thể đi tới mô hình trạng thái:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ed \\ y &= Cx \end{aligned} \quad \begin{aligned} A &= \frac{1}{\rho A \bar{h}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\bar{w} \end{bmatrix}, \quad B = \frac{1}{\rho A \bar{h}} \begin{bmatrix} -\bar{h} & \bar{h} \\ 0 & \bar{x}_1 - \bar{x} \end{bmatrix} \\ E &= \frac{1}{\rho A \bar{h}} \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & 0 \\ \bar{x}_2 - \bar{x} & \bar{w}_1 & \bar{w}_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Quan hệ giữa hai mô hình:

$$G_p(s) = C(sI - A)^{-1}B, \quad G_d(s) = C(sI - A)^{-1}E$$

Sơ đồ khối của mô hình hàm truyền đạt



- Ví dụ tính toán với các thông số cho trước:

$$A = 0.8 \text{ m}^2, \rho = 1.25 \text{ kg / lít}$$

$$\bar{w}_2 = 200 \text{ kg / phút}$$

$$\bar{x} = 0.4, \bar{x}_1 = 0.8, \bar{x}_2 = 0.2$$

$$\bar{h} = 1 \text{ mét}$$

Từ các phương trình mô hình ở trạng thái xác lập:

$$\begin{cases} 0 = \bar{w}_1 + \bar{w}_2 - \bar{w} \\ 0 = \bar{w}_1 \bar{x}_1 + \bar{w}_2 \bar{x}_2 - (\bar{w}_1 + \bar{w}_2) \bar{x} \end{cases}$$

Ta xác định được các giá trị còn lại tại điểm làm việc:

$$\begin{aligned} \bar{w}_1 &= 100 \text{ [kg / phút]} \\ \bar{w} &= 300 \text{ [kg / phút]} \end{aligned}$$

Thay vào các ma trận truyền đạt:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} -\frac{0.001}{s} & \frac{0.001}{s} \\ 0 & -\frac{0.000667}{3.333s + 1} \end{bmatrix}, \quad G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.001}{s} & 0 & 0 \\ -\frac{0.000667}{3.333s + 1} & \frac{0.333}{3.333s + 1} & \frac{0.667}{3.333s + 1} \end{bmatrix}$$

Tóm tắt các bước tuyến tính hóa

1. Đơn giản hóa mô hình như có thể, nếu được thì nên tách thành nhiều mô hình con độc lập.
2. Xác định rõ điểm làm việc và giá trị các biến quá trình tại điểm làm việc để có mô hình trạng thái xác lập.
3. Đối với các phương trình tuyến tính, thay thế các biến thực bằng các biến chênh lệch.
4. Tuyến tính hóa từng phương trình phi tuyến của mô hình tại điểm làm việc bằng phép khai triển Taylor, bắt đầu với các phương trình đại số và sau đó là với các phương trình vi phân.
5. Đặt lại ký hiệu cho các biến chênh lệch (sử dụng ký hiệu vector nếu cần) và viết gọn lại các phương trình mô hình.
6. Tính toán lại các tham số của mô hình dựa vào giá trị các biến quá trình tại điểm làm việc.
7. Chuyển mô hình tuyến tính về dạng mong muốn, ví dụ biểu diễn trong không gian trạng thái hoặc bằng hàm truyền đạt.

2.3.5 Mô phỏng quá trình

- Mô phỏng là phương pháp tái tạo các hành vi của một hệ thống thực trên cơ sở mô hình nhằm tìm ra các đặc tính cần quan tâm.
- Mô phỏng các quá trình công nghệ phục vụ nhiều mục đích như:
 - Kiểm chứng mô hình toán học
 - Kiểm chứng thiết kế công nghệ
 - Khảo sát các tính chất của quá trình
 - Thiết kế cấu trúc và thuật toán điều khiển
 - Kiểm chứng phần mềm điều khiển
 - Dự báo diễn biến của quá trình
 - Đào tạo cơ bản và đào tạo vận hành

Mô phỏng dựa trên mô hình phi tuyến

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u), \quad x(0) = x_0$$

Nghiệm của phương trình: $x(t) = x_0 + \int_0^t f(x, u)dt$

Gián đoạn hóa: $x_{i+1} = x_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(x, u)dt$

Phương pháp Euler: $x_{i+1} \approx x_i + (t_{i+1} - t_i)f(x_i, u_i)$

Phương pháp hình thang:

$$x_{i+1} \approx x_i + \frac{1}{2}(t_{i+1} - t_i)[f(x_i, u_i) + \underbrace{f(x_{i+1}, u_{i+1})}_{(1)}]$$

☞ (1) phụ thuộc vào chính x_{i+1} , nhưng có thể ước lượng dựa vào công thức Euler (pp Runger-Kutta bậc 2)

Mô phỏng dựa trên mô hình tuyến tính

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0$$

Gián đoạn hóa:

$$\begin{aligned} x(kT + T) &= e^{AT}x(kT) + \int_{kT}^{kT+T} e^{A(kT+T-\tau)}Bu(\tau)d\tau \\ &= e^{AT}x(kT) + \int_{kT}^{kT+T} e^{A(kT+T-\tau)}d\tau Bu(kT) \\ &= e^{AT}x(kT) + \int_0^T e^{At}dtBu(kT) \\ &= \Phi x(kT) + \Gamma u(kT) \end{aligned}$$

$$\Phi = e^{AT}$$

$$\Gamma = \int_0^T e^{At}dtB$$

Mô phỏng sử dụng MATLAB/SIMULINK

- Giải các hệ phương trình vi phân thường (ODE: ode23, ode45, ...) và hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng (PDE) => mô phỏng hệ phi tuyến
- Sử dụng Control Toolbox => mô phỏng hệ tuyến tính
- Mô phỏng trực quan trên cơ sở sơ đồ khối với Simulink, cho phép ghép nối nhiều mô hình thành phần và lựa chọn phương pháp giải phương trình vi phân thích hợp => mô phỏng các hệ tuyến tính và phi tuyến

Ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục (mô hình phi tuyến)

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ x \end{bmatrix} \quad k = \frac{1}{\rho A} = 0.001 \text{ [m/kg]}$$

$$\frac{dy}{dt} = f(y, w_1, w_2, w, x_1, x_2) = \begin{bmatrix} k(w_1 + w_2 - w) \\ k(w_1 x_2 + w_2 x_2 - (w_1 + w_2)y_2) / y_1 \end{bmatrix}$$

1. Biểu diễn đạo hàm:

```
function dydt = f(t,y,k,w1,w2,w,x1,x2)
    dydt = [k*(w1+w2-w)
            k*(w1*x1+w2*x2-w1*y(2)-w2*y(2))/y(1)];
```

2. Đặt các giá trị đầu (trạng thái xác lập):

```
w1=100; w2=200; w =300;
x1=0.8; x2=0.2; k =0.001;
```

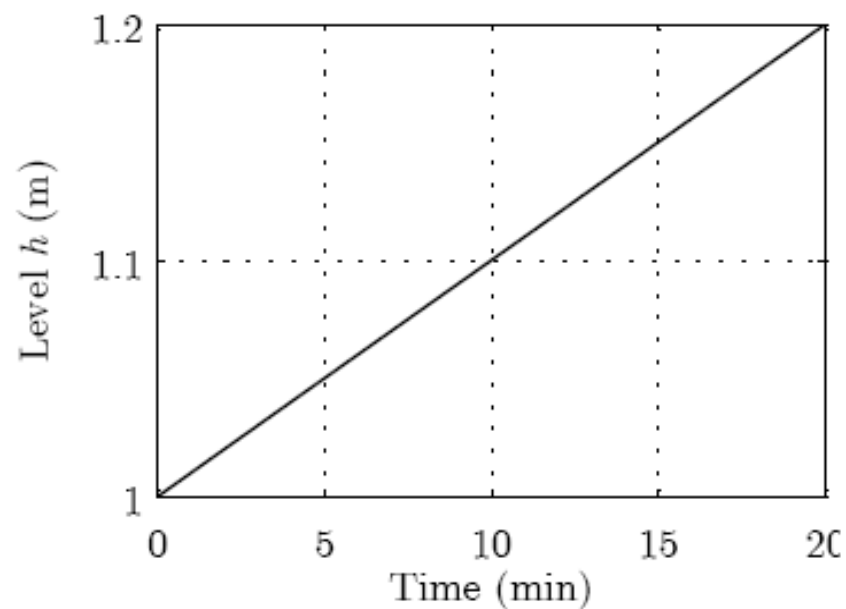
3. Giải (hệ) phương trình vi phân

```
tspan = [0:0.1:20];  
y0 = [1; 0.4];  
[t y] = ode45(@f,tspan,y0,[],k,1.1*w1,w2,w,x1,x2);  
%[t y] = ode45(@f,tspan,y0,[],k,w1,1.1*w2,w,x1,x2);  
%...
```

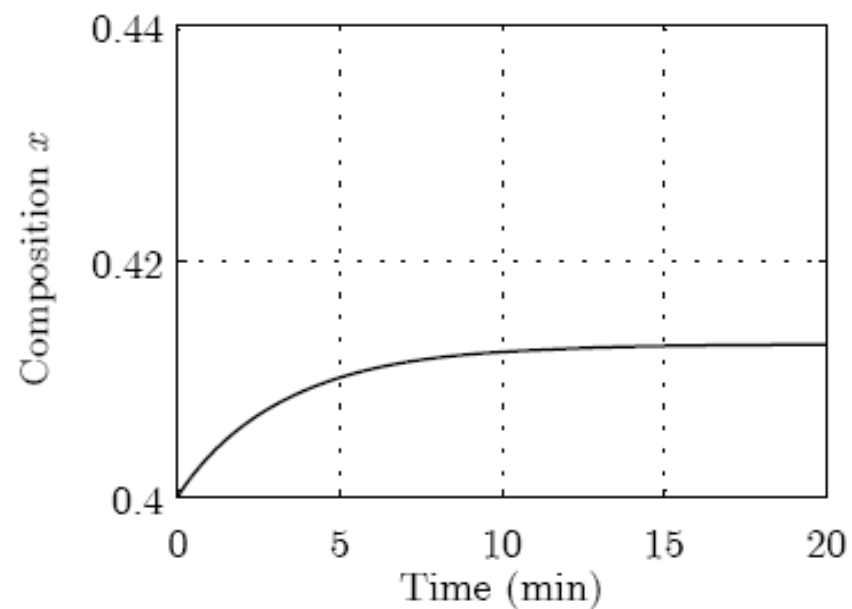
4. Vẽ đồ thị biểu diễn kết quả mô phỏng

```
plot(t,y(:,1));  
title('Step change in 10% feed rate \itw_1');  
xlabel('Time (min)');  
ylabel('Level h (m)');  
grid on  
figure(2);  
plot(t,y(:,2));  
title('Step change in 10% feed rate \itw_1');  
xlabel('Time (min)');  
ylabel('Composition x');  
grid on
```

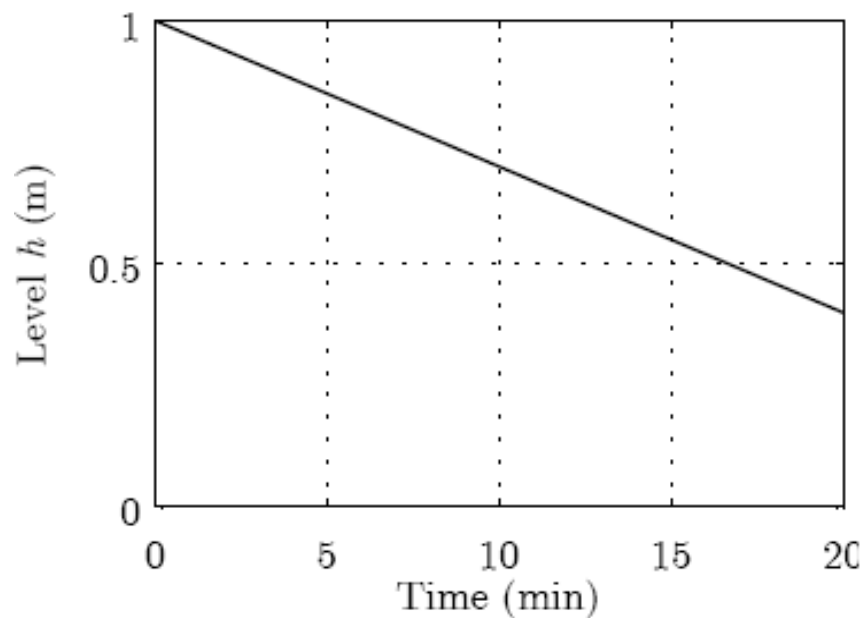
Step change in 10% feed rate w_1



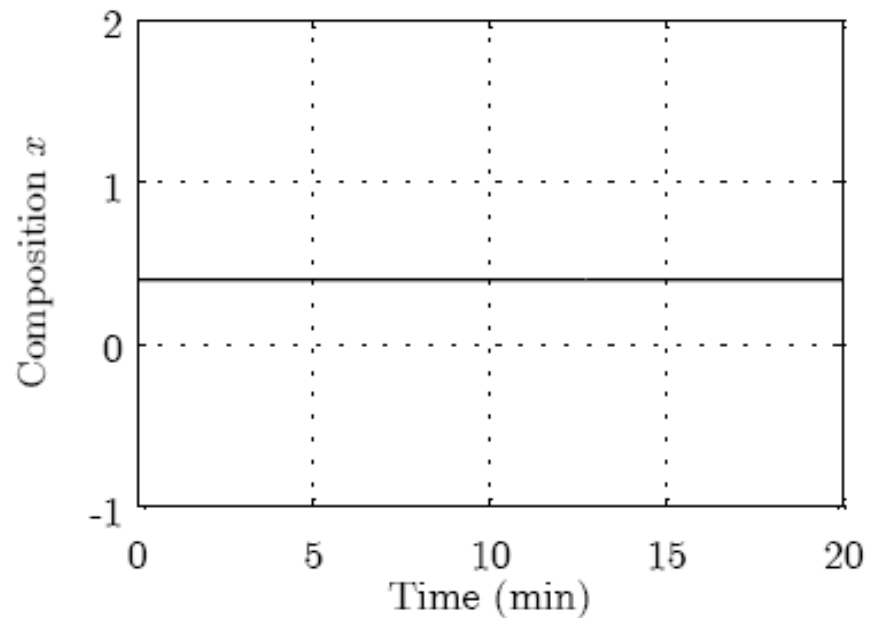
Step change in feed rate w_1



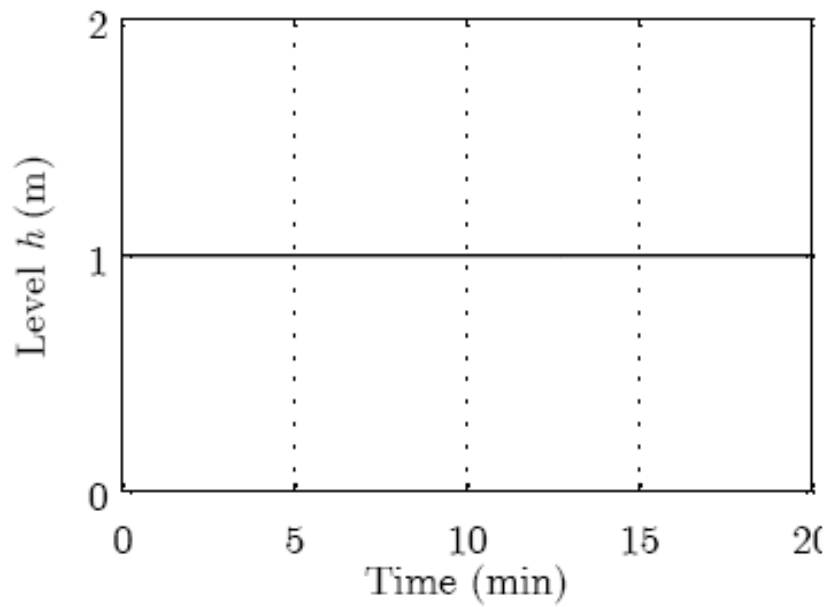
Step change in feed rate w



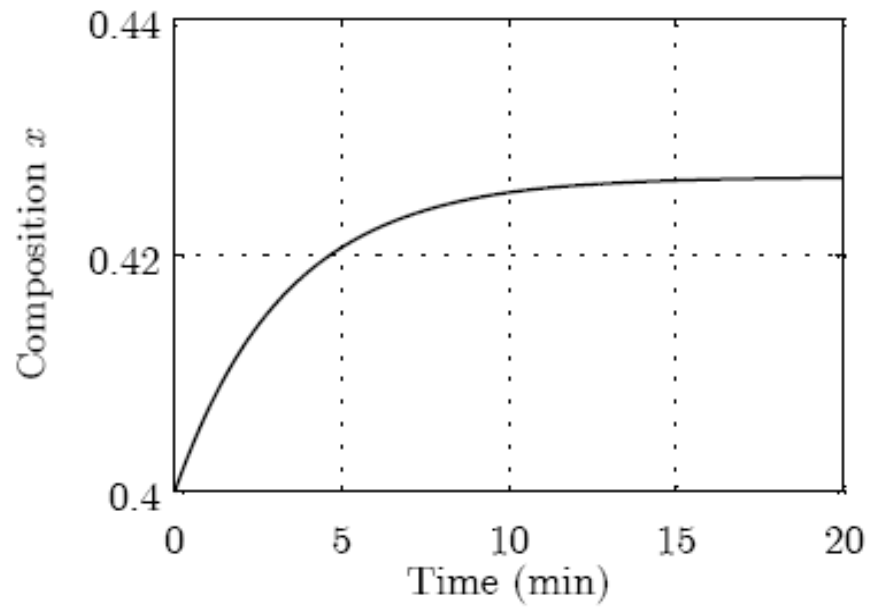
Step change in feed rate w



Step change in feed composition x_1



Step change in feed composition x_1



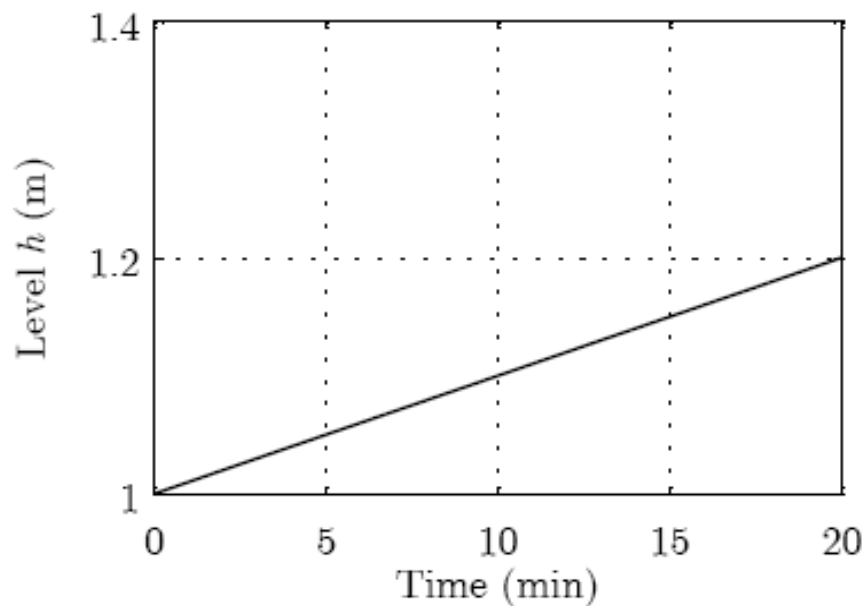
Ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục (mô hình tuyến tính)

```
% Simulation of the blending process with linearized model
w1 = 100;
w2 = 200;
w  = 300;
x1 = 0.8;
x2 = 0.2;
x  = 0.4;
k  = 0.001;
T  = 1/(k*w);
Gw1h = tf(k,[1 0]);
Gw1x = tf((x1-x)/w,[T 1]);
t = [0:0.1:20];
y0 = [1; 0.4];
y = step([Gw1h Gw1x],t)*w1*0.1;
```

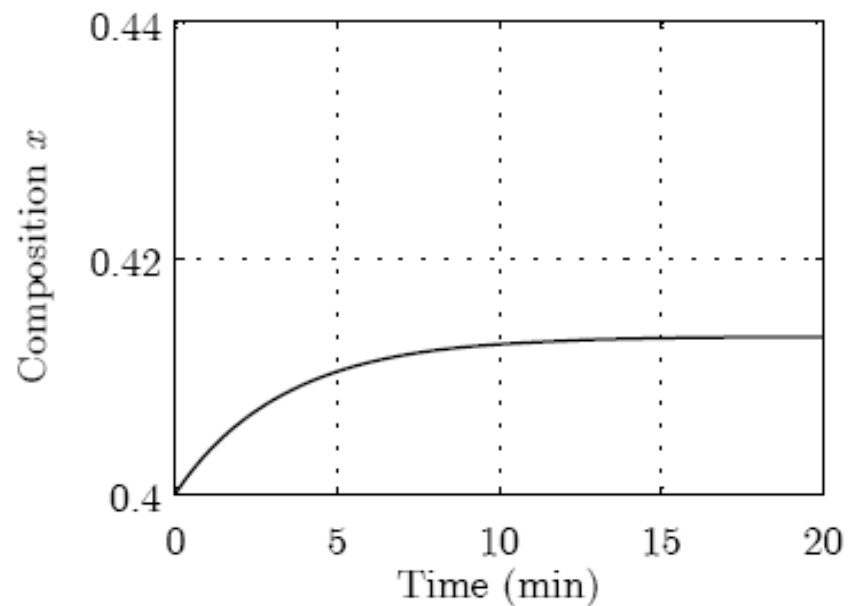
Vẽ đồ thị biểu diễn kết quả mô phỏng

```
figure(1);  
plot(t,y(:,1)+y0(1));  
title('Step change in 10% feed rate w_1');  
xlabel('Time (min)');  
ylabel('Level h (m)');  
grid  
figure(2);  
plot(t,y(:,2)+y0(2));  
title('Step change in 10% feed rate w_1');  
xlabel('Time (min)');  
ylabel('Composition x');  
grid
```

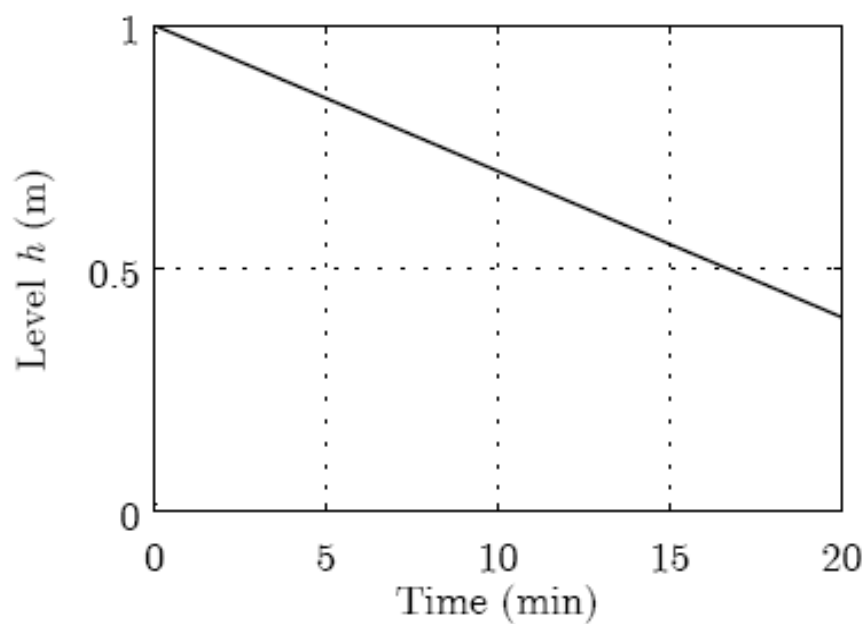
Step change in 10% feed rate w_1



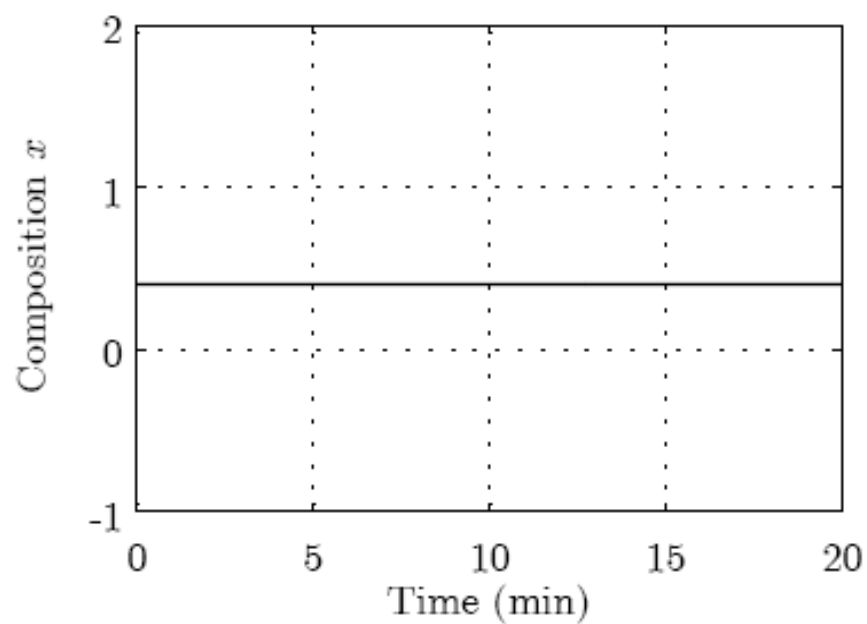
Step change in 10% feed rate w_1



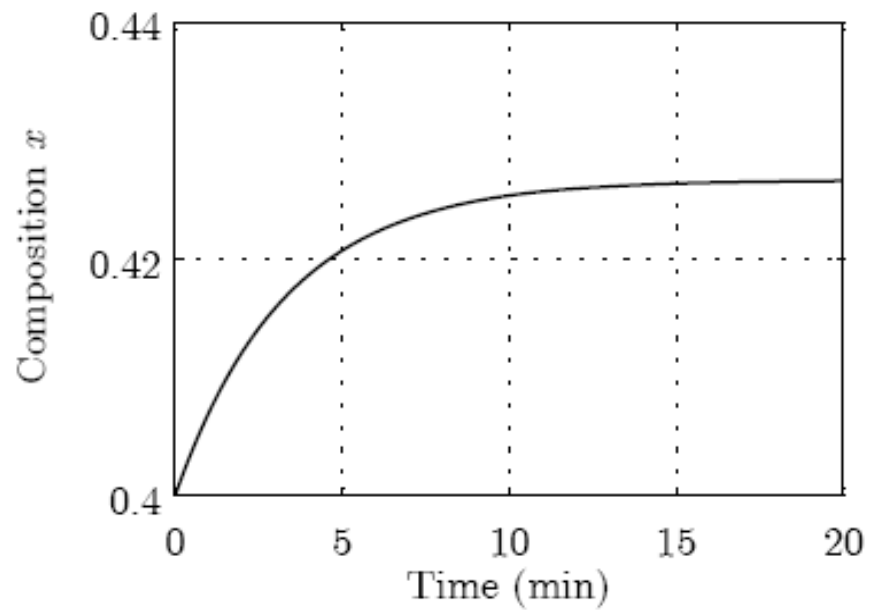
Step change in 10% feed rate w



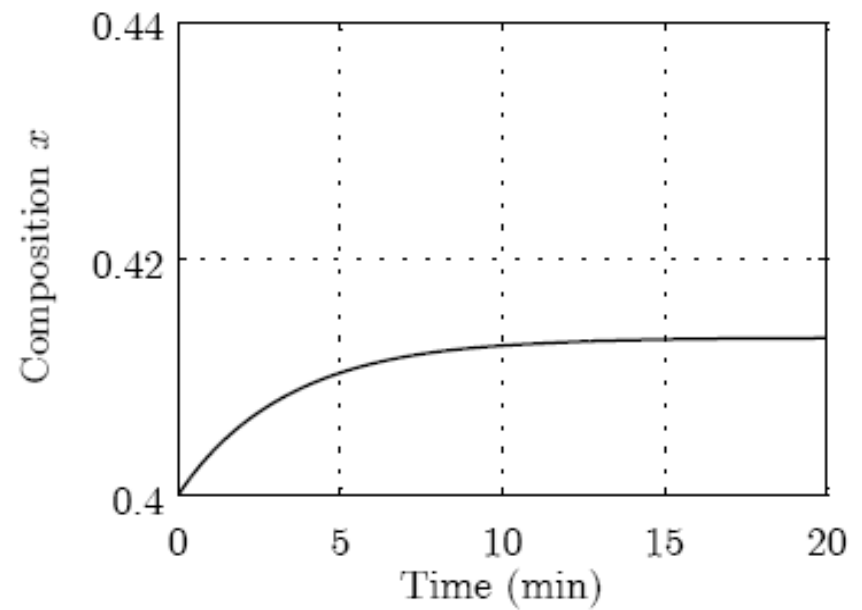
Step change in 10% feed rate w



Step change in 10% feed composition x_1



Step change in 10% feed composition x_2



Tóm tắt yêu cầu bài giảng

- Nắm vững ý nghĩa, mục đích sử dụng của mô hình quá trình trong các bước phát triển hệ thống
- Nắm vững các bước xây dựng mô hình toán học bằng lý thuyết, ý nghĩa của từng bước:
 - Phân tích bài toán, nhận biết các biến quá trình (Để làm gì? Dựa vào đâu?)
 - Xây dựng các phương trình mô hình (Dạng phương trình? Cơ sở nào?)
 - Phân tích bậc tự do của mô hình (Để làm gì? Diễn giải ý nghĩa cụ thể?)
 - Tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc (Để làm gì? Như thế nào? Kết quả là gì?)
 - Nguyên tắc mô phỏng (phi tuyến/tuyến tính), biết cách sử dụng công cụ MATLAB trong mô phỏng quá trình

Phần tự học/tự nghiên cứu

- Đọc thêm cuốn sách giáo trình: Cơ sở hệ thống điều khiển quá trình.
 - Xem chương 2 về tổng quan và phân loại các mô hình toán học thông dụng trong điều khiển
 - Nghiên cứu thêm các ví dụ mô hình hóa trong chương 3
- Câu hỏi, bài tập:
 - Các câu hỏi và bài tập cuối chương 3 trong sách giáo trình
 - Sử dụng MATLAB, chạy lại ví dụ mô phỏng thiết bị khuấy trộn liên tục
 - Tự luyện tập ví dụ mô phỏng bình chứa nhiệt (phi tuyến và tuyến tính hóa) sử dụng MATLAB, tự cho các thông số công nghệ phù hợp.